

# Project PAS - A5 APPRENTIS - G10 - Subject 126

KRIKA Jinane  
KRIKA Camila  
BOYER Hugo  
SPIESS Océan  
CORLAY Anahide  
DURIN Lou

## 1 Introduction

La pandémie de COVID-19 a profondément transformé de nombreux aspects de la vie quotidienne, notamment dans le domaine de l'éducation. Les universités du monde entier ont dû faire face à des défis sans précédent en adaptant rapidement leurs modes de fonctionnement à de nouveaux cadres opérationnels, nécessitant une transition rapide de l'enseignement traditionnel en présentiel vers des formats plus flexibles, incluant des modalités en ligne et hybrides. Cette transition a engendré des complexités significatives dans la planification des cours universitaires, qui reposait jusqu'alors sur des contraintes bien établies, telles que la disponibilité des enseignants, des salles de classe et des créneaux horaires définis.

La planification des emplois du temps dans un contexte universitaire est un problème d'optimisation complexe, classé comme étant **NP-difficile**. Cette classification signifie que, à mesure que le nombre de cours, d'enseignants et de créneaux horaires augmente, la difficulté computationnelle pour trouver une solution optimale croît de manière exponentielle. Avant la pandémie, la planification se concentrait principalement sur l'évitement des conflits liés aux ressources disponibles ; cependant, l'apparition de nouvelles contraintes — telles que la limitation de la capacité en présentiel et la diversité des modalités d'enseignement — a considérablement compliqué les défis auxquels les institutions académiques doivent faire face.

L'objectif principal de ce projet est de développer un modèle robuste de planification des emplois du temps qui prenne en compte à la fois les contraintes traditionnelles et celles introduites par la pandémie. Ce modèle vise à optimiser l'allocation des cours aux créneaux horaires tout en minimisant les conflits et en garantissant une utilisation efficace des ressources. En employant des **techniques avancées d'optimisation et la théorie des graphes**, ce projet cherche à créer un cadre de planification flexible qui réponde non seulement aux défis actuels, mais qui soit également adaptable aux besoins éducatifs futurs.

### 1.1 Contextualisation

Le passage rapide à l'apprentissage en ligne et hybride a incité à réévaluer les pratiques de planification existantes. Les institutions doivent désormais concilier la nécessité d'assurer une transmission efficace des cours avec les contraintes imposées par les réglementations sanitaires et les limitations technologiques. Cette situation a conduit à une demande accrue de solutions de planification innovantes capables de s'adapter à des modalités d'apprentissage diversifiées et aux contraintes de ressources.

### 1.2 Défis clés

Les défis majeurs dans ce domaine incluent la gestion des conflits de ressources, le respect des réglementations sanitaires et de sécurité, ainsi que le maintien de la qualité de l'enseignement. Les universités doivent également tenir compte des préférences et des besoins variés des étudiants et des enseignants, ainsi

que de l'impact de ces nouvelles modalités sur les performances académiques et l'engagement des apprenants.

### 1.3 Objectifs du projet

L'objectif de ce projet est de proposer une solution de planification globale qui intègre les contraintes de planification traditionnelles avec les nouvelles exigences découlant de la pandémie. Cela inclut le développement d'algorithmes capables d'allouer efficacement les ressources et les créneaux horaires tout en prenant en compte les complexités introduites par les différentes modalités d'enseignement. Le projet vise à contribuer au débat actuel sur la planification éducative en fournissant un cadre à la fois efficace et adaptable.

## 2 État de l'art

### 2.1 Introduction

Historiquement, le domaine a vu d'importants efforts de recherche pour développer des algorithmes capables de fournir des solutions efficaces, faisables et parfois quasi optimales dans des limites de calcul raisonnables. L'ajout de contraintes modernes — telles que la gestion des modalités hybrides, des plateformes en ligne et des capacités limitées en présentiel — a présenté de nouveaux défis pour les chercheurs. Dans cette section, nous examinons l'évolution des algorithmes de planification des emplois du temps et passons en revue les technologies actuelles qui traitent ces contraintes contemporaines.

