Example

Jil Zerndt current semester
how to use the style sheet

Example of a LaTeX document

Introduction

Definition Title
This is a definition.
- This is an itemized list
- Should provide a concise explanation

this is an important note

Concept Title
This is a concept. This describes more general concepts and ideas.
- two lists usually fit next to each other
- use the custom command mult for that

Lemma Title
This is a lemma. Here we state proven facts that are used in the context of a theorem or corollary.

Theorem Title
This is a theorem. Also use this for certain explanations that are more on the mathematical side, even if they are not theorems.

Corollary Title
This is a corollary. Also use this for certain explanations that are more on the mathematical side, even if they are not corollaries. Especially in context to a theorem block above, this adds further information or explanations.
1. This is an enumerated item.
2. This is another enumerated item.

Rules of Thumb
This is a concept. Here we can state rules of thumb or general guidelines.
- This is an itemized list
- Should provide a concise explanation
- e.g. Vorgehensweisen

This is a remark. Here we can state additional information or comments. no title required.

this is a simple example. no title required.

Example Title
this is a more complex example. title required.

Example Title
One can achieve better readability by seperating the task definition (exercise)

---

from the solution (solution).

Topic A

Topic A
this is a definition regarding topic A.

Topic A
this is a concept regarding topic A.

Topic A
this is a theorem regarding topic A.

Topic A
this is a corollary regarding topic A.

Example Topic A
this is an example regarding topic A.
Examples are usually a bit longer, so they should be displayed in a single column.

---

this is the solution to the example regarding topic A.
Important note: for important notes and conclusions within examples, use the important command.

Special Cases

Definition Title
- this is an itemized list

if after a title there is a list, no need to add a new line manually.

Definition Title
Gegeben die Summe von zweier (oder einer) Wurzel, kann man wie folgt vorgehen:

$$\lim_{x\to\infty}(\sqrt{x+5}-\sqrt{x-3}) = \lim_{x\to\infty}\left(\frac{(x+5)-(x-3)}{\sqrt{x+5}+\sqrt{x-3}}\right)$$

before and after an image, we need to add a new line manually.

Some characters are treated as special characters in LaTeX. The backslash (\) is used to escape special characters. To include these characters in your text, you need to use a backslash before them. For example, to include a dollar sign in your text, you would write $. More examples:
- &
- %
- {}
- _
- \
- ~
- ^

Some characters even need to be defined within a math environment. the dollar sign ($) is used to indicate math mode. This can be done inline to show things like θ or α. Examples:
- α
- β
- γ
- δ
- ϵ
- θ
- $\neq$
- $\sim$
- $\approx$
- $\leq$
- $\geq$
- $\in$
- $\forall$
- $\exists$
- $\nexists$
- $\subseteq$
- $\nsubseteq$
- ∞

We also use $\rightarrow$ and $\Rightarrow$ for arrows. The first one is a single arrow, the second one is a double arrow. These are nice to use in all kinds of contexts, especially when we want to show a transition from one state to another, or some kind of conclusion or extra information.

Formulas and KR

Formula Title

This is a formula. This should be used for very important formulas and concepts that can be simplified into a step-by-step process.
Short formula: $E = mc^2$
Complex formula:

$$\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$$

do not use the `equation` environment, as I prefer working with $ and $$ for inline and block formulas.

Formula Title

In formulas, we have LateX functions that are used to create nice looking formulas. examples:

- `frac` for fractions: $\frac{a}{b}$
- `sqrt` for square roots: $\sqrt{a}$
- `sqrt[n]` for n-th roots: $\sqrt[n]{a}$
- `abs` for absolute values: $|a|$
- `sum` for summation: $\sum_{i=1}^{n} i$
- `prod` for product: $\prod_{i=1}^{n} i$
- `int` for integrals: $\int_a^b f(x)\,dx$
- `lim` for limits: $\lim_{x\to\infty} f(x)$
- `log` for logarithms: $\log_b(a)$
- `ln` for natural logarithms: $\ln(a)$
- `exp` for exponentials: e^x
- `overline` for overlines: $\overline{a}$
- `underline` for underlines: $\underline{a}$
- `vec` for vectors: $\vec{a}$
- `hat` for hats: $\hat{a}$

and adding more context to formulas:

`underbrace` for underbraces: $\underbrace{a}_{b}$ `overbrace` for overbraces: $\overbrace{a}^{b}$

If we want to display vectors or matrices, we can use the `pmatrix` environment. This is a nice way to display matrices in a clean and readable way.
This is a matrix with m rows and n columns. The `pmatrix` environment is used to create a matrix with parentheses around it. We can also use the `bmatrix` environment for square brackets, or the `vmatrix` environment for vertical bars.
Personally, I prefer using `psmallmatrix, bsmallmatrix, vsmallmatrix` for my summaries. This is a nice way to display matrices in a clean and readable way.
Generally I use psmallmatrix for vectors, and bsmallmatrix for matrices. vsmallmatrix is usually used in a context where I want to display multiple matrices next to each other (like when showing how the Gauss algorithm works).
$\left(\begin{smallmatrix}1 & 2 & 3\end{smallmatrix}\right)$ and $\left(\begin{smallmatrix}1\\2\\3\end{smallmatrix}\right)$ are both vectors, but the first one is a row vector and the second one is a column vector.

$$\left[\begin{smallmatrix}1 & 2 & 3\\4 & 5 & 6\end{smallmatrix}\right]$$

is a matrix with 2 rows and 3 columns.

$$\left|\begin{smallmatrix}1 & 2 & 3\\4 & 5 & 6\end{smallmatrix}\right|$$

is a matrix with 2 rows and 3 columns, but it is displayed in a different way.

KR Title

This is a KR. This "Kochrezeptïs a recipe for a specific exercise type. It should be used for very important recipes and concepts.

First step

This is the first step of the recipe.
- Paragraphs are used to achieve coarse-grained separation of the steps.
- Lists within the paragraphs are used to achieve fine-grained separation of the steps.

Second step

and so on.

conclusion

This is the conclusion of the recipe. It should summarize the steps and provide a final overview of the process.

Code Blocks

Code Title

This is a code block, where general concepts are explained.

```
// Indentation matters in these blocks, so all the way to the left!
def exampleFunction(param1, param2):
    // This is a comment
    return param1 + param2
```

Depending on the programming language, we need to specify the language for the code block. Style should always be set to style=basesmol.

```
// Indentation matters in these blocks, so all the way to the left!
int example_function(int param1, int param2) {
    // This is a comment
    return param1 + param2;
}
```

Important note: Within lstlisting blocks we should only include ENGLISH comments. Within the lstlisting environment letters like ä, ö, ü, ß and any other special characters are not supported!

Example Code Title

This is an example code block. This should show specific implementations or examples.

```
# Indentation matters in these blocks, so all the way to the left!
def example_function(param1, param2):
    # This is a comment
    return param1 + param2
```

Grenzwerte und Konvergenz

Grenzwerte von Funktionen

Konvergenz einer Funktion

Die Funktion $y = f(x)$ hat an der Stelle x_0 den Grenzwert y_0 falls:
für jede Folge (x_n) mit $\lim_{n\to\infty} x_n = x_0$ gilt $\lim_{n\to\infty} f(x_n) = y_0$
Bmk: Die Stelle x_0 muss nicht im Definitionsbereich D sein.

