Algoritmos e Programação I

Pedro H A Konzen

25 de maio de 2023

Licença

Prefácio

Estas notas de aula fazem uma introdução a algoritmos e programação de computadores. Como ferramenta computacional de apoio, a linguagem computacional Python é utilizada.

Agradeço a todos e todas que de modo assíduo ou esporádico contribuem com correções, sugestões e críticas. :)

Pedro H A Konzen

Conteúdo

Capa i

Licença ii

Prefácio iii

Sumário v

1 Introdução 1

2 Linguagem de Programação 3
2.1 Computador . . . 3
2.1.1 Linguagem de programação . . . 6
2.1.2 Instalação e execução . . . 8
2.1.3 Exercícios . . . 10
2.2 Algoritmos e Programação . . . 11
2.2.1 Fluxograma . . . 12
2.2.2 Exercícios . . . 16
2.3 Dados . . . 18
2.3.1 Identificadores . . . 19
2.3.2 Alocação de dados . . . 21
2.3.3 Exercícios . . . 23
2.4 Dados Numéricos e Operações . . . 24
2.4.1 Números Inteiros . . . 27
2.4.2 Números Decimais . . . 28
2.4.3 Números Complexos . . . 30
2.4.4 Exercícios . . . 31

2.5 Dados Não-Numéricos 33
2.5.1 Exercícios 34

Respostas dos Exercícios **35**

Referências Bibliográficas **40**

Capítulo 1

Introdução

Vamos começar executando nossas primeiras **linhas de código** na linguagem de programação Python. Em um **terminal** Python digitamos

```
1   >>> print('Olá, mundo!')
```

Observamos que `>>>` é o símbolo do `prompt de entrada` e digitamos nossa **instrução** logo após ele. Para executarmos a instrução digitada, teclamos `<ENTER>`. Uma vez executada, o terminal apresentará as seguintes informações

```
1   >>> print('Olá, mundo!')
2   Olá, mundo!
3   >>>
```

Pronto! O fato do símbolo de `prompt de entrada` ter aparecido novamente, indica que a instrução foi completamente executada e o terminal está pronto para executar uma nova instrução.

A **linha de comando** executada acima pede ao computador para imprimir no `prompt de saída` a frase `Olá, mundo!`. O **método** `print` contém instruções para imprimir **objetos** em um dispositivo de saída, no caso, imprime a frase na tela do computador.

Bem! Talvez imprimir no `prompt de saída` uma frase que digitamos no `prompt de entrada` possa parecer um pouco redundante no momento. Vamos

considerar um outro exemplo, vamos computar a soma dos números ímpares entre 0 e 100. Podemos fazer isso como segue

```
1   >>> sum([i for i in range(100) if i%2 != 0])
2   2500
```

Oh! No momento, não se preocupe se não tenha entendido a linha de comando de entrada, ao longo dessas notas de aula isso vai ficando natural. A linha de comando de entrada usa o método **`sum`** para computar a soma dos elementos da **lista** de números ímpares desejada. A lista é construída de forma **iterada** e **indexada** pela **variável** `i`, para `i` no intervalo/faixa de 0 a 99, se o resto da divisão de `i` por 2 não for igual a 0. Ok! O resultado computado for de 2500.

De fato, a soma dos números ímpares de 0 a 100

$$(1, 3, 5, \ldots, 99) \tag{1.1}$$

é a soma dos 50 primeiros elementos da progressão aritmética $a_i = 1 + 2i$, $i = 0, 1, \ldots$, i.e.

$$\sum_{i=0}^{49} a_i = a_0 + a_1 + \cdots + a_{49} \tag{1.2}$$

$$= 1 + 3 + \cdots + 99 \tag{1.3}$$

$$= \frac{50(1 + 99)}{2} \tag{1.4}$$

$$= 2500 \tag{1.5}$$

como já esperado! Em Python, esta última conta pode ser computada como segue

```
1   >>> 50*(1+99)/2
2   2500.0
```

Capítulo 2

Linguagem de Programação

2.1 Computador

[YouTube] | [Vídeo] | [Áudio] | [Contatar]

Um computador[1] é um **sistema computacional** de elementos físicos (**hardware**) e elementos lógicos (**software**).

O **hardware** são suas partes mecânicas, elétricas e eletrônicas como: fonte de energia, teclado, mouse/painel tátil, monitor/tela, dispositivos de armazenagem de dados (HDD, *hard disk drive*; SSD, *solid-state drive*; RAM, *random-access memory*; etc.), dispositivos de processamento (CPU, *central processing unit*, GPU, *graphics processing unit*), conectores de dispositivos externos (microfone, caixa de som, fone de ouvido, USB, etc.), placa mãe, etc..

O **software** é toda a informação processada pelo computador, qualquer código executado e qualquer dado usado nas computações.

[1] Consulte Wikipédia: Computador para uma introdução sobre a história e outras questões sobre computadores.

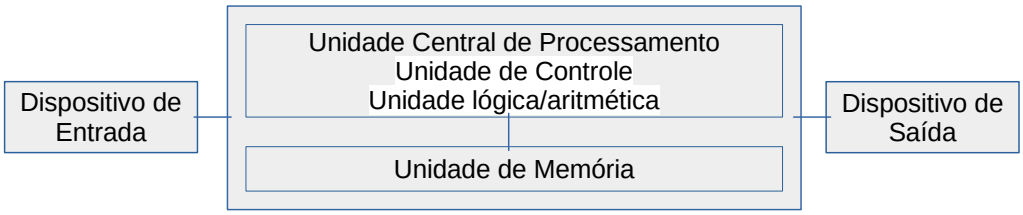


Figura 2.1: Arquitetura de computador de von Neumann.

Os computadores que comumente utilizamos seguem a arquitetura de John von Neumann[2], que consiste em dispositivo(s) de entrada de dados, unidade(s) de processamento, unidade(s) de memória e dispositivo(s) de saída de dados (Figura 2.1).

- **Dispositivos de entrada e saída**

  São elementos do computador que permitem a comunicação humana (usuária(o)) com a máquina.

  - **Dispositivos de entrada**

    São elementos que permitem o fluxo de informação da(o) usuária(o) para a máquina. Exemplos são: teclado, mouse/painel tátil, microfone, etc.

  - **Dispositivos de saída**

    São elementos que permitem o fluxo de informação da máquina para a(o) usuária(o). Exemplos são: monitor/tela, alto-falantes, luzes espia, etc.

- **Unidade central de processamento**

  A **CPU** (do inglês, *Central Processing Unit*) é o elemento de processa as informações e é composta de **unidade de controle**, **unidade lógica e aritmética** e de **memória cache**.

  - **Unidade de controle**

[2]John von Neumann, 1903 - 1957, matemático húngaro, naturalizado estadunidense. Fonte: Wikipédia.

Coordena as execuções do processador: busca e decodifica instruções, lê e escreve no *cache* e controla o fluxo de dados.

- **Unidade lógica/aritmética**

  Executa as instruções operações lógicas e aritméticas, por exemplo: executar a adição, multiplicação, testar se dois objetos são iguais, etc.

- **Memória cache**

  Memória interna da CPU muito mais rápida que as memórias RAM e dispositivos e armazenamento HDD/SSD. É um dispositivo de memória de pequena capacidade e é utilizada como memória de curto prazo e diretamente acessada.

