Unidad nº5: *DISTRIBUCIONES CONTINUAS de PROBABILIDAD*

Ejercicios resueltos

En un estudio se midieron los niveles de colesterol de una población de varones adultos sanos. Dicho grupo fue seguido durante 10 años. Al final de este período, los varones fueron divididos en dos grupos: aquellos que habían desarrollado enfermedades coronarias y aquellos que no lo hicieron. La distribución de los niveles de colesterol iniciales para cada grupo resultó aproximadamente normal.
Entre los individuos que desarrollaron enfermedades coronarias la media del nivel de colesterol fue $\mu_c = 244$ mg/100 ml con un desvío estándar de $\sigma_c = 50$ mg/100 ml y para aquellos que no desarrollaron la enfermedad $\mu_n = 219$ mg/100 ml con un desvío estándar de $\sigma_n = 41$ mg/100 ml. Supongamos que usamos para predecir enfermedades coronarias un nivel de colesterol de 260 mg/100 ml o mayor.

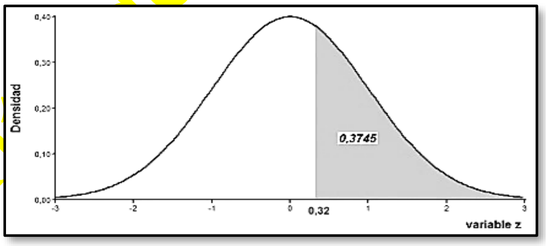
a) ¿Cuál es la probabilidad de predecir correctamente la enfermedad coronaria en un varón que la desarrollará?
b) ¿Cuál es la probabilidad de predecir una enfermedad coronaria en un varón que no la desarrollará?

Solución:

a) Siendo $\mu_c = 244$; $\sigma_c = 50$ y utilizando la tabla de la Distribución Normal Estandarizada (Fórmulas y Tablas III, 2ª ed., p. 24), obtenemos:

$$P(x > 260) = P\left(z > \frac{260 - 244}{50}\right) = P(z > 0{,}32) = \Phi(0{,}32) = 0{,}3745$$

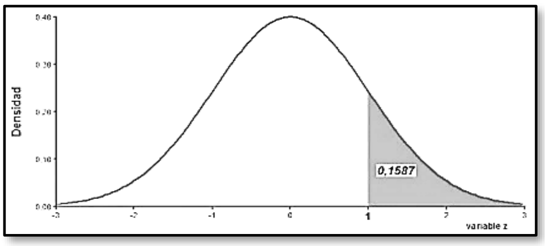
Gráficamente:



b) Siendo $\mu_n = 219$; $\sigma_n = 41$ y utilizando la tabla de la Distribución Normal Estandarizada (Fórmulas y Tablas III, 2ª ed., p. 24), obtenemos:

$$P(x > 260) = P\left(z > \frac{260 - 219}{41}\right) = P(z > 1) = \Phi(1) = 0{,}1587$$

Gráficamente:



Las puntuaciones en la Escala de Inteligencia para adultos siguen, en una determinada población, una distribución Normal de media 100 y varianza 256. Si extraemos, de dicha población, un sujeto de manera aleatoria:

a) ¿Cuál es la probabilidad que tenga un puntaje no superior a 94,08?

b) ¿Cuál es la probabilidad que tenga un puntaje entre 96 y 104?

Solución:

De acuerdo a los datos del problema, podemos ver que:
X: "escala de inteligencia para adultos"; $X \sim N(100; 16)$

a) $P(x < 94{,}08) = P\left(z < \frac{94{,}08 - 100}{16}\right) = P(z < -0{,}37) = P(z > 0{,}37) = \Phi(0{,}37) = 0{,}3557^{(1)}$

b) $P(96 < x < 104) = P\left(\frac{96 - 100}{16} < z < \frac{104 - 100}{16}\right) = P(-0{,}25 < z < 0{,}25) =$

$$= 1 - [P(z > 0{,}25) + P(z > 0{,}25)] = 1 - 2 \times P(z > 0{,}25) = 1 - 2 \times \Phi(0{,}25) =$$

$$= 1 - 2 \times 0{,}4013^{(4)} = 1 - 0{,}8026 = 0{,}1974$$

Se sabe que una determinada prueba estandarizada tiene una distribución $N(28; 10)$.

a) Si se escoge un sujeto al azar, ¿cuál es la probabilidad que tenga un puntaje inferior a 25,5?

b) Si dicho test es aplicado a 80 individuos, ¿cuántos de ellos -aproximadamente- poseerán una calificación entre 25 y 30 puntos?

