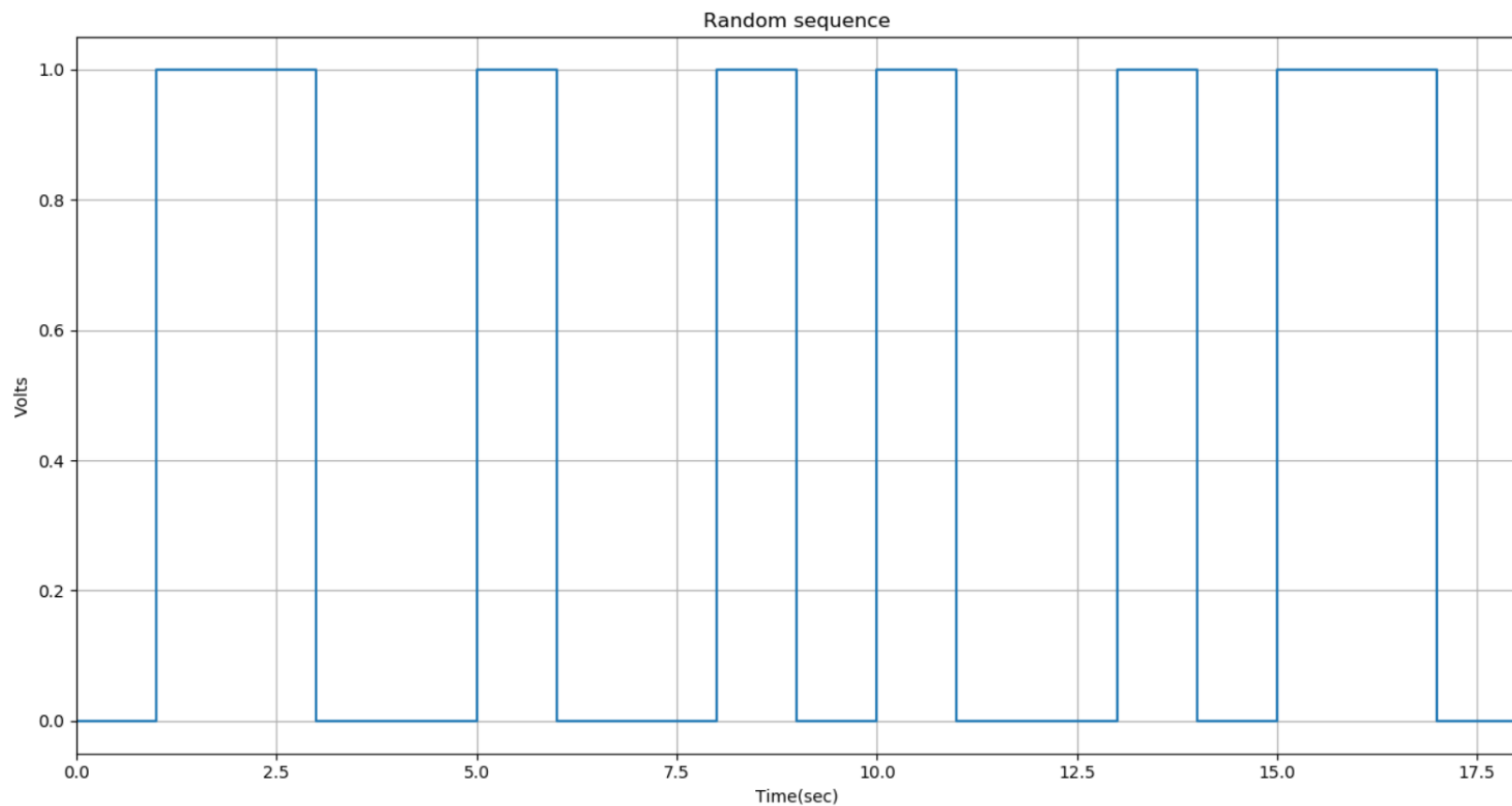


Σύμφωνα με τα τρία τελευταία ψηφία του Α.Μ. θα έχουμε $0+3+7=10$, $1+0=1$. Άρα $A=1$ V.

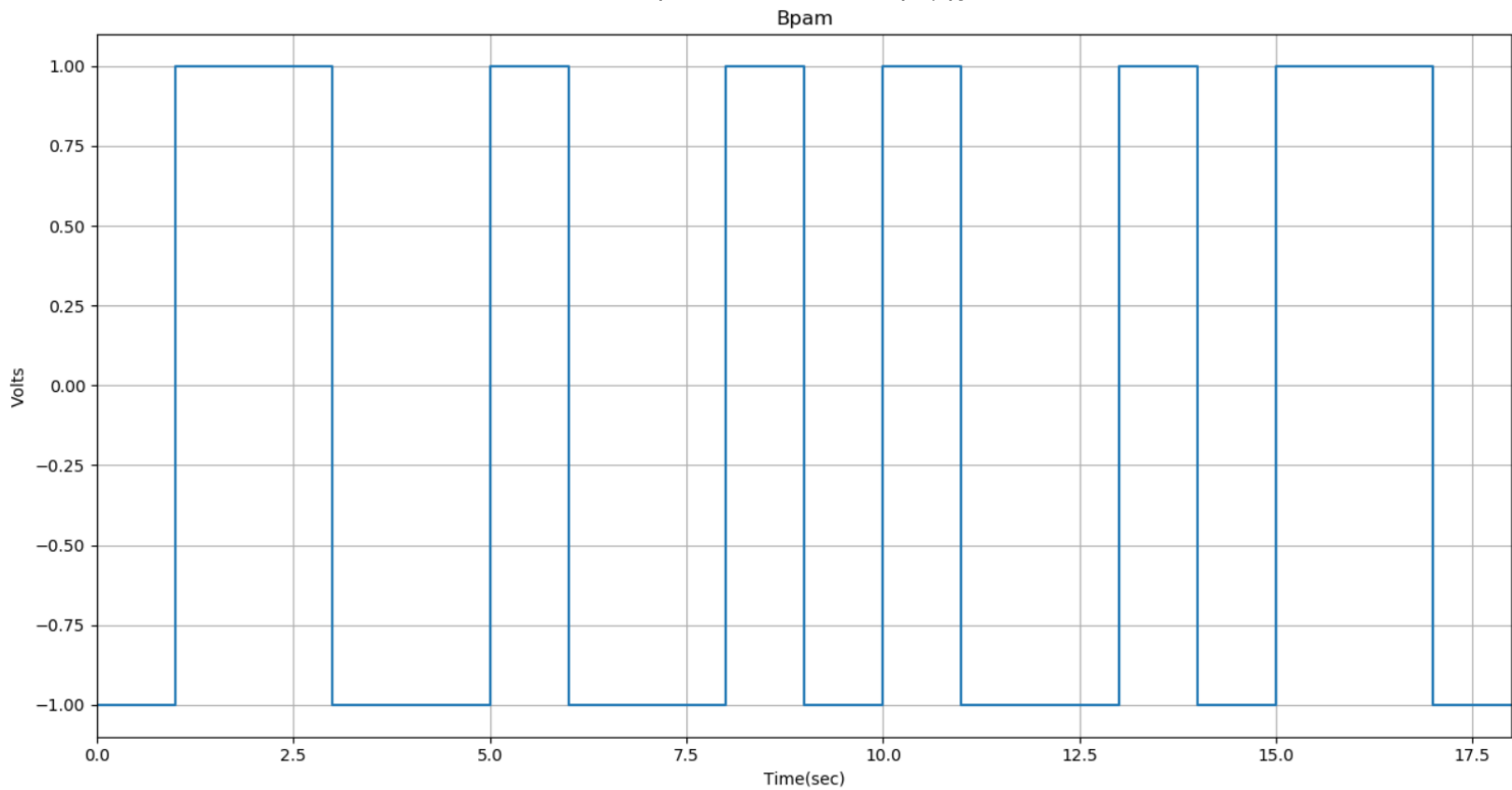
1^ο Ερώτημα

α) Παράγουμε την τυχαία ακολουθία 0 και 1 και για λόγους εποπτείας την εμφανίζουμε. Και κατόπιν την διαμορφώνουμε κατά B-PAM με πλάτος 1V.

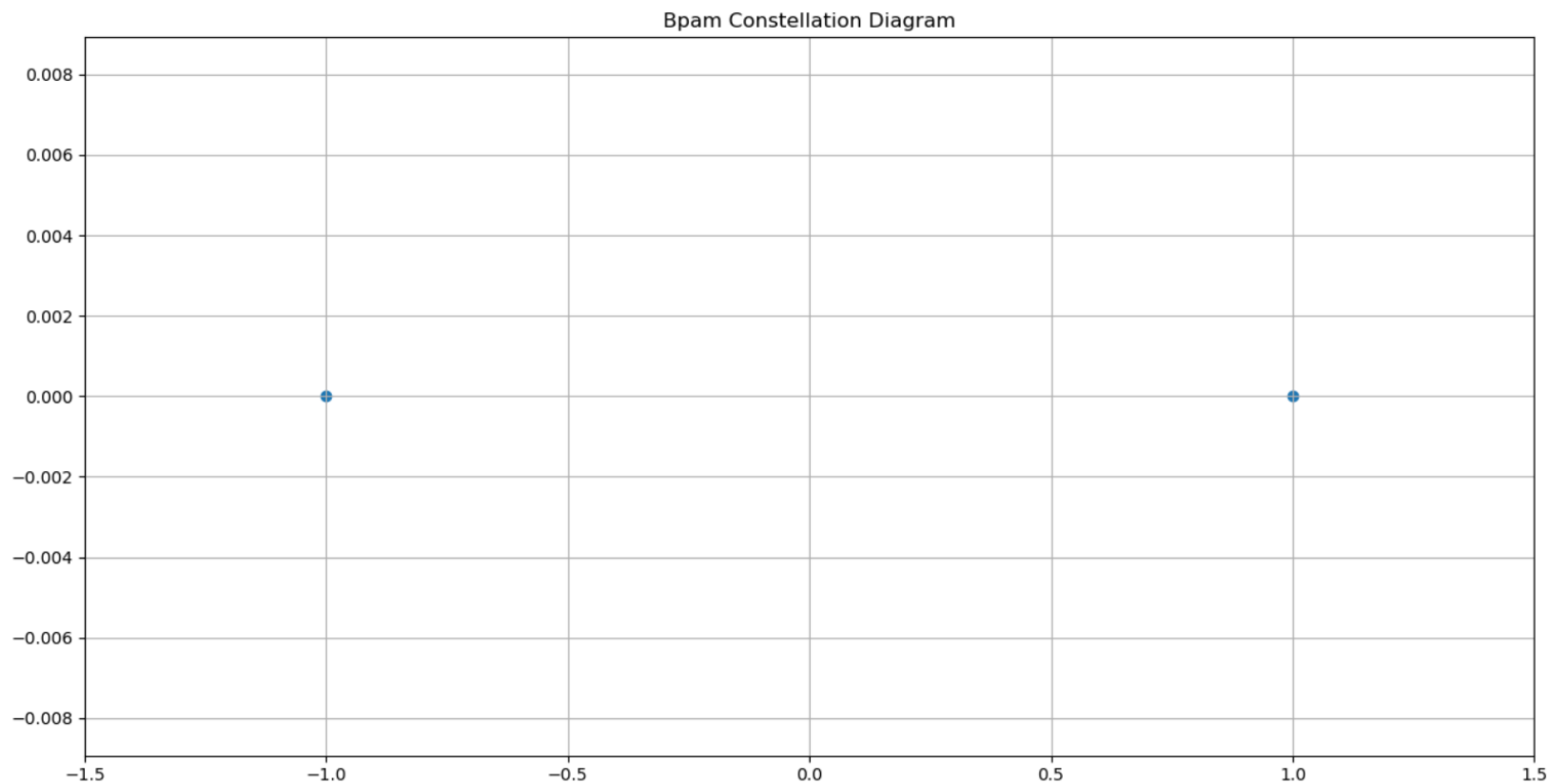
Η τυχαία ακολουθία με διάρκεια ψηφίου $T_b = 1$ sec είναι η εξής:



Η παραπάνω ακολουθία διαμορφωμένη κατά B-PAM είναι η εξής:

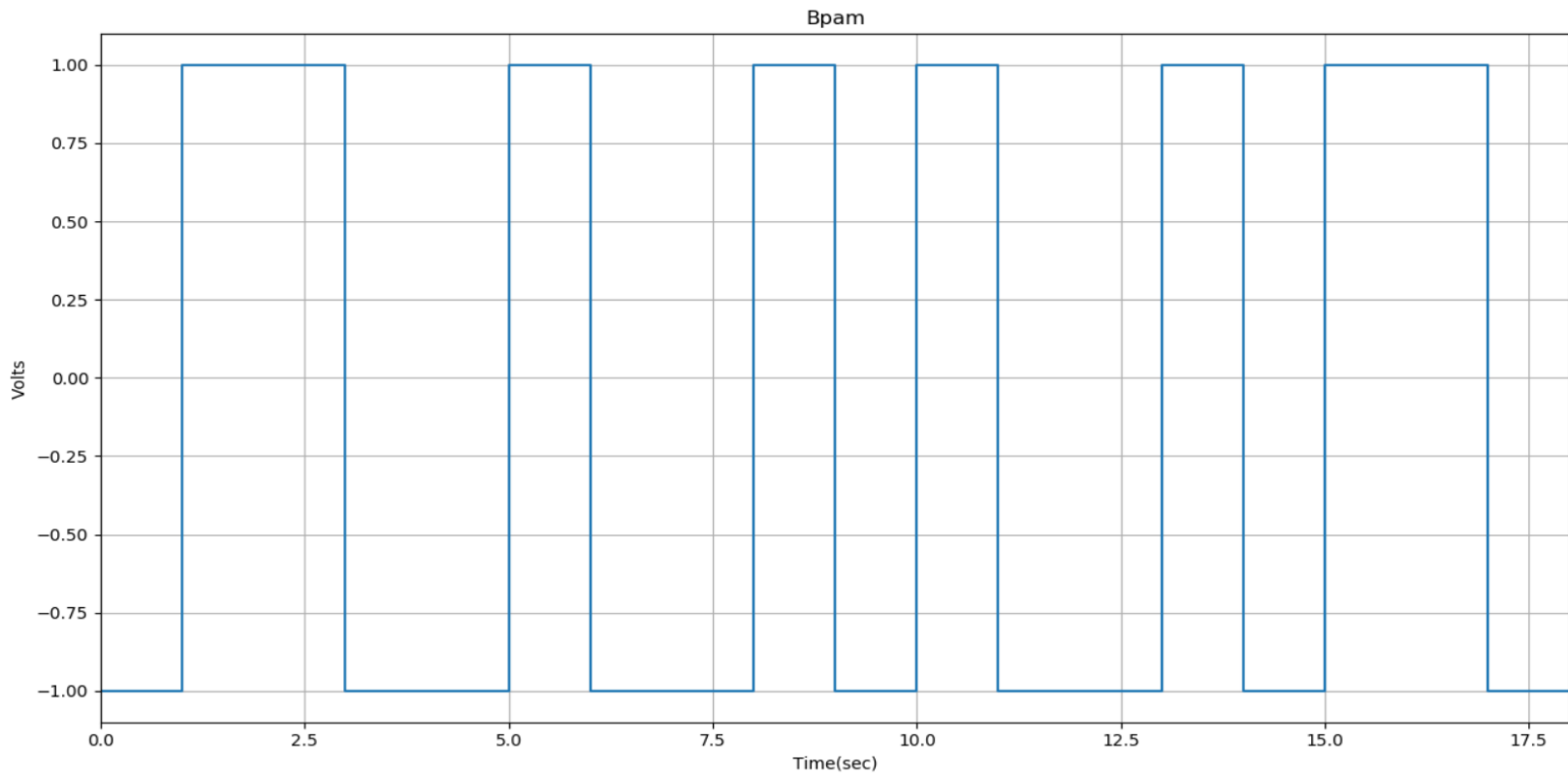


β) Δημιουργώντας το διάγραμμα αστερισμού B-PAM αποτελούμενο μόνο από δύο πιθανές τιμές σήματος με διαφορά φάσης 180° αφού έχουμε Binary PAM θα έχουμε ως αποτέλεσμα το εξής:

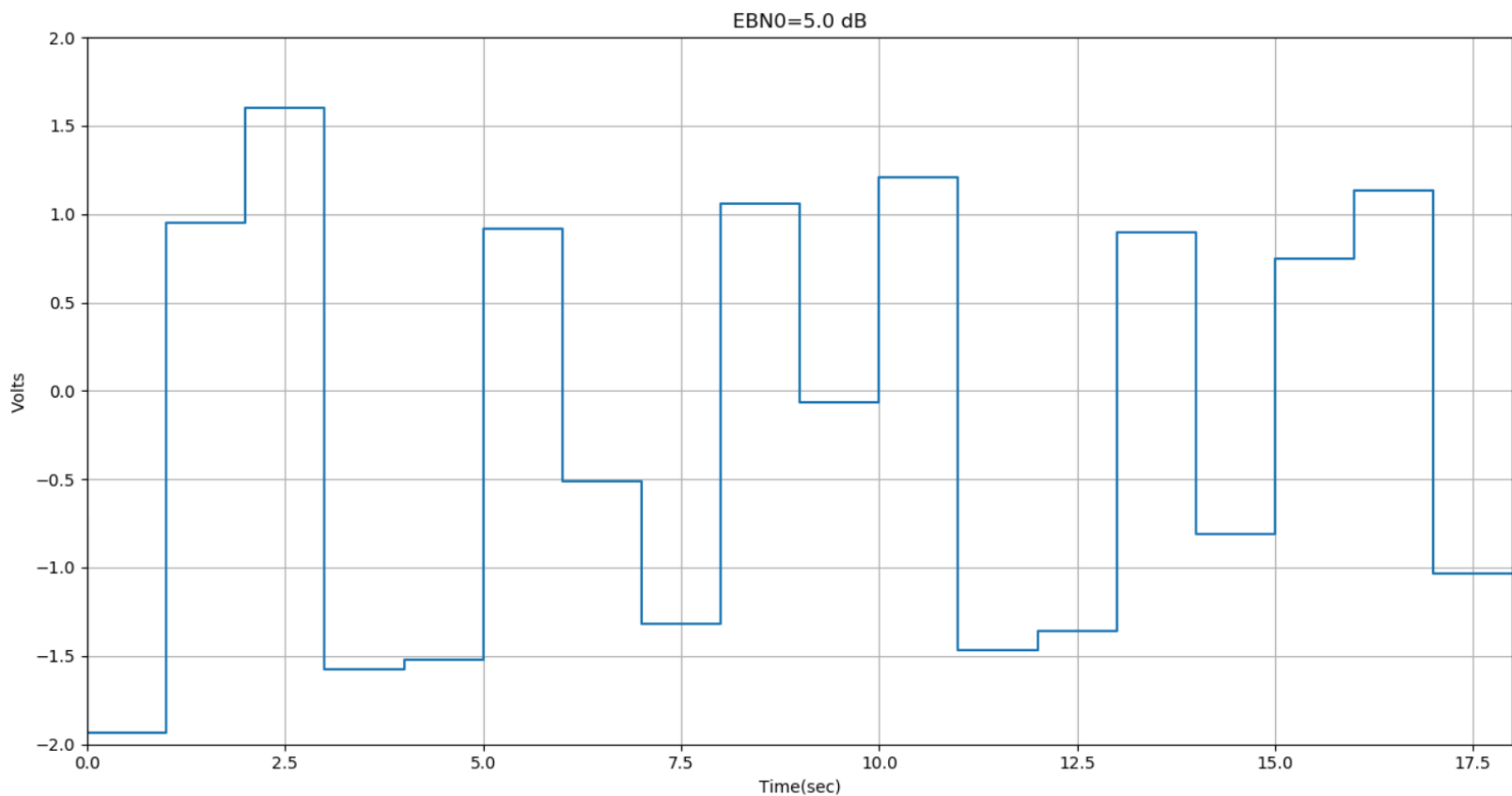


γ) Παράγουμε λευκό Γκαουσιανό θόρυβο παίρνοντας δείγματα από μία κανονική κατανομή μηδενικής μέσης τιμής και κατάλληλης διασποράς σύμφωνα με το EBN0 που ζητείται κάθε φορά τον οποίο προσθέτουμε στο σήμα μας και δημιουργούμε το διάγραμμα αστερισμού.

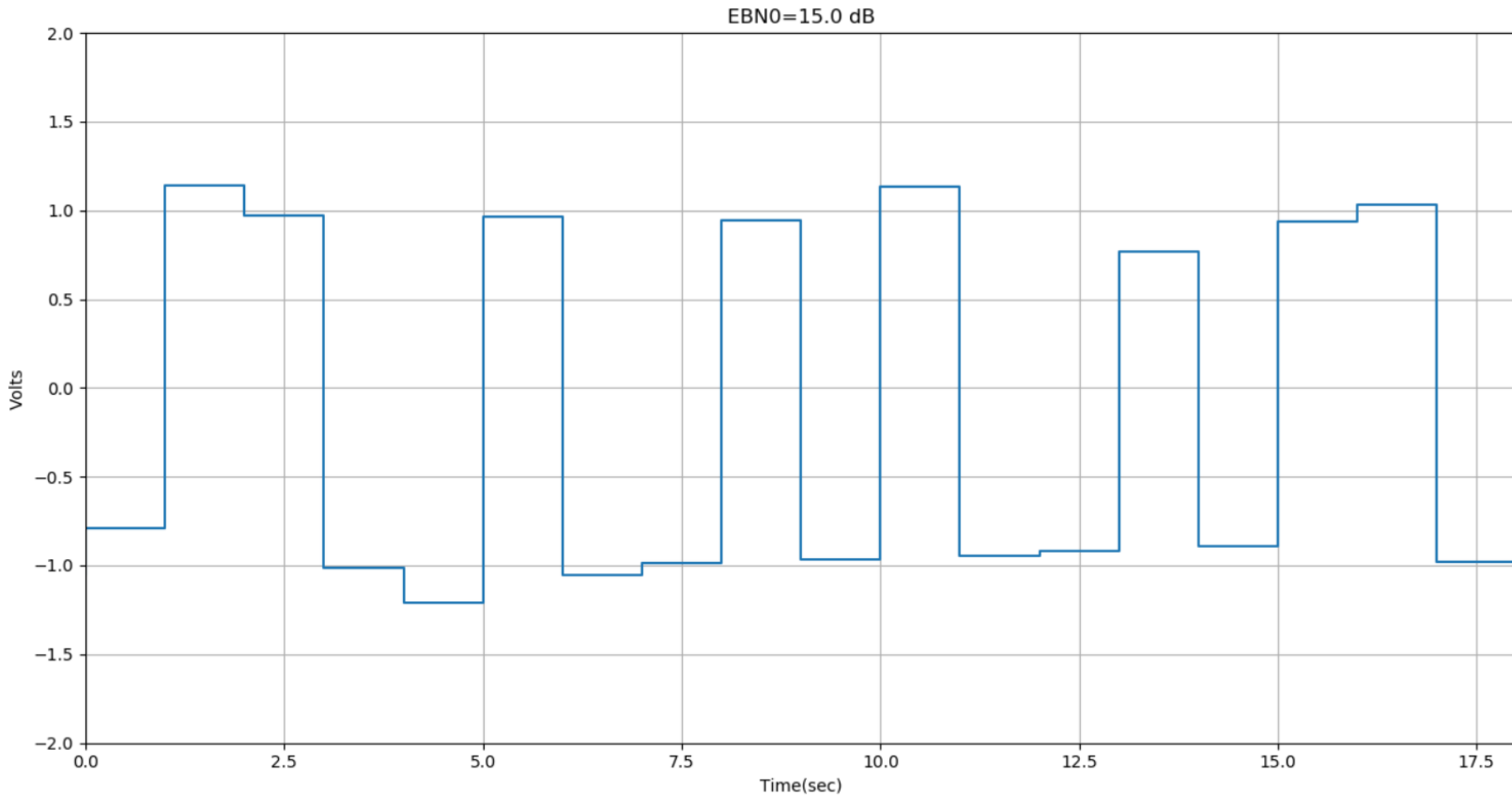
Το σήμα χωρίς θόρυβο όπως αυτό προέκυψε παραπάνω είναι το εξής:



Για EBN0 = 5 dB:



Για $EBN_0 = 15 \text{ dB}$:



Παρατηρούμε ότι χωρίς την παρουσία θορύβου το σήμα μας είναι ευανάγνωστο και εύκολο να αποκωδικοποιηθεί στα bits τα οποία το αποτελούν καθώς υπάρχουν σαφή όρια και επίπεδα τάσεων. Έτσι, χρησιμοποιώντας μόνο το αρχικό σχήμα και γνωρίζοντας ότι η διάρκεια κάθε bit είναι ίση με 1 sec θα μπορούσαμε εύκολα να καταλάβουμε την ακολουθία συμβόλων απλά παρατηρώντας τις κυματικές μεταβάσεις.

