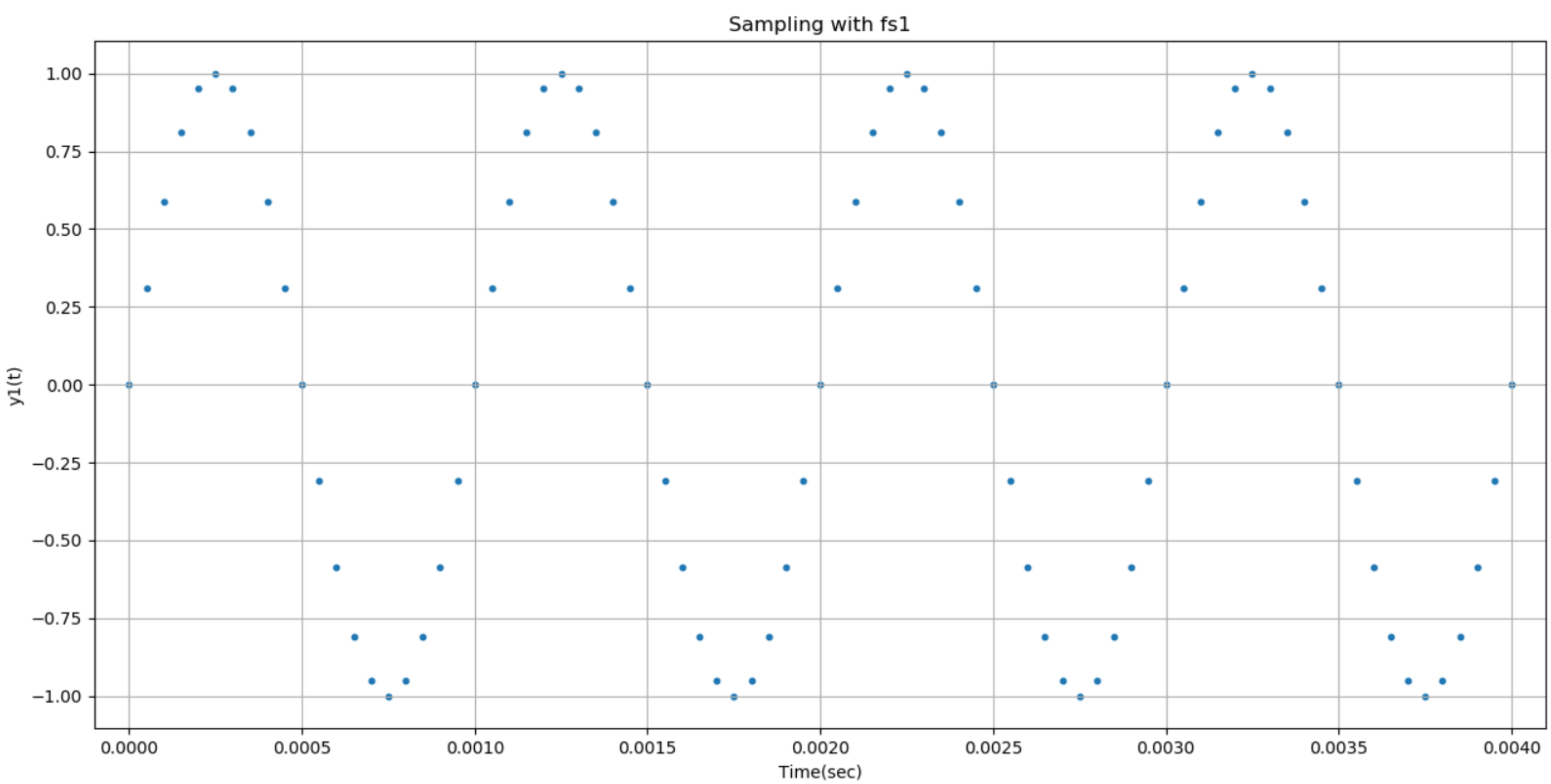
Κελέσης Δημήτρης 5ο εξάμηνο Σ.Η.Μ.Μ.Υ. Α.Μ.: 03115037

Σύμφωνα με τα τρία τελευταία ψηφία του Α.Μ. θα έχουμε 0+3+7=10, 1+0=1. Άρα f_m=1000 Hz.

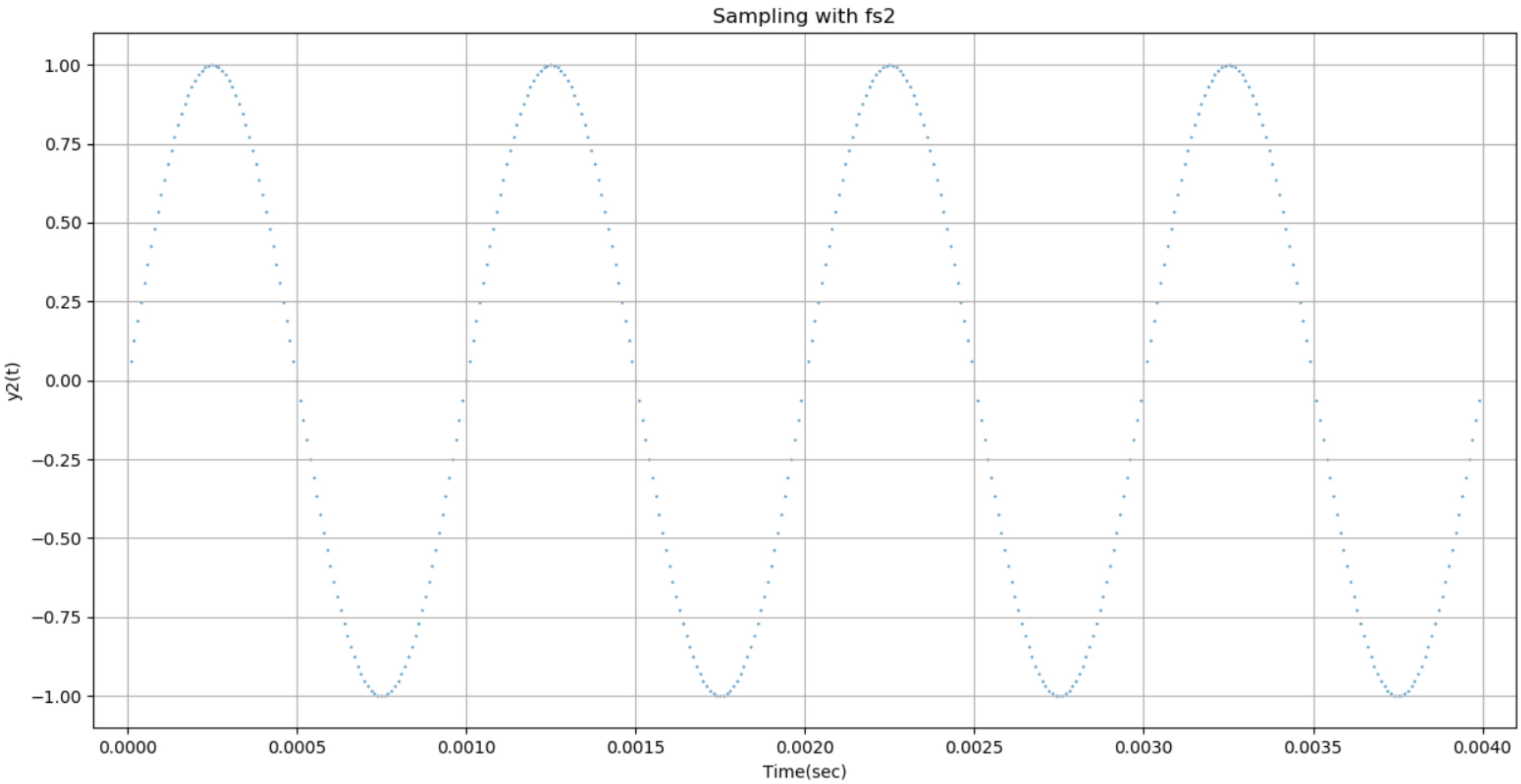
1ο Ερώτημα

α) Πραγματοποιούμε την δειγματοληψία σύμφωνα με την εκφώνηση στις δύο διαφορετικές συχνότητες και εκτελώντας των κώδικα έχουμε τα εξής διαγράμματα:

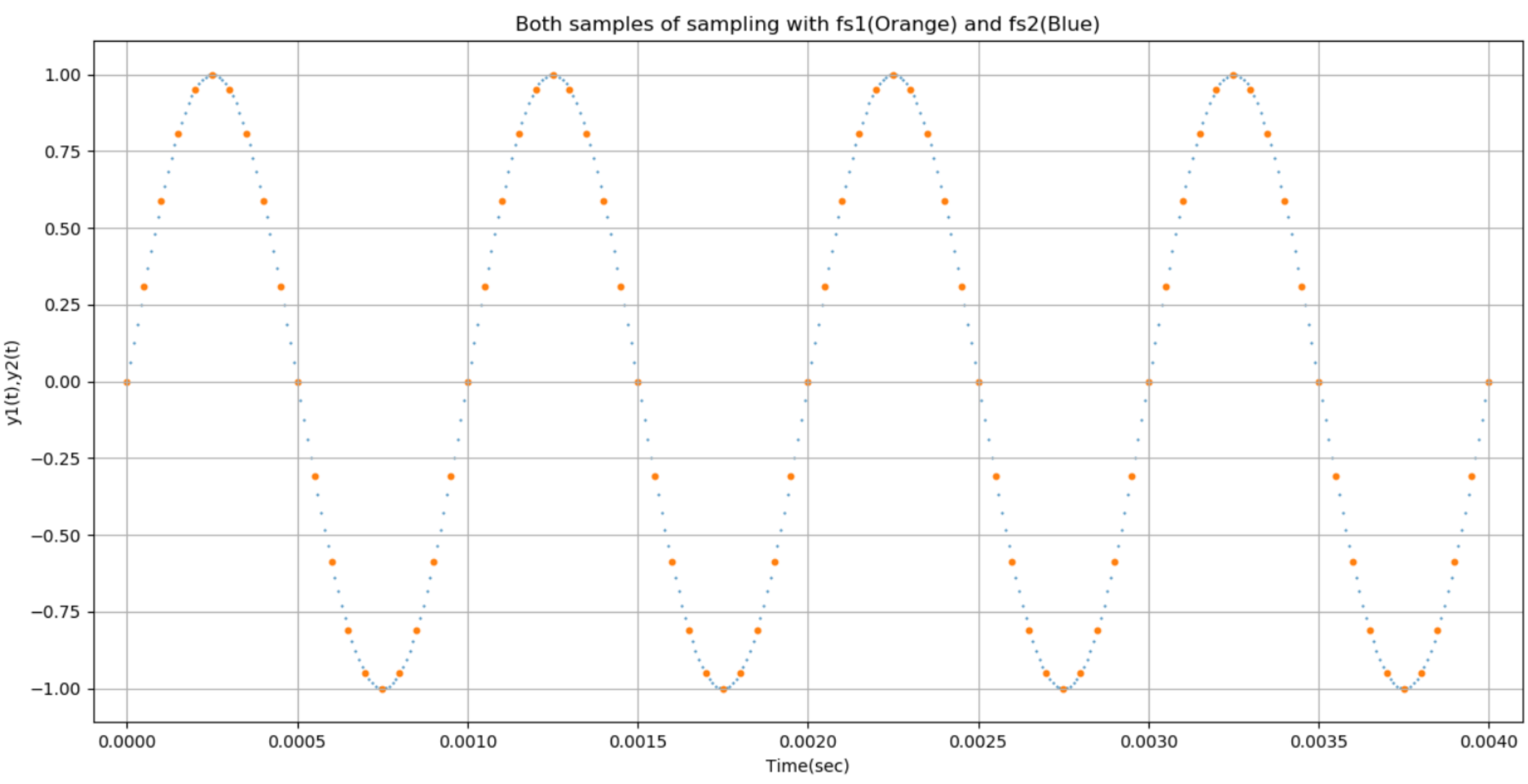
i) Τα δείγματα μετά την δειγματοληψία με f_{s1}:



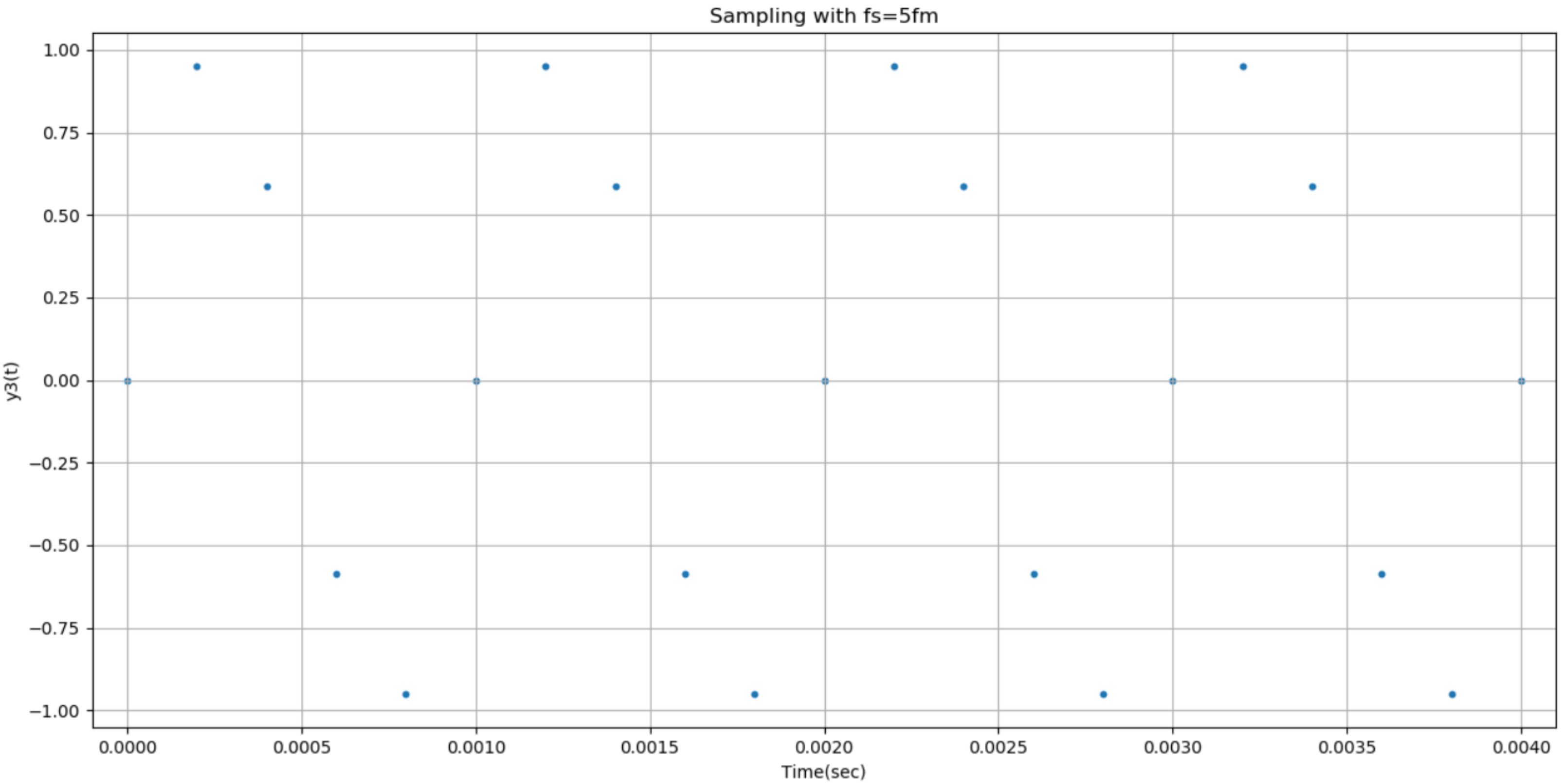
ii) Τα δείγματα μετά την δειγματοληψία με f_{s2}:



iii) Τα δείγματα από τα ερωτήματα (i) και (ii) σε κοινό διάγραμμα:



β) Αν το ημίτονο δειγματοληπτηθεί με συχνότητα f_s=5f_m το αποτέλεσμα που παίρνουμε την έξοδο είναι το εξής:

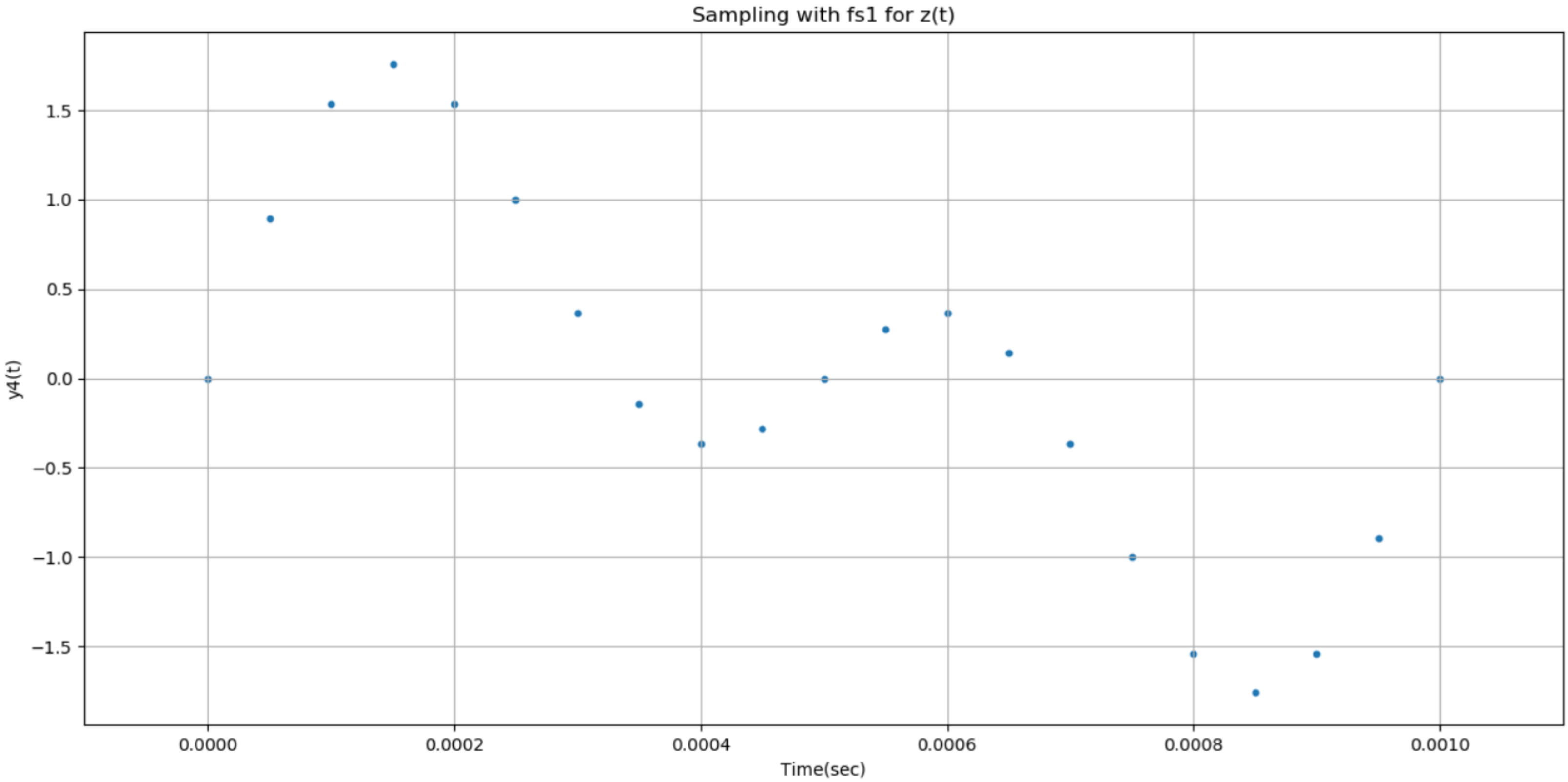


Παρατηρούμε ότι πλέον τα δείγματα είναι πού αραιά μεταξύ τους καθώς πλέον παίρνουμε μόλις 5 δείγματα ανά περίοδο. Παρόλα αυτά, μπορεί κανείς ακόμη να διαπιστώσει ότι τα δείγματα προήλθαν από δειγματοληψία ημιτόνου το οποίο μπορεί και να ανακατασκευαστεί. Σαφώς, η ποιότητα του ανακατασκευασμένου ημιτόνου είναι χαμηλότερη από αυτού που θα μπορούσαμε να ανακατασκευάσουμε από τα δείγματα που πήραμε με δειγματοληψία στις συχνότητες f_{s1} & f_{s2}. Συνεπώς μεγαλύτερη συχνότητα δειγματοληψίας επιτρέπει καλύτερη ανακατασκευή του αρχικού σήματος. Θεωρητικά, από το θεώρημα Nyquist-Shannon η ελάχιστη συχνότητα δειγματοληψίας για να καθίσταται δυνατή η ανακατασκευή του αρχικού σήματος δίδεται από τον τύπο: f_s=2f_{max}. Άρα, η ελάχιστη αυτή συχνότητα είναι ίση με 2000Hz. Σημειώνουμε ότι όλα αυτά αναφέρονται σε σήματα που εκτίνονται άπειρα στον χρόνο ή ισοδύναμα έχουν περιορισμένο φάσμα, όπως το ημίτονο που έχουμε στο παράδειγμα μας.