Solución:

Utilizando la tabla de la Distribución Normal Estandarizada (Fórmulas y Tablas III, 2ª ed., p.24), obtenemos:

a) $P(x < 25{,}5) = P\left(z < \frac{25{,}5 - 28}{10}\right) = P(z < -0{,}25) = P(z > 0{,}25) = \Phi(0{,}25) = 0{,}4013^{(1)}$

b) $P(25 < x < 30) = P\left(\frac{25 - 28}{10} < z < \frac{30 - 28}{10}\right) = P(-0{,}3 < z < 0{,}2) =$

$$= 1 - [P(z > 0{,}2) + P(z > 0{,}3)] = 1 - [\Phi(0{,}2) + \Phi(0{,}3)] = 1 - \left[0{,}4207^{(1)} + 0{,}3821^{(1)}\right] =$$

$$= 1 - 0{,}8028 = 0{,}1972$$

Si el test se aplica a 80 individuos, el número aproximado de sujetos con calificación entre 25 y 30 puntos, está dado por: $n \times p = 80 \times 0{,}1972 \cong 16$

Nota: todos los ejercicios resueltos, presentados anteriormente, pueden hacerse utilizando el software estadístico InfoStat.

<u>Ejercicios propuestos</u>

1. Usando la tabla de la Distribución Normal Estandarizada (Fórmulas y Tablas III, 2ª ed., p.24), calcule el área bajo la curva entre los siguientes valores:

a) $z = 0$ y $z = 1{,}10$

b) $z = -0{,}25$ y $z = 0$

c) $z = 0$ y $z = 0{,}45$

d) $z = -0{,}60$ y $z = 1{,}20$

e) $z = 0{,}63$ y $z = 1{,}60$

f) $z = -1{,}38$ y $z = -0{,}53$

2. Encuentre el valor de z_0 para las siguientes probabilidades:

a) $P(z > z_0) = 0{,}05$

b) $P(z < z_0) = 0{,}05$

c) $P(z > z_0) = 0{,}75$

---

(1) Valor obtenido en la Tabla de la Distribución Normal Estandarizada (Fórmulas y Tablas III, 2ª ed., pág.24).

d) $P(z < z_0) = 0{,}21$ e) $P(-z_0 < z < z_0) = 0{,}68$ f) $P(-z_0 < z < z_0) = 0{,}95$

3. Una empresa de transporte aéreo realiza viajes entre Bs. As. y Paris con aviones de 530 asientos. El número medio de pasajeros que realiza cada viaje es de 405 personas y el desvío estándar de los pasajeros es de 30. Si los costos operativos se cubren a partir de 360 pasajeros:

a) ¿En qué porcentaje de vuelos la empresa obtiene utilidades?

b) ¿Y en qué proporción, trabaja a pérdida?

4. Un auditor encontró que los errores en las cuentas de créditos de una empresa que realiza ventas por internet, tienen una distribución normal con media \$0 y desviación estándar de \$1. Suponga que se elige una cuenta de crédito al azar de los registros de la compañía. Encuentre la probabilidad de que una cuenta tenga un error:

a) Entre \$0 y \$1,3 c) De al menos \$1,62 e) Entre \$−3 y \$−2,6

b) Entre \$−2,1 y \$0 d) Entre \$−1,51 y \$1,51 f) No más de \$−1,25

5. Suponiendo que el salario anual de los enfermeros de un hospital tiene una distribución normal con media \$224710 y desviación estándar de \$6988.

a) ¿Qué proporción de Enfermeros gana más de \$231698 por año?

b) ¿Qué porcentaje de Enfermeros gana menos de \$217722 por año?

c) De 800 Enfermeros, ¿cuántos ganaran (aproximadamente) entre \$210734 y \$238686?

6. El proceso de empaque de una compañía exportadora de cereales para el desayuno ha sido ajustado para que cada paquete contenga un promedio de 500 g. de cereal. Por supuesto que no todos los paquetes contienen exactamente ese peso a causa de fuentes aleatorias de variabilidad. La desviación estándar del peso neto real es de 10 g. y se sabe que la distribución de pesos sigue la distribución normal de probabilidad. Determine la probabilidad de que un paquete aleatoriamente elegido contenga entre 480 y 520 g. de cereal.