- **Unidades de memória**

  As unidades de memória são elementos que permitem o armazenamento de dados/objetos. Como memória principal tem-se a **ROM** (do inglês, *Read Only Memory*) e a **RAM** (do inglês, *Random Access Memory*) e como memória de massa/secundária tem-se HDD, SSD, entre outras.

- **Memória ROM**

  A memória ROM é utilizada para armazenamento de dados/objetos necessários para dar início ao funcionamento do computador. Por exemplo, é onde a BIOS (dos inglês, *Basic Input/Output System*, Sistema Básico de Entrada e Saída) é armazenada. Ao ligarmos o computador este programa é iniciado e é responsável por fazer o gerenciamento inicial dos diversos dispositivos do computador e carregar o **sistema operacional** (conjunto de programas cuja função é de gerenciar os recursos do computador e controlar a execução de programas).

- **Memória RAM**

  Memória de acesso rápido utilizada para dados/objetos de uso frequente durante a execução de programas. É uma memória volátil, i.e. toda a informação guardada nela é perdida quando o computador é desligado.

- **Memória de massa/secundária**

  Memória de massa ou secundária são usadas para armazenar dados/objetos por período longo. Normalmente, são dispositivos HDD ou SSD,

os dados/objetos são guardados mesmo que o computador seja desligado e contém grande capacidade de armazenagem.

Os **software** são os elementos lógicos de um sistema computacional, são programas de computadores que contém as instruções que gerenciam o **hardware** para a execução de tarefas específicas, por exemplo, imprimir um texto, gravar áudio/vídeo, resolver um problema matemático, etc. Programar é o ato de criar programas de computadores.

2.1.1 Linguagem de programação

As informações fluem no computador codificadas como registros de *bits*[3] (sequência de zeros ou uns). Há registros de instrução e de dados. Programar diretamente por registros é uma tarefa muito difícil, o que levou ao surgimento de linguagens de programação. Uma **linguagem de programação**[4] é um método padronizado para escrever instruções para execução de tarefas no computador. As instruções escritas em uma linguagem são interpretadas e/ou compiladas por um software (interpretador ou compilador) da linguagem que decodifica as instruções em registros de instruções e dados, os quais são efetivamente executados na máquina.

Existem várias linguagens de programação disponíveis e elas são classificadas por diferentes características. Uma **linguagem de baixo nível** (por exemplo, Assembly) é aquela que se restringe às instruções executadas diretamente pelo processador, enquanto que uma **linguagem de alto nível** contém instruções mais complexas e abstratas. Estas contém sintaxe mais próxima da linguagem humana natural e permitem a manipulação de objetos mais abstratos. Exemplos de linguagens de alto nível são: Basic, Java, Javascript, MATLAB, PHP, R, C/C++, Python, etc.

Em geral, não existe uma melhor linguagem, cada uma tem suas características que podem ser mais ou menos adequadas conforme o programa que se deseja desenvolver. Por exemplo, para um site de internet, linguagens como Javascript e PHP são bastante úteis, mas não no desenvolvimento de modelagem matemática e computacional. Nestes casos, C/C++ é uma linguagem mais apropriada por conter várias estruturas de programação que facilitam a modelagem computacional de problemas científicos. Agora, R

[3] Usualmente de tamanho 64-*bits*.

[4] Código de programação, código de máquina ou linguagem de máquina.

é uma linguagem de alto nível com diversos recursos dedicados às áreas de ciências de dados e estatística. Usualmente, utiliza-se mais de uma linguagem no desenvolvimento de programas mais avançados. A ideia é de explorar o melhor de cada linguagem na criação de programas eficientes na resolução dos problemas de interesse.

Nestas notas de aula, Python é a linguagem escolhida para estudarmos algoritmos e programação. Trata-se de uma linguagem de alto nível, **interpretada**, **dinâmica** e **mutiparadigma**. Foi lançada por Guido van Rossum[5] em 1991 e, atualmente, é desenvolvida de forma comunitária, aberta e gerenciada pela ONG Python Software Foundation. A linguagem foi projetada para priorizar a legibilidade do código. Parte da filosofia da linguagem é descrita pelo poema The Zen of Python. Pode-se lê-lo pelo *easter egg* Python:

```
1   >>> import this
```

- **Linguagem interpretada**

  Python é uma linguagem interpretada. Isso significa que o **código-fonte** escrito em linguagem Python é interpretado por um programa (interpretador Python). Ao executar-se um código, o interpretador lê uma linha do código, decodifica-a como registros para o processador que os executa. Executada uma linha, o interpretador segue para a próxima até o código ter sido completadamente executado.

- **Linguagem compilada**

  Em uma linguagem compilada, como C/C++, há um programa chamado de **compilador** (em inglês, *compiler*) e outro de **ligador** (em inglês, *linker*). O primeiro, cria um programa-objeto a partir do código e o segundo gerencia sua ligação com eventuais bibliotecas computacionais que ele possa depender. O programa-objeto (também chamado de executável) pode então ser executado pela máquina.

Em geral, a execução de um programa compilado é mais rápida que a de um código interpretado. De forma simples, isso se deve ao fato de que nesse a interpretação é feita toda de uma vez e não precisa ser refeita na execução de cada linha de código, como no segundo caso. Por outro lado, a compilação de códigos-fonte grandes pode ser bastante demorada fazendo mais sentido

[5]Guido van Rossum, 1956-, matemático e programador de computadores holandês. Fonte: Wikipédia.

quando ele é compilado uma vez e o programa-objeto executado várias vezes. Além disso, linguagens interpretadas podem usar bibliotecas de programas pré-compiladas. Com isso, pode-se alcançar um bom balanceamento entre tempo de desenvolvimento e de execução do código.

O interpretador Python também pode ser usado para compilar o código para um arquivo **bytecode**, este é executado muito mais rápido do que o código-fonte em si, pois as interpretações necessárias já foram feitas. Mais adiante, vamos estudar isso de forma mais detalhada.

- **Linguagem de tipagem dinâmica**

  Python é uma linguagem de tipagem dinâmica. Nela, os dados não precisam ser explicitamente tipificados no código-fonte e o interpretador os tipifica com base em regras da própria linguagem. Ao executar operações com os dados, o interpretador pode alterar seus tipos de forma dinâmica.

- **Linguagem de tipagem estática**

  C/C++ é um exemplo de uma linguagem de tipagem estática. Em tais linguagens, os dados devem ser explicitamente tipificados no código-fonte com base nos tipos disponíveis. A retipificação pode ocorrer, mas precisa estar explicitamente definida no código.

Existem vários **paradigmas de programação** e a linguagem Python é multiparadigma, i.e. permite a utilização de mais de um no código-fonte. Exemplos de paradigmas de programação são: **estruturada**, **orientada a objetos**, **orientada a eventos**, etc.. Na maior parte destas notas de aulas, vamos estudar algoritmos para linguagens de programação estruturada. Mais ao final, vamos introduzir aspectos de linguagens orientada a objetos. Estes são paradigmas de programação fundamentais e suas estruturas são importantes na programação com demais paradigmas disponíveis em programação de computadores.

