

# FORMELSAMMLUNG PE

Diese Formelsammlung wurde nach bestem Wissen und Gewissen erstellt, kann aber dennoch Fehler enthalten und auch unvollständig sein.

## I.1. Einheiten

$$1J = 1Ws = 1Nm = 1 \frac{kg \, m^2}{s^2}$$
$$1W = \frac{Nm}{s} = 1 \frac{kg \, m^2}{s^3}$$

## I.2. Vektoren

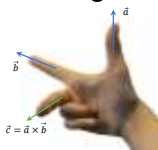
Ortsvektor  $\vec{r} = \begin{pmatrix} r_x \\ r_y \\ r_z \end{pmatrix}$  mit den Komponenten  $r_x, r_y, r_z$

Einheitsvektor  $\vec{e}_r = \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}$

Skalarprodukt  $s = \vec{r}_1 \cdot \vec{r}_2 = |\vec{r}_1| \cdot |\vec{r}_2| \cdot \cos \angle(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$

Kreuzprodukt  $\vec{r}_1 \times \vec{r}_2 = \begin{pmatrix} r_{x1} \\ r_{y1} \\ r_{z1} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} r_{x2} \\ r_{y2} \\ r_{z2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{y1}r_{z2} - r_{z1}r_{y2} \\ r_{z1}r_{x2} - r_{x1}r_{z2} \\ r_{x1}r_{y2} - r_{y1}r_{x2} \end{pmatrix}$

Rechte-Hand-Regel



## I.3. Bewegungen

Zusammenhänge  $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$   $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$   
 $\vec{r} = \int \vec{v} \, dt$   $\vec{v} = \int \vec{a} \, dt$

Geschwindigkeit

Wortmodell: Geschwindigkeit ist Weg pro Zeit

Mittlere Geschwindigkeit  $\bar{v}_{x,t_1 \rightarrow t_2} = \frac{r_x(t_2) - r_x(t_1)}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta r_x}{\Delta t}$

Momentane Geschwindigkeit  $v_x(t_0) = \frac{dr_x}{dt}(t_0)$

Zurückgelegter Weg  $r_{x,t_1 \rightarrow t_2} = \int_{t_1}^{t_2} v(t) \cdot dt$

Beschleunigung

Wortmodell: Beschleunigung ist Geschwindigkeitsänderung pro Zeit

Mittlere Beschleunigung  $\bar{a}_x = \frac{\Delta v_x}{\Delta t}$

Momentane Beschleunigung  $a_x(t_0) = \frac{dv_x}{dt}(t_0)$

Bewegungsgleichungen

$$v(t) = v(0) + a \cdot t$$
$$x(t) = x(0) + v(0) \cdot t + \frac{a}{2} t^2$$

## I.4. Newtonsche Gesetze

---

Newton 1: Ein Körper verharrt im Zustand der Ruhe oder der gleichförmigen, geradlinigen Bewegung, solange keine äußeren Kräfte auf ihn wirken.

Newton 2: Die Änderung der Bewegung ist der einwirkenden Kraft proportional und geschieht in Richtung der geraden Linie, in welcher die Kraft wirkt.

$$\begin{aligned}\sum \vec{F}_{ext} &= \vec{F}_{res} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \dot{\vec{p}} \stackrel{m=konst}{=} m \cdot \vec{a} \\ \sum \vec{M}_{ext} &= \vec{M}_{res} = \frac{d\vec{L}}{dt} = \dot{\vec{L}} \stackrel{J=konst}{=} J \cdot \vec{\alpha}\end{aligned}$$

Newton 3: Kräfte treten immer paarweise auf. Wenn ein Körper A eine Kraft auf einen Körper B ausübt, übt Körper B eine gleich große, aber entgegengesetzt gerichtete Kraft auf Körper A aus.