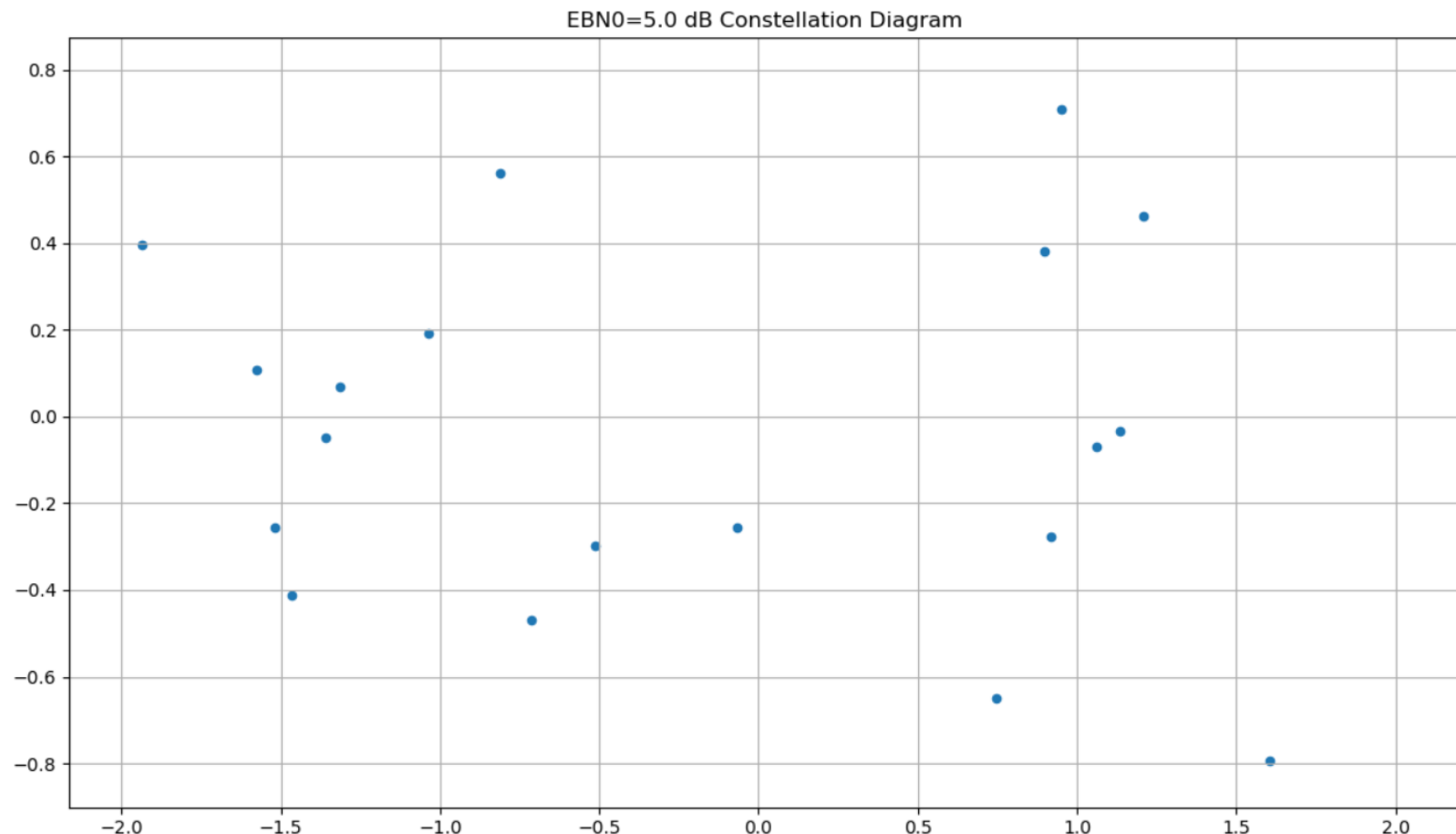
Αντίθετα όταν έχει εισαχθεί θόρυβος και αυτός είναι λευκός Γκαουσιανός με $EBN_0 = 5 \text{ dB}$ το σήμα παραμορφώνεται σε αρκετά μεγάλο βαθμό κάνοντας σε ορισμένα του σημεία δύσκολη και ορισμένες φορές αδύνατη την αποκωδικοποίησή του. Παρατηρεί κανείς ότι πλέον οι ξεκάθαρες στάθμες τάσης που καθόριζαν αρχικά το 0 και το 1 παύουν να ισχύουν. Στις κορυφές υπάρχουν διάφορες διακυμάνσεις και σε κάποια σημεία η κορυφή δεν φτάνει μέχρι την μονάδα που αρχικά καθόριζε την ύπαρξη 1 ως bit. Ακόμη σε κάποια σημεία η κορυφή έχουν ξεπεράσει την μονάδα είτε έχουν πέσει κάτω από το -1 (που καθόριζε την ύπαρξη 0) καθώς ο θόρυβος που προέκυψε τα ανάγκασε σε τέτοια συμπεριφορά. Τέλος, το χειρότερο από άποψη κωδικοποίησης έγκειται στο γεγονός ότι σε κάποια σημεία η μορφή του θορύβου είναι τέτοια ώστε επίπεδα τάσης που αρχικά είναι στο -1 να έχουν μεταφερθεί κοντά στο 0 κάνοντας έτσι αδύνατη την αποκωδικοποίησή τους αφού δεν μπορούμε να γνωρίζουμε αν έφτασαν σε αυτή την κατάσταση λόγω κάποιου αρκετά θετικού θορύβου και συνεπώς αρχικά βρίσκονταν στο -1 ή λόγω κάποιου αρκετά αρνητικού και συνεπώς βρίσκονταν αρχικά στο +1.

Για το αντίστοιχο διάγραμμα με $EBN0 = 15$ dB παρατηρούμε πάλι αστοχίες και μη ύπαρξη ξεκάθαρων σταθμών τάσης. Ωστόσο σε αυτή την περίπτωση η αποκωδικοποίηση δεν είναι τόσο δύσκολη, καθώς φαίνεται πως αν και οι τάσεις έχουν επηρεαστεί από τον θόρυβο, δεν έχουν μεγάλη μεταβολή όπως στο προηγούμενο σχήμα. Έτσι, σε κάποια υψηλή τάση μπορεί ο θόρυβος να την έχει μεταβάλλει και να της έχει κάνει σκαλοπατοειδή, ωστόσο το εμφανιζόμενο σκαλοπάτι κινείται πολύ κοντά στην πραγματική τιμή της τάσης του σήματος όπως αυτή εμφανίζεται πριν την προσθήκη θορύβου (όμοια και σε μία χαμηλή τάση) κάνοντας έτσι πολύ πιο εύκολη την αποκωδικοποίηση της.

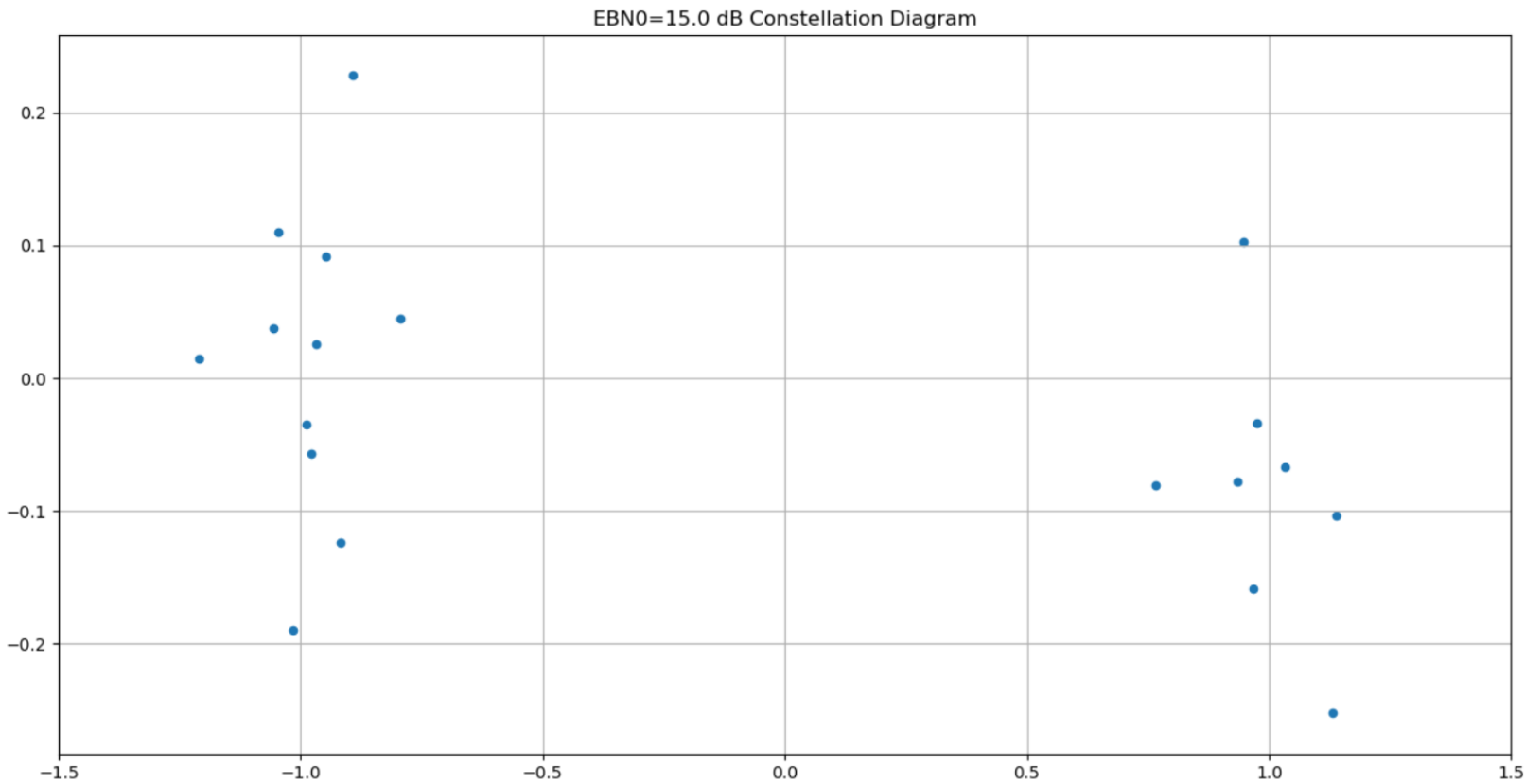
Συνοψίζοντας, παρατηρούμε ότι όσο αυξάνεται το $EBN0$ του θορύβου για σταθερό αριθμό bit του σήματος πληροφορίας, τόσο πιο διακριτές γίνονται οι στάθμες τάσης και τόσο πιο εύκολη η αποκωδικοποίηση του σήματος που λαμβάνει ο δέκτης. Επίσης, το 'σκαλοπάτι' γύρω από την πραγματική τάση του αρχικού σήματος μειώνεται όσο αυξάνει το $EBN0$. Σαφώς, η καλύτερη περίπτωση είναι όταν δεν υπάρχει θόρυβος στο κανάλι και το σήμα μεταδίδεται ακριβώς όπως διαμορφώθηκε στον πομπό.

