통 계 학

2011년 시행 5급(행정) 공채 제2차시험

응시번호 : 성명 :

제 1 문. 어떤 대규모 입사시험에서 수험자가 주어진 과제를 해결하는데 걸리는 시간은 평균이 5분인 지수분포를 따른다고 한다. 지수분포의 확률밀도함수(probability density function)는 다음과 같다. 주어진 <표>의 지수함수 값을 이용하여 다음 물음에 답하시오. (총 15점)

$$f(x) = \frac{1}{\lambda} e^{-x/\lambda},\ x>0,\ \lambda>0.$$

<표> 지수함수 값

x	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5
e^{-x}	0.607	0.368	0.223	0.135	0.082	0.050	0.030	0.018	0.011	0.007

1) 임의로 선택된 한 수험자가 주어진 과제를 5분 안에 해결할 확률을 구하시오. (3점)

2) 수험자들을 A, B 두 개의 그룹으로 나눈 후 A 그룹에서 5명을, B 그룹에서 7명을 무작위로 선택하여 과제를 해결하도록 하였다. 선택된 12명 중에서 과제를 5분 안에 해결한 사람이 5명이라고 할 때, 이 중 2명이 A 그룹의 수험자일 조건부확률을 구하시오. (6점)

3) 무작위로 선택된 100명의 수험자 중 과제 완료시간이 15분 이상인 수험자가 2명 이상일 확률을 근사적으로 구하시오. (6점)

제 2 문. 확률변수 X가 시행횟수가 6, 성공확률이 $p(0<p<1)$인 이항분포를 따른다고 할 때, 다음과 같은 가설을 검정하고자 한다. 이 가설검정에서 기각역의 형태는 '$X \le c$'이다. (단, c는 0이상의 정수) (총 10점)

$$H_0 : p = \frac{1}{2} \quad 대 \quad H_1 : p < \frac{1}{2}$$

1) X의 관측값으로 1을 얻었을 때, 이 가설검정의 유의확률(p값)을 구하시오. (4점)

2) 제1종 오류를 범할 확률을 α, $p=\frac{1}{3}$에서 제2종 오류를 범할 확률을 β라고 할 때, $(2\alpha+\beta)$의 값을 최소로 하는 기각역의 상수 c값을 구하시오. (6점)

제 3 문. A, B 두 운동화 회사에서 생산한 운동화 바닥의 평균마모정도를 비교하기 위하여 8명을 임의로 뽑은 후, 임의로 선택된 한쪽 발에는 A 회사의 운동화를, 다른 한쪽 발에는 B 회사의 운동화를 신게 하고 일정 시간이 흐른 뒤에 운동화 바닥의 마모정도를 조사하여 다음과 같은 결과를 얻었다. 이 때, 다른 요인이 개입되지 않도록 운동화 디자인은 같게 생산하였고, 운동화 바닥의 마모정도는 정규분포를 따른다고 가정한다. (총 10점)

회사	1	2	3	4	5	6	7	8
A	13.2	8.2	10.9	14.3	10.7	6.6	9.5	10.8
B	14.0	8.8	11.2	14.2	11.8	6.4	9.8	11.3

1) 두 회사에서 생산한 운동화 바닥의 마모정도가 다른지를 검정하기 위한 적절한 가설을 제시하시오. (2점)

2) 1)의 가설을 검정하기 위한 검정통계량의 값으로 -2.68을 얻었을 때, 이를 얻기 위한 계산 절차를 설명하시오. (단, 자세한 계산은 생략 가능) (5점)

3) 2)에서 계산된 검정통계량에 대응되는 유의확률(p값)이 0.0316이라고 할 때, 1)의 가설을 유의수준 5%에서 검정하시오. (3점)

제 4 문. 다음의 단순선형회귀모형을 고려하기로 한다. (총 15점)

$y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i$, ε_i는 서로 독립이고 평균 0, 분산 σ^2인 동일한 분포를 따르며, $i = 1, 2, \cdots, n$.

1) 회귀계수 α와 β에 대한 최소제곱추정량(least squares estimator)을 구하시오. (5점)

2) 1)에서 구한 β의 최소제곱추정량이 β의 불편추정량(unbiased estimator)임을 보이시오. (5점)

3) $\hat{y_i}$를 y_i의 적합값(fitted value), 잔차(residual) e_i를 $(y_i - \hat{y_i})$라 할 때, $\sum_{i=1}^{n} \hat{y_i} e_i = 0$이 성립함을 보이시오. (5점)

행정안전부 시험출제과장