### Einige Kräfte

Gravitationskraft  $F_g = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$

Gravitationskonstante  $G = 6.67 \times 10^{-11} \frac{m^3}{kg \cdot s^2}$

Elektrostatische Kraft  $F_C = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2}$

elektrische Feldkonstante  $\epsilon_0 = 8.859 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2}$

Federkraft  $F = k_{Feder} \cdot \Delta l$

Haft- und Gleitreibung  $F_{HR} = \mu_H \cdot F_N, \quad F_{GR} = \mu_G \cdot F_N$

Dämpferkraft (laminare viskose Dämpfung)  $F = k_{Dämpfer} \cdot v$

Luftwiderstandskraft (turbulente viskose Dämpfung)  $F_L = \frac{1}{2} \cdot c_W \cdot \rho \cdot A \cdot v^2$

## I.5. Bewegung am Kreis

---

Winkelgeschwindigkeit

Wortmodell: Winkelgeschwindigkeit ist Winkel pro Zeit

Winkel  $\varphi(t) = \omega \cdot t$

Winkelgeschwindigkeit  $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$

Umfangs- oder Bahngeschwindigkeit  $v_{Bahn} = v_{Umfang} = \omega r$

Normal- oder Zentripetalbeschleunigung  $a_{normal} = a_{zentripetal} = \omega^2 r = \frac{v_{Bahn}^2}{r}$

## I.6. Beschleunigte Bezugssysteme

---

Trägheitskraft  $\vec{F}_t = -m \cdot \vec{a}_{system}$

Zentrifugalkraft  $\vec{F}_{ZF} = m \omega^2 r \cdot \frac{\vec{r}}{r} = m \frac{v_u^2}{r} \cdot \frac{\vec{r}}{r}$

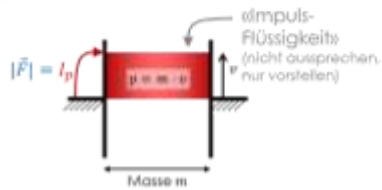
Corioliskraft  $\vec{F}_C = -2m(\vec{\omega} \times \vec{v})$

Trägheitsfeld  $\begin{aligned}\vec{g}_t &= -\vec{a}_{system} \\ \vec{g}_{lokal} &= \vec{g} + \vec{g}_t\end{aligned}$

## I.7. Impuls

Definition  $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$

Flüssigkeitsbild



Impulserhaltungssatz: Der Impuls ist eine Erhaltungsgröße, d.h. Impuls kann weder erzeugt noch vernichtet werden.

## I.8. Stöße

Beim inelastischen Stoß verformen sich die Körper plastisch und «bleiben aneinander», sie bewegen sich mit der gleichen Geschwindigkeit weiter.

Beim elastischen Stoß verformen sich die Körper elastisch und nehmen nach dem Stoß ihre ursprüngliche Form wieder an. In der ersten Stoßphase wird Energie in der Knautschzone gespeichert. In der zweiten Stoßphase sorgt die gespeicherte Energie dafür, dass noch einmal so viel Impuls fließt, wie in der ersten Stoßphase geflossen ist.

$$\Delta v'_1 = \Delta v''_1$$

## I.9. Energie (Translation)

Energie ist eine extensive Grösse.

Energie bleibt erhalten und kann weder erzeugt noch vernichtet werden.

Allgemein

Arbeit ist Übertragung von Energie durch eine Kraft.

Leistung ist Energie pro Zeit

Leistung = Energieübertragungsrate = Energiestrom  $P = \frac{dE}{dt} = \dot{E} = I_E$

Energie aus Leistung  $E_{t_1 \rightarrow t_2} = \int_{t_1}^{t_2} P(t) dt$

Arbeit einer Kraft

Wortmodell: Arbeit ist Kraft mal Weg

$$\begin{aligned} \text{Arbeit einer Kraft} \quad E_F &= \vec{F} \cdot \vec{s} \\ \text{bzw.} \quad E_F &= \int_{s_1}^{s_2} \vec{F}(s) \cdot d\vec{s} \\ \text{oder} \quad E_F &= \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}(t) \cdot \vec{v}(t) dt \end{aligned}$$