2.1.2 Instalação e execução

Python é um **software aberto**[6] e está disponível para vários sistemas operacionais (Linux, macOS, Windows, etc.) no seu site oficial

[6] Consulte a licença de uso em `https://docs.python.org/3/license.html`.

https://www.python.org/

Também, está disponível (gratuitamente) na loja de aplicativos dos sistemas operacionais mais usados. Esta costuma ser a forma mais fácil de instalá-lo na sua máquina, consulte a loja de seus sistema operacional. Ainda, há plataformas e IDEs[7] Python disponíveis, consulte, como por exemplo, Anaconda.

A execução de um código Python pode ser feita de várias formas.

- **Execução iterativa via terminal**

  Em terminal Python pode-se executar instruções/comandos de forma iterativa. Por exemplo:

```
1      >>> print('Olá, mundo!')
2      Olá, mundo!
3      >>>
```

  O símbolo `>>>` denota o **prompt de entrada**, onde uma instrução Python pode ser digitada. Após digitar, o comando é executada teclando `<ENTER>`. Caso o comando tenha alguma saída de dados, como no caso acima, esta aparecerá, por padrão, no **prompt de saída**, logo abaixo a linha de comando executada. Um novo símbolo de prompt de entrada aparece ao término da execução anterior.

- **Execução de um** *script*

  Para códigos com várias linhas de instruções é mais adequado utilizar um aquivo de *script* Python. Usando-se um editor de texto ou um IDE ditam-se as linhas de comando em um arquivo `.py`. Então, *script* pode ser executado em um terminal de seu sistema operacional utilizando-se o interpretador Python. Por exemplo, assumindo que o código for salvo do arquivo `path_to_arq/arq.py`, pode-se executá-lo em um terminal do sistema com

```
1      $ python3 path_to_arq/arq.py
```

  IDEs para Python fornecem uma ambiente integrado, contendo um campo para escrita do código e terminal Python integrado. Consulte, por exemplo, o IDE Spyder:

[7] IDE, do inglês, *Integrated Development enviroment*, ambiente de desenvolvimento integrado

https://www.spyder-ide.org/

- **Execução em um** *notebook*

  Notebooks Python são uma boa alternativa para a execução de códigos em um ambiente colaborativo/educativo. Por exemplo, Jupyter é um notebook que roda em navegadores de internet. Sua estrutura e soluções também são encontradas em notebooks online (de uso gratuito limitado) como Google Colab e Kaggle.

2.1.3 Exercícios

Exercício 2.1.1. Verifique qual a versão do sistema operacional que está utilizado em seu computador.

Exercício 2.1.2. Verifique os seguintes elementos de seu computador:

a) CPUs

b) Placa(s) gráfica(s)

c) Memória RAM

d) Armazenamento HDD/SSD.

Exercício 2.1.3. Verifique como entrar na `BIOS` de seu computador. Atenção! Não faça e salve nenhuma alteração, caso não saiba o que está fazendo. Modificações na `BIOS` podem impedir que seu computador funcione normalmente, inclusive, impedir que você inicialize seu sistema operacional.

Exercício 2.1.4. Instale Python no seu computador (caso ainda não tenha feito) e abra um terminal Python. Nele, escreva uma linha de comando que imprima no prompt de saída a frase "Olá, meu Python!".

Exercício 2.1.5. Instale o Spyder no seu computador (caso ainda não tenha feito) e use-o para escrever o seguinte *script*

```
1 import math as m
2 print(f'Número pi = {m.pi}')
3 print(f'Número de Euler e = {m.e}')
```

Também, execute o *script* diretamente em um terminal de seu sistema operacional.

Exercício 2.1.6. Use um *notebook* Python para escrever e executar o código do exercício anterior.

2.2 Algoritmos e Programação

Programar é criar um programa (um *software*) para ser executado em computador. Para isso, escreve-se um código em uma linguagem computacional (por exemplo, em Python), o qual é interpretado/compilado para gerar o programa final. Linguagens computacionais são técnicas, utilizam uma sintaxe simples, precisa e sem ambiguidades. Ou seja, para criarmos um programa com um determinado objetivo, precisamos escrever um código computacional técnico, que siga a sintaxe da linguagem escolhida e sem ambiguidades.

Um **algoritmo** pode ser definido uma sequencia ordenada e sem ambiguidade de passos para a resolução de um problema.

Exemplo 2.2.1. O cálculo da área de um triângulo de base e altura dadas por ser feito com o seguinte algoritmo:

1. Informe o valor da base b.
2. Informe o valor da altura h.
3. $a \leftarrow \dfrac{b \cdot h}{2}$.
4. Imprima o valor de a.

Algoritmos para a programação são pensados para serem facilmente transformados em códigos computacionais. Por exemplo, o algoritmo acima pode ser escrito em Python como segue:

```
1 b = float(input('Informe o valor da base.\n'))
2 h = float(input('Informe o valor da altura.\n'))
3 # cálculo da área
4 a = b*h/2
5 print(f'Área = {a}')
```

Para criar um programa para resolver um dado problema, começamos desenvolvendo um algoritmo para resolvê-lo, este algoritmo é implementado na linguagem computacional escolhida, a qual gera o programa final. Aqui, o passo mais difícil costuma ser o desenvolvimento do algoritmo. Precisamos pensar em como podemos resolver o problema de interesse em uma sequência de passos ordenada e sem ambiguidades para que possamos implementá-los em computador.

Um algoritmo deve ter as seguintes propriedades:

- Cada passo deve estar bem definido, i.e. não pode conter ambiguidades.
- Cada passo deve contribuir de forma efetiva na solução do problema.
- Deve ter número finito de passos que podem ser computados em um tempo finito.

Observação 2.2.1. A primeira pessoa a publicar um algoritmo para programação foi Augusta Ada King[8]. O algoritmo foi criado para computar os números de Bernoulli[9].

2.2.1 Fluxograma

Fluxograma é uma representação gráfica de um algoritmo. Entre outras, usam-se as seguintes formas para representar tipos de ações a serem executadas:

- **Terminal**: início ou final do algoritmo.

- **Linha de fluxo**: direciona para a próxima execução.

[8] Augusta Ada King, 1815 - 1852, matemática e escritora inglesa. Fonte: Wikipédia.
[9] Jacob Bernoulli, 1655-1705, matemático suíço. Fonte: Wikipédia.

- **Entrada**: leitura de informação/dados.

- **Processo**: ação a ser executada.

- **Decisão**: ramificação do processamento baseada em uma condição.

- **Saída**: impressão de informação/dados.