### 2.2 Évolution Historique des Algorithmes de Planification des Emplois du Temps

Le développement des algorithmes de planification universitaire s'étend sur plusieurs décennies, avec des approches initiales qui reposaient fortement sur des processus manuels et des méthodes heuristiques de base. Historiquement, la planification était souvent gérée par le personnel administratif avec peu de soutien informatique, ce qui entraînait des processus laborieux et sujets à des erreurs humaines.<sup>[2]</sup>

#### 2.2.1 Premières Approches Heuristiques

Dans les années 1960 et 1970, les premières tentatives de systèmes automatisés de planification ont émergé, utilisant principalement des techniques heuristiques simples. Ces approches impliquaient des systèmes basés sur des règles où les créneaux horaires étaient attribués en fonction d'un ensemble de règles prédéfinies. Cependant, ces premiers systèmes manquaient de flexibilité et ne pouvaient pas gérer des contraintes complexes, telles que la disponibilité des enseignants ou les limites de capacité des salles.

#### 2.2.2 Programmation Linéaire en Nombres Entiers (ILP)

Avec l'augmentation de la puissance de calcul, des méthodes plus sophistiquées ont été introduites, notamment la Programmation Linéaire en Nombres Entiers (ILP). L'ILP est devenu un outil populaire dans les années 1980 et 1990 pour traiter le problème de la planification des emplois du temps en raison de sa capacité à modéliser mathématiquement des contraintes complexes. Les formulations ILP permettaient d'optimiser les emplois du temps en minimisant les conflits, tels que les cours qui se chevauchaient pour un même groupe d'étudiants ou les salles réservées en double. Malgré sa précision, l'ILP était limité par le coût informatique associé à la résolution d'instances de grande taille du problème.

#### 2.2.3 Approches Métaheuristiques

En réponse aux limites de l'ILP, les années 1990 et 2000 ont vu un passage vers des techniques métaheuristiques telles que les Algorithmes Génétiques (GA), le Recuit Simulé (SA) et la Recherche avec Tabous (TS). Ces méthodes, bien qu'elles ne garantissent pas toujours la solution optimale, offraient des approches pratiques aux problèmes de grande envergure en planification des emplois du

temps. Elles étaient capables d’explorer de vastes espaces de recherche de manière efficace, ce qui les rendait adaptées aux applications réelles.

- **Algorithmes Génétiques (GA)** : Les GA simulent le processus d’évolution naturelle pour améliorer progressivement la qualité d’un emploi du temps en combinant et en mutant des solutions candidates.

- **Recuit Simulé (SA)** : Le SA s’inspire du processus de recuit en métallurgie, permettant d’accepter temporairement des solutions moins bonnes pour échapper aux optima locaux, améliorant ainsi la recherche globale.

- **Recherche avec Tabous (TS)** : La TS utilise des structures de mémoire pour éviter de revisiter des zones déjà explorées de l’espace de recherche, guidant ainsi efficacement la recherche vers de nouvelles régions prometteuses.

Ces méthodes ont révolutionné les systèmes de planification des emplois du temps en offrant des solutions de planification plus flexibles et adaptables.

## 2.3 Exemples concrets mettant en évidence les défis de la planification

La complexité de la planification des emplois du temps n’est pas seulement un défi théorique ; elle a des impacts tangibles sur les institutions éducatives, les étudiants et le personnel. Ces dernières années, les médias ont rapporté plusieurs cas de problèmes d’emploi du temps dans les écoles et universités, soulignant ainsi l’urgence de la question. Un article récent du journal français *Le Parisien* illustre de manière poignante comment une mauvaise planification peut avoir des effets néfastes sur les élèves et les enseignants.

En septembre 2024, les élèves du *Lycée Robert-Doisneau* à Corbeil-Essonnes, en France, ont été confrontés à des emplois du temps qualifiés de ”délirants”. Certains élèves avaient des cours commençant dès 7h30 et se prolongeant tard dans la journée sans pauses adéquates, y compris l’absence de pause déjeuner. La surcharge de ces emplois du temps a engendré une frustration significative parmi les élèves et les enseignants, poussant le personnel enseignant à faire grève pour protester contre des conditions de planification insoutenables [1].

Cet exemple illustre les défis concrets et les conséquences d’une mauvaise gestion des emplois du temps. Il souligne la nécessité cruciale d’algorithmes de planification plus avancés, flexibles et adaptatifs, capables de prendre en compte non seulement les contraintes standard — comme la disponibilité des enseignants et les ressources en salles de classe — mais aussi le bien-être et la productivité des étudiants et du personnel.

