应用离散数学

离散数学课程组

2014 年 1 月 17 日

逻辑趣事

- “骗局”：愚人节的一天，哥哥对弟弟说“今天我要骗骗你”。可是哥哥一天都没有行动，最终弟弟对哥哥说“你怎么没骗我啊？”可是
  - 哥哥：这么说，你是盼我骗你喽？
  - 弟弟：是啊。
  - 哥哥：可我没骗吧？
  - 弟弟：是啊。
  - 哥哥：而你是盼我骗的，对不？
  - 弟弟：是啊。
  - 哥哥：这不得了，我已经把你给骗了！

逻辑趣事

- “骗局”：愚人节的一天，哥哥对弟弟说“今天我要骗骗你”。可是哥哥一天都没有行动，最终弟弟对哥哥说“你怎么没骗我啊？”可是
  - 哥哥：这么说，你是盼我骗你喽？
  - 弟弟：是啊。
  - 哥哥：可我没骗吧？
  - 弟弟：是啊。
  - 哥哥：而你是盼我骗的，对不？
  - 弟弟：是啊。
  - 哥哥：这不得了，我已经把你给骗了！

逻辑趣事

- “骗局”：愚人节的一天，哥哥对弟弟说“今天我要骗骗你”。可是哥哥一天都没有行动，最终弟弟对哥哥说“你怎么没骗我啊？”可是
  - 哥哥：这么说，你是盼我骗你喽？
  - 弟弟：是啊。
  - 哥哥：可我没骗吧？
  - 弟弟：是啊。
  - 哥哥：而你是盼我骗的，对不？
  - 弟弟：是啊。
  - 哥哥：这不得了，我已经把你给骗了！

逻辑趣事

- “骗局”：愚人节的一天，哥哥对弟弟说“今天我要骗骗你”。可是哥哥一天都没有行动，最终弟弟对哥哥说“你怎么没骗我啊？”可是
  - 哥哥：这么说，你是盼我骗你喽？
  - 弟弟：是啊。
  - 哥哥：可我没骗吧？
  - 弟弟：是啊。
  - 哥哥：而你是盼我骗的，对不？
  - 弟弟：是啊。
  - 哥哥：这不得了，我已经把你给骗了！

逻辑趣事

- “骗局”：愚人节的一天，哥哥对弟弟说“今天我要骗骗你”。可是哥哥一天都没有行动，最终弟弟对哥哥说“你怎么没骗我啊？”可是
  - 哥哥：这么说，你是盼我骗你喽？
  - 弟弟：是啊。
  - 哥哥：可我没骗吧？
  - 弟弟：是啊。
  - 哥哥：而你是盼我骗的，对不？
  - 弟弟：是啊。
  - 哥哥：这不得了，我已经把你给骗了！

逻辑趣事

- “骗局”：愚人节的一天，哥哥对弟弟说“今天我要骗骗你”。可是哥哥一天都没有行动，最终弟弟对哥哥说“你怎么没骗我啊？”可是
  - 哥哥：这么说，你是盼我骗你喽？
  - 弟弟：是啊。
  - 哥哥：可我没骗吧？
  - 弟弟：是啊。
  - 哥哥：而你是盼我骗的，对不？
  - 弟弟：是啊。
  - 哥哥：这不得了，我已经把你给骗了！

逻辑趣事

- “骗局”：愚人节的一天，哥哥对弟弟说“今天我要骗骗你”。可是哥哥一天都没有行动，最终弟弟对哥哥说“你怎么没骗我啊？”可是
  - 哥哥：这么说，你是盼我骗你喽？
  - 弟弟：是啊。
  - 哥哥：可我没骗吧？
  - 弟弟：是啊。
  - 哥哥：而你是盼我骗的，对不？
  - 弟弟：是啊。
  - 哥哥：这不得了，我已经把你给骗了！

逻辑趣事

- “骗局”：愚人节的一天，哥哥对弟弟说“今天我要骗骗你”。可是哥哥一天都没有行动，最终弟弟对哥哥说“你怎么没骗我啊？”可是
  - 哥哥：这么说，你是盼我骗你喽？
  - 弟弟：是啊。
  - 哥哥：可我没骗吧？
  - 弟弟：是啊。
  - 哥哥：而你是盼我骗的，对不？
  - 弟弟：是啊。
  - 哥哥：这不得了，我已经把你给骗了！