Leistung einer Kraft

Wortmodell: Leistung ist Kraft mal Geschwindigkeit

$$P_F(t) = \vec{F}(t) \cdot \vec{v}(t)$$

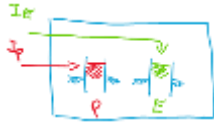
Energie aus Leistung  $E_F = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}(t) \cdot \vec{v}(t) dt$

Kinetische Energie  $E_{kin} = \frac{mv^2}{2}$

Potenzielle Energie  $E_{pot} = m g h$

Flüssigkeitsbild

zugehöriger Energiestrom = Impulsstrom mal Geschwindigkeit  $I_E = I_p \cdot v$



Energie = Menge mal mittlerer Potenzialdifferenz

$$\overline{\Delta v} = \frac{1}{2} (\Delta v_{Ende} - \Delta v_{Anfang})$$
$$E = p \cdot \overline{\Delta v}$$

Wasserfallbild: Fällt  $I_p$  über eine Potenzialdifferenz wird Prozessleistung frei; um  $I_p$  über eine Potenzialdifferenz zu heben, wird Energie benötigt.

Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{P_{Nutzen}}{P_{Aufwand}} = \frac{E_{Nutzen}}{E_{Aufwand}}$$

## 1.10. Rotation

Bogenmass  $\hat{\varphi} = \frac{\text{Bogenlänge}}{\text{Radius}}$

Winkelgeschwindigkeit  $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$

Winkelbeschleunigung

Wortmodell: Winkelbeschleunigung ist Winkelgeschwindigkeitsänderung pro Zeit

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \dot{\omega}$$

Drehmoment

Wortmodell: Drehmoment ist Kraft mal Abstand

$$\text{Wenn } \vec{r} \perp \vec{F} \quad M = F r$$
$$\text{sonst} \quad \vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

Das Drehmoment ist immer bezogen auf einen Drehpunkt.

Drehmoment eines Kräftepaars

$$\vec{M} = \vec{r}_{1 \rightarrow 2} \times \vec{F}$$

Massenmittelpunkt

Die gesamte Masse im MMP erzeugt dasselbe Drehmoment (um einen beliebigen Punkt) als der Körper selbst.

Spezielle Eigenschaft: MMP bewegt sich so, als wäre die gesamte Masse des Körpers in ihm konzentriert und als würden die externen Kräfte im MMP angreifen.

$$\text{In x-Richtung: } x_{MMP} = \frac{\sum x_i m_i}{\sum m_i}$$

Drehpunkt

Ein Körper rotiert immer um seinen MMP, es sei denn, es wirkt eine Kraft, z.B. von einer Achse, die einen anderen Drehpunkt erzwingt.

## Allgemeine ebene Bewegung (Schwerpunktsatz)

Eine beliebige Bewegung lässt sich als Superposition aus einer Translation und einer Rotation darstellen.

### I.1.1. Drehimpuls

---

Drehimpuls und Trägheitsmoment sind immer auf den Drehpunkt bezogen.

Der Drehimpuls ist eine extensive Grösse, die zwischen zwei Körpern ausgetauscht werden kann. In einem abgeschlossenen System ist der Drehimpuls erhalten.

Punktmasse

Drehimpuls	$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$
Massenträgheitsmoment	$J = m r^2$
Allgemein	$J = \sum m_i r_i^2$

Drehimpuls  $\vec{L} = J \cdot \vec{\omega}$

Satz von Steiner  $J_{neu} = J_{Schwerpunkt} + Masse \cdot Abstand^2$

Hebelgesetz

Kraft mal Kraftarm = Last mal Lastarm (wenn beide Kräfte parallel zueinander sind)

Abrollbedingung

$$\begin{aligned} s &= \widehat{\varphi} R = v_A t \\ \omega R &= v_A = v_U \\ \alpha R &= a_A \end{aligned}$$