De plus, cet exemple démontre que les problèmes de planification ne sont pas limités aux universités mais concernent également l’enseignement secondaire. La nécessité d’une gestion adéquate des emplois du temps s’étend à tous les niveaux éducatifs, renforçant l’idée que la planification est un défi opérationnel fondamental dans l’éducation.

## 2.4 Technologies actuelles dans la planification

Aujourd’hui, le problème de la planification des emplois du temps reste un domaine de recherche actif, en particulier face aux nouveaux défis introduits par l’enseignement hybride et en ligne. Les solutions modernes s’appuient sur les bases des algorithmes heuristiques et métaheuristiques, mais intègrent également des techniques avancées comme l’apprentissage automatique et la programmation par contraintes pour mieux gérer la complexité croissante de la planification.

Divers logiciels ont été développés pour aider les institutions éducatives à générer des emplois du temps efficaces et sans conflit. Ces outils visent à simplifier le processus de planification en automatisant l’attribution des ressources, tout en prenant en compte de nombreuses contraintes telles que la disponibilité des enseignants, la capacité des salles et les conflits de cours.

### 2.4.1 FET (Free Timetabling Software)

**FET est un logiciel libre et open source** conçu pour la génération automatique d’emplois du temps. Il prend en charge un large éventail de paramètres et de contraintes, ce qui le rend adapté à tous

les niveaux d'institutions éducatives, des écoles primaires aux universités. FET est particulièrement efficace pour gérer des emplois du temps complexes et volumineux en tenant compte de différents types de contraintes, comme la disponibilité des enseignants, la constitution des groupes d'élèves, l'allocation des salles de classe et les créneaux horaires préférentiels. Son caractère open source permet aux utilisateurs de personnaliser le logiciel pour répondre aux besoins spécifiques de leur institution, offrant ainsi une flexibilité dans la résolution des problèmes de planification.

#### **2.4.2 MyScol**

**MyScol** est un autre logiciel de planification d'emplois du temps, dédié spécifiquement aux écoles. Son principal atout est sa simplicité et son ergonomie, offrant des outils pour couvrir l'ensemble des besoins de planification, de la génération des emplois du temps au suivi des présences. MyScol permet aux écoles de planifier efficacement les emplois du temps des élèves et du personnel enseignant, facilitant la gestion quotidienne des opérations de l'école. En plus de la planification, il intègre des fonctionnalités de suivi de la présence en classe et de coordination des activités parascolaires, ce qui est essentiel pour s'adapter aux besoins évolutifs des institutions éducatives.

Ces solutions logicielles montrent l'importance de tirer parti des technologies pour relever les défis modernes de la planification. Alors que FET est destiné à des besoins de planification plus complexes et adaptables, MyScol offre une solution simplifiée pour les écoles cherchant à gérer efficacement les tâches de planification et administratives quotidiennes. Les deux outils soulignent la nécessité de flexibilité et d'adaptabilité face aux contraintes éducatives en constante évolution, notamment à la suite de la pandémie de COVID-19.

#### **2.4.3 Programmation par Contraintes (CP)**

La programmation par contraintes a gagné en popularité ces dernières années en tant qu'outil puissant pour résoudre les problèmes complexes de planification. La CP excelle dans la gestion d'une grande variété de contraintes, telles que la disponibilité des enseignants, les capacités des salles et les conflits de cours, grâce à l'utilisation de problèmes de satisfaction de contraintes (CSP).

Contrairement aux méthodes d'optimisation traditionnelles, la CP se concentre sur la recherche de solutions faisables qui satisfont toutes les contraintes, plutôt que d'optimiser une seule fonction objective. Cela la rend particulièrement adaptée à la planification dans des environnements fortement contraints, comme le contexte post-pandémique actuel où la présence physique est limitée et les ressources en ligne doivent être allouées de manière efficace.

#### **2.4.4 Approches d'Apprentissage Automatique**

L'apprentissage automatique est de plus en plus appliqué à la planification des emplois du temps pour prédire et s'adapter aux conflits de planification en temps réel. En analysant des données historiques, les modèles d'apprentissage automatique peuvent identifier des schémas dans la planification des cours, les préférences des enseignants et l'utilisation des salles. Ces informations permettent de prendre des décisions plus éclairées, permettant d'ajuster dynamiquement les emplois du temps en fonction de la demande ou des contraintes de ressources prévues.

