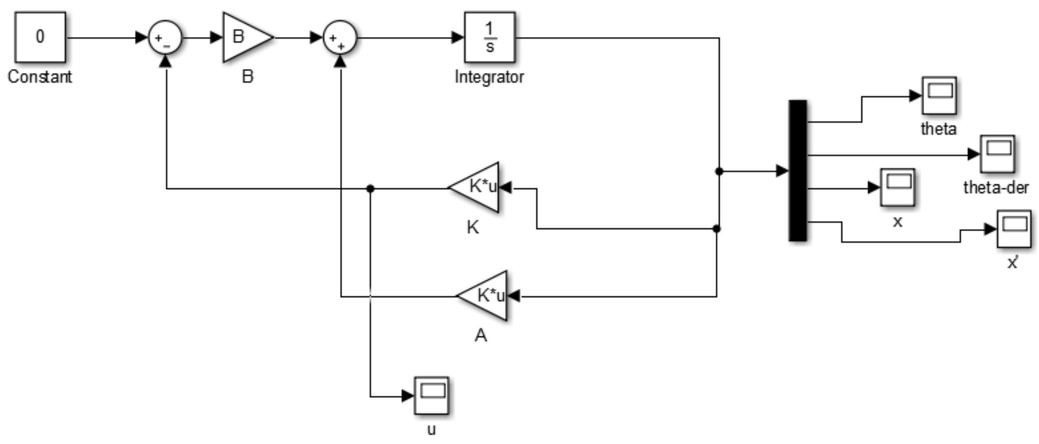
Ονοματεπώνυμο: Δημήτρης Κελέσης

Εξάμηνο: 6ο

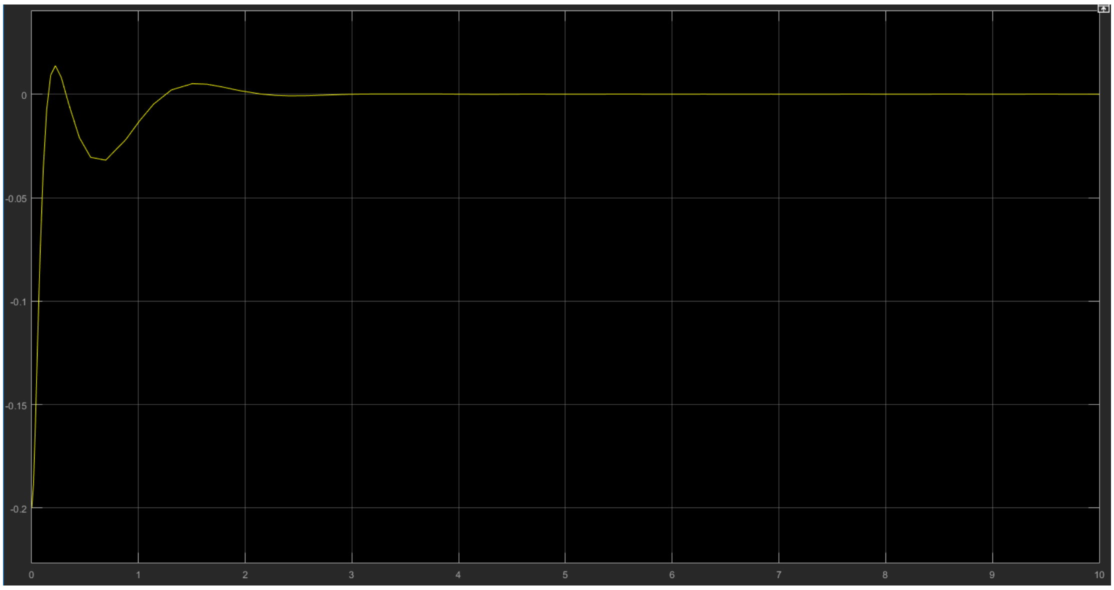
Αριθμός Μητρώου: 03115037

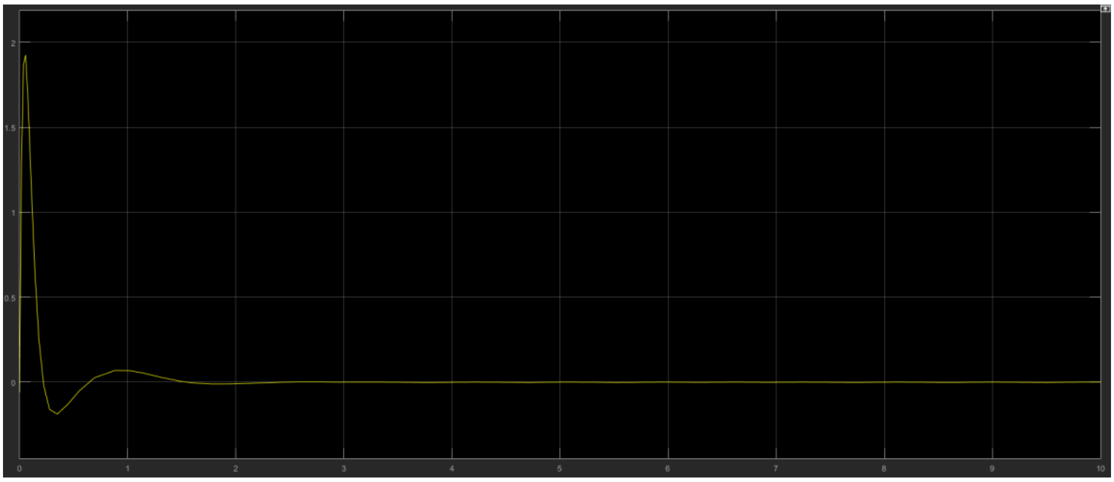
Άσκηση1

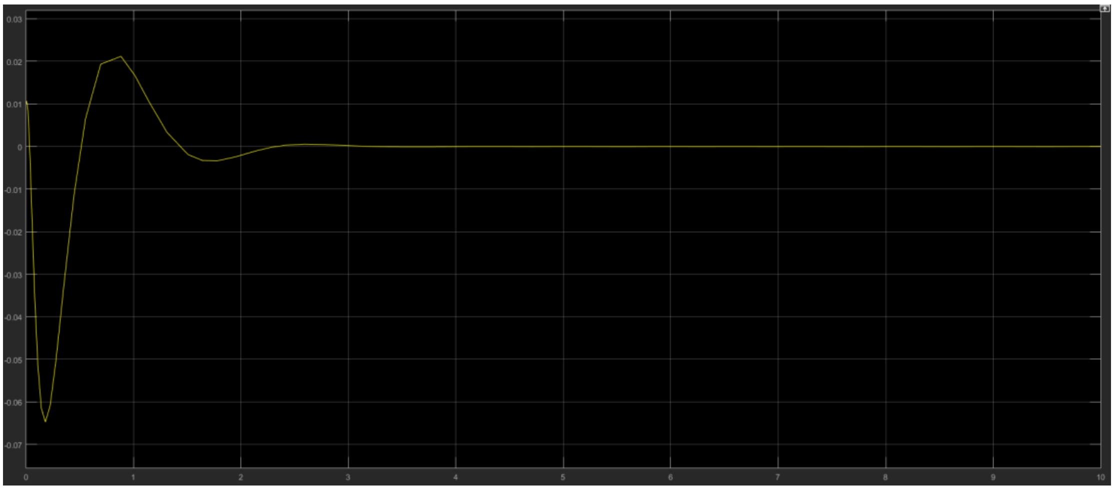
Αρχικά θα πρέπει να εισάγουμε στο matlab τους πίνακες A,B,C,D όπως αυτοί προκύπτουν από τις διδόμενες εξισώσεις. Αρχικά για λόγους πληρότητας θα ακολουθήσουμε την διαδικασία που θα ακολουθούσαμε αν επιλύαμε με το χέρι το πρόβλημα μας. Σχηματίζουμε την χαρακτηριστική εξίσωση σύμφωνα με τους παραπάνω πίνακες και κατόπιν κατασκευάζουμε τον πίνακα ελεγξιμότητας ο οποίος είναι ο εξής: $C = [B\ AB\ A^2B\ A^3B]$ και αφού υπολογίσουμε τον αντίστροφο του κρατάμε την τελευταία γραμμή αυτού και σχηματίζουμε τον πίνακα μετασχηματισμού ομοιότητας T, με την χρήση του οποίου οδηγούμαστε στην κανονική ελέγξιμη μορφή στην οποία είναι πιο εύκολη η γραφική απεικόνιση του και συνεπώς η σχεδίαση του. Για q = τελευταία γραμμή του αντίστροφου του πίνακα ελεγξιμότητας έχουμε ότι $T= [q\ qA\ qA^2\ qA^3]^T$ και δημιουργούμε τους νέους πίνακες $A' = TAT^{-1}$ και $B' = TB$. Στην παρούσα διαδικασία επειδή έχουμε τη δυνατότητα χρήσης υπολογιστή δεν θα ακολουθήσουμε την παραπάνω διαδικασία.