δ) Δημιουργώντας το διάγραμμα αστερισμού για κάθε ένα από τα δύο προκύπτοντα σήματα, ανάλογα με το $EBN0$ του προστιθέμενου θορύβου, αφού τον προσθέσουμε σαν μιγαδική μεταβλητή στο αρχικό σήμα, θα έχουμε τα εξής αποτελέσματα:

Για $EBN0 = 5$ dB έχουμε:

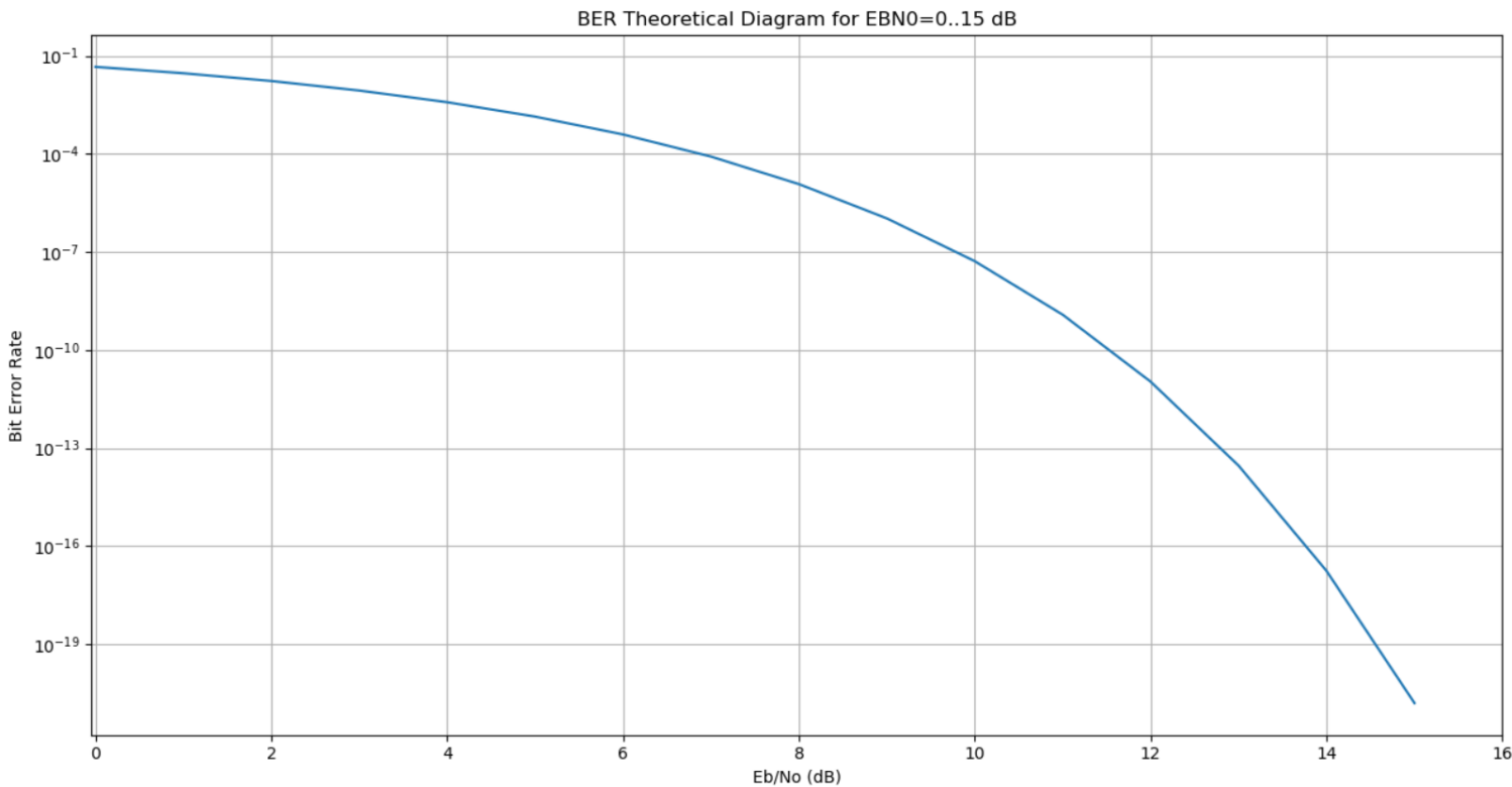


Για $EBN0 = 15 \text{ dB}$ έχουμε:

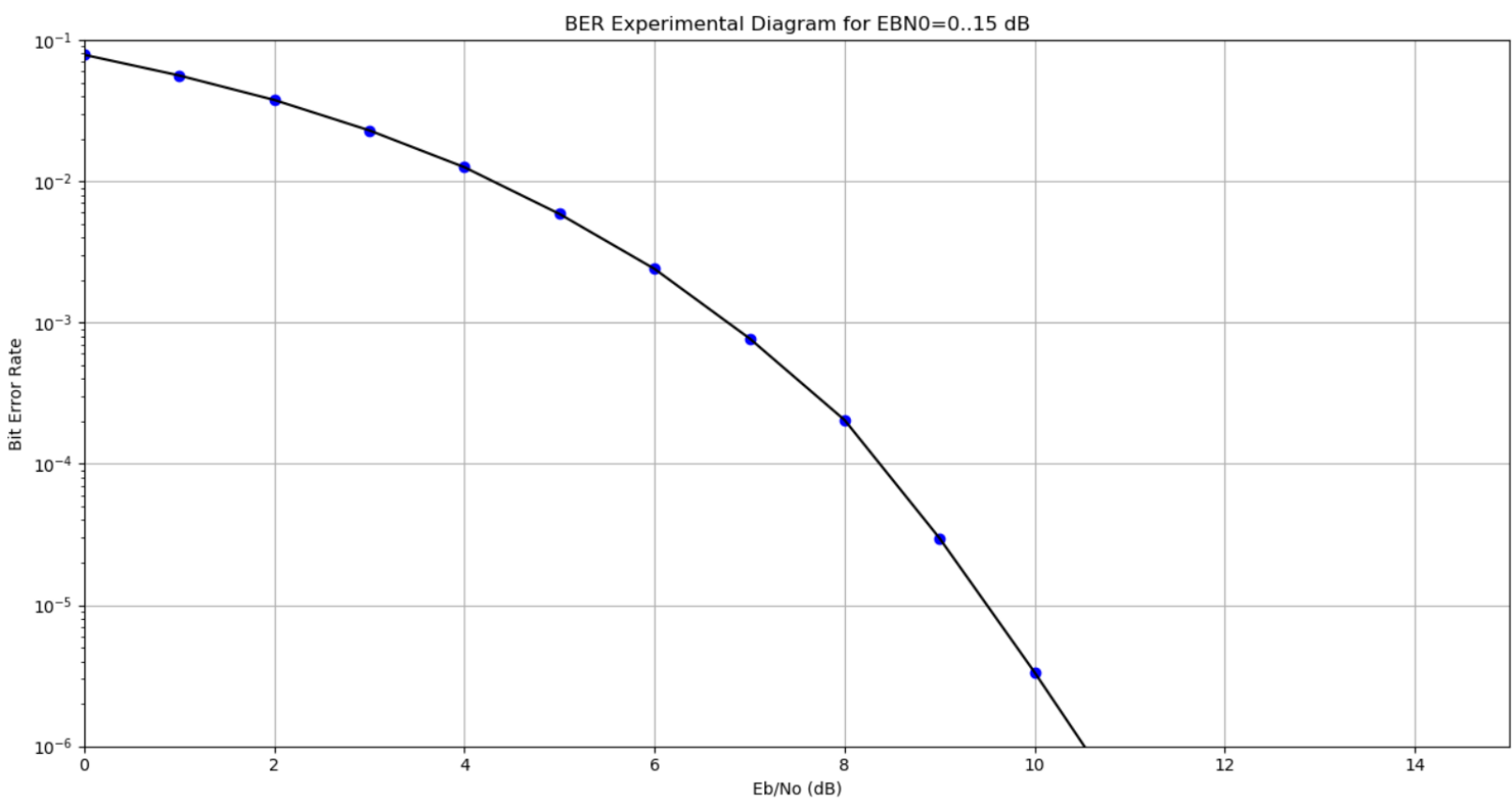


ε) Παράγοντας αρκετά μεγάλο αριθμό bits (3 εκατομμύρια) και προσθέτοντας μιγαδικό GWN σε αυτά και έχοντας μεταβλητό το $EBN0$ εκτιμούμε πειραματικά την πιθανότητα εσφαλμένου ψηφίου. Κατόπιν εφαρμόζοντας την γνωστή θεωρητική σχέση που δίνει την παραπάνω πιθανότητα εκτιμούμε την θεωρητική πιθανότητα εσφαλμένου ψηφίου.

Θεωρητικά έχουμε:



Πειραματικά προκύπτει ότι:



Εύκολα παρατηρεί κανείς διαφορές μεταξύ πειραματικού και θεωρητικού αποτελέσματος. Στο μεν θεωρητικό το BER φτάνει σε χαμηλότερες τιμές από τις αντίστοιχες που δίνει το θεωρητικό. Επίσης, στο πειραματικό αποτέλεσμα το BER για EBN0 μεγαλύτερο του 11 φαίνεται να μηδενίζεται ενώ αυτό στο θεωρητικό δεν φαίνεται παρόλο που το θεωρητικό φτάνει σε τιμές τάξεως πολύ κοντά στο μηδέν. Ακόμη, όσον αφορά την κλίση παρατηρούμε μία πιο ομαλή πτώση στο θεωρητικό από ότι στο πειραματικό. Τα παραπάνω οφείλονται στο γεγονός ότι ο θεωρητικός τύπος που εφαρμόσαμε ισχύει για όλο το εύρος τιμών του EBN0 και εμφανίζεται πιο ομαλός σε κάποιο υποσύνολο αυτού. Αντίθετα, πειραματικά το πλήθος των bit δεν είναι τόσο μεγάλο (τείνει άπειρο) ώστε πειραματικά να ταυτιστεί το αποτέλεσμα με το θεωρητικό. Παρόλαυτα το πειραματικό αποτέλεσμα είναι ικανοποιητικό καθώς παρουσιάζει πτωτική τάση όπως και θα έπρεπε και με 'καμπυλότητα' και κυρτότητα όμοια με του θεωρητικού.

2ο Ερώτημα

α) Για συχνότητα ίση με $f_c = 2 \text{ Hz}$ και πλάτος 1V διαμορφώνουμε την παραπάνω ακολουθία σύμφωνα με τους τρεις αναφερόμενους τρόπους. Επίσης οργανώνουμε τα σύμβολα αυτής κατάλληλα ώστε να ταιριάζουν στο σχήμα της διαμόρφωσης.

Για BPSK τα σύμβολα εμφανίζονται ένα προς ένα, αφού το κάθε ένα από αυτά αντιστοιχίζεται αυτόνομα σε κάποιο είδος σήματος από τα συνολικά δυο με διαφορά φάσης 180° μεταξύ τους.

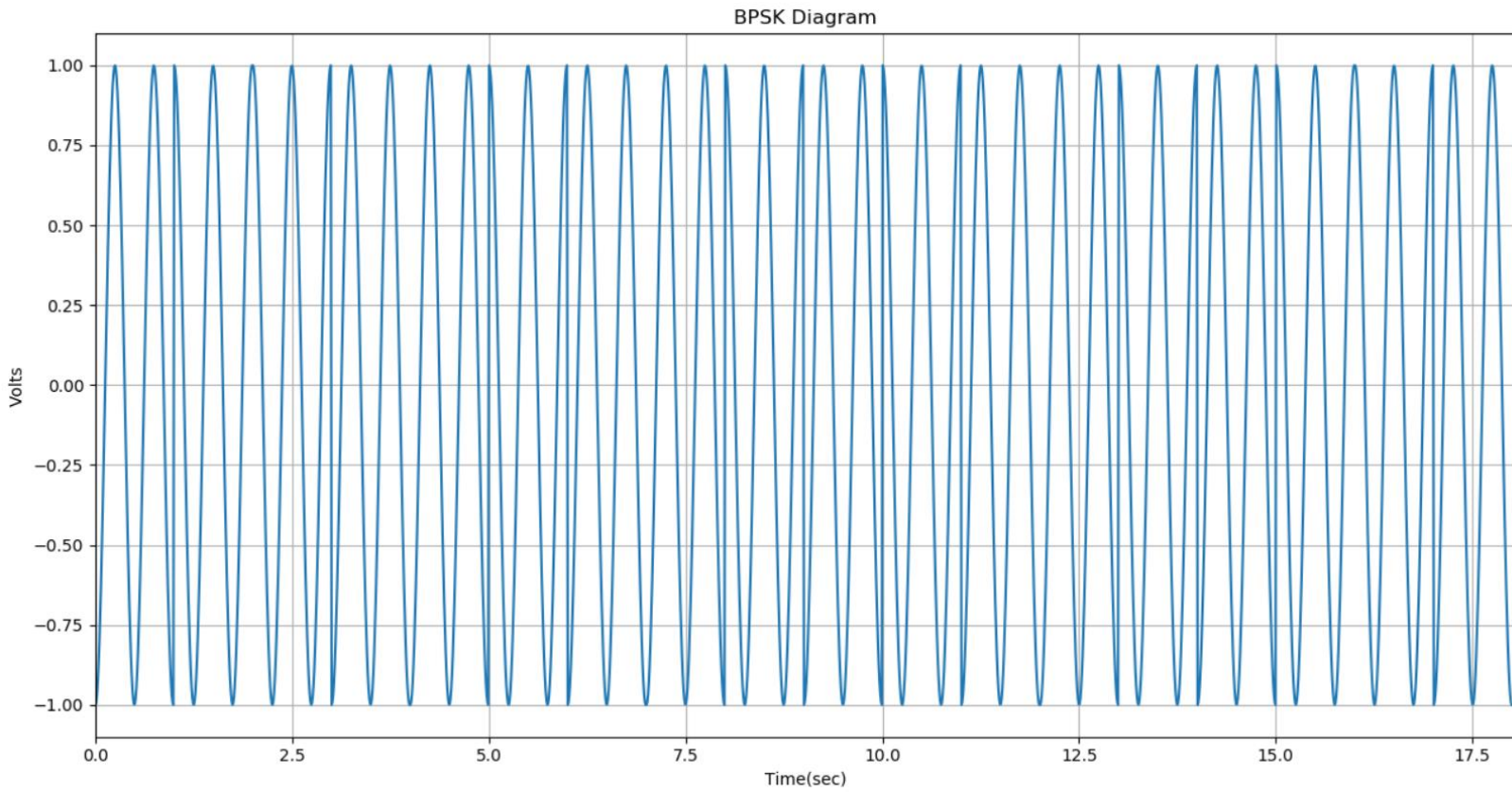
Για QPSK τα σύμβολα εμφανίζονται ανά δύο, αφού ανά δύο αντιστοιχίζονται αυτόνομα σε κάποιο είδος σήματος από τα συνολικά 4 με διαφορά φάσης 90° μεταξύ τους.