诡辩

有两个人到我这里做客。一个很爱干净而一个很脏。我请他们俩洗澡，他们两人谁会洗呢？

- 脏的人洗澡：
- 干净的人洗澡：
- 两个人都不洗：
- 两个人都洗：

诡辩

有两个人到我这里做客。一个很爱干净而一个很脏。我请他们俩洗澡，他们两人谁会洗呢？

- 脏的人洗澡：
- 干净的人洗澡：
- 两个人都不洗：
- 两个人都洗：

诡辩

有两个人到我这里做客。一个很爱干净而一个很脏。我请他们俩洗澡，他们两人谁会洗呢？

- 脏的人洗澡：
- 干净的人洗澡：
- 两个人都不洗：
- 两个人都洗：

诡辩

有两个人到我这里做客。一个很爱干净而一个很脏。我请他们俩洗澡，他们两人谁会洗呢？

- 脏的人洗澡：
- 干净的人洗澡：
- 两个人都不洗：
- 两个人都洗：

诡辩

有两个人到我这里做客。一个很爱干净而一个很脏。我请他们俩洗澡，他们两人谁会洗呢？

- 脏的人洗澡：
- 干净的人洗澡：
- 两个人都不洗：
- 两个人都洗：

悖论

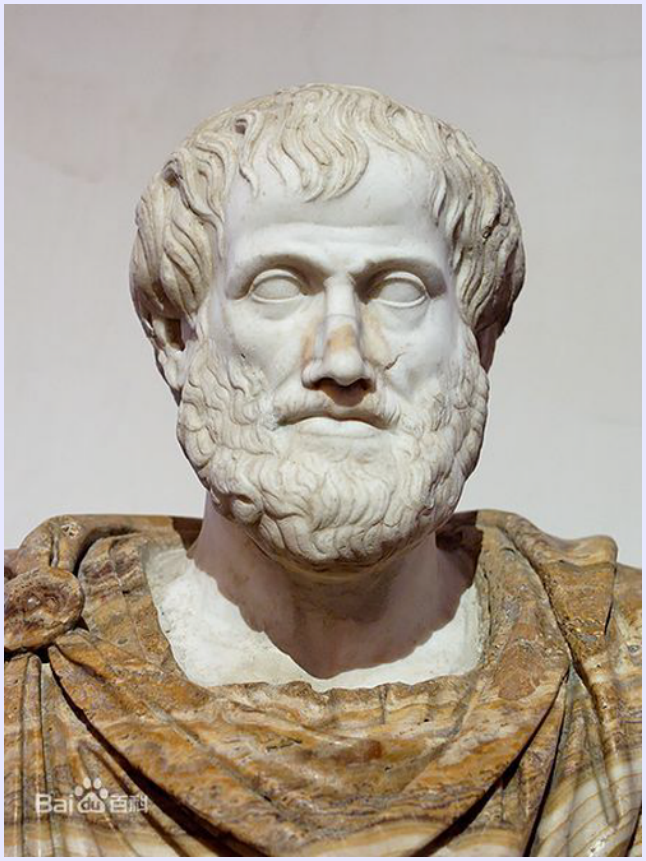
- 芝诺悖论：后跑的兔子永远追不上前面的乌龟？
- 说谎者悖论:“我说的这句话是谎话”

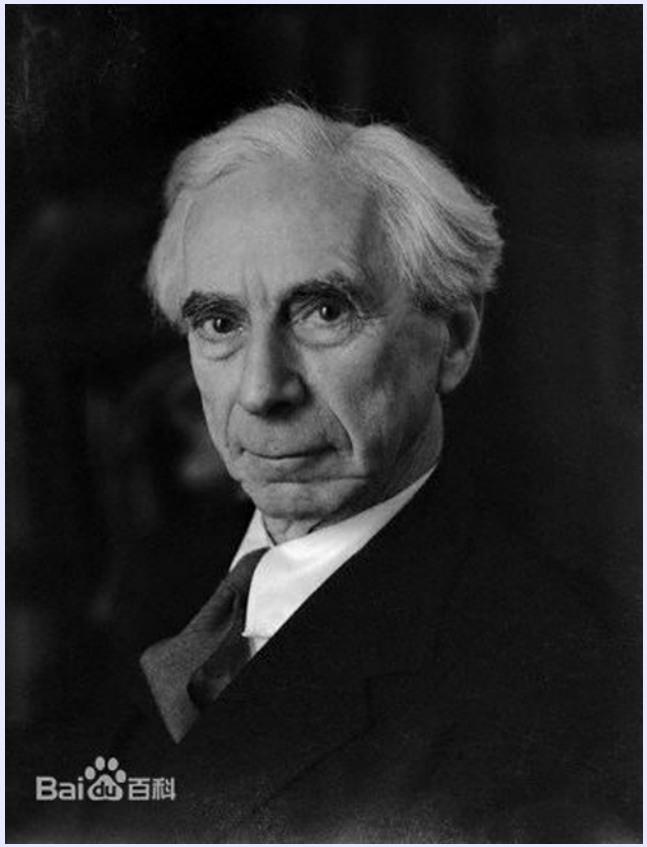
悖论

- 芝诺悖论：后跑的兔子永远追不上前面的乌龟？
- 说谎者悖论:“我说的这句话是谎话”