7. Una empresa ofrece a sus empleados/as un seguro de gastos dentales. En un estudio reciente realizado por el jefe de personal, se encontró que el costo anual de este seguro -por empleado/a- sigue una distribución normal con media \$1700 y desviación estándar \$500. ¿Cuál es el costo mínimo anual -aproximado- para el 20% de empleados/as que tuvieron gastos dentales más elevados? (marque la opción correcta).

2373 ☐ 2451 ☐ 2098 ☐ 2120 ☐ 2342 ☐ 2294 ☐

8. Un análisis de las calificaciones obtenidas en la primera prueba de una asignatura (con puntajes que van de 0 a 100) reveló que seguía, aproximadamente, una distribución normal $N(60; 8)$. La profesora desaprobará al 75% inferior de las calificaciones. ¿Cuál es el punto divisorio tal que, igualándolo o superándolo se aprobará y por debajo de él se desaprobará?

65,4 ☐ 62,9 ☐ 64,2 ☐ 70,1 ☐ 71,5 ☐ 70,8 ☐

9. La distribución de ingresos anuales de un grupo de empleados/as a nivel gerencial de una empresa multinacional, siguió en forma aproximadamente normal con media de u\$d

53900 y desviación estándar de u$d 980.

a) ¿Entre qué par de valores está, aproximadamente, el 68% delos ingresos centrales?

b) Aproximadamente, ¿entre qué dos valores se encuentra el 95% de los ingresos centrales?

c) ¿Entre qué valores se hallan aproximadamente todos los ingresos?

10. Una industria lechera produce panes de manteca de 200 g. de contenido neto declarado, con una desviación estándar de 5 g. Si el valor mínimo especificado es de 195 g.:

a) ¿Qué porcentaje no cumple con la especificación?

b) ¿Qué porcentaje cumple con las especificaciones (es decir está entre el peso mínimo y máximo declarado)?

c) Aquellos panes que superen los 205 g., representan para la empresa una pérdida por sobre peso. ¿Qué porcentaje se ve afectado?

11. Un estudio epidemiológico realizado en cierta región, con una población de 170000 habitantes estableció y a partir de un test estandarizado, la distribución normal del nivel de ideación suicida de su población -$N(64;12)$-, según la categorización siguiente:

Nivel de gravedad	Ideación suicida
Bajo	menor a 70 puntos
Medio	entre 70 y 80 puntos
Medio alto	entre 80 y 90 puntos
Alto	mayor a 90 puntos

a) Qué probabilidad hay de que una persona elegida al azar pueda pertenecer a cada categoría.

b) ¿Cuántas personas podrían tener un nivel de gravedad entre “medio” y “medio alto”?

c) ¿Qué porcentaje de personas no tendrá no tendrá riesgo suicida “alto”?

d) Indique, para cada proposición, si es verdadera (V) o falsa (F):

Solamente 85000 habitantes podrían tener riesgo de ideación suicida “bajo”.	V - F
Se espera que el 68,27% central de la población no alcance el riesgo de ideación suicida “medio alto”.	V - F
Si $\mu = 64$ y $\sigma = 7$, más habitantes podrían ser calificados con “bajo” nivel de gravedad.	V - F
Si $\mu = 54$ y $\sigma = 12$, menos habitantes podrían ser calificados con “bajo” nivel de gravedad en el riesgo de ideación suicida.	V - F

12. La operacionalización de la variable “creatividad”, medida por un test específico, permitió que se distribuya $N(78;\ 10)$. Se está confeccionando el manual del test y por eso se requiere que:

a) Construya 5 categorías de clasificación (*muy baja – baja – media – alta – muy alta*) que abarquen, cada una, un 20% de los posibles casos; determinando los puntajes que delimitarán cada intervalo.

b) Determine la probabilidad de que una persona obtenga un puntaje superior a 90.

c) Prevea el número aproximado de estudiantes -al aplicar el test en una escuela a la que asisten 850 niños/as- que obtendrán una puntuación superior a 88.

d) Determine el número aproximado de estudiantes que no alcanzarán a obtener 63 puntos en dicha escuela.