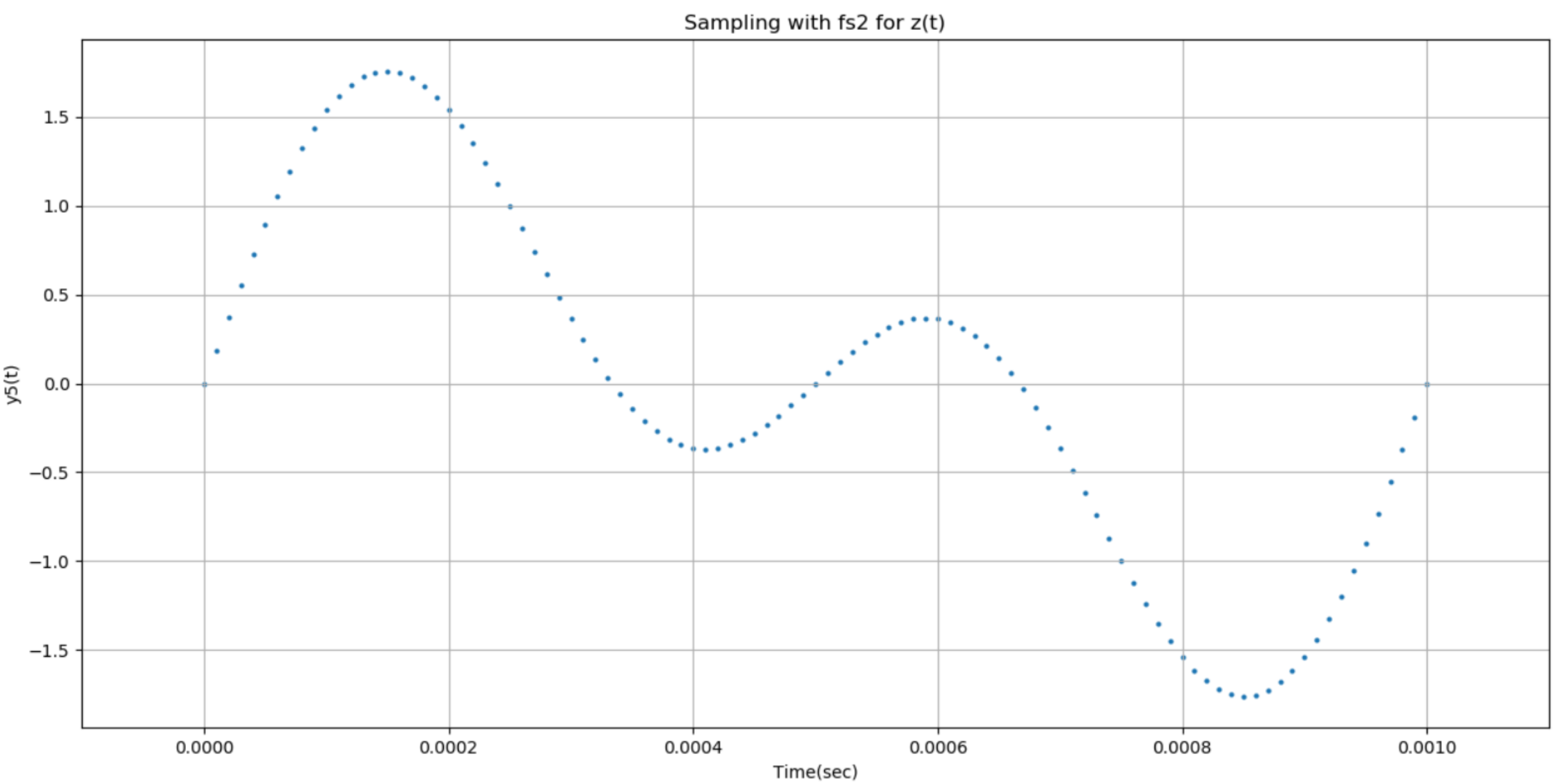
Η ακριβής ανακατασκευή του ημιτόνου από τα δείγματα του πραγματοποιείται μέσω της συνάρτησης παρεμβολής Whittaker-Shannon.

γ) Επαναλαμβάνοντας τα ερωτήματα α και β για το νέο σήμα $z(t) = y(t) + A\sin(2\pi(fm + 1000)t)$ όπου $y(t)$ το αρχικό μας σήμα θα έχουμε:

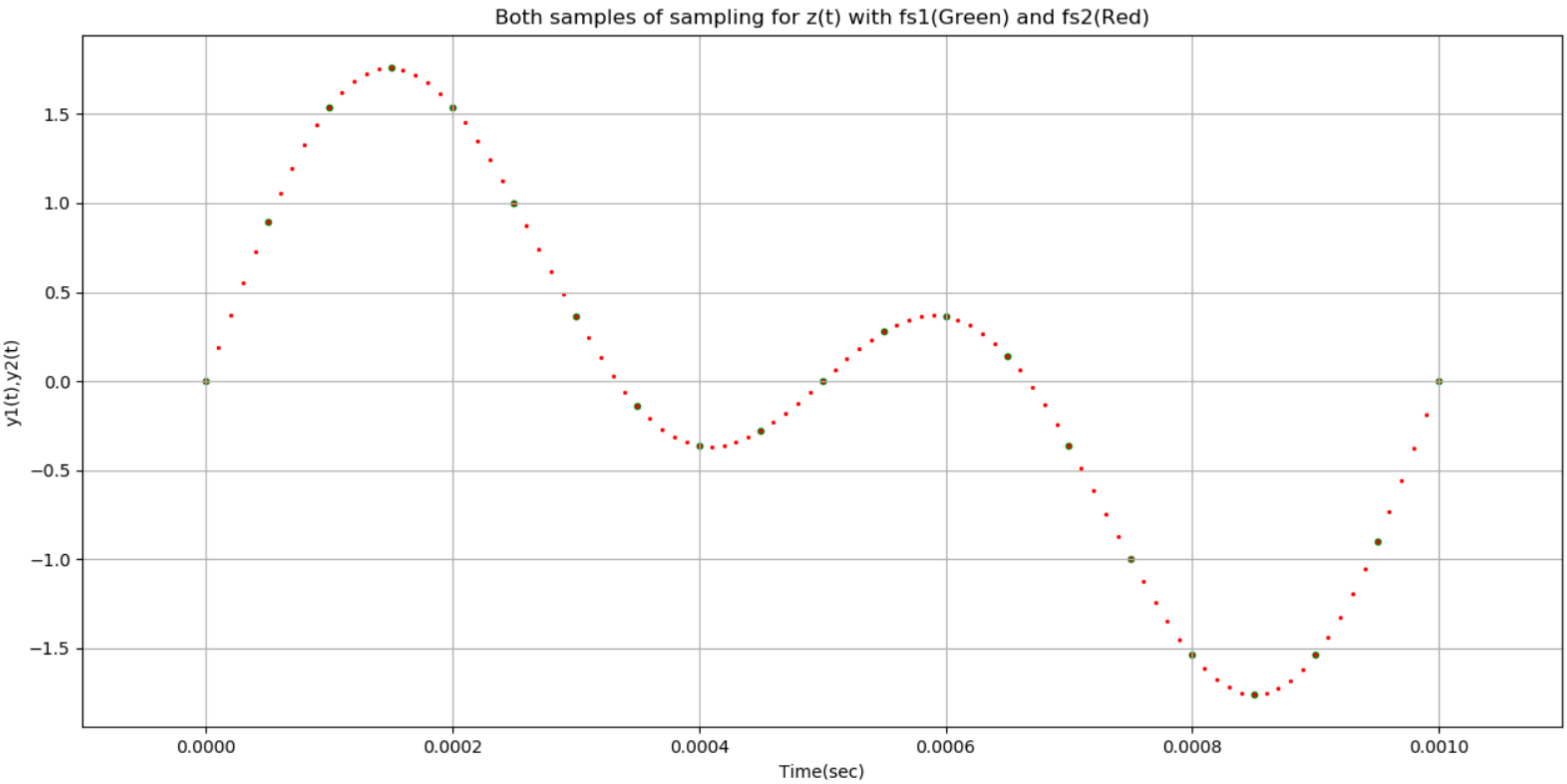
α) i) Τα δείγματα μετά την δειγματοληψία με f_{s1}:



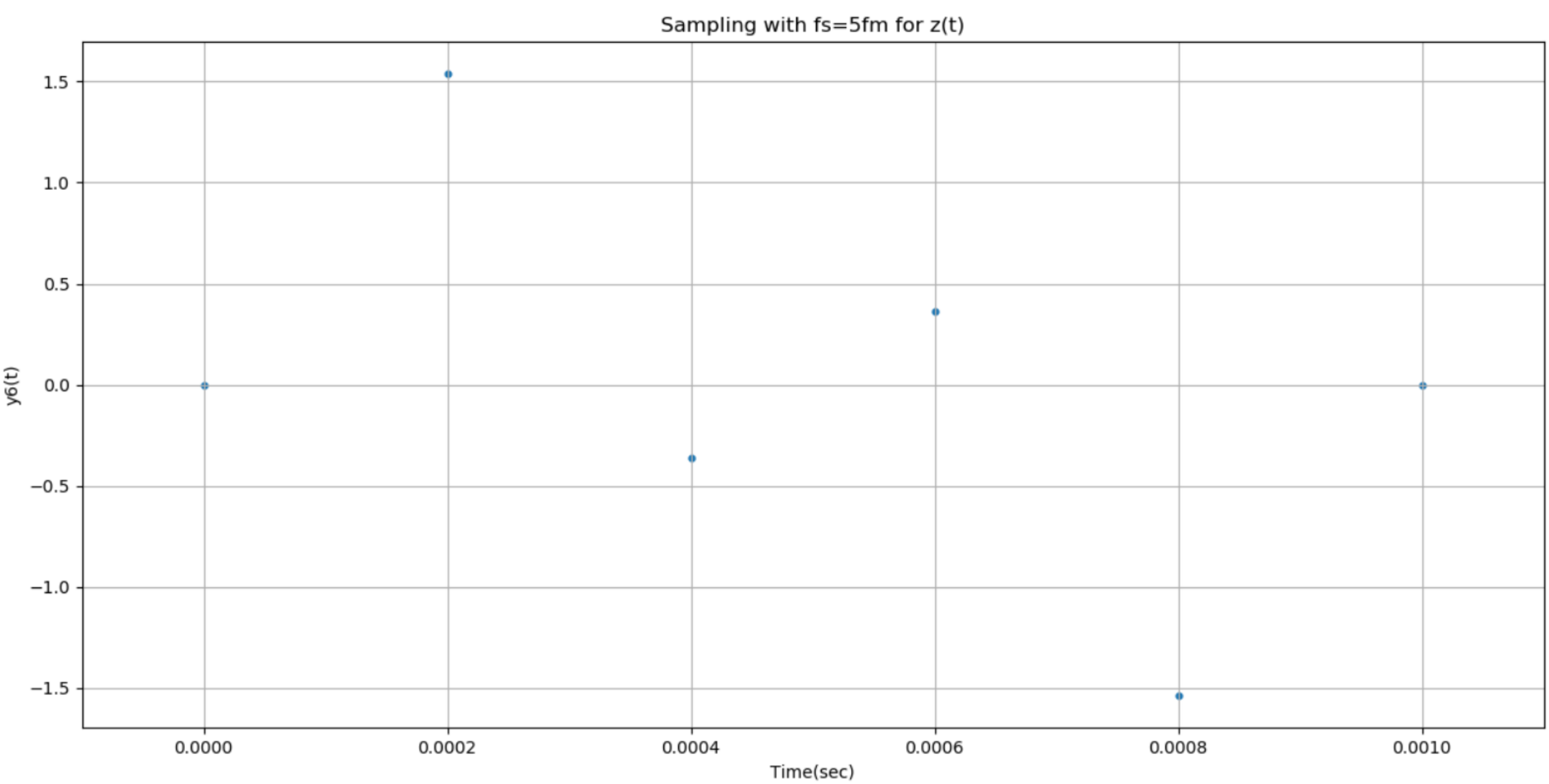
ii) Τα δείγματα μετά την δειγματοληψία με f_{s2}:



iii) Τα δείγματα από τα ερωτήματα (i) και (ii) σε κοινό διάγραμμα:



β) Τα δείγματα μετά την δειγματοληψία με συχνότητα f_s:



Εδώ η ελάχιστη θεωρητική f_s ώστε να είναι δυνατή η ανακατασκευή του αρχικού σήματος είναι ίση με $f_s = 2f_{max} = 4000Hz$.

Το σήμα που προκύπτει είναι ένα διακρότημα αφού αυτό προήλθε από άθροισμα δύο ημιτόνων. Αναλυτικότερα στο παράδειγμα μας θα έχουμε: $A\sin(2\pi(fm + 1000)t) + A\sin(2\pi(fm)t) =$

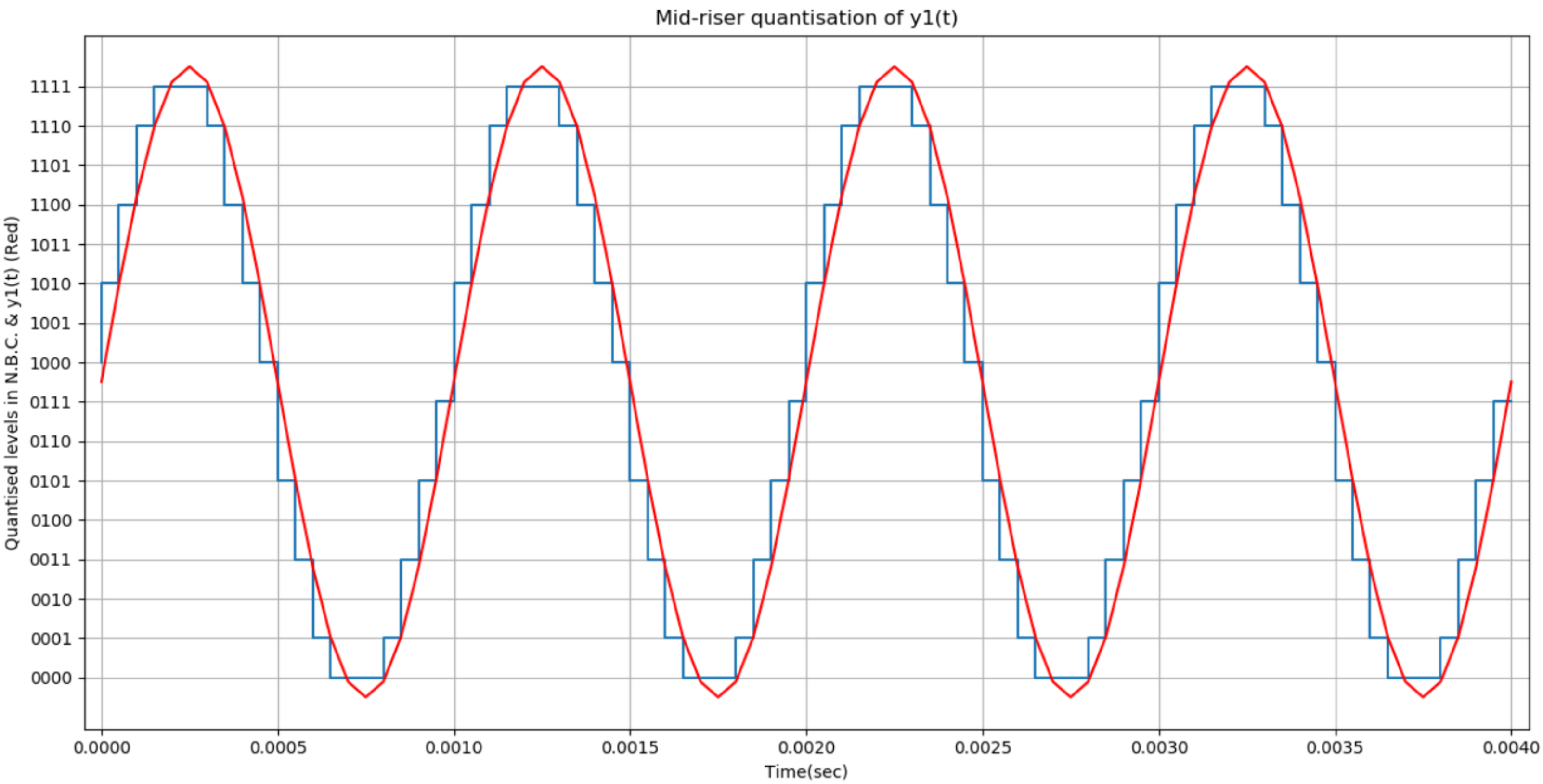
$\sin(2\pi(2000)t) + \sin(2\pi(1000)t) = 2\sin\left(\frac{2\pi(3000)t}{2}\right)\cos\left(\frac{2\pi(1000)t}{2}\right) = 2\sin(2\pi(1500)t)\cos(2\pi(500)t)$

Όπου η τελευταία μορφή είναι εκείνη του διακροτήματος, όπως αναφέρεται και πιο πάνω.