Exemplo 2.2.2. O método de Heron[10] é um algoritmo para o cálculo aproximado da raiz quadrada de um dado número x, i.e. $\sqrt{x}$. Consiste na iteração

$$s^{(0)} = \text{approx. inicial}, \tag{2.1}$$

[10]Heron de Alexandria, 10 - 80, matemático e inventor grego. Fonte: Wikipédia.

$$s^{(i+1)} = \frac{1}{2}\left(s^{(i)} + \frac{x}{s^{(i)}}\right), \tag{2.2}$$

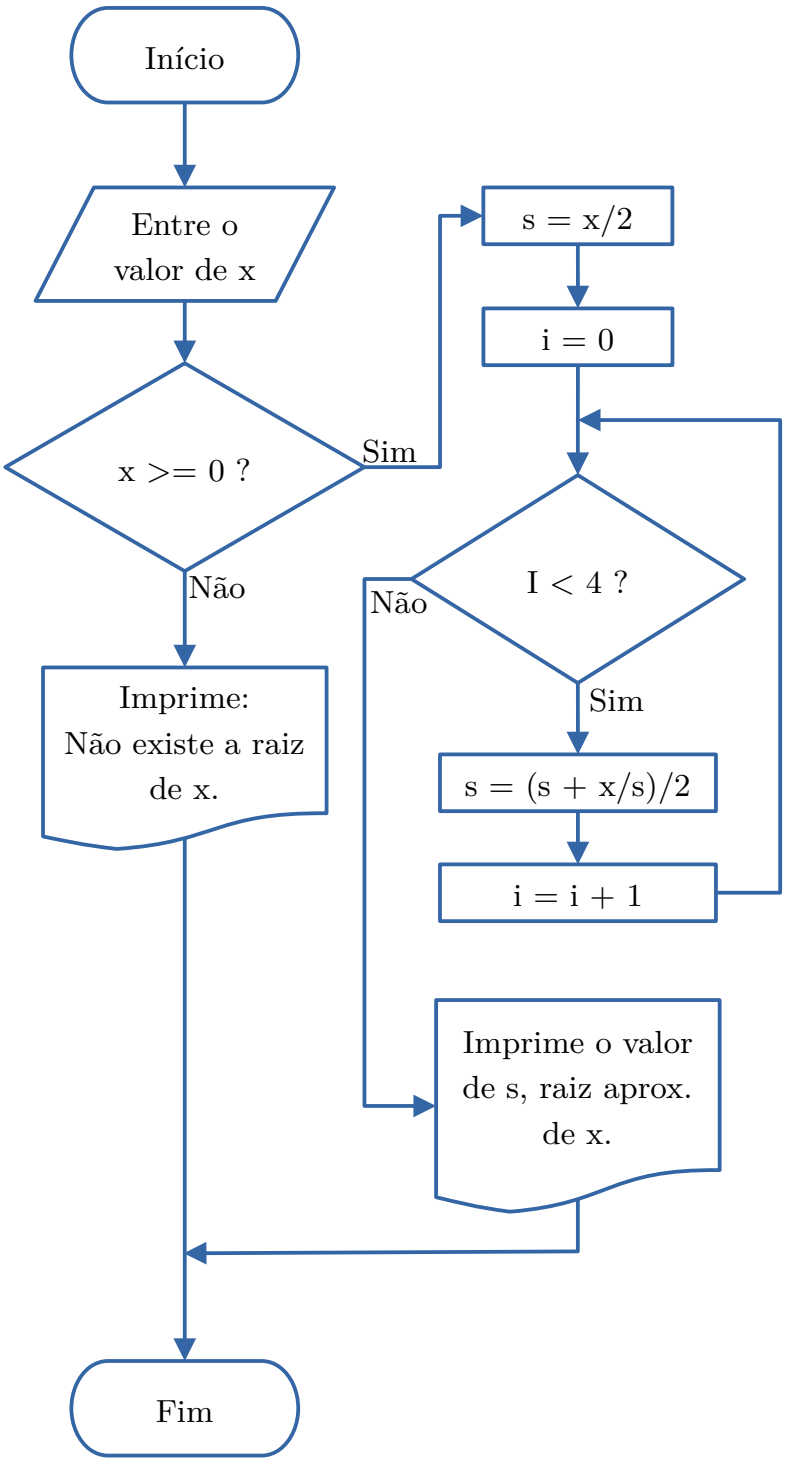
para $i = 0,1,2,\ldots,n$, onde n é o número de iterações calculadas.

Na sequência, temos um algoritmo e seus fluxograma e código Python para computar a quarta aproximação de $\sqrt{x}$, assumindo $s^{(0)} = x/2$ como aproximação inicial.

- **Algoritmo**

  1. Entre o valor de x.
  2. Se $x \geq 0$, faça:
     (a) $s \leftarrow x/2$
     (b) Para $i = 0,1,2,3$, faça:
        i. $s \leftarrow (s + x/s)/2$.
     (c) Imprime o valor de s.
  3. Senão, faça:
     (a) Imprime mensagem "Não existe!".

- **Fluxograma**



- **Código Python**

Código 2.1: metHeron.py

```
1 x = float(input('Entre com o valor de x: '))
2 if (x >= 0.):
3     s = x/2
4     for i in range(4):
5         s = (s + x/s)/2
6     print(f'Raiz aprox. de x = {s}')
7 else:
8     print(f'Não existe!')
```

O algoritmo apresentado acima tem um *bug* (um erro)! Consulte o Exercício 2.2.9.

Algoritmos escritos em uma forma próxima de uma linguagem computacional são, também, chamados de **pseudocódigos**. Na prática, pseudocódigos e fluxogramas são usados para apresentar uma forma mais geral e menos detalhada de um algoritmo. Usualmente, sua forma detalhada é escrita diretamente em uma linguagem computacional escolhida.

2.2.2 Exercícios

Exercício 2.2.1. Escreva um algoritmo/pseudocódigo e um fluxograma correspondente para o calcular a média aritmética entre dois números x e y dados. Como desafio, tente escrever um código Python baseado em seu algoritmo.

Exercício 2.2.2. Escreva um algoritmo/pseudocódigo e um fluxograma correspondente para o calcular a área de um quadrado de lado l dado. Como desafio, tente escrever um código Python baseado em seu algoritmo.

Exercício 2.2.3. Escreva um algoritmo/pseudocódigo e um fluxograma correspondente para o calcular a área de um retângulo de lados a, b dados. Como desafio, tente escrever um código Python baseado em seu algoritmo.

Exercício 2.2.4. Escreva um algoritmo/pseudocódigo e um fluxograma correspondente para o calcular triângulo retângulo de hipotenusa h e um dos

lados l dados. Como desafio, tente escrever um código Python baseado em seu algoritmo.

Exercício 2.2.5. Escreva um algoritmo/pseudocódigo e um fluxograma correspondente para o calcular o zero de uma função afim

$$f(x) = ax + b \tag{2.3}$$

dados, os coeficientes a e b. Como desafio, tente escrever um código Python baseado em seu algoritmo.

Exercício 2.2.6. Escreva um algoritmo/pseudocódigo e um fluxograma correspondente para o calcular as raízes reais de um polinômio quadráticos

$$p(x) = ax^2 + bx + c \tag{2.4}$$

dados, os coeficientes a, b e c. Como desafio, tente escrever um código Python baseado em seu algoritmo.

Exercício 2.2.7. A Série Harmônica é defina por

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} := \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots \tag{2.5}$$

Escreva um algoritmo/pseudocódigo e um fluxograma corresponde para calcular o valor da série harmônica truncada em $k = n$, com n dado. Ou seja, dado n, o objetivo é calcular

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k} := \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n}. \tag{2.6}$$

Exercício 2.2.8. O número de Euler[11] pode ser definido pela série

$$e := \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} \tag{2.7}$$

$$= \frac{1}{0!} + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} + \cdots \tag{2.8}$$

[11] Leonhard Paul Euler, 1707-1783, matemático e físico suíço. Fonte: Wikipédia.