悖论

- 芝诺悖论：后跑的兔子永远追不上前面的乌龟？
- 说谎者悖论:“我说的这句话是谎话”





- 亚里士多德（公元前384年－公元前322年），古希腊斯吉塔拉人，世界古代史上伟大的哲学家、科学家和教育家之一，堪称希腊哲学的集大成者。他是柏拉图的学生，亚历山大的老师。
- 伯特兰·罗素（Bertrand Russell，1872－1970）是二十世纪英国哲学家、数学家、逻辑学家、历史学家，无神论或者不可知论者，也是上世纪西方最著名、影响最大的学者和和平主义社会活动家之一

- 亚里士多德（公元前384年－公元前322年），古希腊斯吉塔拉人，世界古代史上伟大的哲学家、科学家和教育家之一，堪称希腊哲学的集大成者。他是柏拉图的学生，亚历山大的老师。
- 伯特兰·罗素（Bertrand Russell，1872－1970）是二十世纪英国哲学家、数学家、逻辑学家、历史学家，无神论或者不可知论者，也是上世纪西方最著名、影响最大的学者和和平主义社会活动家之一

命题逻辑

1 命题和逻辑连接词

2 命题公式及其等价演算

3 命题公式的范式

4 逻辑连接词的功能完备集

5 命题公式的推论演算

命题逻辑

1 命题和逻辑连接词

2 命题公式及其等价演算

3 命题公式的范式

4 逻辑连接词的功能完备集

5 命题公式的推论演算

命题逻辑

1 命题和逻辑连接词

2 命题公式及其等价演算

3 命题公式的范式

4 逻辑连接词的功能完备集

5 命题公式的推论演算

命题逻辑

1 命题和逻辑连接词

2 命题公式及其等价演算

3 命题公式的范式

4 逻辑连接词的功能完备集

5 命题公式的推论演算

命题逻辑

1 命题和逻辑连接词

2 命题公式及其等价演算

3 命题公式的范式

4 逻辑连接词的功能完备集

5 命题公式的推论演算

定义1 (命题)

- 能区分真假的陈述句被称为命题.
- 如果一个命题所表述的内容与客观实际相符，则称该命题为真命题；否则称其为假命题。
- 命题的真假属性被称为是命题的真值，分别用$T/F(1/0)$表示。

- 中华人民共和国国庆节是十月一日。
- 该命题为真命题。
- 该命题的真值为“T”/“1”。

定义1 (命题)

- 能区分真假的陈述句被称为命题.
- 如果一个命题所表述的内容与客观实际相符，则称该命题为真命题；否则称其为假命题。
- 命题的真假属性被称为是命题的真值，分别用$T/F(1/0)$表示。

- 中华人民共和国国庆节是十月一日。
- 该命题为真命题。
- 该命题的真值为“T”/“1”。

定义1 (命题)

- 能区分真假的陈述句被称为命题.
- 如果一个命题所表述的内容与客观实际相符，则称该命题为真命题；否则称其为假命题。
- 命题的真假属性被称为是命题的真值，分别用$T/F(1/0)$表示。

- 中华人民共和国国庆节是十月一日。
- 该命题为真命题。
- 该命题的真值为“T”/“1”。

定义1 (命题)

- 能区分真假的陈述句被称为命题.
- 如果一个命题所表述的内容与客观实际相符，则称该命题为真命题；否则称其为假命题。
- 命题的真假属性被称为是命题的真值，分别用$T/F(1/0)$表示。

- 中华人民共和国国庆节是十月一日。
- 该命题为真命题。
- 该命题的真值为“T”/“1”。

定义1 (命题)

- 能区分真假的陈述句被称为命题.
- 如果一个命题所表述的内容与客观实际相符，则称该命题为真命题；否则称其为假命题。
- 命题的真假属性被称为是命题的真值，分别用$T/F(1/0)$表示。

- 中华人民共和国国庆节是十月一日。
- 该命题为真命题。
- 该命题的真值为“T”/“1”。

定义1 (命题)

- 能区分真假的陈述句被称为命题.
- 如果一个命题所表述的内容与客观实际相符，则称该命题为真命题；否则称其为假命题。
- 命题的真假属性被称为是命题的真值，分别用$T/F(1/0)$表示。