Για 8-PSK τα σύμβολα εμφανίζονται ανά τρία, αφού ανά τρία αντιστοιχίζονται αυτόνομα σε κάποιο είδος σήματος από τα συνολικά 8 με διαφορά φάσης 45° μεταξύ τους.

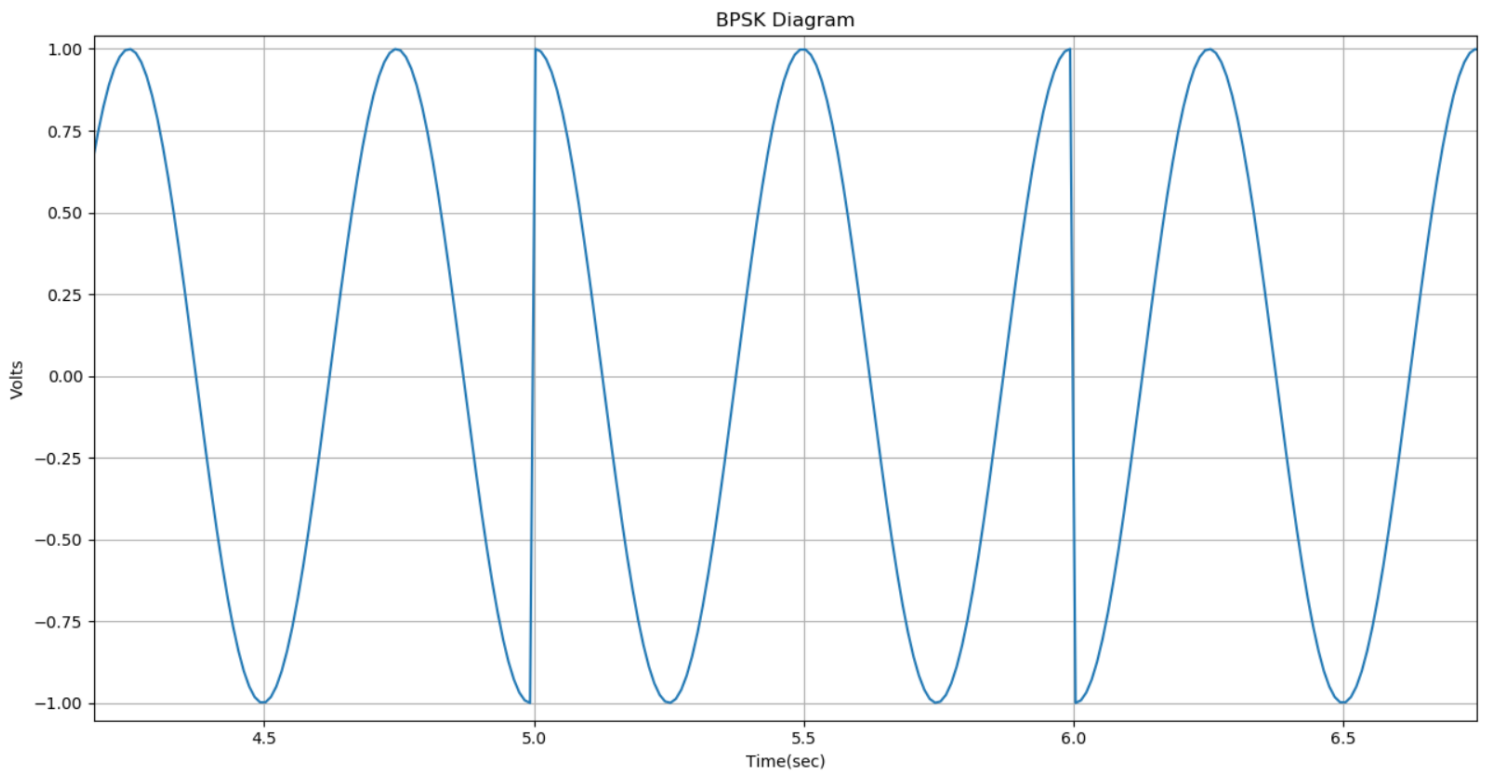
```
Symbol Sequence for BPSK [0, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0]
Symbol Sequence for QPSK [(0, 1), (1, 0), (0, 1), (0, 0), (1, 0), (1, 0), (0, 1), (0, 1), (1, 0)]
Symbol Sequence for 8-PSK [(0, 1, 1), (0, 0, 1), (0, 0, 1), (0, 1, 0), (0, 1, 0), (1, 1, 0)]
```


β) Παρουσιάζοντας τις αντίστοιχες κυματομορφές έχοντας κάνει τις διαμορφώσεις σύμφωνα με τους θεωρητικούς τύπους θα έχουμε τα εξής αποτελέσματα:

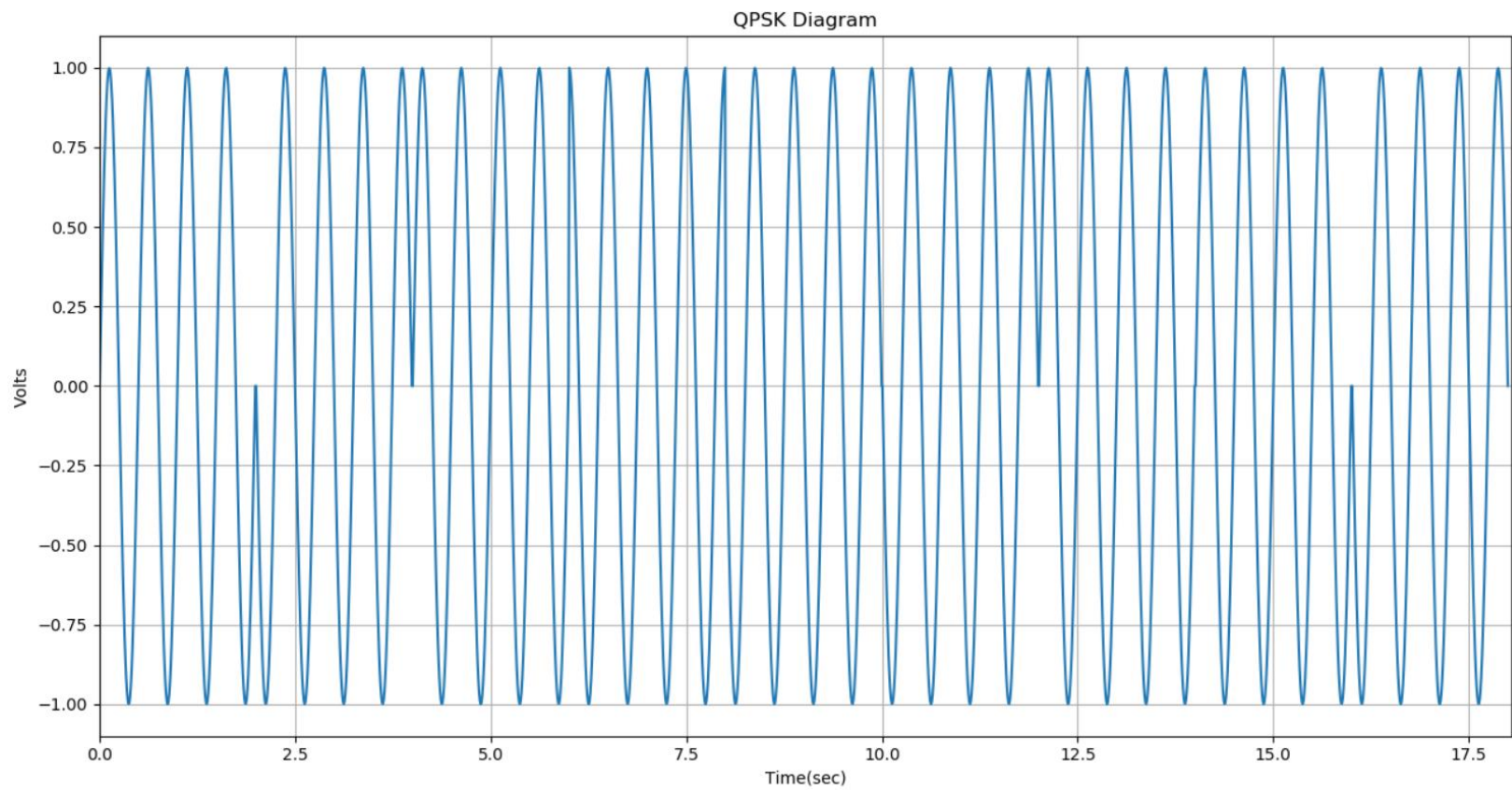
Για διαμόρφωση BPSK:



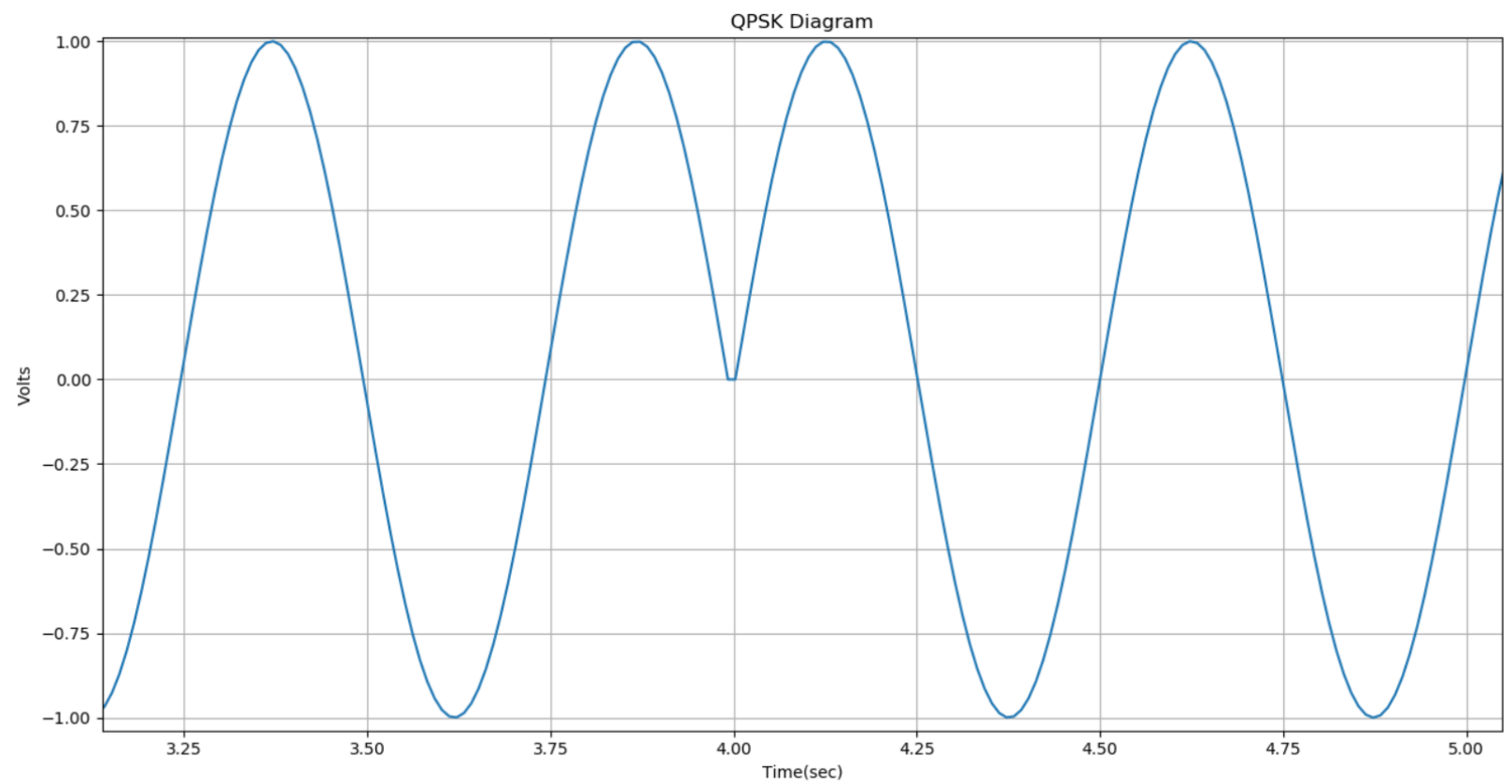
Και κάνοντας zoom-in σε κάποιο σημείο αλλαγής όπου παρατηρείται κάποια 'ανωμαλία':



