베이지안통계학 과제1 solution

Jieun Shin

Spring 2022

문제 2-1.

어떤 주민이 색맹일 사건을 C, 색맹검사에서 색맹이라고 판정할 사건을 T라 하자. 그러면 문제에서 주어진 값에 따라 $P(C) = 0.002, P(T|C) = 0.98, P(T|C^c) = 0.001$ 이다.

(1) 랜덤으로 뽑힌 주민이 색맹검사에서 색맹이라고 판정받았을 때, 실제로 색맹일 사후확률은 $P(C|T) = \frac{P(C\cap T)}{P(T)} = \frac{P(C)P(T|C)}{P(T\cap C)P(T\cap C^c)} = \frac{P(C)P(T|C)}{P(C)P(T|C)P(C^c)P(T|C^c)} = \frac{0.002\cdot 0.98}{0.002\cdot 0.98+0.98\cdot 0.001} = 0.6626$ 이다.

(2) (1)의 사후확률을 사전확률로 준다 (즉, $P(C_2) = P(C|T) = 0.6626$). 그러면 두 번째 검사에서도 색맹이라고 판정받았을 때, 실제로 색맹일 사후확률은 $P(C_2|T) = \frac{P(C_2\cap T)}{P(T)} = \frac{P(C_2)P(T|C)}{P(C_2)P(T|C)P(C_2^c)P(T|C^c)} = \frac{0.6626\cdot 0.98}{0.6626\cdot 0.98+(1-0.6626)\cdot 0.001} = 0.9995$ 이다.

문제 2-4.

문제에 의해 $P(GG) = P(BB) = 0.25$ 이고, $P(GB) = 0.5$ 이다. 일란성(M)의 경우 GG, BB, 이란성(D)의 경우 GG, GB, BB가 나올 수 있다. 따라서 $P(M|GG) = P(D|GG) = 0.5$ 이고, $P(M|BB) = P(D|BB) = 0.5$ 이지만 $P(M|GB) = 0, P(D|GB) = 1$ 이다.

(1) 일란성 쌍둥이에 대해서 각 확률을 구하면 다음과 같다.

$$P(BB|M) = \frac{P(M|BB)P(BB)}{P(M|BB)P(BB)+P(M|GB)P(GB)+P(M|GG)P(GG)} = 0.5$$

$$P(GG|M) = \frac{P(M|GG)P(GG)}{P(M|BB)P(BB)+P(M|GB)P(GB)+P(M|GG)P(GG)} = 0.5$$

$$P(GB|M) = \frac{P(M|GB)P(GB)}{P(M|BB)P(BB)+P(M|GB)P(GB)+P(M|GG)P(GG)} = 0$$

(2) 이란성 쌍둥이에 대해서 각 확률을 구하면 다음과 같다.

$$P(BB|D) = \frac{P(D|BB)P(BB)}{P(D|BB)P(BB)+P(D|GB)P(GB)+P(D|GG)P(GG)} = 1/6$$

$$P(GG|D) = \frac{P(D|GG)P(GG)}{P(D|BB)P(BB)+P(D|GB)P(GB)+P(D|GG)P(GG)} = 1/6$$

$$P(GB|D) = \frac{P(D|GB)P(GB)}{P(D|BB)P(BB)+P(D|GB)P(GB)+P(D|GG)P(GG)} = 2/3$$

(3) $P(GG) = P(M)P(GG|M) + P(D)P(GG|D) = \frac{1}{2}P(M) + \frac{1}{6}(1 - P(M)) = \frac{1}{3}P(M) + \frac{1}{6}$.