- 中华人民共和国国庆节是十月一日。
- 该命题为真命题。
- 该命题的真值为“T”/“1”。

定义1 (命题)

- 能区分真假的陈述句被称为命题.
- 如果一个命题所表述的内容与客观实际相符，则称该命题为真命题；否则称其为假命题。
- 命题的真假属性被称为是命题的真值，分别用$T/F(1/0)$表示。

- 中华人民共和国国庆节是十月一日。
- 该命题为真命题。
- 该命题的真值为“T”/“1”。

例1 (判断下面的语句是否是命题)

1.	6是质数	是
2.	2010年国庆节是晴天	是
3.	现在白天	是
4.	$a > b$	是
5.	$x > y$	不是
6.	请不要吸烟!	不是
7.	我正在说假话	不是

例1 (判断下面的语句是否是命题)

1.	6是质数	是
2.	2010年国庆节是晴天	是
3.	现在白天	是
4.	$a > b$	是
5.	$x > y$	不是
6.	请不要吸烟!	不是
7.	我正在说假话	不是

例1 (判断下面的语句是否是命题)

1.	6是质数	是
2.	2010年国庆节是晴天	是
3.	现在白天	是
4.	$a > b$	是
5.	$x > y$	不是
6.	请不要吸烟!	不是
7.	我正在说假话	不是

例1 (判断下面的语句是否是命题)

1.	6是质数	是
2.	2010年国庆节是晴天	是
3.	现在白天	是
4.	$a > b$	是
5.	$x > y$	不是
6.	请不要吸烟!	不是
7.	我正在说假话	不是

例1 (判断下面的语句是否是命题)

1.	6是质数	是
2.	2010年国庆节是晴天	是
3.	现在白天	是
4.	$a > b$	是
5.	$x > y$	不是
6.	请不要吸烟!	不是
7.	我正在说假话	不是

例1 (判断下面的语句是否是命题)

1.	6是质数	是
2.	2010年国庆节是晴天	是
3.	现在白天	是
4.	$a > b$	是
5.	$x > y$	不是
6.	请不要吸烟!	不是
7.	我正在说假话	不是

例1 (判断下面的语句是否是命题)

1.	6是质数	是
2.	2010年国庆节是晴天	是
3.	现在白天	是
4.	$a > b$	是
5.	$x > y$	不是
6.	请不要吸烟!	不是
7.	我正在说假话	不是

例1 (判断下面的语句是否是命题)

1.	6是质数	是
2.	2010年国庆节是晴天	是
3.	现在白天	是
4.	$a > b$	是
5.	$x > y$	不是
6.	请不要吸烟!	不是
7.	我正在说假话	不是

定义2 (简单命题与复合命题)

1. 不能再分解为更简单陈述句的命题被称为简单命题
2. 由简单命题和自然语言中连接词构成的命题被称为是复合命题

1.	6是偶数	简单命题
2.	6是偶数且是3的倍数	复合命题

定义2 (简单命题与复合命题)

1. 不能再分解为更简单陈述句的命题被称为简单命题
2. 由简单命题和自然语言中连接词构成的命题被称为是复合命题

1. 6是偶数　　简单命题
2. 6是偶数且是3的倍数　　复合命题

定义2 (简单命题与复合命题)

1. 不能再分解为更简单陈述句的命题被称为简单命题
2. 由简单命题和自然语言中连接词构成的命题被称为是复合命题

1. 6是偶数 简单命题
2. 6是偶数且是3的倍数 复合命题

定义2 (简单命题与复合命题)

1. 不能再分解为更简单陈述句的命题被称为简单命题
2. 由简单命题和自然语言中连接词构成的命题被称为是复合命题

1.	6是偶数	简单命题
2.	6是偶数且是3的倍数	复合命题

定义2 (简单命题与复合命题)

1. 不能再分解为更简单陈述句的命题被称为简单命题
2. 由简单命题和自然语言中连接词构成的命题被称为是复合命题

1.	6是偶数	简单命题
2.	6是偶数且是3的倍数	复合命题

定义2 (简单命题与复合命题)

1. 不能再分解为更简单陈述句的命题被称为简单命题
2. 由简单命题和自然语言中连接词构成的命题被称为是复合命题

1.	6是偶数	简单命题
2.	6是偶数且是3的倍数	复合命题

定义2 (简单命题与复合命题)

1. 不能再分解为更简单陈述句的命题被称为简单命题
2. 由简单命题和自然语言中连接词构成的命题被称为是复合命题

1.	6是偶数	简单命题
2.	6是偶数且是3的倍数	复合命题

定义3 (非)