Αρχικά παρατηρούμε ότι το σύστημα δεν είναι ευσταθές καθώς έχει 2 πόλους στο 0 και άλλους δύο πραγματικούς στο δεξί μιγαδικό ημιεπίπεδο. Ελέγχουμε αρχικά ότι το σύστημα είναι ελέγξιμο και ότι μπορούμε να μεταφέρουμε τους πόλους του σε επιθυμητές θέσεις. Αυτό όντως ισχύει καθώς υπολογίζοντας την ορίζουσα του πίνακα C αυτή προκύπτει ότι είναι διάφορη του μηδενός. Άρα προχωρώντας την διαδικασία επιθυμούμε το σύστημα μας μετά την μεταφορά των πόλων που θα προκύψει από την ανατροφοδότηση να έχει 2 επικρατούντες πόλους στον jω άξονα και τους άλλους 2 αρκετά μακριά από τον φανταστικό άξονα στο αριστερό μιγαδικό ημιεπίπεδο ώστε να σβήνουν πολύ γρήγορα και να έχουν αμεληταία επίδραση στην μεταβατική απόκριση. Απαιτείται ζ=0.5 και Ts ≤ 2 => 4 / (0.5*ωn) = 2 => ωn=4. Άρα οι επιθυμητοί επικρατούντες πόλοι θα είναι οι εξής: $s_{1,2} = -2 \pm j*3.4641$ και αυθαίρετα επιλέγουμε τους άλλους δύο πόλους στη τιμή -20. Για λόγους ευκολίας υπολογισμών στο matlab υπολογίσαμε τον πίνακα K*T' όπου ο πίνακας K προήλθε από την χρήση της συνάρτησης K=place(A,B,poles). Από την συνάρτησης μεταφοράς και τα προηγούμενα δημιουργούμε τους πίνακες ad & a0 και σύμφωνα με τις αρχικές συνθήκες και το σχήμα που παρατίθεται έχουμε τα εξής αποτελέσματα:

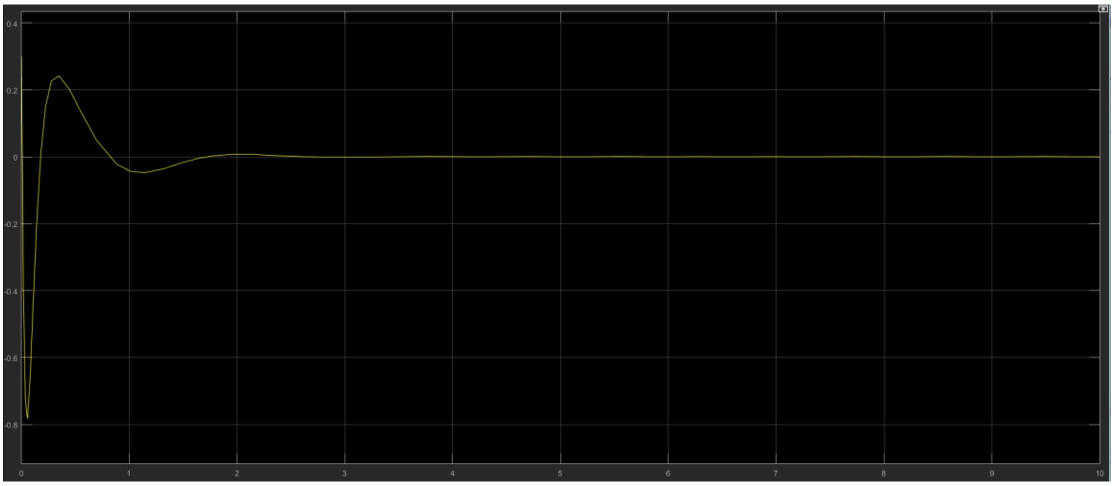


Τα διαγράμματα για τα theta, theta', x, x',u για χρόνο προσομοίωσης ίσο με 10 secs είναι τα ακόλουθα:









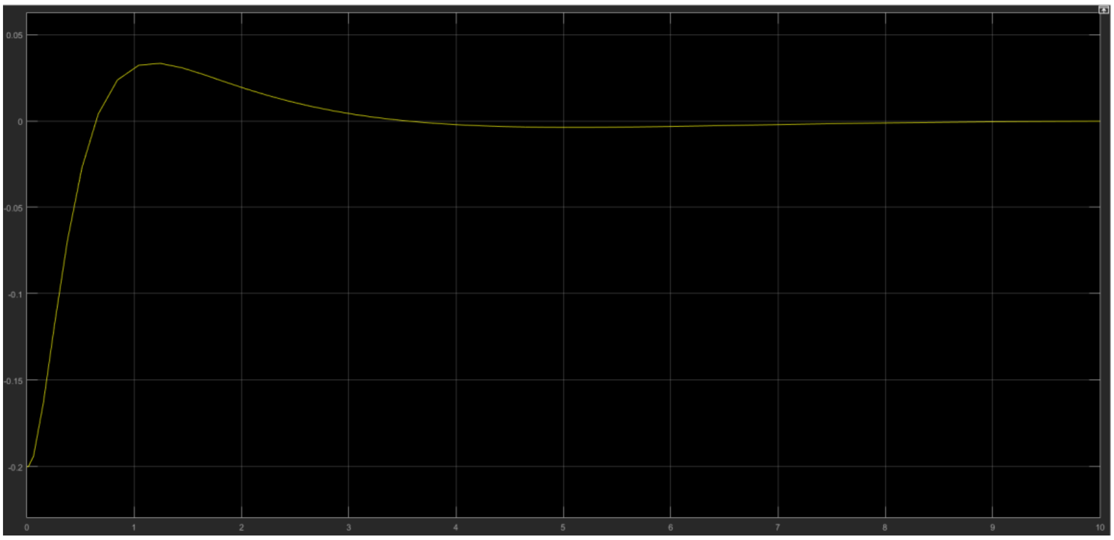
Άσκηση 2

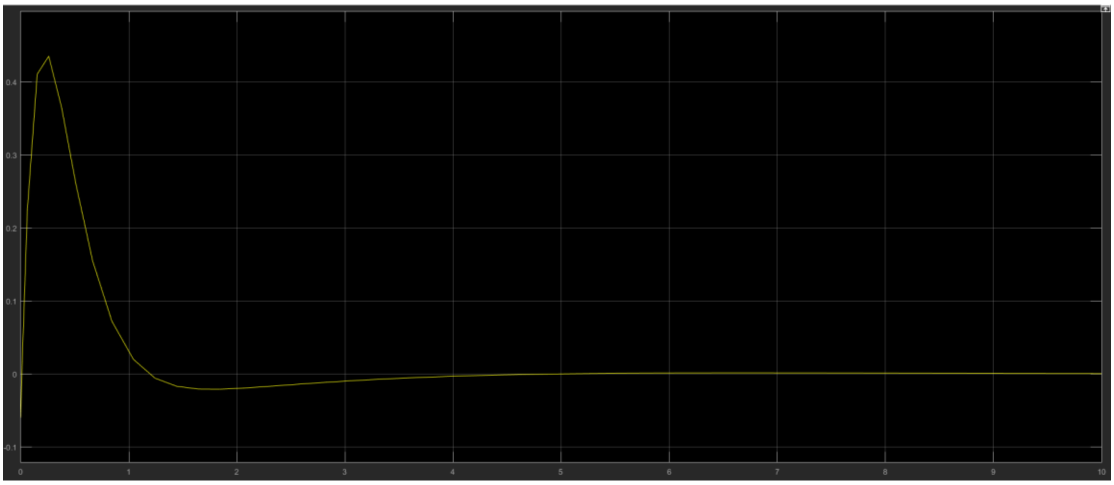
Επιθυμούμε να ελαχιστοποιήσουμε το τετραγωνικό κριτήριο κόστους. Για να το καταφέρουμε αυτό αρχικά θα επιλύσουμε την εξίσωση Riccati με την χρήση της συνάρτησης care του matlab ώστε να μας επιστρέψει ως αποτέλεσμα το βέλτιστο κέρδος και τον πίνακα P. Σύμφωνα με την παραπάνω ανάλυση έχουμε τα εξής αποτελέσματα:

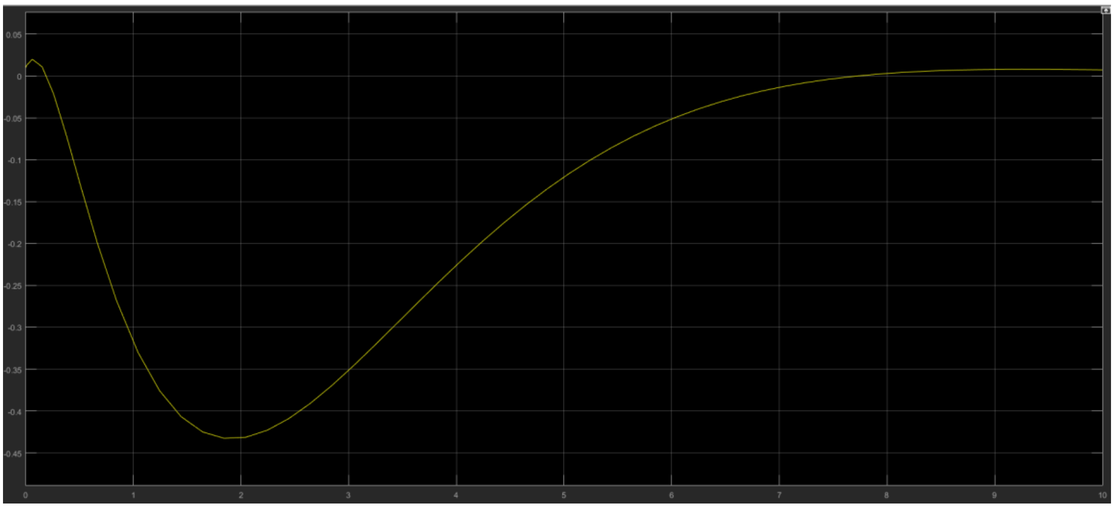
```
P =

  301.2173   66.6024   11.5847   28.9734
   66.6024   14.8439    2.6079    6.5185
   11.5847    2.6079    2.7261    3.2159
   28.9734    6.5185    3.2159    7.5848
```