Escreva um algoritmo/pseudocódigo e um fluxograma corresponde para calcular o valor aproximado de e dado pelo truncamento da série em $k = 4$, i.e. o objetivo é de calcular

$$e \approx \sum_{k=0}^{4} \frac{1}{k!} \tag{2.9}$$

$$= \frac{1}{0!} + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} \tag{2.10}$$

$$= \frac{1}{1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}. \tag{2.11}$$

Exercício 2.2.9. O algoritmo construído no Exemplo 2.2.2 tem um *bug* (um erro). Identifique o *bug* e proponha uma nova versão para corrigir o problema. Então, apresente o fluxograma da nova versão do algoritmos. Como desafio, busque implementá-lo em Python.

2.3 Dados

Informação é resultante do processamento, manipulação e organização de **dados** (altura, quantidade, volume, intensidade, densidade, etc.). Programas de computadores processam, manipulam e organizam **dados computacionais**. Os dados computacionais são representações em máquina de dados "reais". De certa forma, todo dado é uma abstração e, para ser utilizado em um programa de computador, precisa ser representado em máquina.

Cada dado manipulado em um programa é identificado por um **nome**, chamado de **identificador**. Podem ser variáveis, constantes, funções/métodos, entre outros.

- **Variável**

  Objetos de um programa que armazenam dados que podem mudar de valor durante a sua execução.

- **Constantes**

  Objetos de um programa que não mudam de valor durante a sua execução.

- **Funções e métodos**

  Subprogramas definidos e executados em um programa.

2.3.1 Identificadores

Um identificador é um nome atribuído para a identificação inequívoca de dados que são manipulados em um programa.

Exemplo 2.3.1. Vamos desenvolver um programa que computa o ponto de interseção da reta de equação

$$y = ax + b \tag{2.12}$$

com o eixo x (consulte a Figura 2.2).

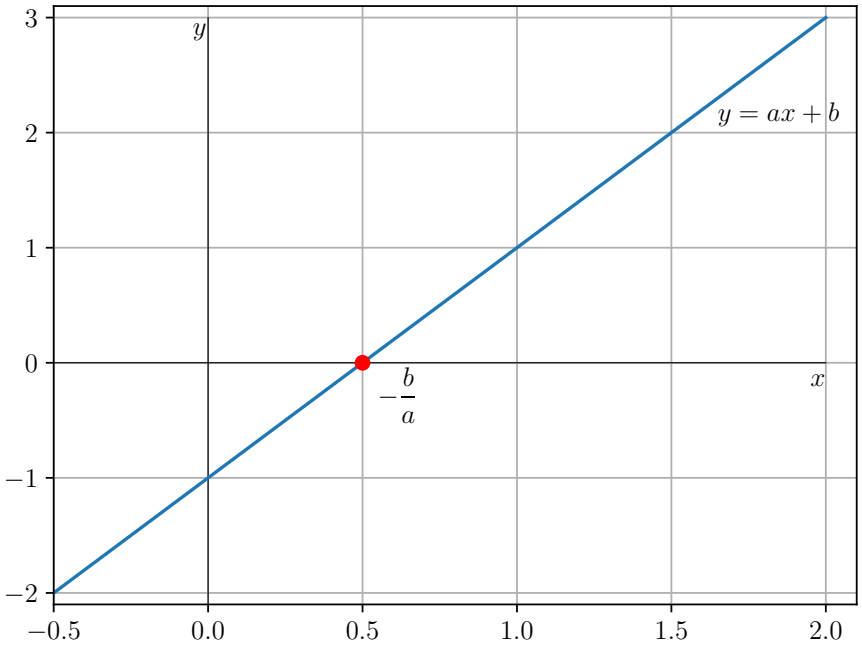


Figura 2.2: Esboço da reta de equação $y = ax + b$, com $a = 2$ e $b = -1$.

O ponto x em que a reta intercepta o eixo das abscissas é

$$x = -\frac{b}{a} \tag{2.13}$$

Assumindo que $a = 2$ e $b = -1$, segue um algoritmo para a computação.

1. Atribui o valor do **coeficiente angular**:

$$a \leftarrow 2. \tag{2.14}$$

2. Atribui o valor do **coeficiente linear**:

$$b \leftarrow -1. \tag{2.15}$$

3. Computa e armazena o valor do **ponto de interseção com o eixo** x:

$$x \leftarrow -\frac{b}{a}. \tag{2.16}$$

4. Imprime o valor de x.

No algoritmo acima, os identificados utilizados foram: a para o **coeficiente angular**, b para o **coeficiente linear** e x para o **ponto de interseção com o eixo x**.

Em Python, os identificadores são sensíveis a letras maiúsculas e minúsculas (em inglês, *case sensitive*), i.e. o identificador `nome` é diferente dos `Nome`, `NoMe` e `NOME`. Por exemplo:

```
1 >>> a = 7
2 >>> print(A)
3 Traceback (most recent call last):
4   File "<stdin>", line 1, in <module>
5 NameError: name 'A' is not defined. Did you mean: 'a'?
```

Para melhorar a legibilidade de seus códigos, recomenda-se utilizar identificadores com nomes compostos que ajudem a lembrar o significado do dado a que se referem. No exemplo acima (Exemplo 2.3.1), a representa o **coeficiente angular** da reta e um identificar apropriado seria `coefAngular` ou `coef_angular`.

Identificadores não podem conter caracteres especiais (`*`, `&`, `%`, `ç`, acentuações, etc.), espaços em branco e começar com número. As seguintes convenções para identificadores com nomes compostos são recomendadas:

- **lowerCamelCase**: `nomeComposto`
- **UpperCamelCase**: `NomeComposto`
- **snake**: `nome_composto`

Alguns identificadores são palavras reservadas pela linguagem, pois representam dados pré-definidos nela. Veja a lista de identificadores reservados em Python Docs: Lexical Analysis: Keywords.

Exemplo 2.3.2. O algoritmo construído no Exemplo 2.3.1 pode ser implementado como segue:

```
1 coefAngular = 2
2 coefLinear = -1
3 intercepEixoX = -coefLinear/coefAngular
4 print(intercepEixoX)
```

2.3.2 Alocação de dados

Como estudamos acima, alocamos e referenciamos dados na memória do computador usando identificadores. Em Python, ao executarmos a instrução

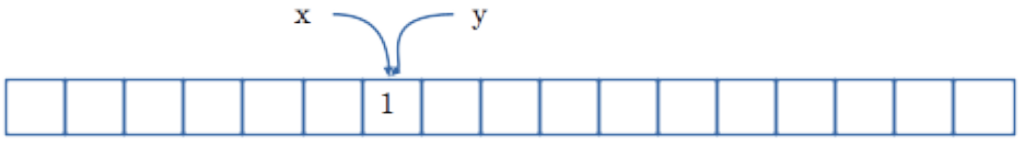
```
1 >>> x = 1
```

estamos criando um **objeto** na memória com valor 1 e `x` é uma referência para este dado alocado na memória. Pode-se imaginar a memória computacional como um sequência de caixinhas, de forma que `x` será a identificação da caixinha onde o valor 1 foi alocado.

Agora, quando executamos a instrução

```
1 >>> y = x
```

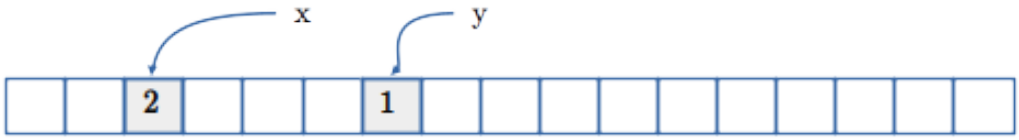
o identificador `y` passa a referenciar o mesmo local de memória de `x`.