- 设p是一个命题，用$\neg p$表示复合命题：当p是真时它为假，当p是假时它为真。称$\neg$为**否定词**，或**逻辑非**。

p	$\neg p$
0	1
1	0

表: $\neg p$的真值

定义3 (非)

- 设p是一个命题，用$\neg p$表示复合命题：当p是真时它为假，当p是假时它为真。称$\neg$为**否定词**，或**逻辑非**。

p	$\neg p$
0	1
1	0

表: $\neg p$的真值

定义3 (非)

- 设p是一个命题，用$\neg p$表示复合命题：当p是真时它为假，当p是假时它为真。称$\neg$为**否定词**，或**逻辑非**。

p	$\neg p$
0	1
1	0

表: $\neg p$的真值

定义3 (非)

- 设p是一个命题，用$\neg p$表示复合命题：当p是真时它为假，当p是假时它为真。称$\neg$为否定词，或逻辑非。

p	$\neg p$
0	1
1	0

表: $\neg p$的真值

定义3 (非)

- 设p是一个命题，用$\neg p$表示复合命题：当p是真时它为假，当p是假时它为真。称$\neg$为**否定词**，或**逻辑非**。

p	$\neg p$
0	1
1	0

表: $\neg p$的真值

定义4 (合取)

- 设p, q是命题，用$p \wedge q$表示复合命题：当p, q均为真时它为真，否则它是假。称$\wedge$为**合取**，或**逻辑乘**。

p	q	$p \wedge q$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

表: $p \wedge q$的真值

1. $p \wedge q$对应于自然语言中的“p与q”、“不但p，而且q”、“既p且q”等；
2. 只要p, q中有一个为假，则$p \wedge q$必为假；
3. 当且仅当p, q都为真时，$p \wedge q$才为真；

定义4 (合取)

- 设p, q是命题，用$p \wedge q$表示复合命题：当p, q均为真时它为真，否则它是假。称$\wedge$为**合取**，或**逻辑乘**。

p	q	$p \wedge q$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

表: $p \wedge q$的真值

1. $p \wedge q$对应于自然语言中的“p与q”、“不但p，而且q”、“既p且q”等；
2. 只要p, q中有一个为假，则$p \wedge q$必为假；
3. 当且仅当p, q都为真时，$p \wedge q$才为真；

定义4 (合取)

- 设p, q是命题，用$p \wedge q$表示复合命题：当p, q均为真时它为真，否则它是假。称$\wedge$为**合取**，或**逻辑乘**。

p	q	$p \wedge q$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

表: $p \wedge q$的真值

1. $p \wedge q$对应于自然语言中的“p与q”、“不但p，而且q”、“既p且q”等；
2. 只要p, q中有一个为假，则$p \wedge q$必为假；
3. 当且仅当p, q都为真时，$p \wedge q$才为真；

定义4 (合取)

- 设p, q是命题，用$p \wedge q$表示复合命题：当p, q均为真时它为真，否则它是假。称$\wedge$为**合取**，或**逻辑乘**。

p	q	$p \wedge q$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

表: $p \wedge q$的真值

1. $p \wedge q$对应于自然语言中的“p与q”、“不但p，而且q”、“既p且q”等；
2. 只要p, q中有一个为假，则$p \wedge q$必为假；
3. 当且仅当p, q都为真时，$p \wedge q$才为真；

定义4 (合取)

- 设p, q是命题，用$p \wedge q$表示复合命题：当p, q均为真时它为真，否则它是假。称$\wedge$为**合取**，或**逻辑乘**。

p	q	$p \wedge q$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

表: $p \wedge q$的真值

1. $p \wedge q$对应于自然语言中的“p与q”、“不但p，而且q”、“既p且q”等；
2. 只要p, q中有一个为假，则$p \wedge q$必为假；
3. 当且仅当p, q都为真时，$p \wedge q$才为真；

定义4 (合取)

- 设p, q是命题，用$p \wedge q$表示复合命题：当p, q均为真时它为真，否则它是假。称$\wedge$为**合取**，或**逻辑乘**。

p	q	$p \wedge q$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

表: $p \wedge q$的真值

1. $p \wedge q$对应于自然语言中的“p与q”、“不但p，而且q”、“既p且q”等；
2. 只要p, q中有一个为假，则$p \wedge q$必为假；
3. 当且仅当p, q都为真时，$p \wedge q$才为真；

定义4 (合取)