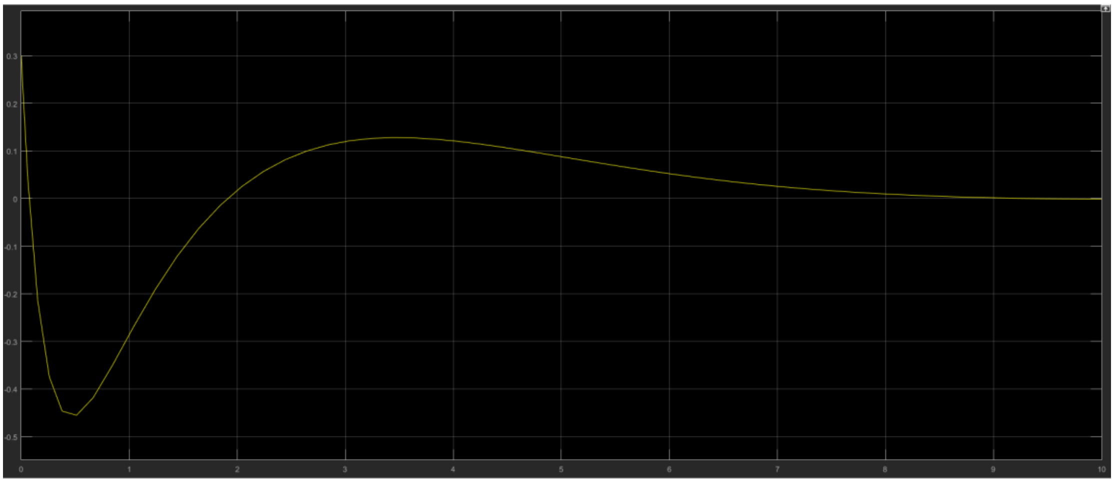
```
Kr =

  -52.1157  -11.5847   -1.0000   -2.7261
```

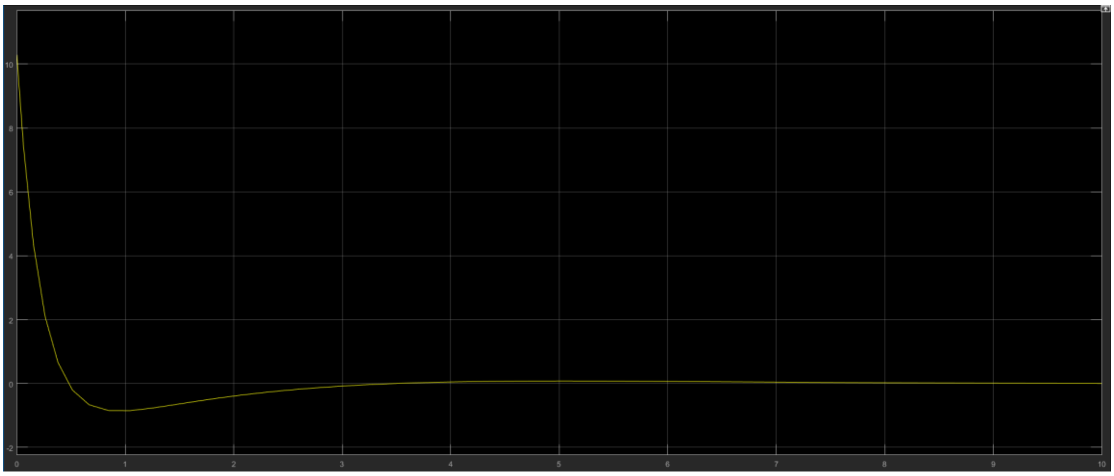
Δημιουργώντας νέο σχηματικό το οποίο κατουσίαν είναι το ίδιο σχήμα με το αρχικό μας και προσομοιώνοντας πάλι για χρόνο ίσο με 10 secs έχουμε τα εξής διαγράμματα για τα theta, theta’, x, x’, u:






0.05
0
-0.05
-0.1
-0.15
-0.2
-0.25
-0.3
-0.35
-0.4
-0.45
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

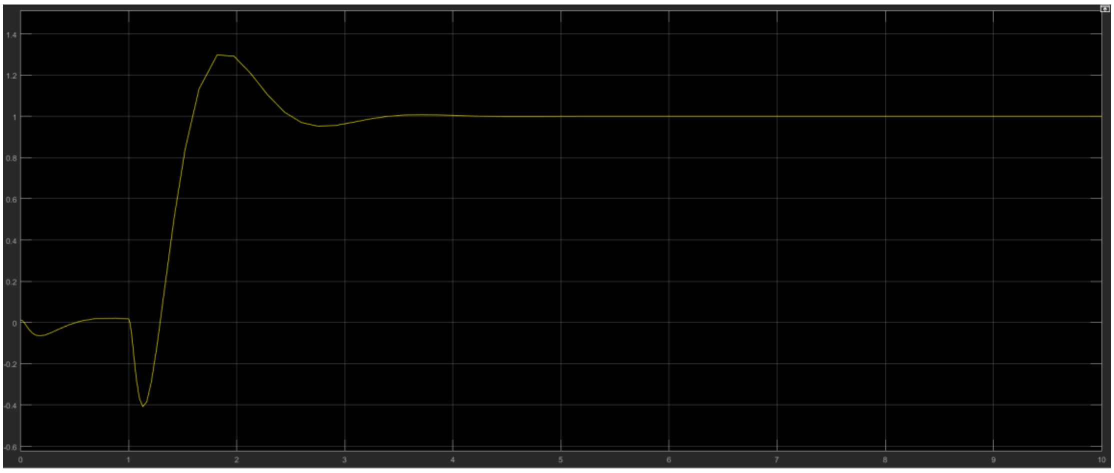

0.3
0.2
0.1
0
-0.1
-0.2
-0.3
-0.4
-0.5
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