Konvergenz/Divergenz

- Konvergenz: Funktion mit Grenzwert $x \to \infty$
- Divergenz: Funktion ohne Grenzwert $x \to \infty$
- Bestimmte Divergenz: Funktion mit $\lim_{x\to\infty} f(x) = \pm\infty$

Rechnen mit Grenzwerten von Funktionen

- $\lim_{x\to x_0}(f+g)(x) = \lim_{x\to x_0} f(x) + \lim_{x\to x_0} g(x)$
- $\lim_{x\to x_0}(f\cdot g)(x) = \lim_{x\to x_0} f(x) \cdot \lim_{x\to x_0} g(x)$
- Sei $f \le g$, so ist $\lim_{x\to x_0} f(x) \le \lim_{x\to x_0} g(x)$
- Falls $g_1 \le f \le g_2$ und $\lim_{x\to x_0} g_1(x) = \lim_{x\to x_0} g_2(x)$, so existiert $\lim_{x\to x_0} f(x) = \lim_{x\to x_0} g_1(x)$

Wichtige Grenzwerte

Harmonische Folge:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} = 0$$

Geometrische Folge:

$$\lim_{n\to\infty} q^n = 0 \quad (q < 1)$$

n-te Wurzel:

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a} = 1$$

Eulerzahl:

$$\lim_{n\to\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$$

Spezielle Grenzwerte

$n \to \infty$

$\frac{1}{n} \to 0$	$e^n \to \infty$	$\frac{1}{n^k} \to 0 \quad \forall k \in \mathbb{R}^+$	$\frac{\log n}{n-1} \to 1$
$c + \frac{1}{n} \to c$	$e^{-n} \to 0$	$(1+n)^{\frac{1}{n}} \to 1$	$\frac{n^n}{n!} \to \infty$
$\frac{c\cdot n}{c^n} \to 0$	$\frac{e^n}{n^c} \to \infty$	$\left(1 + \frac{1}{n}\right)^c \to 1$	$\left(\frac{n}{n+c}\right)^n \to e^{-c}$
$\sqrt[n]{n} = n^{\frac{1}{n}} \to 1$	$\frac{\sin n}{n} \to 0$	$\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \to e$	$\frac{\ln n}{n} \to 0$
$\sqrt[n]{n!} \to \infty$	$\arctan n \to \frac{\pi}{2}$	$\left(1 + \frac{c}{n}\right)^n \to e^c$	$\frac{c^n}{n!} \to 0$
$\frac{1}{n}\sqrt[n]{n!} \to \frac{1}{e}$	$\ln n \to \infty$	$\left(1 - \frac{1}{n}\right)^n \to \frac{1}{e}$	

$$n^c \cdot q^n \to 0 \quad \forall c \in \mathbb{Z}, 0 \le q \le 1$$

$$n(\sqrt[n]{c} - 1) \to \ln c \quad \forall c > 0$$

$n \to 0$

$\ln n \to -\infty$	$\frac{\sin n}{n} \to 1$	$\frac{1}{\arctan n} \to 1$
$n \log n \to 0$	$\frac{\cos(n)-1}{n} \to 0$	$\frac{e^n - 1}{n} \to 1$
$\frac{\log 1-n}{n} \to -1$	$\frac{1}{\cos n} \to 1$	$\frac{e^c n - 1}{n} \to c$
$\frac{c^n - 1}{n} \to \ln c, \forall c > 0$	$\frac{1-\cos n}{n^2} \to \frac{1}{2}$	$(1+n)^{\frac{1}{n}} \to e$

Grenzwert Berechnen Tricks

- "$\frac{\infty}{\infty}$" Trick: Erweitern mit $\frac{1}{n^k}$ (k: grösster Exponent)

$\lim_{n\to\infty} \frac{2n^6 - n^3}{7n^6 + n^5 - 3} \cdot \frac{\frac{1}{n^6}}{\frac{1}{n^6}} = \frac{2}{7}$

- "$\frac{\infty}{\infty}$" Trick: Erweitern mit $\frac{1}{a^k}$ (a: grösste Basis, k: kleinster Exponent) $\lim_{n\to\infty} \frac{7^{n-1} + 2^{n+1}}{7^n + 5} \cdot \frac{\frac{1}{7^{n-1}}}{\frac{1}{7^{n-1}}} = \frac{1}{7}$
- "$\infty - \infty$ "Trick: Erweitern mit $\sqrt{\cdots} + \sqrt{\cdots}$