#### **2.4.5 Systèmes de Planification Hybrides**

Avec l'avènement de l'enseignement en ligne et hybride, les systèmes de planification sont devenus plus complexes. Les systèmes de planification hybrides, qui intègrent à la fois des cours en présentiel et en ligne, nécessitent de nouveaux modèles capables de gérer plusieurs modalités. Les chercheurs ont commencé à développer des algorithmes capables d'allouer dynamiquement les cours à des espaces virtuels ou physiques en fonction des directives sanitaires et des préférences des étudiants.

### **2.5 Axes de Recherche Futurs**

Alors que les universités continuent à naviguer dans les défis posés par l'apprentissage hybride, il y a un intérêt croissant pour le développement de systèmes de planification plus adaptatifs, évolutifs et intelli-

gents. Les recherches futures devraient se concentrer sur la combinaison des techniques d'optimisation traditionnelles avec l'intelligence artificielle pour créer des systèmes capables d'anticiper les conflits de planification et de s'ajuster automatiquement aux changements en temps réel. De plus, l'intégration de la théorie des graphes, qui a montré son potentiel pour simplifier la modélisation des problèmes de planification complexes, pourrait être davantage explorée.

### 3 Optimisation sous Contraintes

Nous définissons le problème de la planification des cours universitaires sous contraintes comme un **problème de programmation linéaire en nombres mixtes (MILP)**. L'objectif est d'assigner des cours à des créneaux horaires, des enseignants, des salles de classe et des groupes d'étudiants, tout en respectant les contraintes traditionnelles et les nouvelles contraintes introduites par la pandémie (telles que les modes d'enseignement hybride et les restrictions de capacité).

#### 3.1 Ensembles et indices

- $P$ : Ensemble des périodes ou créneaux horaires (indexé par  $p$ ).
- $C$ : Ensemble des cours (indexé par  $c$ ).
- $S$ : Ensemble des salles de classe (indexé par  $s$ ).
- $E$ : Ensemble des enseignants (indexé par  $e$ ).
- $G$ : Ensemble des groupes d'étudiants (indexé par  $g$ ).
- $M$ : Ensemble des modalités d'enseignement (présentiel, en ligne, hybride) (indexé par  $m$ ).

#### 3.2 Paramètres

- $d_c$ : Durée du cours  $c$ .
- $n_g$ : Nombre d'étudiants dans le groupe  $g$ .
- $q_s$ : Capacité de la salle de classe  $s$ .
- $\delta_{e,c} \in \{0, 1\}$ : Disponibilité de l'enseignant  $e$  pour le cours  $c$  (1 s'il est disponible, 0 sinon).
- $\alpha_g \in \{0, 1\}$ : Indicateur indiquant si le groupe  $g$  doit assister en personne (1 si oui, 0 sinon).

#### 3.3 Variables de Décision

- $x_{c,p,s,e} \in \{0, 1\}$ : Égal à 1 si le cours  $c$  est programmé à la période  $p$ , dans la salle  $s$ , avec l'enseignant  $e$ .
- $y_{g,c,m} \in \{0, 1\}$ : Égal à 1 si le groupe d'étudiants  $g$  assiste au cours  $c$  en modalité  $m \in \{\text{présentiel}, \text{en ligne}, \text{hybride}\}$ .

#### 3.4 Fonction Objectif

L'objectif est de minimiser les conflits et d'équilibrer la charge à travers les différentes modalités d'enseignement, tout en maximisant l'utilisation des ressources (enseignants, salles de classe) :

$$\text{Minimiser } Z = \sum_{c \in C} \sum_{p \in P} \sum_{s \in S} \sum_{e \in E} x_{c,p,s,e} + \sum_{g \in G} \sum_{c \in C} \sum_{m \in M} y_{g,c,m}$$

### 3.5 Contraintes

- **Disponibilité des Enseignants** : Un enseignant ne peut être assigné à un cours que s'il est disponible :

$$\sum_{p \in P} \sum_{s \in S} x_{c,p,s,e} \leq \delta_{e,c}, \quad \forall e \in E, \forall c \in C$$

- **Pas de Conflits pour les Enseignants** : Un enseignant ne peut enseigner plus d'un cours en même temps :

$$\sum_{c \in C} \sum_{s \in S} x_{c,p,s,e} \leq 1, \quad \forall p \in P, \forall e \in E$$