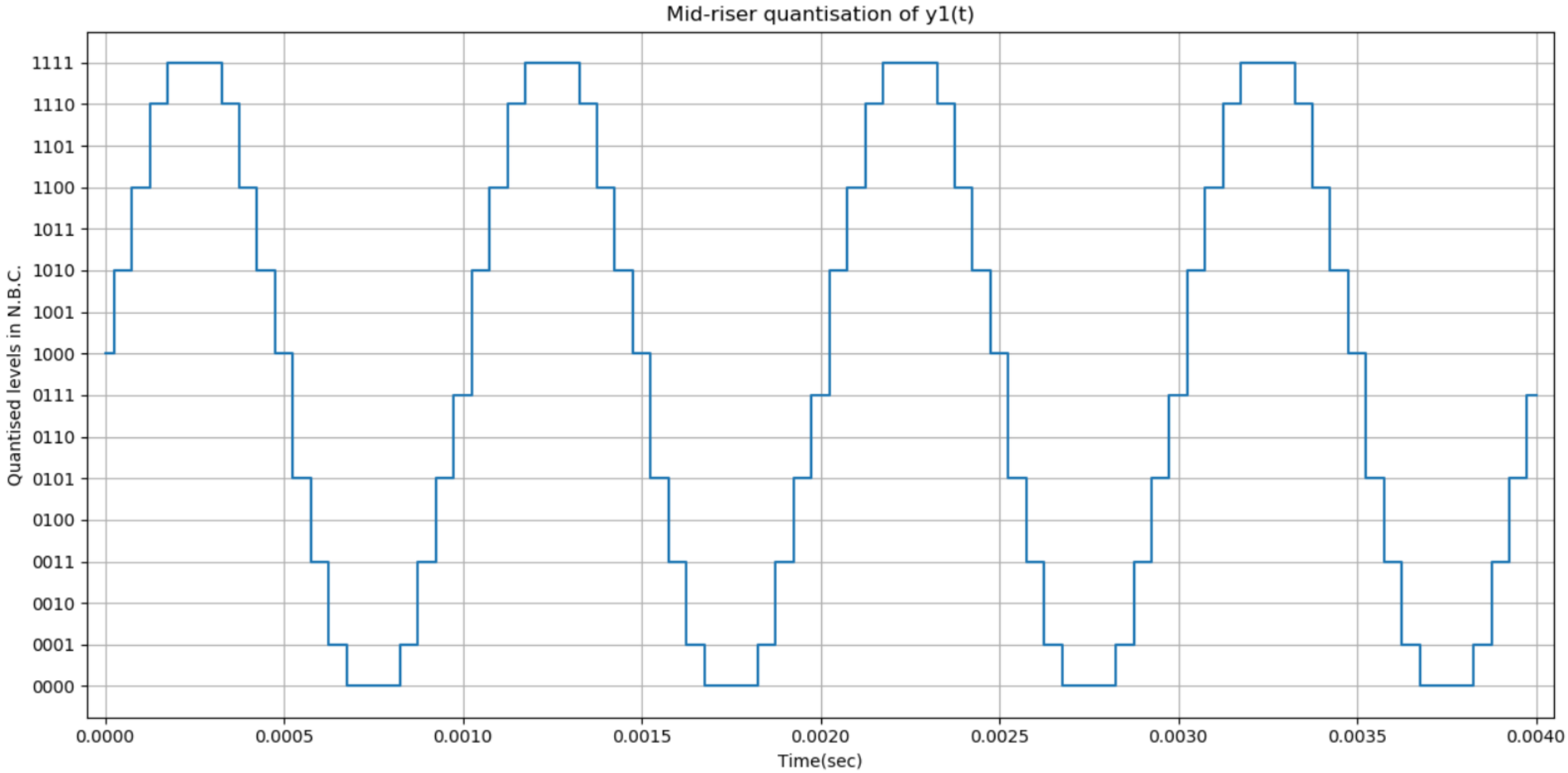
2ο Ερώτημα

α) Σύμφωνα με τον Α.Μ. η συχνότητα f_m είναι περιττή άρα η κβάντιση θα γίνει με 4 bits.

Έχοντας σαν είσοδο στον κβαντιστή το δειγματοληπτημένο αρχικό ημίτονο με συχνότητα δειγματοληψίας f_{s1} και φροντίζοντας να κάνουμε την κωδικοποίηση Natural Binary Coding στον άξονα y θα έχουμε την εξής έξοδο του κβαντιστή σε παράλληλη προβολή με την είσοδο του:



Όπου με κόκκινο χρώμα παρουσιάζονται τα δείγματα του y1(t). Η αμιγής έξοδος του κβαντιστή είναι η παρακάτω, όπου δεν φαίνεται η είσοδος του:



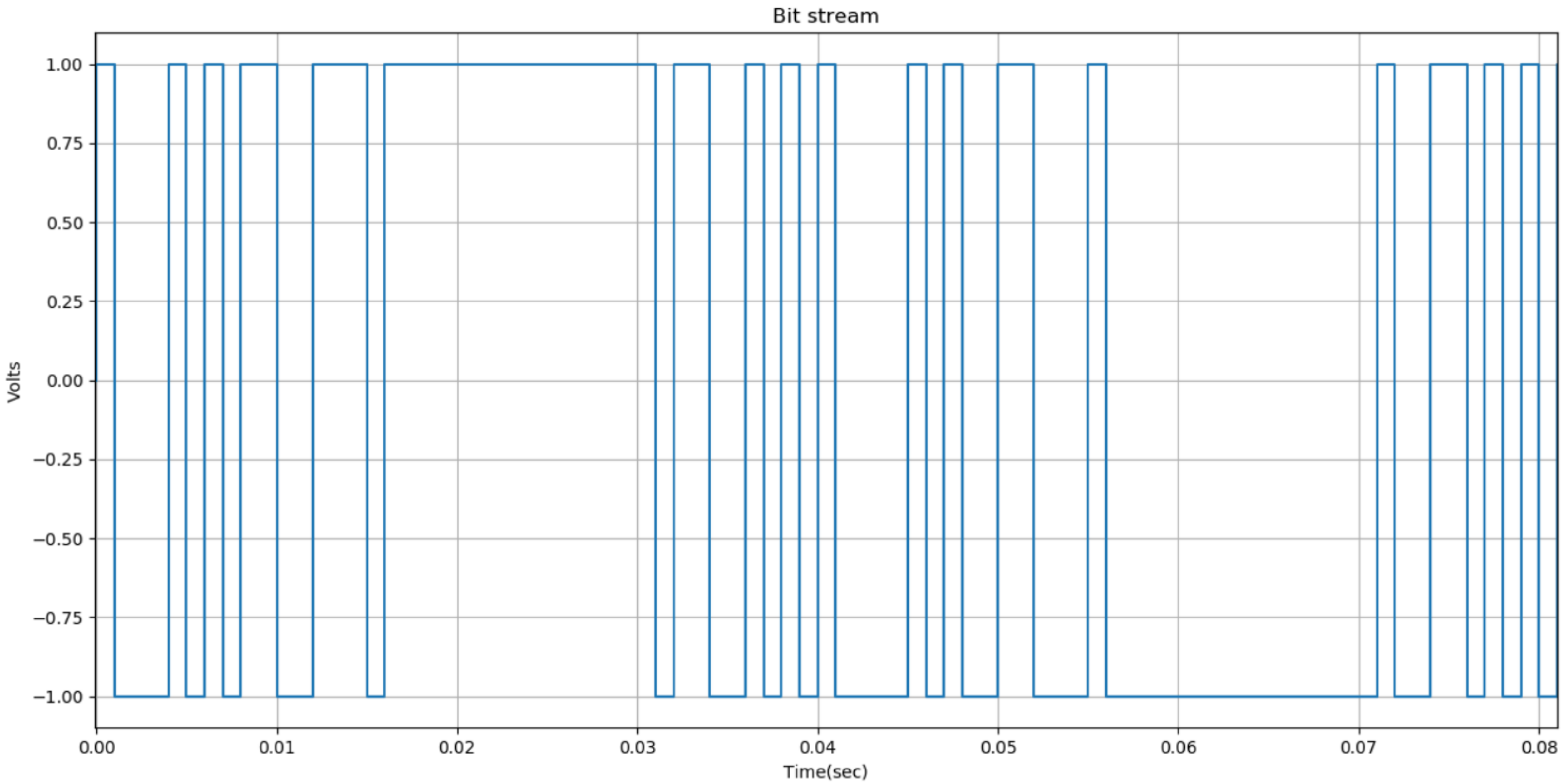
β) Οι ζητούμενες τιμές των τυπικών αποκλίσεων του σφάλματος καθώς και του SNR κβάντισης, όπως αυτές προκύπτουν από τα πρώτα 10 και τα πρώτα 20 δείγματα, σύμφωνα με το πρόγραμμα μας είναι οι εξής:

```
Standard deviation (tipiki apoklisi) for the first 10 samples 0.0317994514025
Standard deviation (tipiki apoklisi) for the first 20 samples 0.0309781698142
SNR for the first 10 samples 26.9413074895 dB
SNR for the first 20 samples 27.1685849209 dB
```