$\lim_{n\to\infty} \left(\sqrt{n^2+n} - \sqrt{n^2+1}\right) = 1/2$

- e-like...: Trick: umformen zu $\left(\left(1 + \frac{1}{x}\right)^x\right)^a \Rightarrow e^a$

Grenzwerte von Folgen

Formelle Grenzwert Definition Folgende Aussagen sind äquivalent:
1. $(a_n)_{n\geq 1}$ konvergiert gegen $l = \lim_{n\to\infty} a_n$
2. $\forall \varepsilon > 0\ \exists N \geq 1$, sodass $|a_n - l| < \varepsilon \quad \forall n \geq N$.

Bem: l bezeichnet den Grenzwert $\lim_{n\to\infty} a_n$

Einzigartigkeit Grenzwert Es gibt max. ein $l \in \mathbb{R}$ für a_n mit dieser Eigenschaft (max. 1 Grenzwert)

Rechenregeln mit Folgen
Sei $(a_n)_{n\geq 1}, (b_n)_{n\geq 1}$ konvergente Folgen mit $a = \lim_{n\to\infty} a_n$, $b = \lim_{n\to\infty} b_n$
1. $(a_n \pm b_n)_{n\ \geq 1}$ konvergent, $\lim_{n\to\infty}(a_n \pm b_n) = a \pm b$.
2. $(a_n \cdot b_n)_{n\ \geq 1}$ konvergent, $\lim_{n\to\infty}(a_n \cdot b_n) = a \cdot b$.
3. $(a_n \div b_n)_{n\ \geq 1}$ konvergent, $\lim_{n\to\infty}(a_n \div b_n) = a \div b$. (solange $b_n \neq 0\ \forall n \geq 1$ und $b \neq 0$)
4. Falls $\exists K \geq 1$ mit $a_n \leq b_n\ \forall n \geq K$ folgt $a \leq b$.

Konvergenz Folgen
1. Für Brüche, grösste Potenz von n ausklammern und kürzen. Alle übrigen Brüche der Form $\frac{a}{n^s}$ streichen, da diese zu 0 konvergieren.
2. Für Wurzeln in einer Summe, multipliziere mit der Differenz der Summe (bei a + b multipliziere mit a - b)
3. Anwendung Satz von Weierstrass/Sandwich-Satz
4. Vergleich mit Referenz-Folgen (Spezielle Grenzwerte)
5. Umformen/Tricks
6. Definition der Konvergenz/Limes anwenden
7. Suchen eines konvergenten Majoranten

Divergenz Folgen
1. Suche einen divergenten Minoranten
2. Für alternierende Folgen zeige, dass $\lim_{n\to\infty} a_p1(n) \neq \lim_{n\to\infty} a_p2(n)$

Satz von Weierstrass
- $(a_n)_{n\geq 1}$ monoton wachsend und nach oben beschränkt. $\Rightarrow$ $(a_n)_{n\geq 1}$ konvergiert mit $\lim_{n\to\infty} a_n = \sup\{a_n : n \geq 1\}$
- $(a_n)_{n\geq 1}$ monoton fallend und nach unten beschränkt. $\Rightarrow$ $(a_n)_{n\geq 1}$ konvergiert mit $\lim_{n\to\infty} a_n = \inf\{a_n : n \geq 1\}$

Sandwich-Satz Sei $\lim a_n = \alpha$ und $\lim c_n = \alpha$ und $a_n \leq b_n \leq c_n, \forall n \geq k$ dann gilt $\lim b_n = \alpha$
Bmk: k steht hier für eine beliebige natürliche Zahl, ab der die Bedingung immer gilt. Also wie bei der Grenzwert-Definition mit dem «Gürtel» um den Grenzwert - das gilt ja auch erst ab einem gewissen Wert n.
Bmk 2: Einfach gesagt heisst das, dass wenn wir den Grenzwert von zwei Folgen bereits kennen und dieser für beide gleich ist, und wir eine dritte Folge haben die «zwischen» die zwei bekannten Folgen passt (daher Sandwich-Satz), wissen wir dass auch die dritte Folge den gleichen Grenzwert wie die anderen zwei hat.

