

【문1】

어느 제약회사에서는 새로 개발된 진통제의 효과를 알기 위하여 환자 n 명에게 양을 달리하여 투여한 후, 지속시간을 기록하였다. $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ 이 진통제의 양과 지속시간을 기록한 자료이고, 두 변수 사이의 선형관계를 나타내는 통계모형으로 $y_i = \beta x_i + \varepsilon_i$, $i = 1, 2, \dots, n$ (여기서 ε_i 는 오차항으로 서로 독립이고 평균이 0이며 분산이 σ^2 이다.)을 선택했을 때,

1. 오차제곱합 $\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2$ 을 최소화하는 β 의 최소제곱추정량이 $b = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2}$ 로 주어짐을 보여라.
2. b 의 의미를 투여량과 지속시간 두 단어를 넣어 설명하라.
3. b 의 기대값을 구하라.
4. b 의 분산이 $\frac{\sigma^2}{\sum_{i=1}^n x_i^2}$ 로 주어짐을 보여라.