Na sequência, se atribuirmos um novo valor para `x`

```
1 >>> x = 2
```

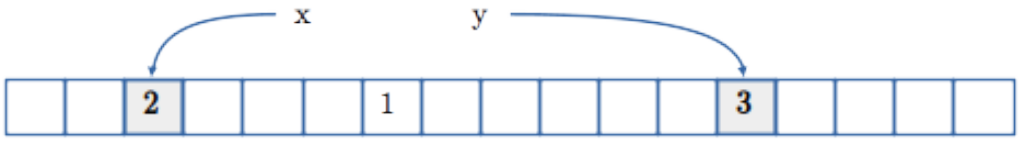
este será alocado em um novo local na memória e `x` passa a referenciar este novo local.



Ainda, se atribuirmos um novo valor para `y`

```
1 >>> y = 3
```

este será alocado em um novo local na memória e `y` passa a referenciar este novo local. O local de memória antigo, em que o valor 2 está alocado, passa a ficar novamente disponível para o sistema operacional.



Observação 2.3.1. O método Python `id` retorna a identidade (endereço da caixinha) de um objeto. Essa identidade deve ser única e constante para cada objeto.

```
1 >>> x = 1
2 >>> id(x)
3 139779845161200
4 >>> y = x
5 >>> id(y)
6 139779845161200
```

```
>>> x = 2
>>> id(x)
139779845161232
>>> id(y)
139779845161200
>>> y = 3
>>> id(y)
139779845161264
```

Exemplo 2.3.3. (Troca de Variáveis/Identificadores.) Em várias situações, faz-se necessário permutar dados entre dois identificadores. Sejam

```
x = 1
y = 2
```

Agora, queremos permutar os dados, ou seja, queremos que `y` tenha o valor 1 e `x` o valor 2. Podemos fazer isso utilizando uma variável auxiliar (em inglês, *buffer*).

```
z = x
x = y
y = z
```

Verifique!

2.3.3 Exercícios

Exercício 2.3.1. Proponha identificadores adequados à linguagem Python baseados nos seguintes nomes:

a) Área

b) Perímetro do quadrado

c) Cateto+Cateto

d) Número de elementos do conjunto A

e) 77 lados

f) $f(x)$

g) x^2

h) $13x$

Exercício 2.3.2. No Exemplo 2.2.1, apresentamos um código Python para o cálculo da área de um triângulo. Reescreva o código trocando seus identificadores por nomes mais adequados.

Exercício 2.3.3. O seguinte código Python tem um erro:

```
1 x = 1
2 y = X + 1
```

Identifique-o e apresente uma nova versão código corrigido.

Exercício 2.3.4. Faça uma representação gráfica da alocação de memória que ocorre para cada uma das instruções Python do Exemplo 2.3.3 na troca de variáveis. Ou seja, para a seguinte sequência de instruções:

```
1 x = 1
2 y = 2
3 z = x
4 x = y
5 y = z
```

Exercício 2.3.5. No Exemplo 2.3.3 fazemos a permutação entre as variáveis `x` e `y` usando um *buffer* `z` para guardar o valor de `x`. Se, ao contrário, usarmos o *buffer* para guardar o valor de `y`, como fica o código de permutação entre as variáveis?

2.4 Dados Numéricos e Operações

Números são tipos de dados comumente manipulados em programas de computador. Números inteiros e não inteiros são tratados de forma diferente. Mas, antes de discorrermos sobre essas diferenças, vamos estudar operadores numéricos básicos.

Operações Numéricas Básicas

As seguintes operações numéricas estão disponíveis na linguagem Python:

- **`+`: adição**

```
1 >>> 1 + 2
2 3
```

- **`-`: subtração**

```
1 >>> 1 - 2
2 -1
```

- **`*`: multiplicação**

```
1 >>> 2*3
2 6
```

- **`/`: divisão**

```
1 >>> 5/2
2 2.5
```

- **`//`: divisão inteira**

```
1 >>> 5//2
2 2
```

- **`%`: resto da divisão**

```
1 >>> 5 % 2
2 1
```

A precedência das operações deve ser observada em Python. Uma expressão é executada da esquerda para a direita, mas os operadores tem a seguinte precedência[12]:

1. **`-x`: oposto de** x
2. `**`
3. `*`, `/`, `//`, `%`
4. `+`, `-`

[12] Consulte a lista completa de operadores e suas precedências em Python Docs: Expressions: Operator precedence.

Utilizamos parênteses para impor uma precedência diferente, i.e. expressões entre parênteses `()` são executadas antes das demais.

Exemplo 2.4.1. Estudamos a seguinte computação:

```
1 >>> 2+8*3/2**2-1
2 7.0
```

Uma pessoa desavisada poderia pensar que o resultado está errado, pois

$$2 + 8 = 10, \tag{2.17}$$
$$10 \cdot 3 = 30, \tag{2.18}$$
$$30 \div 2 = 15, \tag{2.19}$$
$$15^2 = 225, \tag{2.20}$$
$$225 - 1 = 224. \tag{2.21}$$

Ou seja, o resultado não deveria ser 224? Não, em Python, a operação de potenciação `**` tem a maior precedência, depois vem as de multiplicação `*` e divisão `/` (com a mesma precedência, sendo que a mais a esquerda é executada primeiro) e, por fim, vem as de adição `+` e subtração `-` (também com a mesma precedência entre si). Ou seja, a instrução acima é computada na seguinte ordem:

$$2^2 = 4, \tag{2.22}$$
$$8 \cdot 3 = 24, \tag{2.23}$$
$$24 \div 4 = 6, \tag{2.24}$$
$$2 + 6 = 8, \tag{2.25}$$
$$8 - 1 = 7. \tag{2.26}$$

Para impormos um ordem diferente de precedência, usamos parêntese. No caso acima, escrevemos

```
1 >>> ((2 + 8)*3/2)**2 - 1
2 224.0
```

O uso de espaços entre os operandos,em geral, é arbitrário, mas conforme utilizados podem dificultar a legibilidade do código.

Exemplo 2.4.2. Consideramos a seguinte expressão

```
>>> 2 *- 3 + 2
-4
```

Essa expressão é computada na seguinte ordem:

$$-3 = -3 \tag{2.27}$$
$$2 \cdot (-3) = -6 \tag{2.28}$$
$$-6 + 2 = -4 \tag{2.29}$$

Observamos que ela seria melhor escrita da seguinte forma:

```
>>> 2*-3 + 2
-4
```

2.4.1 Números Inteiros

Em Python, números inteiros são alocados por registros com um número arbitrário de *bits*. Com isso, os maior e menor números inteiros que podem ser alocados dependem da capacidade de memória da máquina. Quanto maior ou menor o número inteiro, mais *bits* são necessários para alocá-lo.