Binom Trick
Gegeben die Summe von zweier (oder einer) Wurzel, kann man wie folgt vorgehen:

$$\lim_{x\to\infty} (\sqrt{x+5} - \sqrt{x-3}) = \lim_{x\to\infty} (\frac{(x+5)-(x-3)}{\sqrt{x+5}+\sqrt{x-3}})$$

Substitutions Trick
Hier ein Beispiel:

$$\lim_{x\to\infty} x^2(1-\cos(\frac{1}{x}))$$

Substituiere nun $u = \frac{1}{x}$:

$$\lim_{u\to 0} \frac{1-\cos(u)}{u^2} = \lim_{u\to 0} \frac{\sin(u)}{2u} = \lim_{u\to 0} \frac{\cos(u)}{2} = \frac{1}{2}$$

Grenzwerte von Reihen

Nullfolgenkriterium
$\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ konvergiert $\Rightarrow \lim_{k\to\infty} a_k = 0$ aber die Umkehrung stimmt nicht.

Cauchy Kriterium
Die Reihe $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ ist genau dann konvergent, falls:
$\forall \varepsilon > 0\ \exists N \geq 1$ mit $\left|\sum_{k=n}^{m} a_k\right| < \varepsilon \quad \forall m \geq n \geq N$

Leibniz Kriterium
Sei $(a_n)_{n\geq 1}$ monoton fallend, mit $a_n \geq 0\ \forall n \geq 1$ und $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$. Dann konvergiert $S := \sum_{k=1}^{\infty}(-1)^{k+1}a_k$ und es gilt: $a_1 - a_2 \leq S \leq a_1$.

Majorantenkriterium
Seien $a_n, b_n \geq 0$ mit $a_n \geq b_n \quad \forall n > n_0$:
$\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ konvergiert $\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} b_n$ konvergiert

Minorantenkriterium
Seien $a_n, b_n \geq 0$ mit $a_n \leq b_n \quad \forall n > n_0$:
$\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ divergiert $\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} b_n$ divergiert

Quotientenkriterium
Sei $(a_n)_{n\geq 1}$ mit $a_n \neq 0\ \forall n \geq 1$ und: $q = \frac{|a_{n+1}|}{|a_n|}$
Falls:
- $q < 1$ konvergiert $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ absolut
- $q > 1$ divergiert $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$

Für $\lim\inf a_n = 1$ keine Aussage möglich
!!! für die harmonische Reihe ist dieses Kriterium nicht anwendbar/gültig !!!

Wurzelkriterium
Es sei: $q = \sqrt[n]{|a_n|}$
Dann gilt:
- $q < 1 \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konvergiert
- $q > 1 \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n$ und $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ divergieren
- $q = 1 \Rightarrow$ keine Aussage möglich

Logarithmus abschätzen
$\log_b(n)$ kann mit n^α $(\alpha > 0)$ abgeschätzt werden.
$\ln(n) \leq \sqrt{n}$

Reihen - Funktionen

$\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n\cdot(n+1)}{2}$

$\sum_{k=1}^{n} 2k - 1 = n^2$

$\sum_{k=1}^{n} 2k = n(n+1)$

$\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n\cdot(n+1)\cdot(2n+2)}{6}$

$\sum_{k=1}^{n} (2k-1)^2 = \frac{n\cdot(4n^2-1)}{3}$

$\sum_{k=1}^{n} k^3 = \left(\frac{n\cdot(n+1)}{2}\right)^2$

$\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)} = \frac{n}{n+1}$