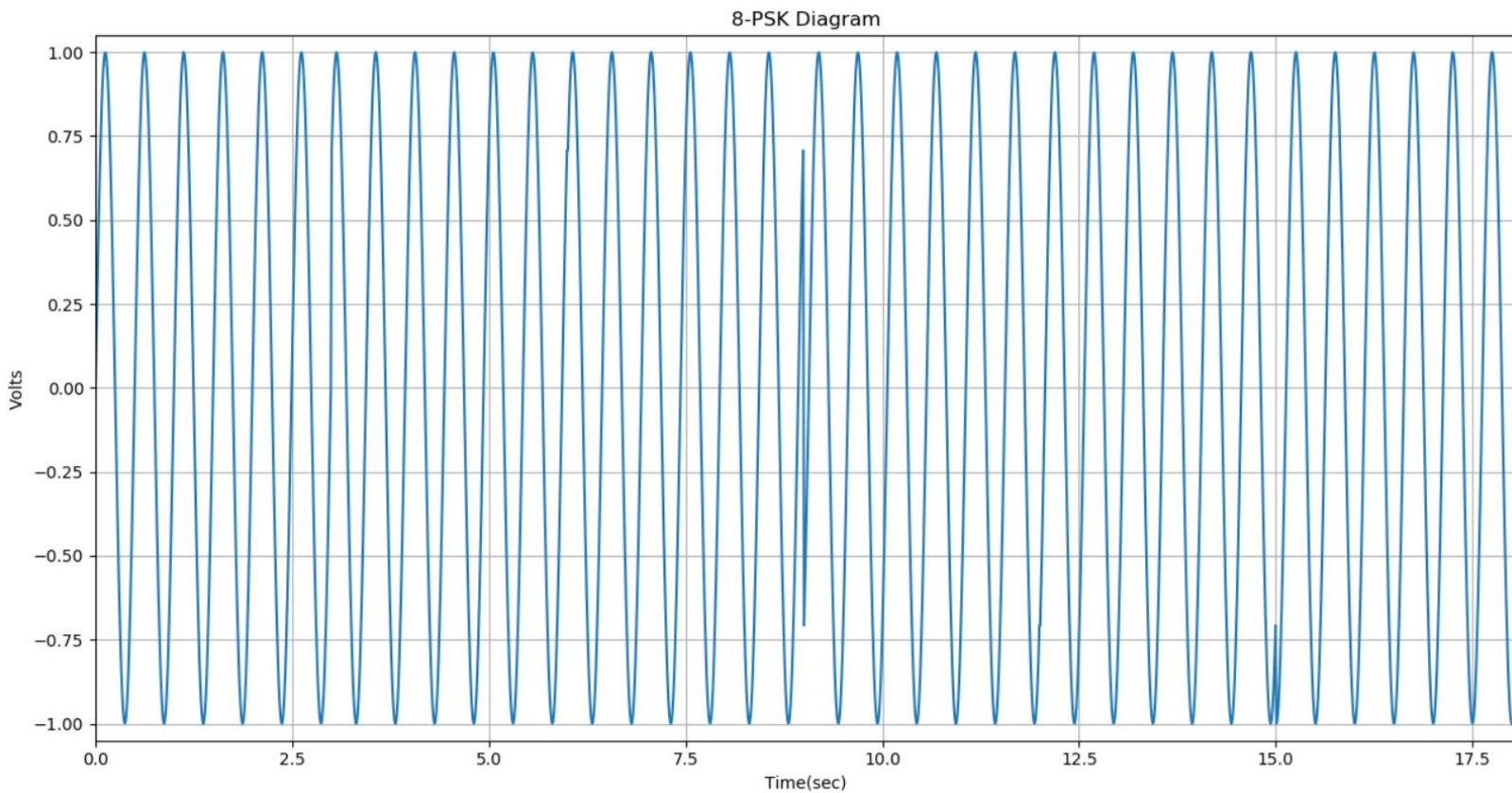
Για διαμόρφωση QPSK:



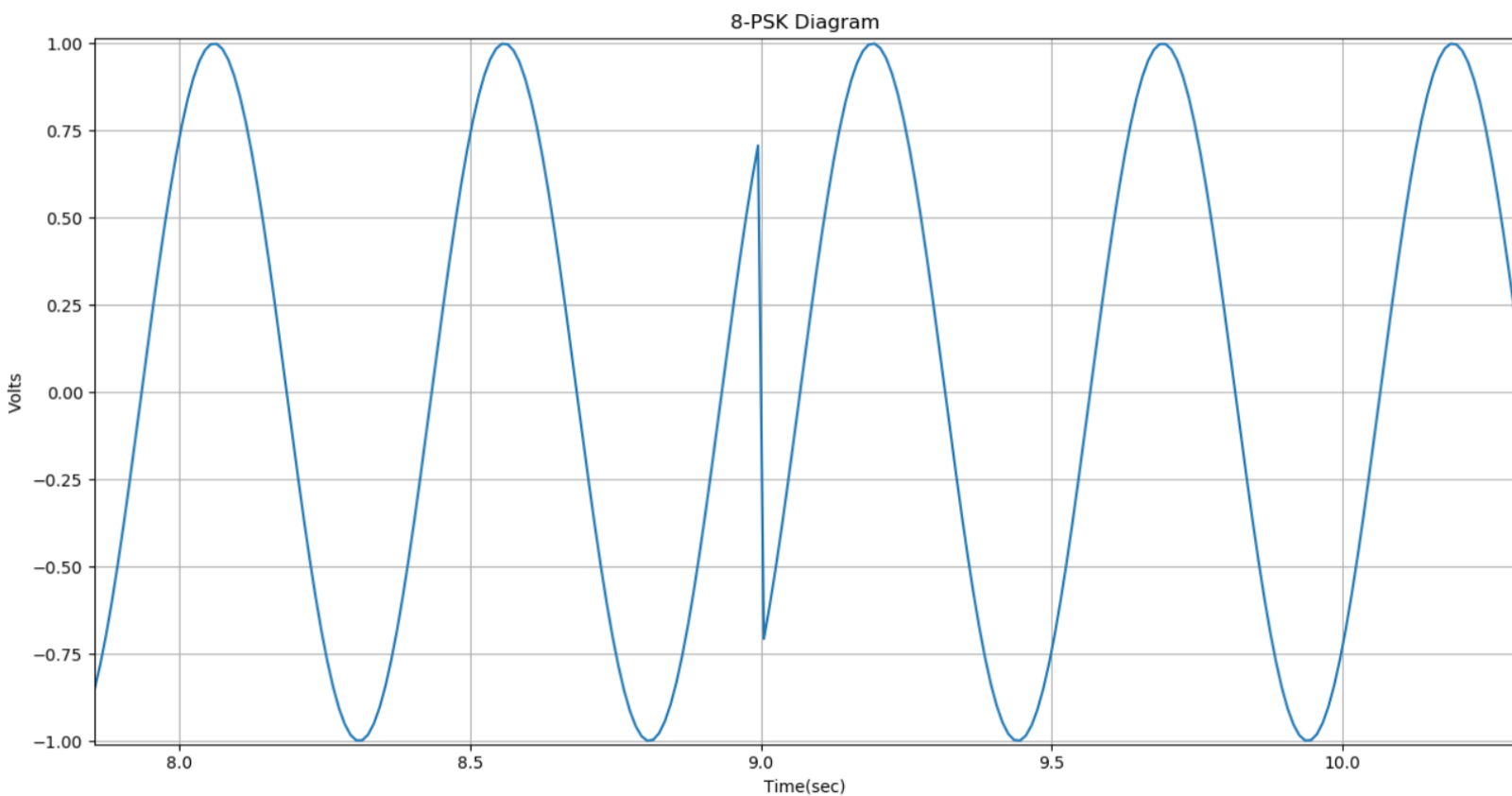
Και κάνοντας zoom-in σε κάποιο σημείο αλλαγής όπου παρατηρείται κάποια 'ανωμαλία':



Για διαμόρφωση 8-PSK:



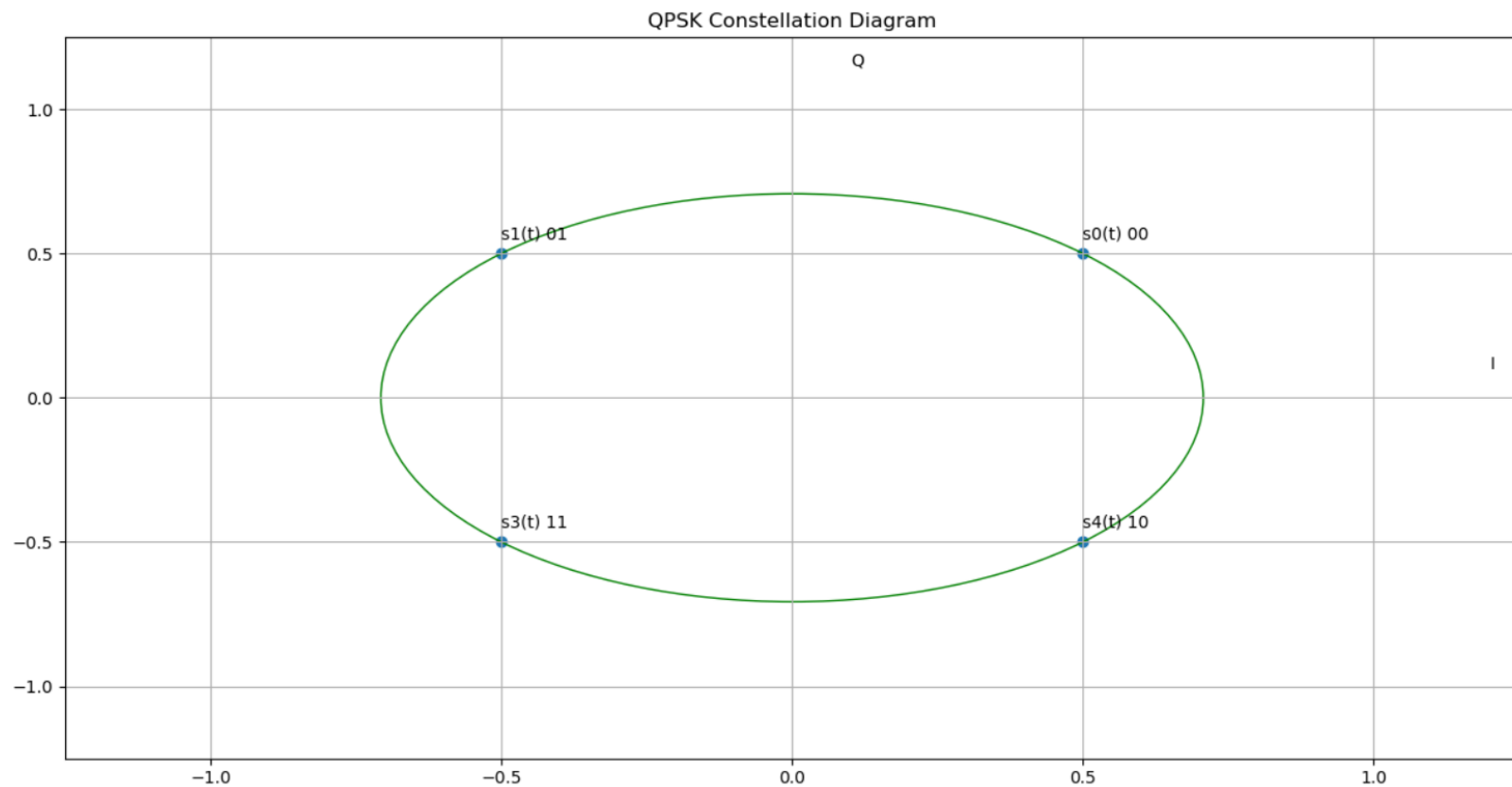
Και κάνοντας zoom-in σε κάποιο σημείο αλλαγής όπου παρατηρείται κάποια 'άνωμαλία':