Exemplo 2.4.3. O método Python `sys.getsizeof()` retorna o tamanho de um objeto medido em *bytes* (1 *byte* = 8 *bits*).

```
>>> import sys
>>> sys.getsizeof(0)
24
>>> sys.getsizeof(1)
28
>>> sys.getsizeof(100)
28
>>> sys.getsizeof(10**9)
28
>>> sys.getsizeof(10**100)
32
>>> sys.getsizeof(10**100) #googol
72
```

O número googol 10^{100} é um número grande[13], mas 72 *bytes* não neces-

[13]Por exemplo, o número total de partículas elementares em todo o universo observável é estimado em 10^80. Fonte: Wikipédia: Eddington number.

sariamente. Um computador com 4 Gbytes[14] livres de memória, poderia armazenar um número inteiro que requer um registro de até $4{,}3 \times 10^9$ *bytes*.

Observação 2.4.1. O método Python type() retorna o tipo de objeto alocado. Números inteiros são objetos da classe `int`.

```
>>> type(10)
<class 'int'>
```

2.4.2 Números Decimais

No Python, números decimais são alocados pelo padrão IEEE 774 de aritmética em ponto flutuante. Em geral, são usados 64 *bits* = 8 *bytes* para alocar um número decimal. Um ponto flutuante tem a forma

$$x = \pm m \cdot 2^{c-1023}, \tag{2.30}$$

onde m é chamada de mantissa (e é um número no intervalo [1,2)) e $c \in [0, 2047]$ é um número inteiro chamado de característica do ponto flutuante. A mantissa usa 53 *bits*, a característica 11 bits e 1 *bit* é usado para o sinal do número.

```
>>> import sys
>>> sys.float_info
sys.float_info(max=1.7976931348623157e+308,
               max_exp=1024,
               max_10_exp=308,
               min=2.2250738585072014e-308,
               min_exp=-1021,
               min_10_exp=-307,
               dig=15,
               mant_dig=53,
               epsilon=2.220446049250313e-16,
               radix=2,
               rounds=1)
```

Vamos denotar `fl(x)` o número em ponto flutuante mais próximo do número decimal `x` dado. Quando digitamos

```
>>> x = 0.1
```

[14] 1 *Gbytes* = 1024 *Mbytes*, 1 *Mbytes* = 1024 *Kbytes*, 1 *Kbytes* = 1024 *bytes*.

O valor alocado na memória da máquina não é `0.1`, mas, sim, o `fl(x)`. Normalmente, o **épsilon de máquina** $\varepsilon = 2{,}22 \times 10^{-16}$ é uma boa aproximação para o erro (de arredondamento) entre `x` e `fl(x)`.

Notação Científica

A **notação científica** é a representação de um dado número na forma

$$d_n \dots d_2 d_1 d_0, d_{-1} d_{-2} d_{-3} \dots \times 10^E, \tag{2.31}$$

onde d_i, $i = n, \dots, 1, 0, -1, \dots$, são algarismos da base 10. A parte à esquerda do sinal $\times$ é chamada de mantissa do número e E é chamado de expoente (ou ordem de grandeza).

Exemplo 2.4.4. O número 31,515 pode ser representado em notação científica das seguintes formas

$$\begin{aligned} 31{,}415 \times 10^0 &= 3{,}1415 \times 10^1 && (2.32)\\ &= 314{,}15 \times 10^{-1} && (2.33)\\ &= 0{,}031415 \times 10^3, && (2.34) \end{aligned}$$

entre outras tantas possibilidades.

Em Python, usa-se a letra `e` para separar a mantissa do expoente na notação científica. Por exemplo

```
>>> # 31.415 X 10^0
>>> 31.415e0
31.515
>>> # 3.1415 X 10^1
>>> 3.1415e1
31.515
>>> # 314.15 X 10^-1
>>> 314.15e-1
31.515
>>> # 0.031415 X 10^3
>>> 0.031415e3
31.415
```

No exemplo anterior (Exemplo 2.4.4), podemos observar que a representação em notação científica de um dado número não é única. Para contornar

isto, introduzimos a **notação científica normalizada**, a qual tem a forma

$$d_0{,}d_{-1}d_{-2}d_{-3}\ldots \times 10^E, \tag{2.35}$$

com $d_0 \neq 0$[15].

Exemplo 2.4.5. O número 31,415 representado em notação científica normalizada é $3{,}1415 \times 10^1$.

Em Python, podemos usar o método `format` para imprimir um número em notação científica normalizada. Por exemplo, temos

```
1  >>> x = 31.415
2  >>> print(f"{x:e}")
3  3.141500e+01
```

2.4.3 Números Complexos

Python tem números complexos como um tipo básico da linguagem. O número imaginário $i := \sqrt{-1}$ é representado por `1j`. Temos

```
1  >>> 1j**2
2  (-1+0j)
```

Ou seja, $i^2 = -1 + 0i$. Aritmética de números completos está diretamente disponível na linguagem.

Exemplo 2.4.6. Estudamos os seguintes casos:

a) $-3i + 2i = -i$

```
1  >>> -3j + 2j
2  -1j
```

b) $(2 - 3i) + (4 + i) = 6 - 2i$

```
1  >>> 2-3j + 4+1j
2  (6-2j)
```

c) $(2 - 3i) \cdot (4 + i) = 11 - 10i$

```
1  >>> (2-3j)*(4+1j)
2  (11-10j)
```

[15] No caso do número zero, temos $d_0 = 0$.

2.4.4 Exercícios

Exercício 2.4.1. Desenvolva um código Python para computar a interseção com o eixo das abscissas da reta de equação

$$y = 2ax - b. \tag{2.36}$$

Em seu código, aloque $a = 2$ e $b = 8$ e então compute o ponto de interseção x.

Exercício 2.4.2. Assuma que o seguinte código Python

```
1 a = 2
2 b = 8
3 x = b/2*a
4 print("x = ", x)
```

tenha sido desenvolvido para computar o ponto de interseção com o eixo das abscissas da reta de equação

$$y = 2ax - b \tag{2.37}$$

O código acima contém um erro, qual é? Identifique-o, corrija-o e justifique sua resposta.

Exercício 2.4.3. Desenvolva um código Python para computar a média aritmética entre dois números x e y dados.

Exercício 2.4.4. Uma disciplina tem o seguinte critério de avaliação:

1. Trabalho: nota com peso 3.
2. Prova: nota com peso 7.

Desenvolva um código Python que compute a nota final, dadas as notas do trabalho e da prova (em escala de $0 - 10$) de um estudante.

Exercício 2.4.5. Desenvolva um código Python para computar as raízes reais de uma equação quadrática

$$ax^2 + bx + c = 0. \tag{2.38}$$

Assuma dados os parâmetros $a = 2$, $b = -2$ e $c = -12$.

Exercício 2.4.6. Encontre a quantidade de memória disponível em seu computador. Quantos *bytes* seu programa poderia alocar de dados caso conseguisse usar toda a memória disponível no momento?