- **Capacité des Salles** : Le nombre d'étudiants en mode présentiel ne peut excéder la capacité de la salle de classe :

$$\sum_{g \in G} \alpha_g n_g y_{g,c,\text{présentiel}} \leq q_s, \quad \forall c \in C, \forall s \in S$$

- **Modalité Unique par Groupe** : Chaque groupe d'étudiants suit un cours dans une seule modalité :

$$\sum_{m \in M} y_{g,c,m} = 1, \quad \forall g \in G, \forall c \in C$$

- **Planification des Salles** : Une salle de classe ne peut accueillir qu'un seul cours à la fois :

$$\sum_{c \in C} \sum_{e \in E} x_{c,p,s,e} \leq 1, \quad \forall p \in P, \forall s \in S$$

- **Durée du Cours** : Le nombre total de périodes attribuées à un cours doit être égal à sa durée :

$$\sum_{p \in P} \sum_{s \in S} \sum_{e \in E} x_{c,p,s,e} = d_c, \quad \forall c \in C$$

- **Exigence de Présentiel** : Les groupes d'étudiants qui doivent être présents en personne ne peuvent suivre que des cours en présentiel :

$$y_{g,c,\text{présentiel}} \leq \alpha_g, \quad \forall g \in G, \forall c \in C$$

- **Assignment Unique** : Chaque cours est attribué à une salle de classe et à un enseignant à un moment donné :

$$\sum_{s \in S} \sum_{e \in E} x_{c,p,s,e} \leq 1, \quad \forall c \in C, \forall p \in P$$

## 4 Partie 2 : Formulation en Théorie des Graphes

Le problème de planification peut également être considéré à travers le prisme de la théorie des graphes, en se concentrant particulièrement sur le coloriage de graphes et l'appariement de graphes bipartis.

### 4.1 Représentation du Graphe

- Chaque cours  $c \in C$  est représenté comme un nœud dans le graphe.
- Chaque créneau horaire  $p \in P$  est représenté comme une couleur.
- Une arête entre deux cours  $c_1$  et  $c_2$  existe s'ils partagent un conflit (même enseignant, même salle de classe ou même groupe d'étudiants).

## 4.2 Problème de Coloriage de Graphe

L'objectif est d'assigner une couleur (créneau horaire) à chaque cours de sorte que deux cours adjacents (connectés par une arête) ne partagent pas le même créneau horaire :

Minimiser le nombre de créneaux horaires  $P$  de sorte que les cours adjacents  $c_1$  et  $c_2$  ne partagent pas le même  $p$ .

Cela équivaut à trouver un coloriage correct du graphe, où chaque nœud se voit attribuer un créneau horaire et où les nœuds adjacents (cours en conflit) sont colorés différemment.

## 4.3 Appariement de Graphe Biparti

Nous pouvons également modéliser le problème de planification comme un graphe biparti, où :

- Un ensemble de nœuds représente les cours  $C$ .
- L'autre ensemble de nœuds représente les créneaux horaires  $P$ , les salles de classe  $S$ , et les enseignants  $E$ .

Des arêtes existent entre les cours et leurs créneaux horaires, salles de classe et enseignants réalisables. Le problème consiste à trouver un appariement maximal dans ce graphe biparti qui respecte toutes les contraintes, telles que la disponibilité et la capacité :

Maximiser l'appariement  $(C, P, S, E)$  afin que tous les cours soient assignés à

des créneaux horaires, salles de classe, et enseignants valides.

## 4.4 Ensembles Indépendants et Cliques

Une autre approche de la théorie des graphes consiste à trouver des ensembles indépendants et des cliques :

- Un *ensemble indépendant* est un ensemble de cours qui n'ont pas de conflit entre eux et peuvent être programmés en même temps.
- Une *clique* est un ensemble de cours où chaque paire de cours a un conflit, ce qui signifie qu'ils doivent tous être programmés à des moments différents.

L'objectif est de maximiser la taille des ensembles indépendants, ce qui permet une planification simultanée des cours, tout en minimisant le nombre de cliques, qui représentent des ensembles de cours nécessitant des créneaux horaires différents.