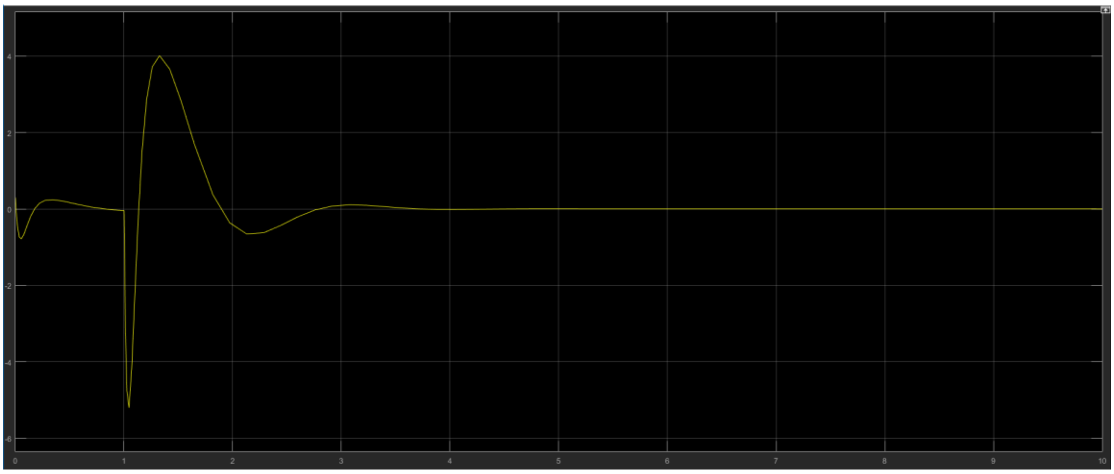

10
8
6
4
2
0
-2
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

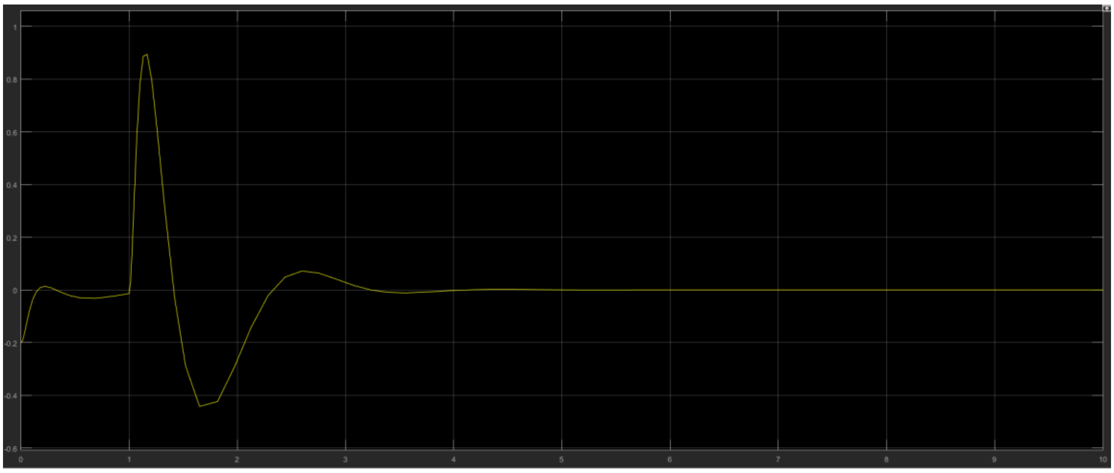
Άσκηση 3

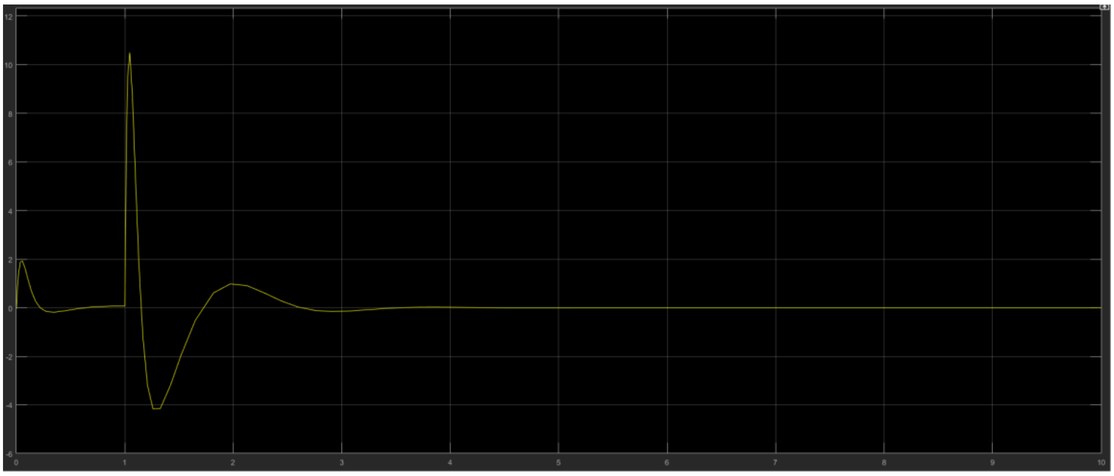
Θεωρούμε το παρόν σύστημα για το οποίο ισχύει ότι $\frac{dx}{dt}$ = Ax + Bu , y=Cx

Επιθυμούμε να μεταφέρουμε την έξοδο του συστήματος μας σε ένα σημείο της επιλογής μας, συγκεκριμένα εδώ στην θέση r = 1, και να παραμείνει σε αυτό το σημείο. Για να το πετύχουμε αυτό θεωρούμε ότι η είσοδος είναι της μορφής $u = -Kx + k_r r$,για εμάς θα είναι r = 1. Το αρχικό αρνητικό πρόσημο οφείλεται στην αρνητική ανάδραση. Με αντικατάσταση στην παραπάνω σχέση και αναζητώντας το σημείο ισορροπίας, δηλαδή εκεί που μηδενίζεται η πρώτη παράγωγος, έχουμε το εξής αποτέλεσμα: $x_e = -(A-BK)^{-1}Bk_r r$ & $y_e = Cx_e$ όπου οι δείκτες e συμβολίζουν την λέξη equilibrium. Για r = 1 και $y_e = 1$ λύνοντας έχουμε ότι $k_r = -1 / (C\,(A - BK)^{-1}\,B)$.
Στην άσκηση επιθυμούμε να πραγματοποιήσουμε την παραπάνω μετακίνηση σε κάποιο σημείο και για λόγους ευκολίας επιλέγουμε το σημείο αυτό να είναι η μονάδα. Ουσιαστικά προσθέτουμε ένα επιπλέον Block κέρδους γιατί το σφάλμα μόνιμης κατάστασης για οποιαδήποτε είσοδο είναι μεγάλο. Επίσης από τον παραπάνω πίνακα για τα kr επιλέγω το δεύτερο στοιχείο του πίνακα και χρησιμοποιώντας την ανατροφοδότηση στο ίδιο με το αρχικό σχηματικό του Simulink έχουμε τα εξής διαγράμματα για τα x, x', theta, theta' :