Drehfeder  $M = D \cdot \Delta\varphi$

Bahn und Eigendrehimpuls

Eigendrehimpuls	$\vec{L}_{Eigen} = J_{MMP} \cdot \vec{\omega}$
Bahndrehimpuls	$\vec{L}_{Bahn} = \vec{r}_{MMP} \times m \cdot \vec{v}_{MMP}$
Gesamter Drehimpuls	$\vec{L}_O = \vec{L}_{Eigen} + \vec{L}_{Bahn}$

### I.1.2. Energie (Rotation)

---

Kinetische Energie der Rotation  $W_{rot} = \frac{I \omega^2}{2}$

Arbeit eines Drehmoments  $E_M = \int_{\theta_1}^{\theta_2} M(\theta) d\theta$   
bzw.  $E_M = M \Delta\theta$

Leistung eines Drehmoments  $P_M = M \omega$



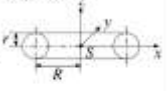
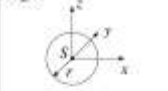
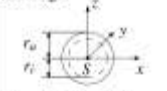
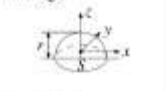

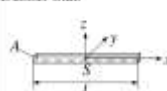
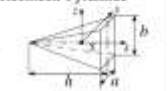
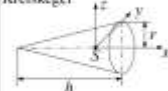
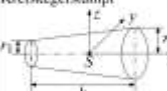
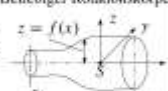
Energie aus Leistung  $E_M = \int M(t) \omega(t) dt$

### I.13. Schwenkbewegungen

$$\vec{M} = \vec{\Omega} \times \vec{L}$$

### I.14. Anhang

Position des Schwerpunkts:  $S$ ; Hauptträgheitsachsen:  $\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$ ; Hauptträgheitsmomente:  $I_x, I_y, I_z$

<b>Kreiszylinder</b>  $m = \rho \pi r^2 h$ $I_x = \frac{m r^2}{2}$ $I_y = I_z = \frac{m(3r^2 + h^2)}{12}$	<b>Hohlzylinder</b>  $m = \rho \pi (r_o^2 - r_i^2) h$ $I_x = \frac{m(r_i^2 + r_o^2)}{2}$ $I_y = I_z = \frac{m(r_i^2 + r_o^2 + h^2/3)}{4}$	<b>Kreistorus</b>  $m = \rho 2\pi^2 r^2 R$ $I_x = I_y = \frac{m(4R^2 + 5r^2)}{8}$ $I_z = \frac{m(4R^2 + 3r^2)}{4}$
<b>Kugel</b>  $m = \rho \frac{4}{3} \pi r^3$ $I_x = I_y = I_z = \frac{2}{5} m r^2$	<b>Hohlkugel</b>  $m = \rho \frac{4}{3} \pi (r_o^3 - r_i^3)$ $I_x = I_y = I_z = \frac{2}{5} m \frac{r_o^5 - r_i^5}{r_o^2 - r_i^2}$	<b>Halbkugel</b>  $m = \rho \frac{2}{3} \pi r^3$ $I_x = I_y = \frac{83}{320} m r^2$ $I_z = \frac{2}{5} m r^2$
<b>Quader</b>  $m = \rho abc$ $I_x = \frac{m(b^2 + c^2)}{12}$ $I_y = \frac{m(a^2 + c^2)}{12}$ $I_z = \frac{m(a^2 + b^2)}{12}$	<b>Dünner Stab</b>  $m = \rho A l$ $I_x = I_z = \frac{m l^2}{12}$	<b>Rechteck-Pyramide</b>  $m = \rho a b h / 3$ $I_x = \frac{m(a^2 + b^2)}{20}$ $I_y = \frac{m(a^2 + \frac{1}{3}b^2)}{20}$ $I_z = \frac{m(b^2 + \frac{1}{3}a^2)}{20}$
<b>Kreiskegel</b>  $m = \rho \pi r^2 h / 3$ $I_x = \frac{3}{10} m r^2$ $I_y = I_z = \frac{3m(4r^2 + h^2)}{80}$	<b>Kreiskegestumpf</b>  $m = \rho \frac{1}{3} \pi h (r_1^2 + r_2^2 + r_1 r_2)$ $I_x = \frac{3}{10} m \frac{r_1^5 - r_2^5}{r_1^2 - r_2^2}$	<b>Beliebiger Rotationskörper</b>  $m = \rho \pi \int_{x_1}^{x_2} f^2(x) dx$ $I_x = \frac{1}{2} \rho \pi \int_{x_1}^{x_2} f^4(x) dx$