- 设p, q是命题，用$p \wedge q$表示复合命题：当p, q均为真时它为真，否则它是假。称$\wedge$为**合取**，或**逻辑乘**。

p	q	$p \wedge q$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

表: $p \wedge q$的真值

1. $p \wedge q$对应于自然语言中的“p与q”、“不但p，而且q”、“既p且q”等；
2. 只要p, q中有一个为假，则$p \wedge q$必为假；
3. 当且仅当p, q都为真时，$p \wedge q$才为真；

定义4 (合取)

- 设p, q是命题，用$p \wedge q$表示复合命题：当p, q均为真时它为真，否则它是假。称$\wedge$为**合取**，或**逻辑乘**。

p	q	$p \wedge q$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

表: $p \wedge q$的真值

1. $p \wedge q$对应于自然语言中的“p与q”、“不但p，而且q”、“既p且q”等；
2. 只要p, q中有一个为假，则$p \wedge q$必为假；
3. 当且仅当p, q都为真时，$p \wedge q$才为真；

定义5 (析取)

- 设p, q是命题，用$p \vee q$表示复合命题：当p和q都是假时它为假，否则为真。称$\vee$为**析取**，或**逻辑加**。

p	q	$p \vee q$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

表: $p \vee q$的真值

1. $p \vee q$对应与自然语言中的“或”；
2. 只要p, q中有一个为真，则$p \vee q$必定为真；
3. 当且仅当p, q都为假，$p \vee q$才为假

定义5 (析取)

- 设p, q是命题，用$p \vee q$表示复合命题：当p和q都是假时它为假，否则为真。称$\vee$为**析取**，或**逻辑加**。

p	q	$p \vee q$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

表: $p \vee q$的真值

1. $p \vee q$对应与自然语言中的“或”；
2. 只要p, q中有一个为真，则$p \vee q$必定为真；
3. 当且仅当p, q都为假，$p \vee q$才为假

定义5 (析取)

- 设p, q是命题，用$p \vee q$表示复合命题：当p和q都是假时它为假，否则为真。称$\vee$为**析取**，或**逻辑加**。

p	q	$p \vee q$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

表: $p \vee q$的真值

1. $p \vee q$对应与自然语言中的“或”；
2. 只要p, q中有一个为真，则$p \vee q$必定为真；
3. 当且仅当p, q都为假，$p \vee q$才为假

定义5 (析取)

- 设p, q是命题，用$p \vee q$表示复合命题：当p和q都是假时它为假，否则为真。称$\vee$为**析取**，或**逻辑加**。

p	q	$p \vee q$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

表: $p \vee q$的真值

1. $p \vee q$对应与自然语言中的“或”；
2. 只要p, q中有一个为真，则$p \vee q$必定为真；
3. 当且仅当p, q都为假，$p \vee q$才为假

定义5 (析取)

- 设p, q是命题，用$p \vee q$表示复合命题：当p和q都是假时它为假，否则为真。称$\vee$为**析取**，或**逻辑加**。

p	q	$p \vee q$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

表: $p \vee q$的真值

1. $p \vee q$对应与自然语言中的“或”；
2. 只要p, q中有一个为真，则$p \vee q$必定为真；
3. 当且仅当p, q都为假，$p \vee q$才为假

定义5 (析取)

- 设p, q是命题，用$p \vee q$表示复合命题：当p和q都是假时它为假，否则为真。称$\vee$为**析取**，或**逻辑加**。

p	q	$p \vee q$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

表: $p \vee q$的真值

1. $p \vee q$对应与自然语言中的“或”；
2. 只要p, q中有一个为真，则$p \vee q$必定为真；
3. 当且仅当p, q都为假，$p \vee q$才为假

定义5 (析取)

- 设p, q是命题，用$p \vee q$表示复合命题：当p和q都是假时它为假，否则为真。称$\vee$为**析取**，或**逻辑加**。

p	q	$p \vee q$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

表: $p \vee q$的真值

1. $p \vee q$对应与自然语言中的“或”；
2. 只要p, q中有一个为真，则$p \vee q$必定为真；
3. 当且仅当p, q都为假，$p \vee q$才为假

定义5 (析取)

- 设p, q是命题，用$p \vee q$表示复合命题：当p和q都是假时它为假，否则为真。称$\vee$为**析取**，或**逻辑加**。

p	q	$p \vee q$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

表: $p \vee q$的真值

1. $p \vee q$对应与自然语言中的“或”；
2. 只要p, q中有一个为真，则$p \vee q$必定为真；
3. 当且仅当p, q都为假，$p \vee q$才为假

注1 (同或与异或)

将下列语言符号化:

1. 小王本学期要学语文或数学;

   p: 小王本学期学语文;

   q: 小王本学期学数学;

   则$p \vee q$。

2. 小王本学期二年级或者是三年级;

   p: 小王本学期二年级;

   q: 小王本学期三年级;