Θεωρητικά η τιμή του SNR κβάντισης δίδεται από τον τύπο: 10* log10(3*2^(2*4-1)) = 25.84 dB

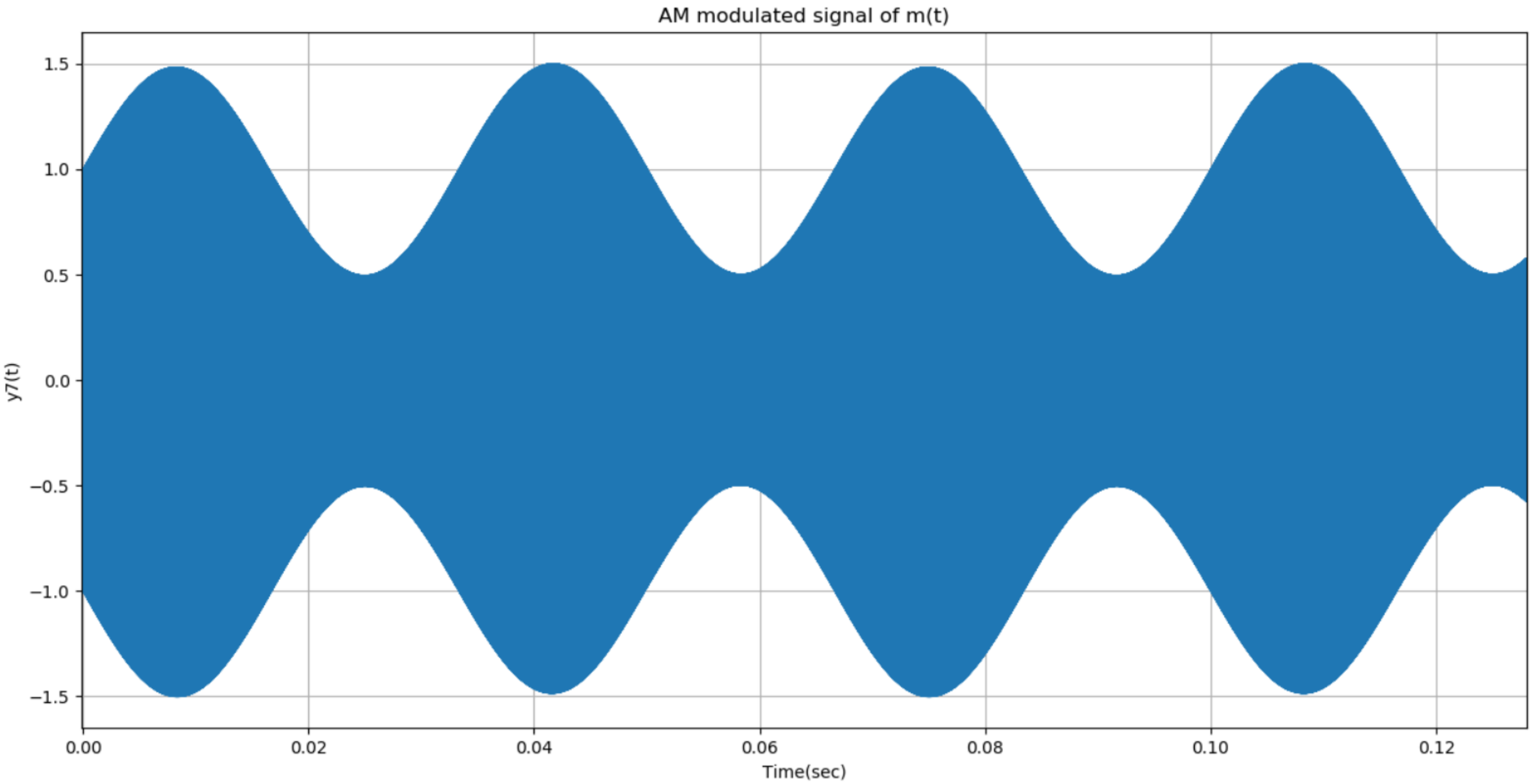
Όπως παρατηρούμε η απόκλιση μεταξύ θεωρητικού και πρακτικού είναι αρκετά μικρή. Η απόκλιση αυτή οφείλεται στο γεγονός, ότι όπως είδαμε σε παραπάνω σχήμα στα max του ημιτόνου ο midriser βρίσκεται χαμηλότερα από αυτά και δεν μπορεί να τα προσεγγίσει ακριβώς. Έτσι, αυξάνεται αρκετά το σφάλμα κβάντισης και ως αποτέλεσμα έχουμε τις παραπάνω αποκλίσεις στο SNR. Συνεπώς, όταν αυξάνονται τα δείγματα στα οποία υπολογίζουμε το SNR, αυξάνεται και η απόκλιση του από την θεωρητική τιμή.

γ) Το bit stream μετά την κβάντιση για μία περίοδο της εξόδου του κβαντιστή με κωδικοποίηση NRZ, διάρκεια bit 1 msec και με πλάτος 1 V είναι το εξής:



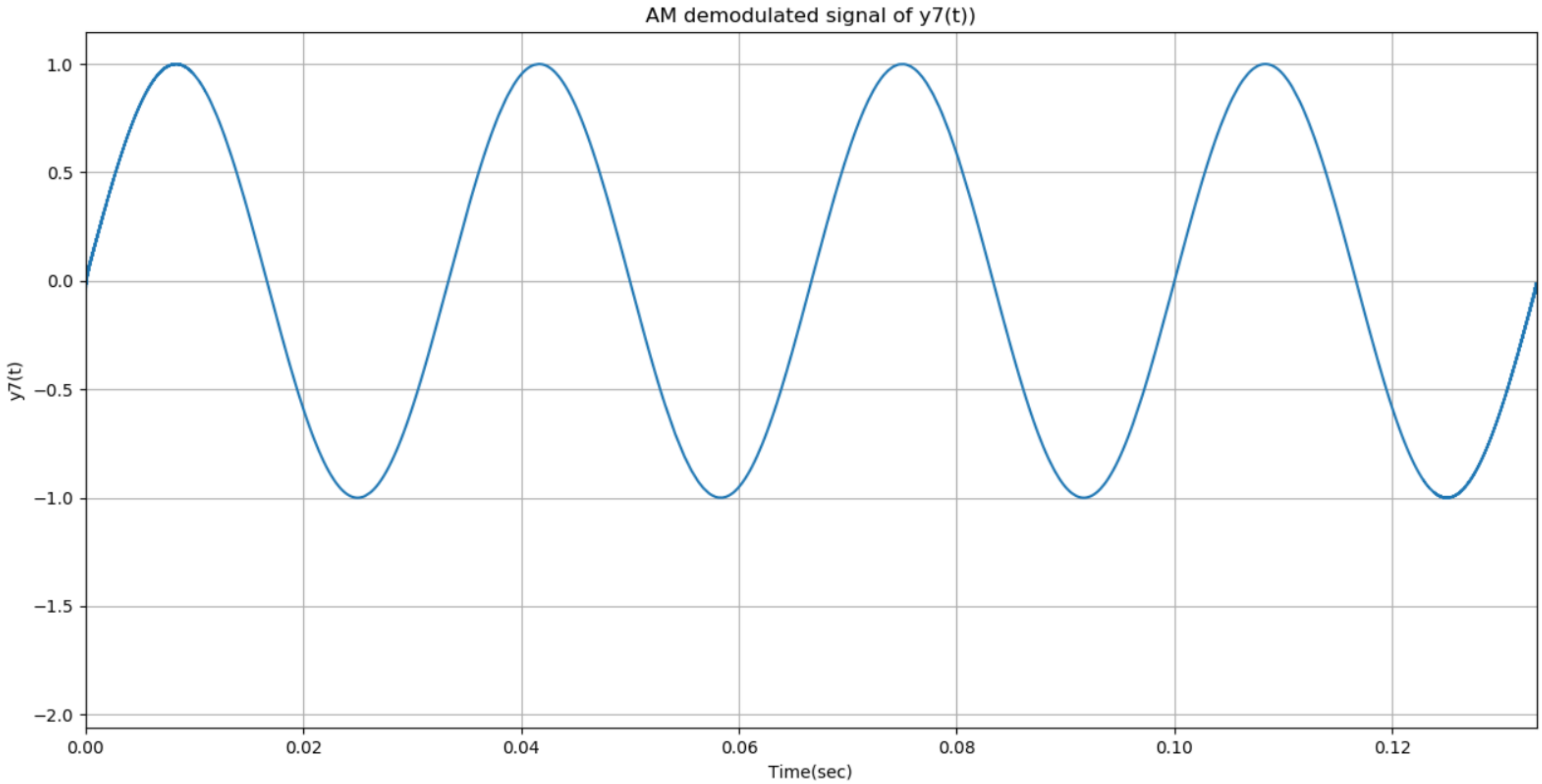
3^o Ερώτημα

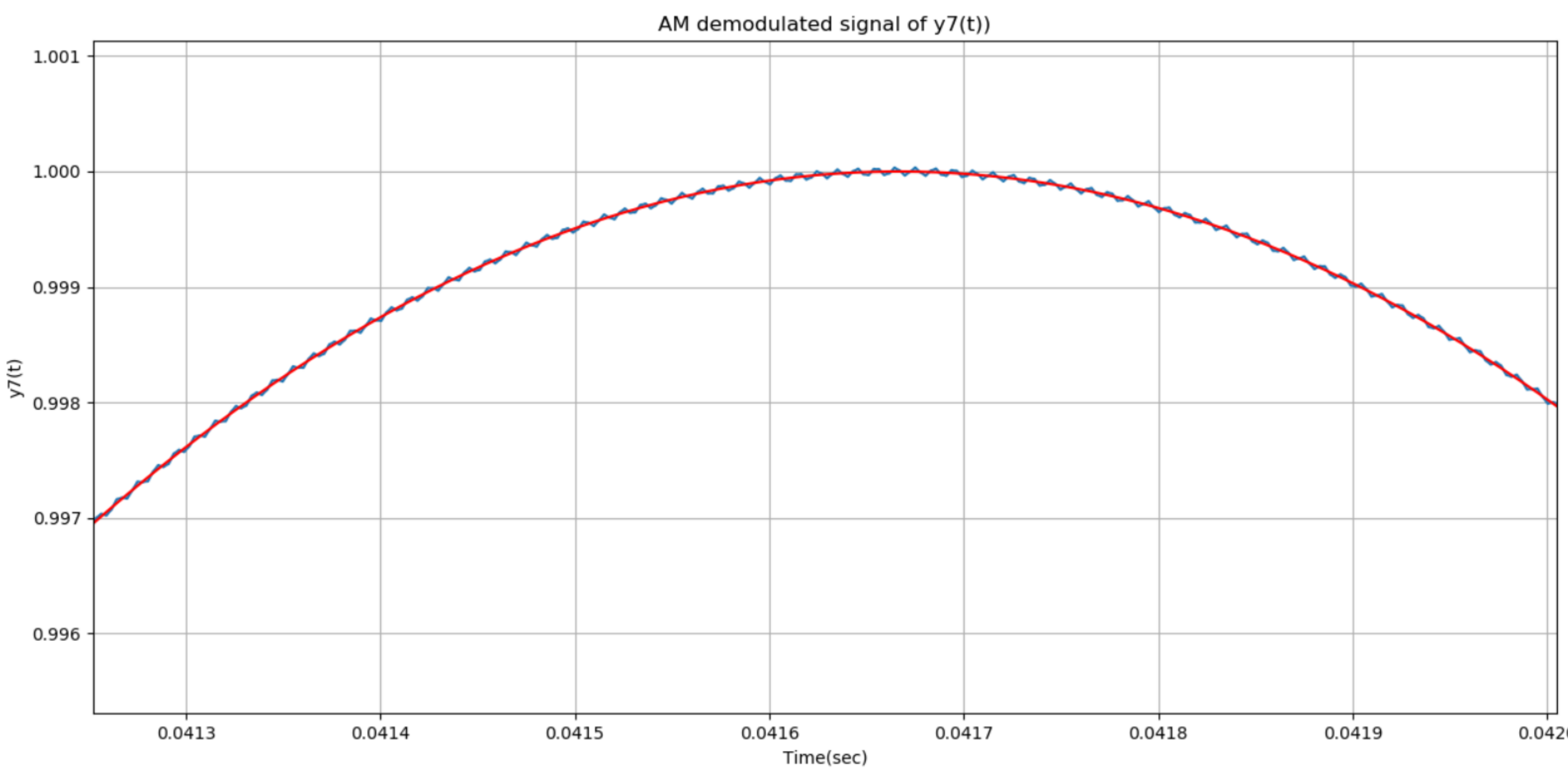
α) Εφαρμόζουμε διαμόρφωση κατά πλάτος στο σήμα πληροφορίας m(t) με δείκτη διαμόρφωσης ίσο με 0.5 σύμφωνα με τον τύπο: $y(t) = [1+m(t)]\, A\sin(2\pi(100f_m)t) = \sin(2\pi(100f_m)t) + \frac{1}{4}[\sin(2\pi(100f_m+30)t-\pi/2) + \sin(2\pi(100f_m-30)t+\pi/2)]$ Έτσι, το διαμορφωμένο κατά πλάτος σήμα για χρόνο ίσο με 4 περιόδους του σήματος πληροφορίας είναι το εξής:



β) Για τον αποδιαμορφωτή με την χρήση φωρατή περιβάλλουσας κάνουμε χρήση του μετασχηματισμού Hilbert, ο οποίος μας δίνει την μιγαδική περιβάλλουσα του σήματος εισόδου. Στην προκειμένη περίπτωση, θα μας δώσει την μιγαδική περιβάλλουσα του AM διαμορφωμένου σήματος. Παίρνοντας την απόλυτη τιμή του διπλάσιου (δηλαδή, 1/Συντελεστής διαμόρφωσης) του μετασχηματισμού αυτού καταφέρνουμε στην έξοδο μας να έχουμε το αρχικό σήμα όπως αυτό ήταν πριν την διαμόρφωση αλλά έχοντας και μια DC συνιστώσα, την οποία και κόβουμε με κατάλληλη πρόσθεση σταθεράς.

Στα επόμενα δύο διαγράμματα μπορούμε να δούμε, αρχικά το αποδιαμορφωμένο σήμα και στη συνέχεια ένα τμήμα του αποδιαμορφωμένου σήματος σε κοινό διάγραμμα με το σήμα πριν υποστεί διαμόρφωση(κόκκινο χρώμα), με την χρήση zoom ώστε να παρατηρήσουμε ότι τα δύο αυτά σήματα ταυτίζονται.


AM demodulated signal of y7(t))
y7(t)
Time(sec)
1.0
0.5
0.0
−0.5
−1.0
−1.5
−2.0
0.00
0.02
0.04
0.06
0.08
0.10
0.12


AM demodulated signal of y7(t))
y7(t)
Time(sec)
1.001
1.000
0.999
0.998
0.997
0.996
0.0413
0.0414
0.0415
0.0416
0.0417
0.0418
0.0419
0.0420