13. Un protocolo de investigación de ciertos trastornos depurará una muestra de 250 participantes para trabajar sólo con quienes obtengan puntuaciones en un test comprendidas entre -1 y 1 desviaciones estándar en torno a la media. Asimismo, debe optarse entre dos test cuya variable de medida se distribuye normalmente. Se conoce que el "primero" consta de 20 ítems de opción múltiple, que la media de sus puntuaciones es 35 y que la varianza es de 64. En cuanto al "segundo" sólo sabemos que consta de 35 ítems de verdadero o falso y que la media de sus puntuaciones es de 20. Determine:

a) ¿Qué test debería elegir para poder aprovechar el mayor número de personas de la muestra inicial en su investigación?

b) ¿Cuántas de las 250 personas iniciales obtendrán puntuaciones superiores a 51 si se aplica el "primero" de los test?

c) ¿Entre qué puntajes del "primero" de los test se podrá hallar el 50% central de la mencionada muestra?

d) Si la desviación estándar del "segundo" de los test fuera de 6 puntos, ¿entre qué puntajes del mismo se podrá hallar el 50% central de la muestra?

14. Luego de varios análisis estadísticos, se consiguió operacionalizar una variable para medir el aprendizaje de Estadística en estudiantes; la cual se distribuyó normalmente. El profesor de la asignatura cuenta con dos formatos de parcial (nota máxima: 10) para su evaluación -la forma A: $N(7; 3)$ y la forma B: $N(5; 2)$-. Responda:

a) Si tuviese que elegir el modelo de parcial más fácil -entendiendo como fácil al que permita prever mayor cantidad de aprobados (y considerando que se aprobará con "4")-, ¿qué modelo de parcial preferiría?

b) Considerando un total de 400 estudiantes inscriptos/as en la materia, ¿qué cantidad, aproximada, esperaríamos que promocionaran (considerando promocional una nota mínima de "7") para cada modelo de parcial?

c) ¿Qué probabilidad hay de que un/a estudiante apruebe sin promocionar para cada modelo de parcial?

d) Si cambiamos el concepto de *fácil* -y lo pensamos como las chances de que la mayor cantidad posible de estudiantes logre una nota no inferior a "8"-, ¿qué modelo de parcial sería el más fácil ahora y qué probabilidades de obtener tal calificación hay para cada uno/a?

15. Un psiquiatra consigue el manual de un instrumento de evaluación de síntomas depresivos; lamentablemente, le faltan algunas páginas: se ha perdido la información que indica desde qué puntajes los síntomas son considerados de *gravedad clínicamente relevante*, entre qué valores se consideran *subclínicos* y hasta qué puntajes se desestiman por suponerse *conductas sanas*. Sin embargo, puede leerse que se trata de la medida de una variable con distribución normal, con $\mu = 92$ y $\sigma = 25$, que el 70% de la población se caracteriza por puntuaciones mínimas (*conductas sanas*) y que, según las investigaciones realizadas, por cada 1000 personas estudiadas sólo 40 presentan las puntuaciones meritorias de la calificación de *gravedad clínicamente relevante*.

a) Reconstruya la tabla perdida consignando los intervalos de puntajes del instrumento correspondientes con la clasificación de síntomas según sean considerados: *conductas sanas*, *subclínicos* y de *gravedad clínicamente relevante*.

b) El psiquiatra revisa el estado del arte y encuentra que en la actualidad se prefiere subdividir la categoría de conductas sanas en *totalmente inmunes* (correspondiendo con una probabilidad de 25% de obtener puntuaciones mínimas) y en *conductas propensas*: determine las puntuaciones del instrumento que delimitarán tales categorías

c) Luego de la recategorización efectuada en el punto b), determine la probabilidad de que una persona obtenga puntuaciones que clasifiquen sus síntomas como *conductas propensas* o como *subclínicos*.

d) En una ciudad de 300000 habitantes, ¿a qué categoría pertenecerán los 200000 que obtengan las puntuaciones más bajas?

16. Para pertenecer a una Organización Internacional, su único requisito de admisión es obtener una puntuación superior al 98% de la población en un test de inteligencia estandarizado. Si el test establece una medida de capacidad intelectual con distribución $N(100; 15)$:

a) ¿Qué puntaje debe obtenerse en el test para conseguir tal admisión?

b) ¿Qué puntajes obtiene el 75% central de la población?

c) ¿Qué probabilidad hay de obtener un resultado de entre 85 y 115 puntos?

d) Teniendo en cuenta que los mismos test constituyen uno de los criterios (el psicométrico) para el diagnóstico de *discapacidad intelectual leve* cuando el puntaje obtenido es menor a 70: ¿cuántas personas en Argentina -población aproximada: 40 millones- podrían cumplir tal criterio? ¿Y en el mundo (población aproximada: 7000 millones)?