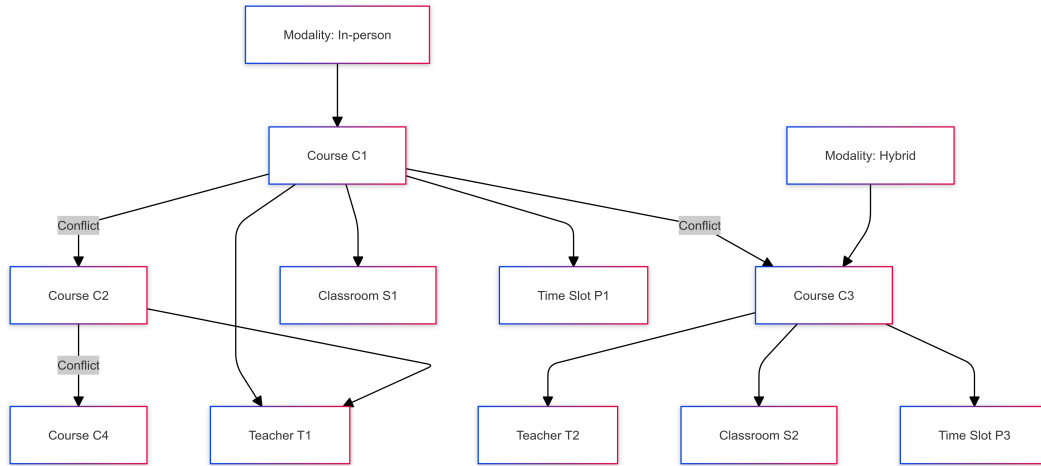


Figure 1: Illustration de la Planification des Horaires Utilisant la Théorie des Graphes

Le diagramme ci-dessus fournit une représentation simplifiée du problème de planification des horaires universitaires utilisant la théorie des graphes. Chaque cours, enseignant, salle de classe, et créneau horaire est modélisé comme un nœud, avec des relations entre eux représentées par des arêtes (connexions).

## Composantes Clés

### Cours et Conflits

- Les cours sont représentés par des nœuds (Cours C1, C2, C3, C4).
- Les arêtes entre les nœuds de cours représentent des *conflits* : deux cours ne peuvent pas être programmés en même temps parce qu'ils partagent une ressource (enseignant, salle) ou concernent le même groupe d'étudiants. Par exemple, un conflit existe entre *Cours C1* et *Cours C2*, indiquant qu'ils partagent une ressource (enseignant ou salle) ou doivent être programmés à des moments différents.

### Ressources (Enseignants et Salles de Classe)

- Chaque cours est attribué à un enseignant et à une salle de classe.
- Dans le diagramme, *Enseignant T1* est assigné à *C1* et *C2*, tandis que *Enseignant T2* est assigné à *C3* et *C4*. De même, les salles de classe *S1* et *S2* sont allouées à différents cours pour éviter les chevauchements.

### Créneaux Horaires

- Les cours sont également associés à des créneaux horaires spécifiques (par exemple, *Créneau Horaire P1, P3*), garantissant que les cours en conflit ne sont pas programmés en même temps.

### Modalités d'Enseignement

- Chaque cours est assigné à une modalité d'enseignement. Par exemple, *Cours C1* est dispensé en présentiel, tandis que *Cours C3* suit un format hybride. Cette distinction entre les modalités est cruciale, surtout dans un contexte post-pandémique où les capacités en présentiel sont souvent limitées.



## References

- [1] Le Parisien. *Pas de pause déjeuner, des cours à 7h30... Des lycéens de l'Essonne face à des emplois du temps délirants.* 5 Septembre 2024. Disponible sur : <https://www.leparisien.fr/essonne-91/pas-de-pause-dejeuner-des-cours-a-7h30-des-lyceens-de-lessonne-face-a-des-emplois-du-temps-delirant.php>
- [2] Sigward, E. *Introduction à la théorie des graphes.* Université Paris-Saclay. Mars 2002. Disponible sur : <https://www.imo.universite-paris-saclay.fr/~ruette/mathdiscretes/polygraph-Sigward.pdf>
- [3] Cousin, X. *Emploi du Temps : Problème mathématique ou problème pour la Programmation en Logique avec Contraintes ?* Rapport IRISA 494. 25 Août 2019. Disponible sur : <https://hal.science/hal-02270455/file/rapport%20IRISA%20494-sept89.pdf>
- [4] Latif, M. *Planning serré : Application de la théorie des graphes pour l'optimisation d'un emploi du temps.* 28 Mai 2019. Disponible sur : [https://mlatif.fr/files/PRES\\_TER\\_LM.pdf](https://mlatif.fr/files/PRES_TER_LM.pdf)