   则 即$(p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q)$。

注1 (同或与异或)

将下列语言符号化:

1. 小王本学期要学语文或数学;

   p: 小王本学期学语文;

   q: 小王本学期学数学;

   则$p \vee q$。

2. 小王本学期二年级或者是三年级;

   p: 小王本学期二年级;

   q: 小王本学期三年级;

   则 即$(p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q)$。

注1 (同或与异或)

将下列语言符号化:

1. 小王本学期要学语文或数学;

   p: 小王本学期学语文;

   q: 小王本学期学数学;

   则$p \vee q$。

2. 小王本学期二年级或者是三年级;

   p: 小王本学期二年级;

   q: 小王本学期三年级;

   则 即$(p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q)$。

注1 (同或与异或)

将下列语言符号化:

1. 小王本学期要学语文或数学;

   p: 小王本学期学语文;

   q: 小王本学期学数学;

   则$p \vee q$。

2. 小王本学期二年级或者是三年级;

   p: 小王本学期二年级;

   q: 小王本学期三年级;

   则 即$(p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q)$。

注1 (同或与异或)

将下列语言符号化:

1. 小王本学期要学语文或数学;

   p: 小王本学期学语文;

   q: 小王本学期学数学;

   则$p \vee q$。

2. 小王本学期二年级或者是三年级;

   p: 小王本学期二年级;

   q: 小王本学期三年级;

   则$p \vee q$ 即$(p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q)$。

注1 (同或与异或)

将下列语言符号化:

1. 小王本学期要学语文或数学;

   p: 小王本学期学语文;

   q: 小王本学期学数学;

   则$p \vee q$。

2. 小王本学期二年级或者是三年级;

   p: 小王本学期二年级;

   q: 小王本学期三年级;

   则 $p \wedge \neg q$或者$\neg p \wedge q$, 即$(p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q)$。

注1 (同或与异或)

将下列语言符号化:

1. 小王本学期要学语文或数学;

   p: 小王本学期学语文;

   q: 小王本学期学数学;

   则$p \vee q$。

2. 小王本学期二年级或者是三年级;

   p: 小王本学期二年级;

   q: 小王本学期三年级;

   则 $p \wedge \neg q$或者$\neg p \wedge q$，即$(p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q)$。

注1 (同或与异或)

将下列语言符号化:

1. 小王本学期要学语文或数学; 同或

   p: 小王本学期学语文;

   q: 小王本学期学数学;

   则$p \vee q$。

2. 小王本学期二年级或者是三年级;

   p: 小王本学期二年级;

   q: 小王本学期三年级;

   则 $p \wedge \neg q$或者$\neg p \wedge q$, 即$(p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q)$。

注1 (同或与异或)

将下列语言符号化:

1. 小王本学期要学语文或数学; 同或

   p: 小王本学期学语文;

   q: 小王本学期学数学;

   则$p \vee q$。

2. 小王本学期二年级或者是三年级; 异或

   p: 小王本学期二年级;

   q: 小王本学期三年级;

   则 $p \wedge \neg q$或者$\neg p \wedge q$, 即$(p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q)$。

定义6 (蕴含)

- 设p, q是命题，用$p \to q$表示复合命题：当p是真而q是假时它为假，否则它为真，即

p	q	$p \to q$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

表: $p \to q$的真值

1. $p \to q$对应于自然语言中的“如果p，则q”、“因为p，所以q”等。
2. p被称为前件，q是后件，$\to$是蕴涵词。
3. 只要p为假，则无论q是真或假，蕴涵式$p \to q$必定为真。
4. 蕴涵式的前、后件并不一定在语意上有必然联系。

定义6 (蕴含)

- 设p, q是命题，用$p \to q$表示复合命题：当p是真而q是假时它为假，否则它为真，即

p	q	$p \to q$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

表: $p \to q$的真值

1. $p \to q$对应于自然语言中的“如果p，则q”、“因为p，所以q”等。
2. p被称为前件，q是后件，$\to$是蕴涵词。
3. 只要p为假，则无论q是真或假，蕴涵式$p \to q$必定为真。
4. 蕴涵式的前、后件并不一定在语意上有必然联系。

定义6 (蕴含)

- 设p, q是命题，用$p \to q$表示复合命题：当p是真而q是假时它为假，否则它为真，即

p	q	$p \to q$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

表: $p \to q$的真值

1. $p \to q$对应于自然语言中的“如果p，则q”、“因为p，所以q”等。
2. p被称为前件，q是后件，$\to$是蕴涵词。
3. 只要p为假，则无论q是真或假，蕴涵式$p \to q$必定为真。
4. 蕴涵式的前、后件并不一定在语意上有必然联系。