17. Dos estudiantes quieren comentarle a un compañero los resultados de una investigación que leyeron en internet. Trataba de la distribución normal de una variable con cuya medida se diagnostica el trastorno narcisista de la personalidad a partir de un punto de corte de 70 puntos. Coincidían en que la media poblacional indicada era de 50 puntos. pero no se ponían de acuerdo respecto del valor de su desviación estándar; sin embargo, se acordaban de haber bromeado acerca de que, si formaran parte de una muestra aleatoria, entonces, en un anfiteatro lleno -pensaban que cabían en éste, 200 personas- se encontrarían 4 compañeros con tal trastorno.

a) ¿Cuál sería la desviación estándar de la distribución si el recuerdo fuera fidedigno?

b) ¿Qué porcentaje de estudiantes podrían diagnosticarse con tal trastorno si la desviación estándar fuera de 15 puntos?

c) Una de las estudiantes duda respecto de que la media hubiese sido de 70 y el punto de corte de 50 puntos: si estuviera en lo cierto, ¿cuántos estudiantes podrían ser así diagnosticados siendo la desviación estándar de 15 puntos?

d) ¿Entre qué puntajes se encontraría aproximadamente el 68% central de los estudiantes, si fueran los datos del inciso c) los correctos?

18. Un estudiante, proveniente de un pueblo de 3000 habitantes, finalizó su carrera universitaria; luego realizó diversas especializaciones sobre una temática que le resultó apasionante, a lo cual desea dedicarse con exclusividad al volver a su pueblo natal. Sabe que las investigaciones de las múltiples variables que intervienen en la etiología de tal temática las han sintetizado en una variable aleatoria de distribución normal mediante la cual se diagnostica tal patología a partir de un valor de 75 puntos -en su zona socio/geográfica, $N(40; 12)$-. De pronto, este profesional se está preguntando si tal proyecto laboral le resultará rentable.

a) ¿Cuántos pacientes -con tal patología- podría llegar a tener en su pueblo de origen?
b) De acuerdo con una investigación epidemiológica, las distribuciones de probabilidad para las ciudades “A” (población: 850000 habs.), “B” (población: 180000 habs.) y “C” (población: 220000 habs.) son, respectivamente, $N(52; 9)$, $N(64; 7)$ y $N(46; 17)$. Si el profesional quisiera mudarse a la ciudad en la que más pacientes con la patología de su especialidad pudieran residir, ¿qué destino debería elegir?
c) ¿Entre qué puntuaciones se ubicará el 90% central de la población de la ciudad “A”?
d) ¿Qué porcentaje de personas de la ciudad “B” obtendrá puntuaciones menores a 52?

19. Una universidad cuenta con 600 inscriptos/as para una de sus carreras; puesto que ésta tiene cupo limitado han desarrollado un examen de ingreso con puntajes que van de 0 a 100 y cuya nota final se distribuye $N(70; 12)$. Puesto que los puntajes de aprobación deben publicarse antes de tomarse el examen, determine:

a) Qué cantidad de estudiantes se esperaría que aprobara si el puntaje mínimo es 75.
b) ¿Entre qué puntajes se encontrarán las notas obtenidas por el 30% central de los/as estudiantes?
c) La nota mínima de aprobación, para un año en el que hay sólo 100 cupos.
d) La nota mínima de aprobación probable para un año en el que hay sólo 15 cupos.

20. Una agencia de viajes ofrece un premio entre los distribuidores si venden 320 o más paquetes por día. Sabiendo que el número de paquetes de viajes vendidos al día por los distribuidores “A” y “B” se distribuyen normalmente, $N(290; 20)$ y $N(300;10)$ respectivamente, establezca:

a) El porcentaje de los días que obtendrá premio el distribuidor “A”.
b) El porcentaje de los días que obtendrá premio el distribuidor “B”.
c) ¿A qué distribuidor beneficia la decisión de la agencia?