Exercício 2.4.7. Escreva os seguintes números em notação científica normalizada e entre com eles em um terminal Python:

a) 700

b) 0,07

c) 2800000

d) 0,000019

Exercício 2.4.8. Escreva os seguintes números em notação decimal:

1. $2{,}8 \times 10^{-3}$
2. $8{,}712 \times 10^{4}$
3. $3{,}\hat{3} \times 10^{-1}$

Exercício 2.4.9. Faça os seguintes cálculos e então verifique os resultados computando-os em Python:

1. $5 \times 10^3 3 \times 10^2$
2. $8{,}1 \times 10^{-2} - 1 \times 10^{-3}$
3. $(7 \times 10^4) \cdot (2 \times 10^{-2})$
4. $(7 \times 10^{-4}) \div (2 \times 10^2)$

Exercício 2.4.10. Faça os seguintes cálculos e verifique seus resultados computando-os em Python:

1. $(2 - 3i) + (2 - i)$
2. $(1 + 2i) - (1 - 3i)$

3. $(2 - 3i) \cdot (-4 + 2i)$
4. $(1 - i)^3$

Exercício 2.4.11. Desenvolva um código Python que computa a área de um quadrado de lado l dado. Teste-o com $l = 0{,}575$ e assegure que seu código forneça o resultado usando notação decimal.

Exercício 2.4.12. Desenvolva um código Python que computa o comprimento da diagonal de um quadrado de lado l dado. Teste-o com $l = 2$ e assegure que seu código forneça o resultado em notação científica normalizada.

Exercício 2.4.13. Assumindo que $a_1 \neq a_2$, desenvolva um código Python que compute o ponto (x_i, y_i) que corresponde a interseção das retas de equações

$$y = a_1 x + b_1 \tag{2.39}$$
$$y = a_2 x + b_2, \tag{2.40}$$

para a_1, a_2, b_1 e b_2 parâmetros dados. Teste-o para o caso em que $a_1 = 1$, $a_2 = -1$, $b_1 = 1$ e $b_2 = -1$. Garanta que seu código forneça a solução usando notação científica normalizada.

2.5 Dados Não-Numéricos

Em construção ...

Dados Booleanos

Em construção ...

Cadeia de Caracteres

Em construção ...

Outros Dados

Em construção ...

2.5.1 Exercícios

Em construção ...

Resposta dos Exercícios

Exercício 2.1.1. Dica: Em Linux, `$ uname --all` ou `$ cat /etc/version`.

Exercício 2.1.2. Dica: Em Linux: `$ lshw`

Exercício 2.1.3. Dica: cada computador tem sua forma de acessar a `BIOS`. Verifique o manual ou busque na internet pela marca e modelo de seu computador.

Exercício 2.1.4.

```
1 >>> print('Olá, meu Python!')
2 Olá, meu Python!
3 >>>
```

Exercício 2.1.6. Dica: use um notebook online Google Colab, Kaggle ou Jupyter.

Exercício 2.2.9. Dica: o *bug* ocorre quando $x = 0$.

Exercício 2.3.1. a) `area`; b) `perimetroQuad`; c) `somaCatetos`; d) `numElemA`; e) `lados77`; f) `fx`; g) `x2`; h) `xv13`

Exercício 2.3.2.

```
1 base = float(input('Informe o valor da base.\n'))
2 altura = float(input('Informe o valor da altura.\n'))
```

```
3 # cálculo da área
4 area = base * altura /2
5 print(f'Área = {area}')
```

Exercício 2.3.3. Erro: variável X não foi definida.

```
1 x = 1
2 y = x + 1
```

Exercício 2.3.5.

```
1     x = 1
2     y = 2
3     z = y
4     y = x
5     x = z
6     print(x, y)
7     2 1
```

Exercício 2.4.1.

```
1    a = 2
2    b = 8
3    x = b/(2*a)
4    print("x = ", x)
```

Exercício 2.4.2. Erro na linha 3. As operações não estão ocorrendo na precedência correta para fazer a computação desejada. Correção: `x = b/(2*a)`.

Exercício 2.4.3. x = 3 y = 9 media = (x + y)/2 print('média = ', media)

Exercício 2.4.4.

```
1 notaTrabalho = 8.5
2 notaProva = 7
3 notaFinal = (notaTrabalho*3 + notaProva*7)/10
4 print('Nota final = ', notaFinal)
```

Exercício 2.4.5.

```
1 a = 2
2 b = -2
3 c = -12
4 delta = b**2 - 4*a*c
5 x1 = (-b - delta**(1/2))/(2*a)
6 print('x1 = ', x1)
7 x2 = (-b + delta**(1/2))/(2*a)
8 print('x2 = ', x2)
```

Exercício 2.4.6. Dica: seu sistema operacional deve ter um gerenciador de tarefas, um *software* que nos permite controlar a execução dos programas em execução. Este gerenciador muitas vezes também informa o estado de utilização da memória computacional. No `Linux`, pode-se usar o programa `top` ou o `htop`.

Exercício 2.4.7. a) 7×10^{2}, `>>> 7e2`; b) 7×10^{-2}, `7e-2`; c) $2{,}8\times10^{6}$, `2.8e6`; d) 1.9×10^{-5}, `1.9e-5`

Exercício 2.4.8. a) 0.0028; b) 87120; c) $0{,}\hat{3}$

Exercício 2.4.9. a) $5{,}3\times10^{3}$;

```
1 >>> x = 5e3 + 3e2
2 >>> print(f'{x:e}')
3 5.300000e+03
```

b) 8×10^{-2}

```
1 >>> x = 8.1e-2 - 1e-3
2 >>> print(f'{x:e}')
```

c) $1{,}4\times10^{3}$

```
1 >>> x = 7e4 * 2e-2
2 >>> print(f'{x:e}')
3 1.400000e+03
```

d) $3{,}5\times10^{-6}$

```
>>> x = 7e-4 / 2e2
>>> print(f'{x:e}')
3.500000e-06
```

Exercício 2.4.10. a) $3 + 7i$

```
>>> (1+8j) + (2-1j)
(3+7j)
```

b) $5i$

```
>>> (1+2j) - (1-3j)
5j
```

c) $-2 + 16i$

```
>>> (2-3j) * (-4+2j)
(-2+16j)
```

d) $-2 - 2i$

```
>>> (1-1j)**3
(-2-2j)
```

Exercício 2.4.11.

```
lado = 0.575
area = lado**2
print(f'área = {area:f}')
```

Exercício 2.4.12.

```
lado = 2
diag = lado*2**(1/2)
print(f'diagonal = {diag:e}')
```

Exercício 2.4.13.

```
# parametros
a1 = 1
```

```
3  a2 = -1
4  b1 = 1
5  b2 = -1
6  # ponto x de interseção
7  x_intercep = (b2-b1)/(a1-a2)
8  # ponto y de interceção
9  y_intercep = a1*x_intercep + b1
10 # imprime o resultado
11 print(f'x_i = {x_intercep:e}')
12 print(f'y_i = {y_intercep:e}')
```

Bibliografia

[1] S. L. Banin. *Python 3 - Conceitos e Aplicações - Uma Abordagem Didática*. Saraiva, São Paulo, 2021.

[2] T. Cormen. *Algoritmos - Teoria e Prática*. Grupo GEN, São Paulo, 2012.

[3] T. Cormen. *Desmitificando Algoritmos*. Grupo GEN, São Paulo, 2021.

[4] J. Grus. *Data Science do Zero*. Alta Books, Rio de Janeiro, 2021.

[5] J. A. Ribeiro. *Introdução à Programação e aos Algoritmos*. LTC, São Paulo, 2021. Acesso pelo SABi+/UFRGS: https://bit.ly/42Z4VFC.

[6] R. Wazlawick. *Introdução a Algoritmos e Programação com Python - Uma Abordagem Dirigida por Testes*. Grupo GEN, São Paulo, 2021.