

Newton-Verfahren: Nichtlineares Gleichungssystem

Einleitung

Gegeben ist das nichtlineare Gleichungssystem:

$$f_1(x_1, x_2) = 20 - 18x_1 - 2x_2^2$$

$$f_2(x_1, x_2) = -4x_2 * (x_1 - x_2^2)$$

Gesucht sind zwei Iterationen des Newton-Verfahrens mit Startwert $x^{(0)} = (1.1, 0.9)^T$.

Iteration 1

Iteration 0:

$$x^{(0)} = (1.1, 0.9)$$

$$f(x^{(0)}) = (-1.42, -1.044)$$

$$\text{Jacobi-Matrix } J(x^{(0)}) = \begin{bmatrix} -18 & -3.6 \\ -3.6 & 5.32 \end{bmatrix}$$

Loesen von $J * \Delta x = -f(x)$:

$$\Delta x^{(0)} \sim (-0.0722, 0.1802)$$

$$x^{(1)} = x^{(0)} + \Delta x^{(0)} = (1.0278, 1.0802)$$

$$\|f(x^{(0)})\|_2 \sim 1.6846$$

$$\|x^{(1)} - x^{(0)}\|_2 \sim 0.1929$$

Iteration 2

Iteration 1:

$$x^{(1)} = (1.0278, 1.0802)$$

$$f(x^{(1)}) \sim (-0.1427, 0.5982)$$

$$\text{Jacobi-Matrix } J(x^{(1)}) \sim \begin{bmatrix} -18 & -4.3208 \\ -4.3208 & 9.8905 \end{bmatrix}$$

Loesen von $J * \Delta x = -f(x)$:

$$\Delta x^{(1)} \sim (0.0111, 0.0679)$$

$$x^{(2)} = x^{(1)} + \Delta x^{(1)} \sim (1.0389, 1.1481)$$

$$\|f(x^{(1)})\|_2 \sim 0.615$$

$$\|x^{(2)} - x^{(1)}\|_2 \sim 0.0688$$

Newton-Verfahren: Nichtlineares Gleichungssystem

Zusammenfassung

Zusammenfassung:

Iteration	$x^{(k)}$	$\ f(x^{(k)})\ _2$	$\ x^{(k)} - x^{(k-1)}\ _2$
0	(1.1, 0.9)	1.6846	-
1	(1.0278, 1.0802)	0.615	0.1929
2	(1.0389, 1.1481)	-	0.0688