21. Una psicóloga, que se mantiene actualizada respecto del área clínica a la que se dedica -terapia de parejas-, lee dos interesantes artículos en los que se relatan sendas investigaciones sobre un determinado estilo de empatía en las relaciones maritales. En una de las investigaciones se estudió a hombres, empleando un instrumento en particular (A) cuya medida se presenta con distribución $N(50; 10)$. En el otro estudio se trabajó con mujeres empleando un test distinto (B), cuya medida también presenta una distribuida normal con $\mu = 62$ y $\sigma = 14$. Aun cuando se trate de instrumentos diferentes, se sostiene una altísima validez convergente entre los mismos (lo que significa que puede aceptarse que miden la misma variable), coincidiendo en compartir la categorización de la siguiente tabla:

Nivel de empatía	**Percentil (%)**
Muy bajo	menor a 20
Bajo	20 a 40
Regular	40 a 65
Bueno	65 a 80
Muy Bueno	80 a 90
Sobresaliente	mayor a 90

a) Si en un grupo de hombres obtuvo una puntuación media de 53, desviación estándar de 2 y los resultados de un grupo de mujeres fueron: puntuación media de 78, desviación estándar de 1; ¿quiénes fueron más empáticos (teniendo en cuenta, aproximadamente, al 99% central de cada grupo)?

b) ¿Qué puntuaciones en la media aritmética y en la desviación estándar tendrían que haber obtenido los hombres para que aproximadamente el 68% central de ellos coincidiera en tener un nivel de empatía "muy bueno"?

c) ¿Qué puntuaciones en la media aritmética y en la desviación estándar tendría que haberse obtenido en el segundo estudio para que la mitad de las mujeres tuviese probabilidad de tener un nivel mínimo de empatía "muy bueno"?

d) Si las puntuaciones obtenidas en la primera investigación fueran: $\mu = 54$, $\sigma = 1$; ¿qué media aritmética y desviación estándar tendría que arrojar el segundo estudio para que aproximadamente el 68% central de las mujeres tuviese el/los mismo/s nivel/es de empatía que el 50% central de los hombres?

22. El fabricante de una impresora láser informa que la cantidad media de páginas que imprime un cartucho antes de reemplazarlo es de 12200. La distribución de páginas impresas por cartucho se aproxima a la distribución normal y la desviación estándar es de 820 páginas. El fabricante desea proporcionar lineamientos a los posibles clientes sobre el tiempo que deben esperar que les dure un cartucho. ¿Aproximadamente, cuántas páginas debe indicar el fabricante por cartucho si desea obtener el 99% de certeza en todo momento?

23. En una población de mujeres, las puntuaciones de un test de ansiedad-estado siguen una distribución normal $N(35,10)$. Al clasificar la población en cinco grupos de igual tamaño, ¿cuáles serán las puntuaciones que delimiten estos grupos?

24. La utilización de una tarjeta de crédito en operaciones comerciales, en la población de una gran ciudad, sigue en porcentajes una distribución $N(4{,}5;\ 0{,}5)$. Calcule:

a) La probabilidad que un sujeto, tomado al azar, utilice la tarjeta más del 5% en sus operaciones.

b) El porcentaje de habitantes de la ciudad que utiliza la tarjeta menos del 3,75%.

c) El porcentaje de operaciones con tarjeta, que utiliza el 20% más alto de la población.

d) El porcentaje de operaciones con tarjeta, que utiliza el 10% más bajo de la población.

e) El intervalo del porcentaje de operaciones, realizada por el 80% central de la población.

25. Si una variable aleatoria tiene distribución χ^2 con 10 grados de libertad [(2)], calcule las siguientes probabilidades:

a) $P(\chi^2_{10} > 23{,}20)$ c) $P(\chi^2_{10} < 18{,}31)$ e) $P(\chi^2_{10} \geq 4{,}21)$

b) $P(\chi^2_{10} > 4{,}87)$ d) $P(\chi^2_{10} < 25{,}52)$ f) $P(\chi^2_{10} \leq 14{,}23)$

26. En cada ítem, encuentre el valor de χ^2_0 [(3)] para que se cumplan las siguientes condiciones:

a) $P(\chi^2_{12} < \chi^2_0) = 0{,}975$ c) $P(\chi^2_6 \leq \chi^2_0) = 0{,}05$ e) $P(\chi^2_{17} < \chi^2_0) = 0{,}95$

b) $P(\chi^2_{15} \geq \chi^2_0) = 0{,}01$ d) $P(\chi^2_{26} > \chi^2_0) = 0{,}25$ f) $P(\chi^2_{21} > \chi^2_0) = 0{,}10$