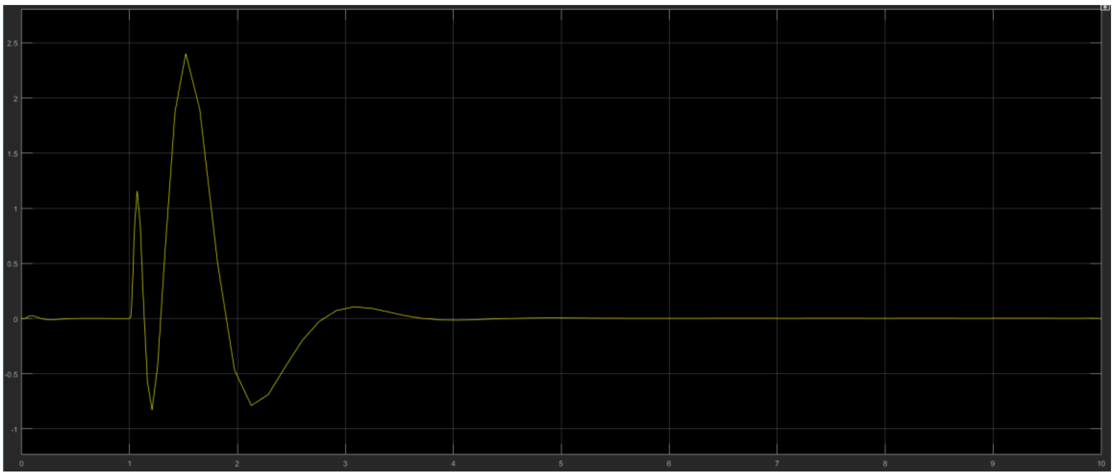






Για τον υπολογισμό της ισχύος θεωρούμε τα εξής από την φυσική με την προϋπόθεση ότι η μάζα είναι μοναδιαία:

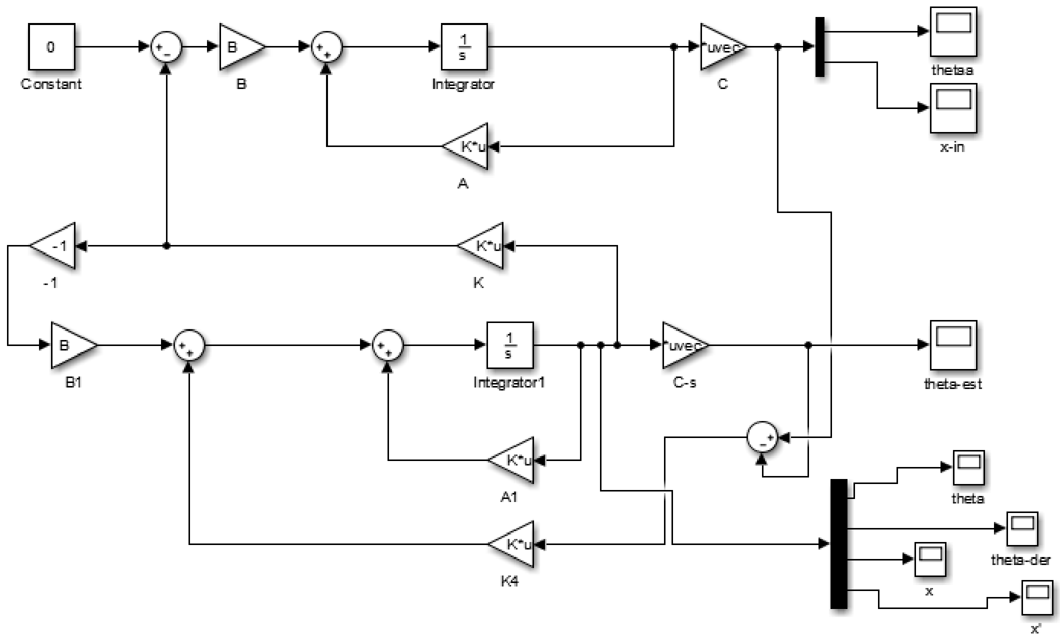
$P = Fx' = ma(x') = m(x'')(x') = (x'')(x')$
Το διάγραμμα που προκύπτει από το παραπάνω γινόμενο και παρουσιάζει την μοναδιαίας μάζας ισχύ είναι το εξής:



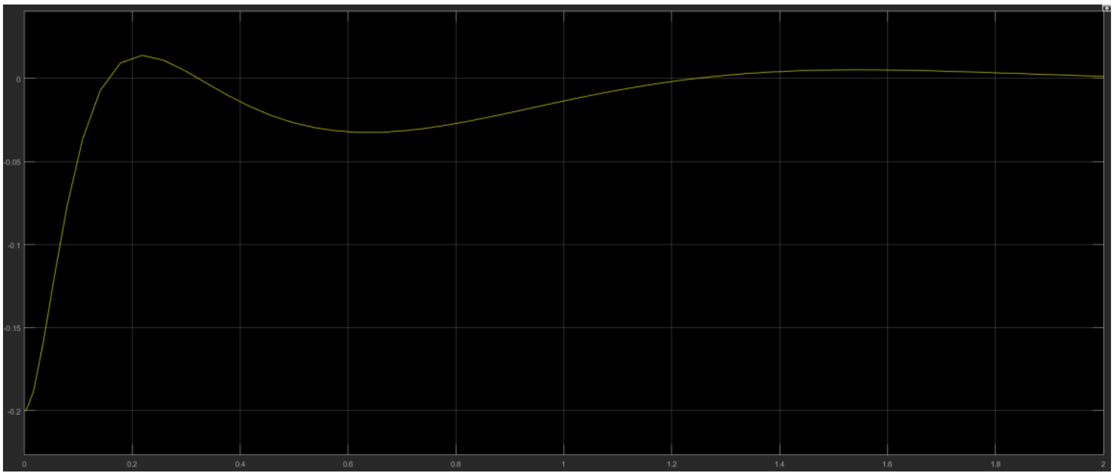
Άσκηση 4

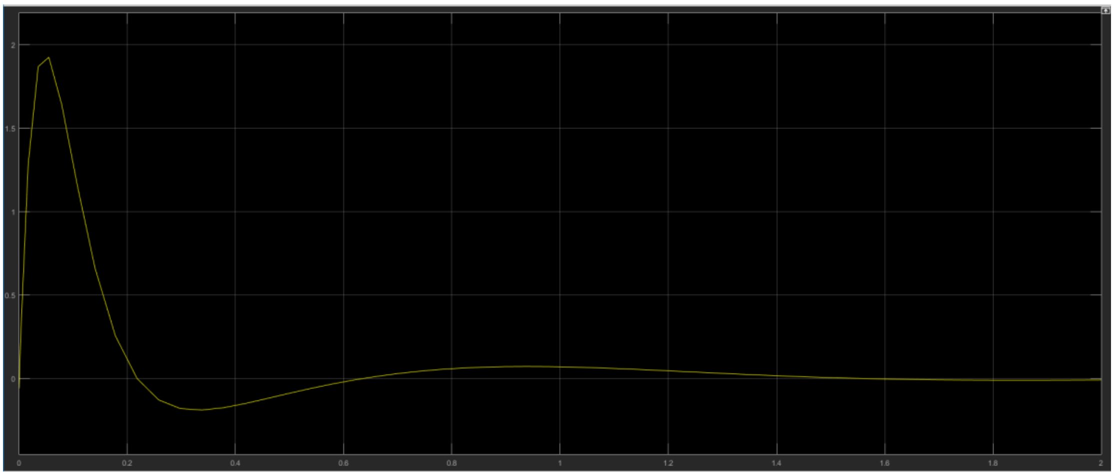
Θεωρώντας όπως υποδεικνύεται στην εκφώνηση ότι το διάνυσμα χ της κατάστασης του συστήματος μας δεν είναι μετρήσιμο αλλά αντίθετα μπορούμε να μετρήσουμε την έξοδο του θα χρησιμοποιήσουμε έναν παρατηρητή κατάστασης μέσω του οποίου θα εκτιμήσουμε το διάνυσμα κατάστασης που θα ανατροφοδοτήσουμε στο σύστημα μας για να έχουμε την επιθυμητή έξοδο. Επίσης θα αξιοποιήσουμε την αρχή του διαχωρισμού και θα σχεδιάσουμε ανεξάρτητα τον παρατηρητή κατάστασης. Το μόνο αναγκαίο είναι ο πίνακας από τον οποίο προκύπτει η χαρακτηριστική εξίσωση του συστήματος να είναι ευσταθής ώστε το σφάλμα στην μόνιμη κατάσταση να είναι μηδενικό. Ο παρατηρητής που θα χρησιμοποιήσουμε είναι ο εξής:

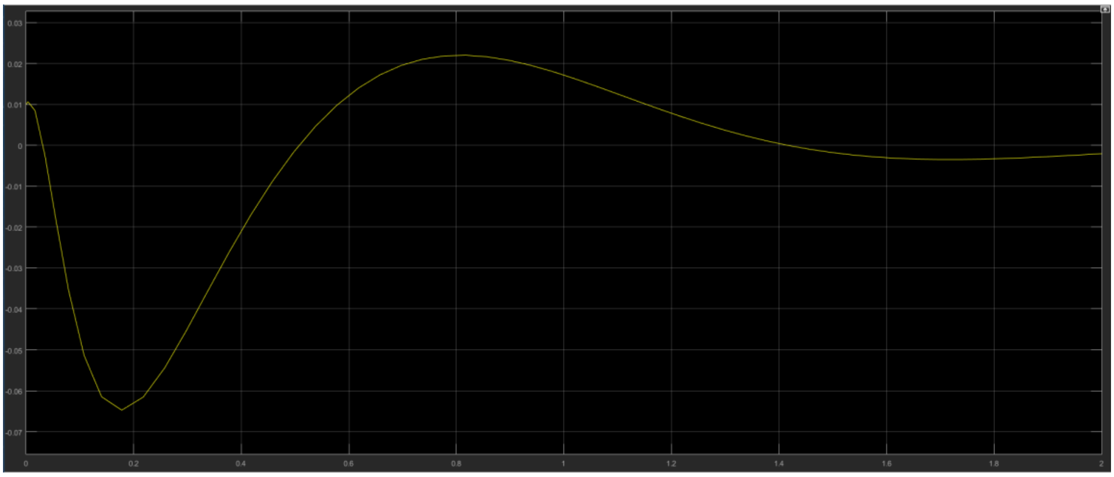
$\dot{\tilde{x}}$ = A$\tilde{x}$ + Bu + K_e(y - C$\tilde{x}$) = (A-K_eC) $\tilde{x}$ + Bu + K_ey
Και επιθυμούμε ο πίνακας A-KeC να είναι ευσταθής. Από αρχή του διαχωρισμού μπορούμε να τοποθετήσουμε τους πόλους του παρατηρητή όπου εμείς επιθυμούμε. Επιλέγουμε την θέση -1 ,αν και θα μπορούσαμε να βάλουμε τους πόλους όσο μακριά από τον φανταστικό άξονα επιθυμούμε ώστε το σφάλμα να μηδενίζεται πιο γρήγορα. Το σχηματικό που έχουμε είναι το εξής:

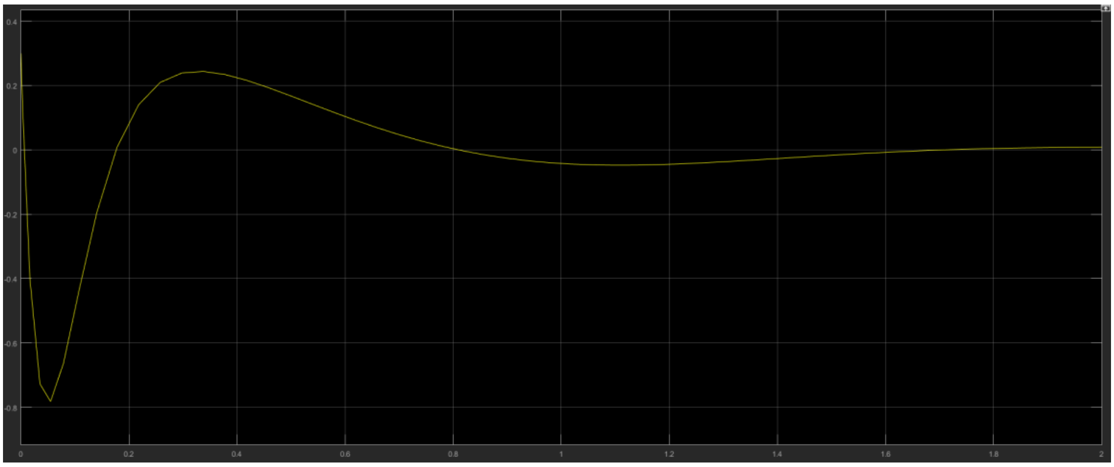


Τα γραφήματα που παίρνουμε για το Α ερώτημα για τα theta,theta’,x,x’ είναι τα εξής:

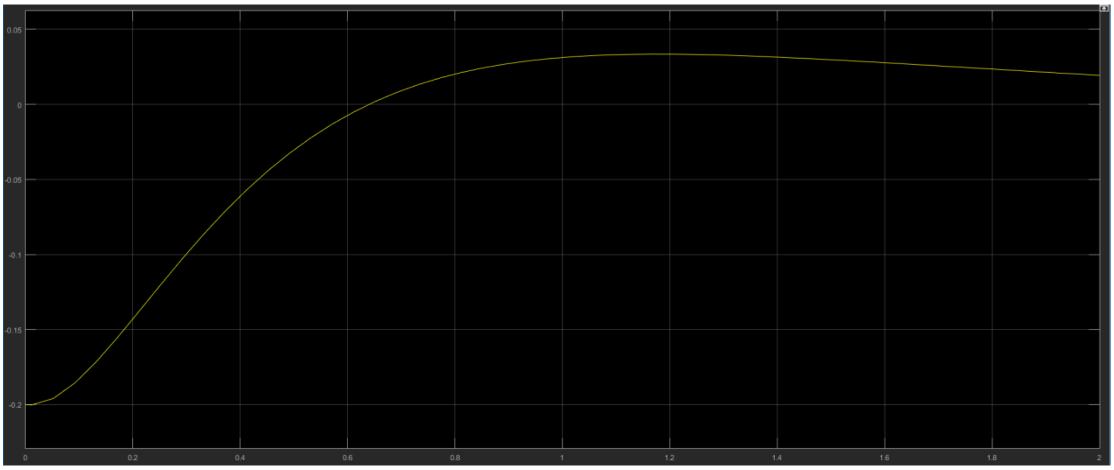


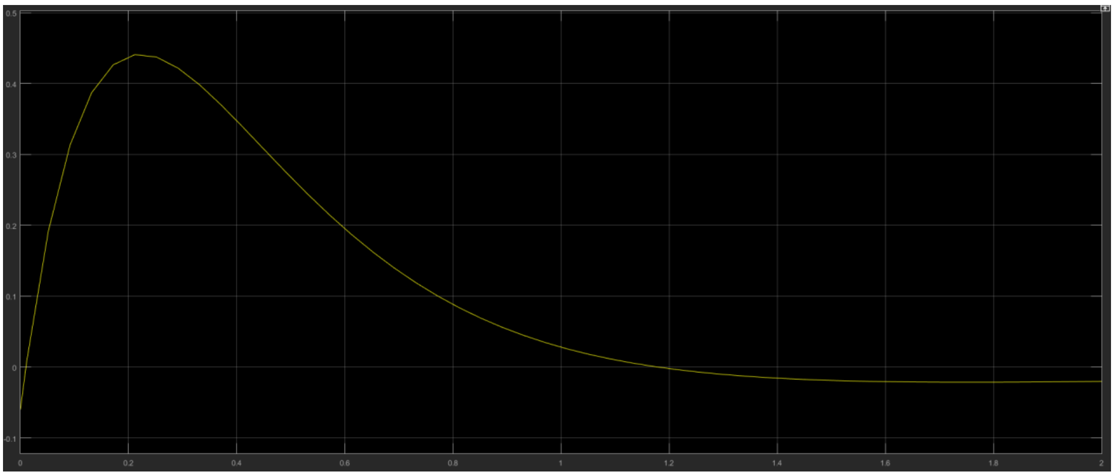


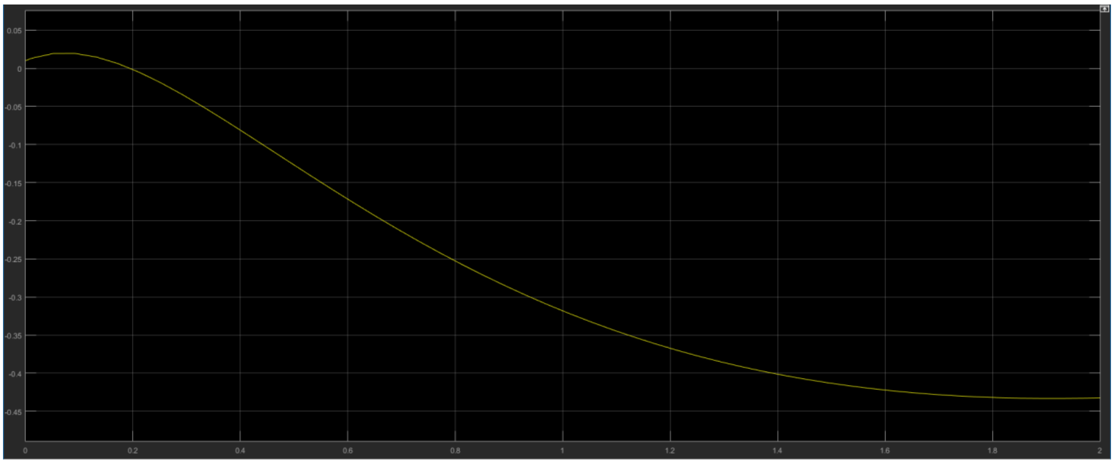


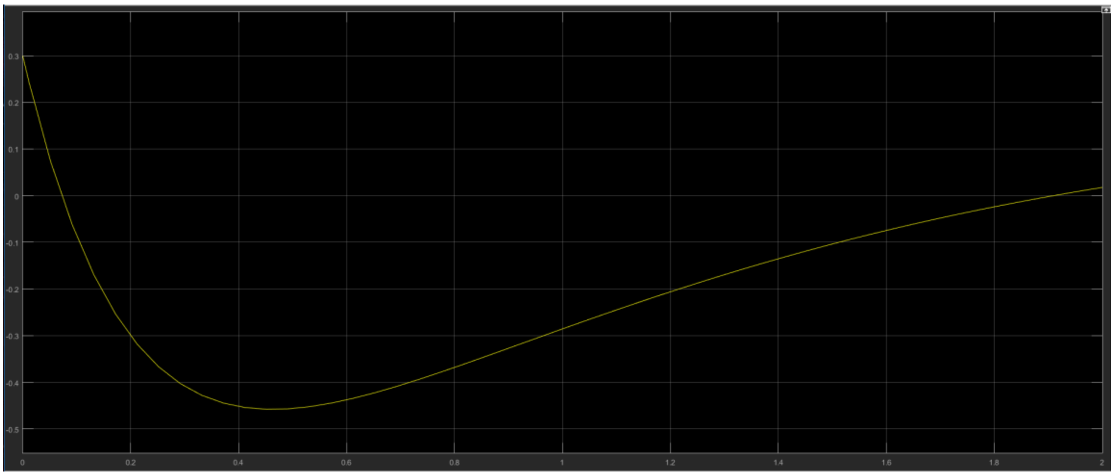


Τα γραφήματα που παίρνουμε για το Β ερώτημα για τα theta,theta’,x,x’ είναι τα εξής:









Άσκηση 5

Πραγματοποιούμε την ζητούμενη αλλαγή του πίνακα A στις απαιτούμενες τιμές και προσομοιώνουμε για 10 secs. Παρατηρούμε ότι το σύστημα παραμένει ευσταθές. Το σχηματικό είναι ίδιο με αυτό της πρώτης άσκησης με τη μόνη αλλαγή στον πίνακα A.