3° Ερώτημα

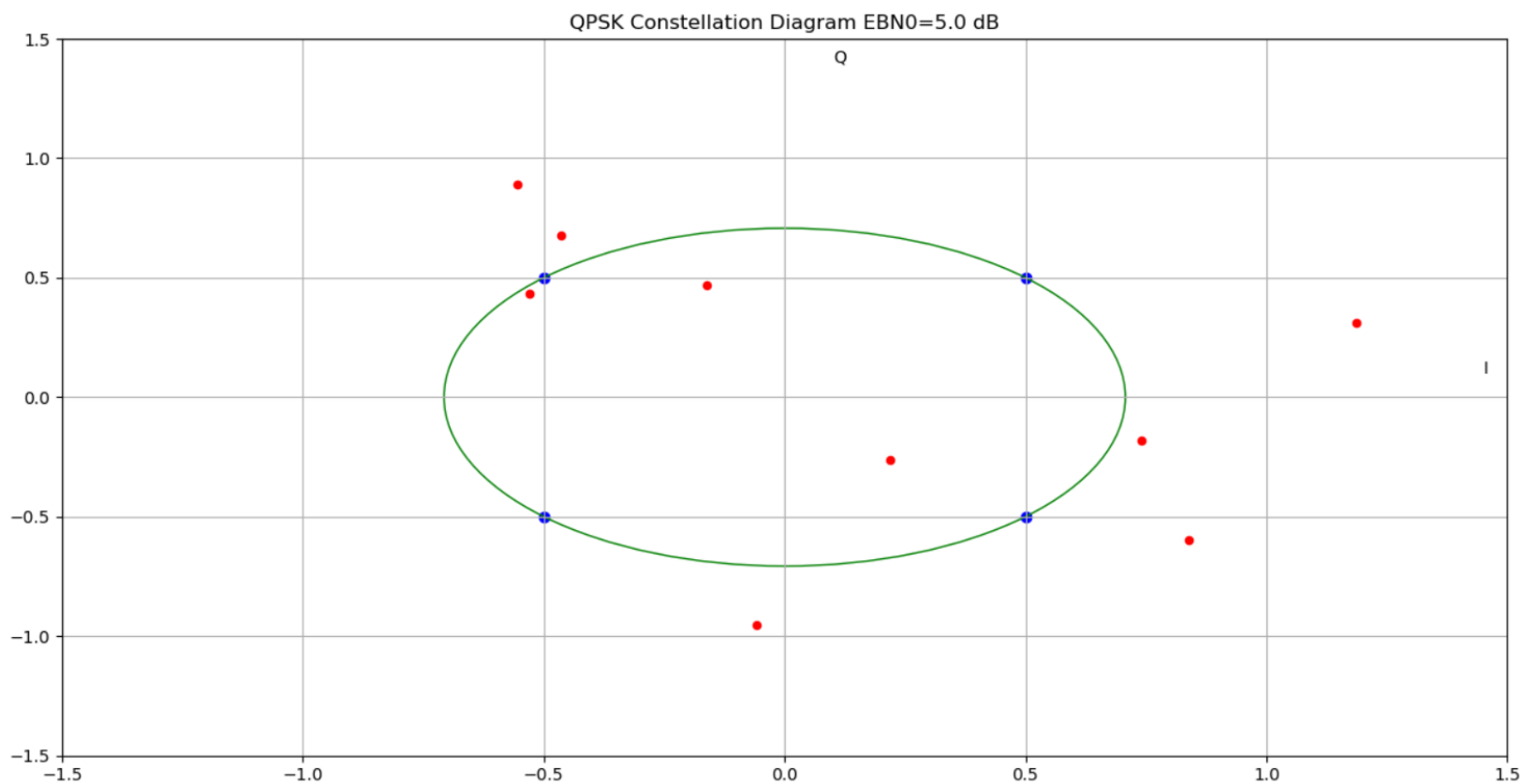
α) Διαμορφώνουμε στην βασική ζώνη την αρχική ακολουθία των 18 bit με QPSK και πλάτος 1V. Το διάγραμμα αστερισμού θα έχει τέσσερις δυνατές τιμές σημάτων, οι οποίες θα βρίσκονται πάνω σε έναν κύκλο. Επειδή έχουμε κωδικοποίηση Gray ($\pi/4$) τα σημεία αυτά δεν θα βρίσκονται πάνω τους άξονες, αλλά πάνω στις διχοτόμους αυτών.

Το διάγραμμα αστερισμού είναι το εξής:

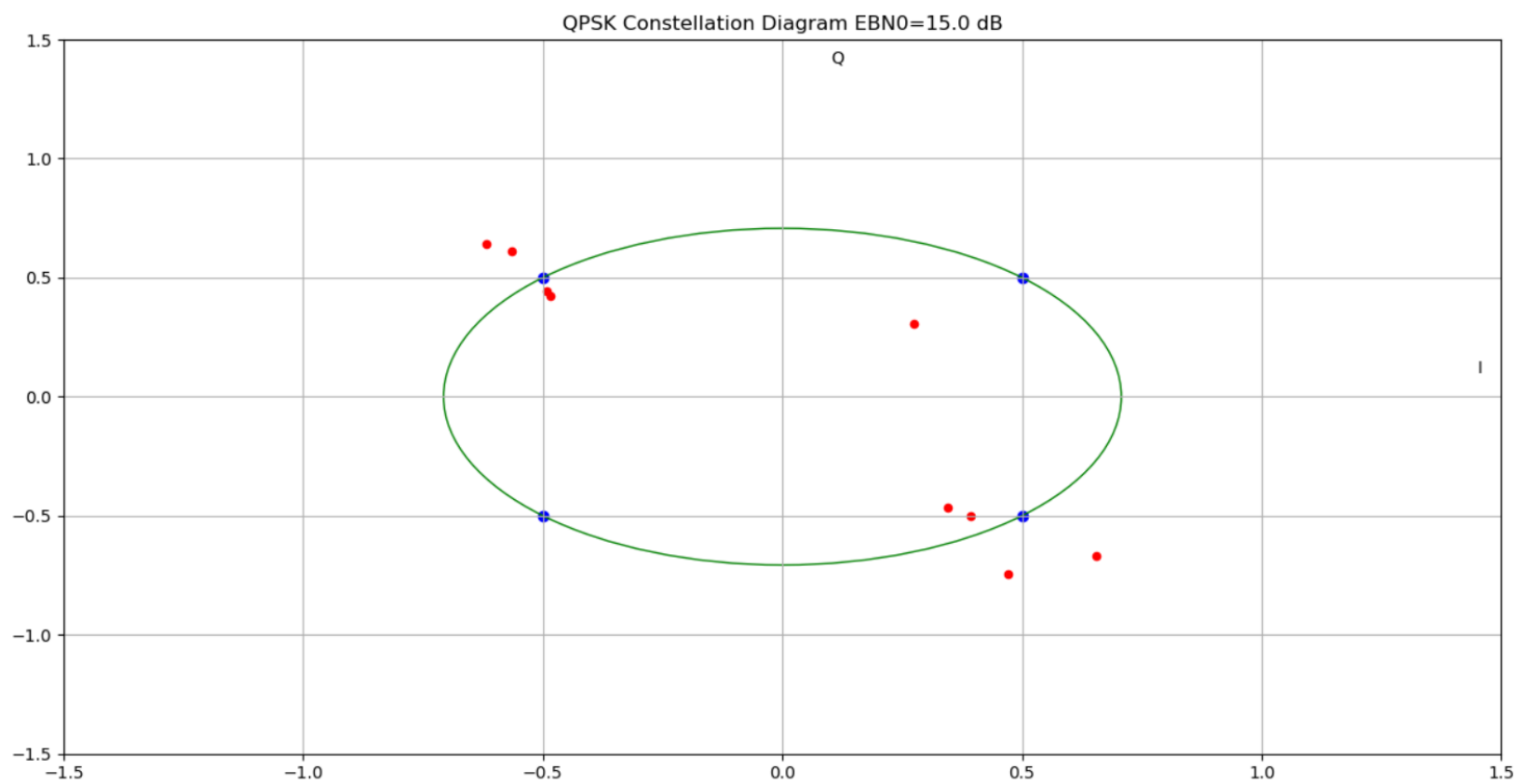


β) Παράγουμε λευκό Γκαουσιανό θόρυβο με τρόπο όμοιο όπως και στο ερώτημα 1 και τον προσθέτουμε στο διαμορφωμένο σήμα. Έπειτα, παρουσιάζουμε το διάγραμμα αστερισμού για δύο τιμές του E_{BN0} του θορύβου που δημιουργήσαμε. Αναμενόμενη συμπεριφορά είναι στο διάγραμμα αστερισμού να υπάρχει μεγαλύτερη συγκέντρωση σημείων γύρω από τα τέσσερα βασικά σημεία που παρουσιάστηκαν παραπάνω, καθώς γύρω από αυτές τις τέσσερις δυνατές τιμές σήματος θα πρέπει να κινείται και το προκύπτον θορυβώδες σήμα.

Το διάγραμμα αστερισμού για $EBN_0 = 5 \text{ dB}$ είναι:

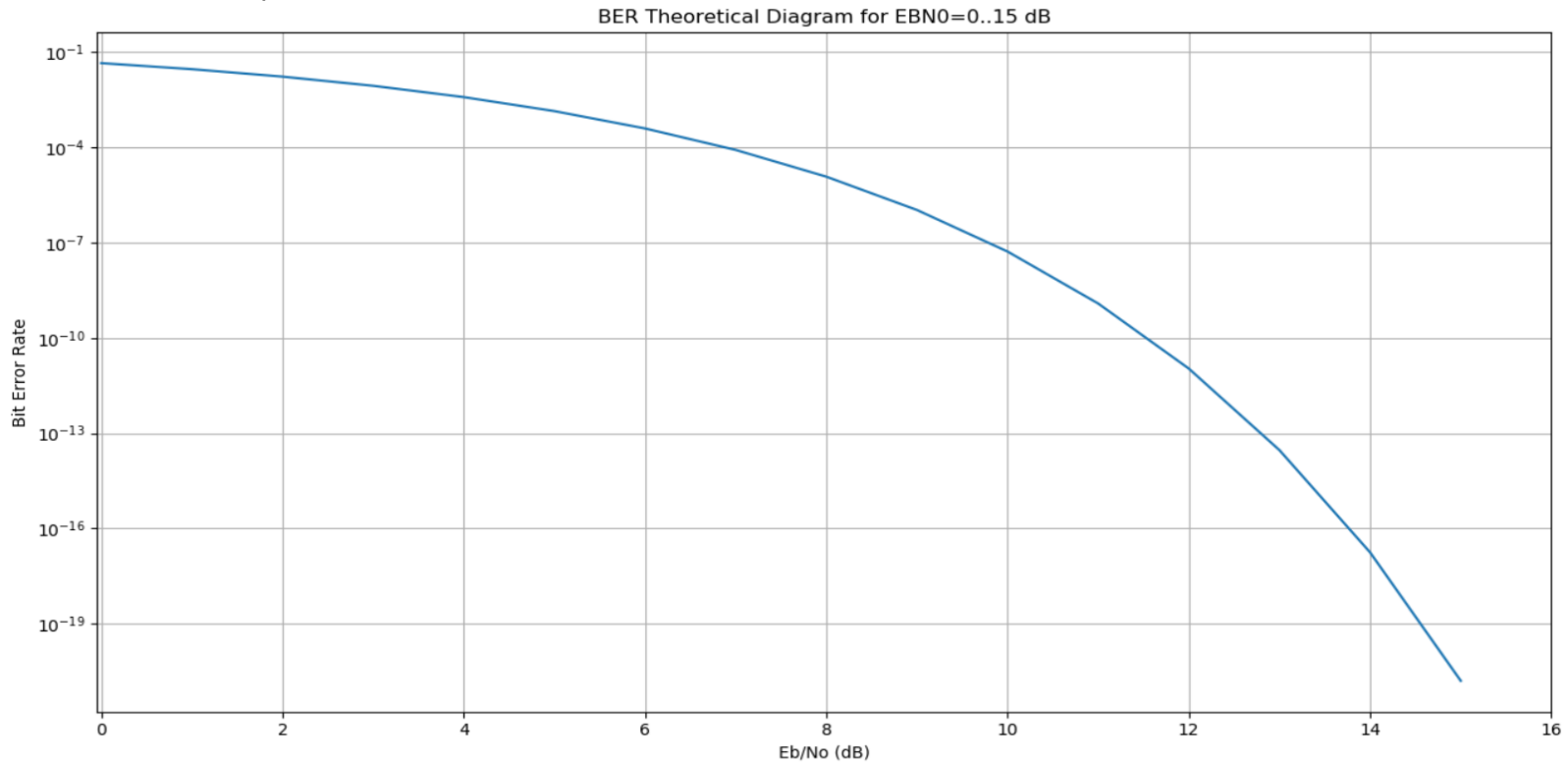


Το διάγραμμα αστερισμού για $EBN_0 = 15 \text{ dB}$ είναι:

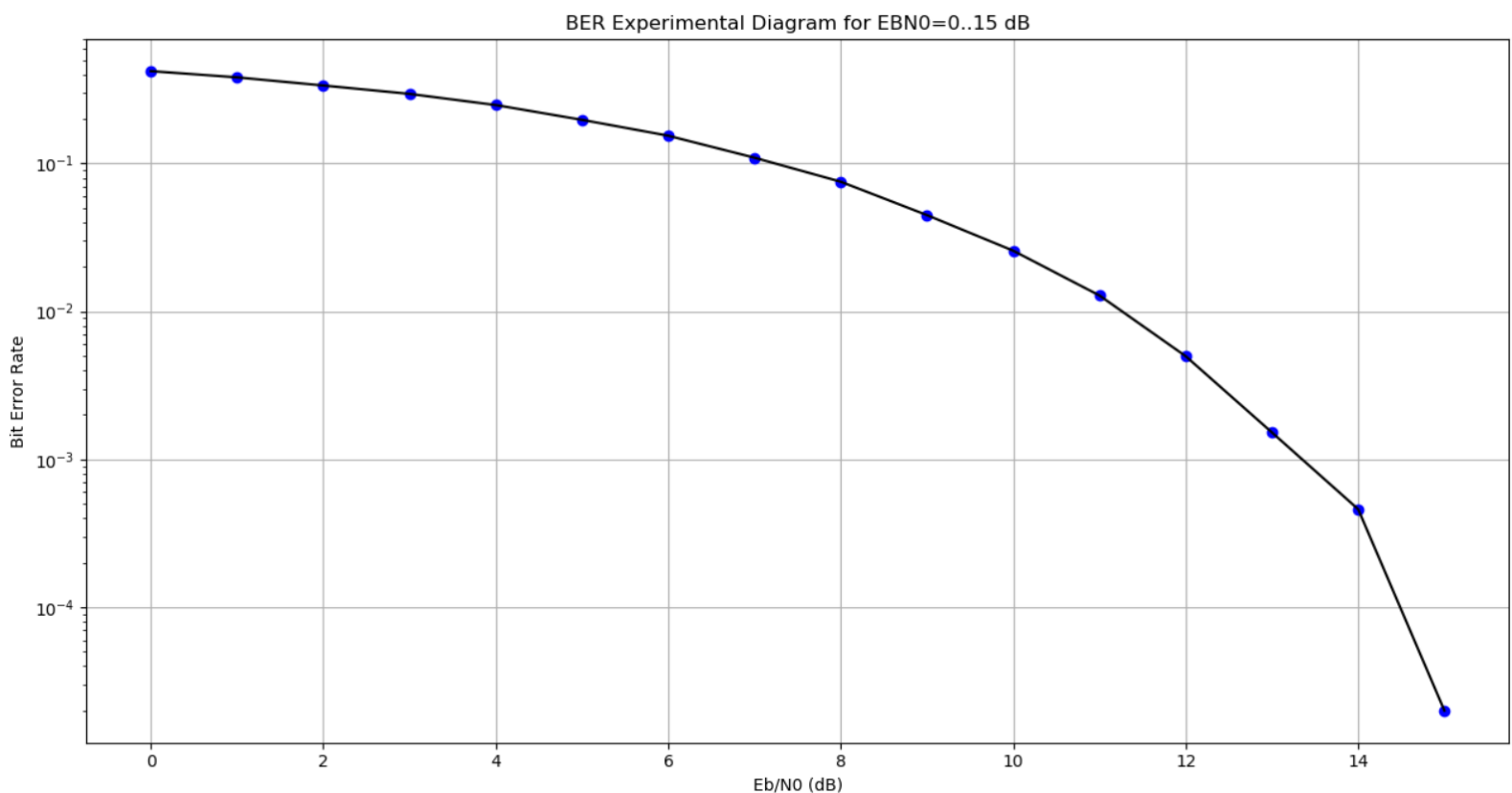


γ) Παράγοντας αρκετά μεγάλο αριθμό bits (100 χιλιάδες) και προσθέτοντας μιγαδικό GWN σε αυτά και έχοντας μεταβλητό το E_b/N_0 εκτιμούμε πειραματικά την πιθανότητα εσφαλμένου ψηφίου. Κατόπιν εφαρμόζοντας την γνωστή θεωρητική σχέση που δίνει την παραπάνω πιθανότητα εκτιμούμε την θεωρητική πιθανότητα εσφαλμένου ψηφίου.

Θεωρητικά έχουμε:



Πειραματικά προκύπτει:



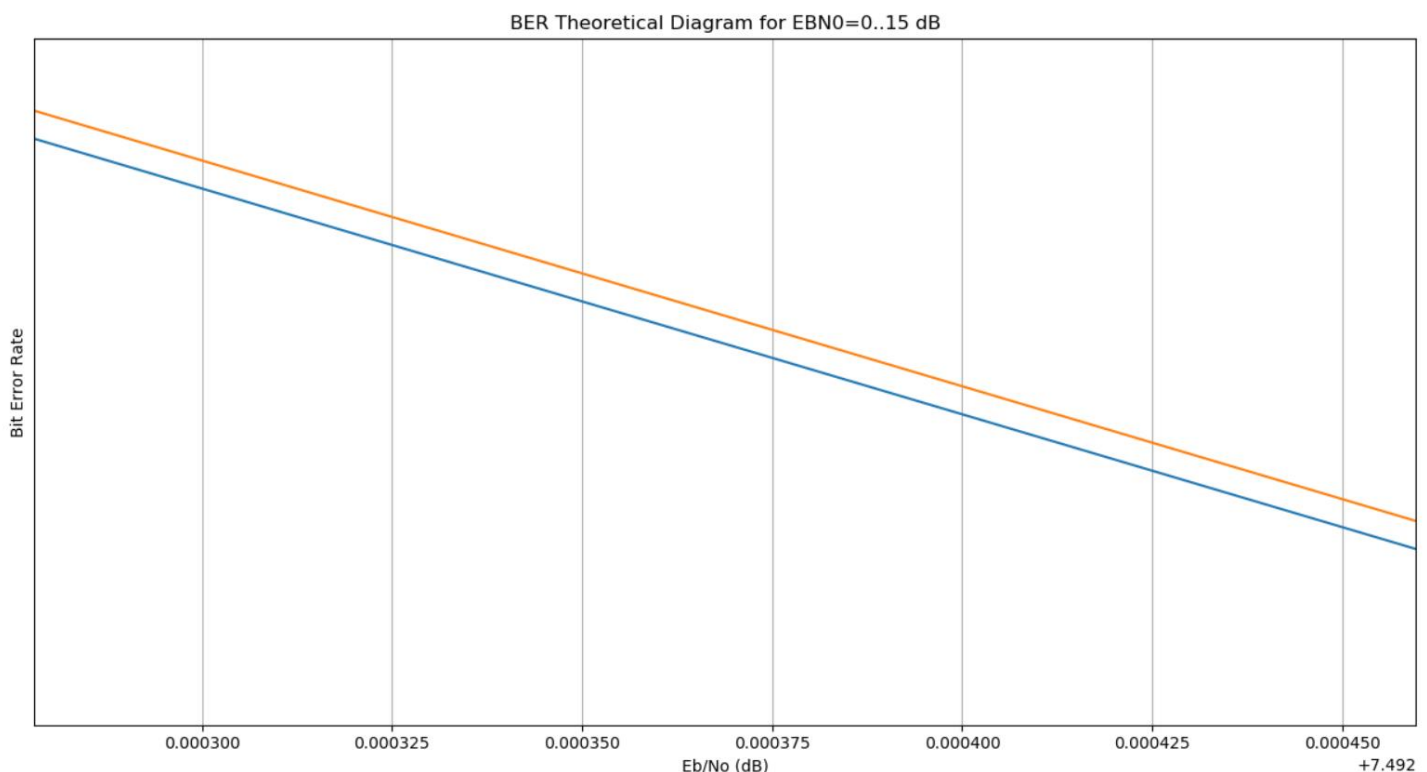
Παρατηρούμε ότι για μικρά EBN0 η πιθανότητα εσφαλμένου ψηφίου είναι περίπου ίδια σε θεωρητικό και πειραματικό διάγραμμα ωστόσο αυξάνοντας το EBN0 παρατηρούμε ότι στο θεωρητικό διάγραμμα το BER μειώνεται με ταχύτερο ρυθμό από ότι στο πειραματικό. Επίσης, καθώς πλησιάζει τα 16 dB στο θεωρητικό έχει σχεδόν προσεγγίσει το 0 ενώ η αντίστοιχη τιμή στο πειραματικό είναι αρκετές τάξεις μεγέθους πιο μεγάλη. Οι καμπύλες ποιοτικά πέραν των διαφορετικών τιμών τους μοιάζουν αρκετά σε σχέση με την κυρτότητα τους και τον τρόπο με τον οποίο ελαττώνονται. Τα παραπάνω οφείλονται στο γεγονός ότι ο θεωρητικός τύπος που εφαρμόσαμε ισχύει για όλο το εύρος τιμών του EBN0 και εμφανίζεται πιο ομαλός σε κάποιο υποσύνολο αυτού. Αντίθετα, πειραματικά το πλήθος των bit δεν είναι τόσο μεγάλο (τείνει άπειρο) ώστε πειραματικά να ταυτιστεί το αποτέλεσμα με το θεωρητικό.

Θεωρητικά η επίδοση κρίνεται από την πιθανότητα εσφαλμένου ψηφίου. Αυτή τόσο για την QPSK όσο και για την BPSK δίνεται προσεγγιστικά από τον ίδιο τύπο και συνεπώς αναμένουμε να ταυτίζονται σε αρκετά μεγάλο βαθμό τα αντίστοιχα διαγράμματα τους. Αυτό συμβαίνει γιατί η μόνη διαφορά στον θεωρητικό τύπο της QPSK έγκειται στην ύπαρξη ενός δεύτερου παράγοντα.

Η πιθανότητα σφάλματος της BPSK δίδεται από τον τύπο $\frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right)$

Ενώ για την QPSK από τον τύπο $\operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{E_s}{2N_0}}\right) - \frac{1}{4} \operatorname{erfc}^2\left(\sqrt{\frac{E_s}{2N_0}}\right)$

Όπου για μεγάλες τιμές του E_s/N_0 ο δεύτερος παράγοντας της QPSK τείνει στο μηδέν. Έτσι οι δύο διαμορφώσεις ομοιάζουν θεωρητικά στην επίδοση τους. Αυτό μπορεί να αποδοθεί και γραφικά παρακάτω όπου βλέπουμε το θεωρητικό διάγραμμα BER της QPSK και της BPSK σε αρκετό zoom ώστε να γίνει αντιληπτό ότι πρόκειται για δύο διαφορετικά διαγράμματα που ωστόσο η διαφορά τους είναι απειροελάχιστη όπως φαίνεται από τους άξονες και την κλίμακα που αυτοί έχουν.



Με πορτοκαλί παρουσιάζεται η θεωρητική καμπύλη για την BPSK που όπως αναμενόταν από τους παραπάνω τύπους έχει θεωρητικά μεγαλύτερο BER.

Σε ότι αφορά τα πειραματικά διαγράμματα παρατηρούμε ομοιότητα στην κυρτότητα και στην πτωτική τάση. Επίσης ομοιάζουν για μικρές τιμές του EBN0 ενώ αντίθετα για μεγάλες τιμές του η BPSK ελαττώνεται γρηγορότερα και φτάνει σε χαμηλότερες τιμές, ωστόσο πρέπει να σημειωθεί και η διαφορά του πλήθους των bits σε κάθε μία από τις δύο.