27. Usando la tabla de puntuaciones "t" de Student [(4)], obtenga los valores de t_0 tales que:

a) $P(t_9 \leq t_0) = 0{,}95$ c) $P(t_6 < t_0) = 0{,}90$ e) $P(t_{12} \leq t_0) = 0{,}75$

b) $P(t_{14} \geq t_0) = 0{,}01$ d) $P(t_{17} \geq t_0) = 0{,}25$ f) $P(t_{21} > t_0) = 0{,}10$

28. ¿Cuál es el valor de t_{20} tal que deja a su derecha el 0,5% del área total?, ¿y el valor que deja a su izquierda el 0,5% del área total? [(5)]

29. ¿Cuál es el valor de t_{28} tal que deja a su derecha el 1% del área total?, ¿y el valor que deja a su izquierda el 1% del área total? [(5)]

[(2)] Tabla de la Distribución χ^2 de Pearson (Fórmulas y Tablas III, 2ª ed., pág.26).
[(3)] Ídem anterior.
[(4)] Tabla de la Distribución "t" de Student (Fórmulas y Tablas III, 2ª ed., pág.25).
[(5)] Ídem anterior.

DUDAS FRECUENTES: *DISTRIBUCIONES CONTINUAS de PROBABILIDAD*

¿Qué significan los valores Z o "t" negativos?

Tanto Z como "t" indican cantidad de desvíos respecto de un valor central (*desviaciones típicas* o *estándar* respecto de la media de un conjunto de puntuaciones, para el primer caso; errores *estándar* entre alguna media muestral y el promedio de la distribución de todas las medias, para el segundo caso). Siendo que el cálculo de tal distancia implica la diferencia entre el valor y la media ($x - \mu$) o entre la media muestral y la de su distribución ($\bar{X} - \mu$), según se trate de Z o de "t", respectivamente, cuando el primer valor sea menor, el resultado será negativo; y esto no es otra cosa que encontrarlo antes -dado que es menor-, o a la izquierda, del valor de la media de la distribución en el eje horizontal de la gráfica de la curva de la distribución.

¿Por qué la curva de una variable distribuida normalmente llega más allá del máximo o del mínimo valor de la variable en cuestión?

En efecto, el modelo probabilístico de una variable distribuida normalmente toma valores imposibles. No debe confundirse el recorrido real de la variable empírica, que tiene un máximo y un mínimo, con el recorrido teórico del modelo probabilístico, el cual se extiende infinitamente. El modelo estadístico de una distribución continua de probabilidad es un artificio matemático ideal para el cálculo de probabilidades, útil más allá del caso particular. Por ejemplo, si la distribución de la variable estatura sigue una forma normal y, para cierta edad, presenta una media de 1,70 m con desviaciones típicas de 0,10 m, aunque se considera que no existen seres humanos de más de 4 m de altura, si los hubiera y pertenecieran a dicha distribución, con dicho modelo podemos conocer la probabilidad de su caso.

¿Debo preocuparme o tener algún cuidado particular, por el hecho de haber infinitas curvas, para cada modelo de las distribuciones continuas de probabilidad Normal, "t" de Student y Ji cuadrado? ¿Qué problemas ocasiona eso?

No hace falta ninguna preocupación adicional. En efecto, tales curvas son infinitas. Pero ya estamos teniendo en cuenta eso al identificarlas específicamente por su valor de μ y de σ, para el caso de las distribuciones normales; o por el número de grados de libertad, para el caso de las distribuciones "t" de Student y Ji cuadrado.

¿Cuál es la complicación que añade el hecho de que la distribución Ji cuadrado presente asimetría positiva?

Ninguna. Todo lo contrario. Se simplifica el razonamiento y posterior aplicación en las pruebas de hipótesis por tratarse siempre de pruebas unilaterales derechas. Como aplicamos dicha distribución para corroborar la distancia entre las frecuencias observadas y esperadas, y siendo que no hay posibilidad de obtener frecuencias negativas, el valor mínimo será 0 -que no haya diferencia entre lo uno y lo otro-; de allí en más, simplemente a mayor valor de ji cuadrado, mayor diferencia entre lo observado y lo esperado.