#### Shortcuts zur Formelsammlung in Word

Formel einfügen: Alt + Shift + \* (in älteren Versionen Alt + Shift + =)

Subskript: \_  $I_W$

Superskript: ^  $d^2$

Formatierung abschliessen: Space\_

$\varphi$	<code>\varphi_</code>
$\alpha \beta \gamma$	<code>\alpha_ \beta_ \gamma_</code>
$\Delta$	<code>\Delta_</code>
$\vec{x}$	<code>x\vec{ }</code>
$\bar{x}$	<code>x\bar{ }</code>
$\dot{x}$	<code>x\dot{ }</code>
$\ddot{x}$	<code>x\ddot{ }</code>
$\hat{c}_p$	<code>c\hat{ }_p</code>
$\widehat{\varphi}$	<code>\overparen\varphi_</code>
$\overset{!}{=}$	<code>=\above_!_</code>
$\sqrt{\quad}$	<code>\sqrt{ }</code>
$\int$	<code>\int_</code>
$\Sigma$	<code>\sum_</code>

## Griechisches Alphabet

Großbuchstaben	Kleinbuchstaben	Name
Α	α	Alpha
Β	β	Beta
Γ	γ	Gamma
Δ	δ	Delta
Ε	ε, ε	Epsilon
Ζ	ζ	Zeta
Η	η	Eta
Θ	θ, θ	Theta
Ι	ι	Iota
Κ	κ, κ	Kappa
Λ	λ	Lambda
Μ	μ	My
Ν	ν	Ny
Ξ	ξ	Xi
Ο	ο	Omikron
Π	π, ω	Pi
Ρ	ρ, ρ	Rho
Σ	σ, σ	Sigma
Τ	τ	Tau
Υ	υ	Ypsilon
Φ	φ, φ	Phi
Χ	χ	Chi
Ψ	ψ	Psi
Ω	ω	Omega

## Vorsätze für Zehnerpotenzen

**Tabelle 1.1** Vorsätze für Zehnerpotenzen.

Vielfaches	Vorsatz	Abkürzung
$10^{18}$	Exa	E
$10^{15}$	Peta	P
$10^{12}$	Tera	T
$10^9$	Giga	G
$10^6$	Mega	M
$10^3$	Kilo	k
$10^2$	Hekto <sup>†</sup>	h
$10^1$	Deka <sup>†</sup>	da
$10^{-1}$	Dezi <sup>†</sup>	d
$10^{-2}$	Zenti <sup>†</sup>	c
$10^{-3}$	Milli	m
$10^{-6}$	Mikro	μ
$10^{-9}$	Nano	n
$10^{-12}$	Piko	p
$10^{-15}$	Femto	f
$10^{-18}$	Atto	a

<sup>†</sup> Die zu Hekto (h), Dekka (da) und Dezi (d) gehörenden Vielfachen sind keine Potenzen von  $10^3$  oder  $10^{-3}$  und werden kaum noch verwendet. Eine weitere Ausnahme macht der Vorsatz Zenti (c), der bei der Längeneinheit  $1\text{ cm} = 10^{-2}\text{ m}$  üblich ist. Bitte beachten Sie, dass die Abkürzungen für Vorsätze ab  $10^6$  groß-, alle anderen hingegen kleingeschrieben werden.

[Tipler, Physik]