定义6 (蕴含)

- 设p, q是命题，用$p \to q$表示复合命题：当p是真而q是假时它为假，否则它为真，即

p	q	$p \to q$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

表: $p \to q$的真值

1. $p \to q$对应于自然语言中的“如果p，则q”、“因为p，所以q”等。
2. p被称为前件，q是后件，$\to$是蕴涵词。
3. 只要p为假，则无论q是真或假，蕴涵式$p \to q$必定为真。
4. 蕴涵式的前、后件并不一定在语意上有必然联系。

定义6 (蕴含)

- 设p, q是命题，用$p \to q$表示复合命题：当p是真而q是假时它为假，否则它为真，即

p	q	$p \to q$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

表: $p \to q$的真值

1. $p \to q$对应于自然语言中的“如果p，则q”、“因为p，所以q”等。
2. p被称为前件，q是后件，$\to$是蕴涵词。
3. 只要p为假，则无论q是真或假，蕴涵式$p \to q$必定为真。
4. 蕴涵式的前、后件并不一定在语意上有必然联系。

定义6 (蕴含)

- 设p, q是命题，用$p \to q$表示复合命题：当p是真而q是假时它为假，否则它为真，即

p	q	$p \to q$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

表: $p \to q$的真值

1. $p \to q$对应于自然语言中的“如果p，则q”、“因为p，所以q”等。
2. p被称为前件，q是后件，$\to$是蕴涵词。
3. 只要p为假，则无论q是真或假，蕴涵式$p \to q$必定为真。
4. 蕴涵式的前、后件并不一定在语意上有必然联系。

定义6 (蕴含)

- 设p, q是命题，用$p \to q$表示复合命题：当p是真而q是假时它为假，否则它为真，即

p	q	$p \to q$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

表: $p \to q$的真值

1. $p \to q$对应于自然语言中的“如果p，则q”、“因为p，所以q”等。
2. p被称为前件，q是后件，$\to$是蕴涵词。
3. 只要p为假，则无论q是真或假，蕴涵式$p \to q$必定为真。
4. 蕴涵式的前、后件并不一定在语意上有必然联系。

定义6 (蕴含)

- 设p, q是命题，用$p \to q$表示复合命题：当p是真而q是假时它为假，否则它为真，即

p	q	$p \to q$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

表: $p \to q$的真值

1. $p \to q$对应于自然语言中的“如果p，则q”、“因为p，所以q”等。
2. p被称为前件，q是后件，$\to$是蕴涵词。
3. 只要p为假，则无论q是真或假，蕴涵式$p \to q$必定为真。
4. 蕴涵式的前、后件并不一定在语意上有必然联系。

定义6 (蕴含)

- 设p, q是命题，用$p \to q$表示复合命题：当p是真而q是假时它为假，否则它为真，即

p	q	$p \to q$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

表: $p \to q$的真值

1. $p \to q$对应于自然语言中的“如果p，则q”、“因为p，所以q”等。
2. p被称为前件，q是后件，$\to$是蕴涵词。
3. 只要p为假，则无论q是真或假，蕴涵式$p \to q$必定为真。
4. 蕴涵式的前、后件并不一定在语意上有必然联系。

名人轶事：罗素与教皇

罗素告诉一位哲学家假命题蕴涵任何命题。那位哲学家颇为震惊，他说："尊意莫非由2加2等于5能推出您是教皇？"罗素答曰："正是"。哲学家问："您能证明这一点么？"罗索答："当然能。"他立地发明了下面这个证明：

1. $2+2=5$
2. $1=2$
3. 教皇和罗素是两个人，所以罗素就是教皇。

名人轶事：罗素与教皇

罗素告诉一位哲学家假命题蕴涵任何命题。那位哲学家颇为震惊，他说："尊意莫非由2加2等于5能推出您是教皇？"罗素答曰："正是"。哲学家问："您能证明这一点么？"罗索答："当然能。"他立地发明了下面这个证明：

1. $2+2=5$
2. $1=2$
3. 教皇和罗素是两个人，所以罗素就是教皇。

名人轶事：罗素与教皇

罗素告诉一位哲学家假命题蕴涵任何命题。那位哲学家颇为震惊，他说："尊意莫非由2加2等于5能推出您是教皇？"罗素答曰："正是"。哲学家问："您能证明这一点么？"罗索答："当然能。"他立地发明了下面这个证明：

1. $2+2=5$
2. $1=2$
3. 教皇和罗素是两个人，所以罗素就是教皇。

名人轶事：罗素与教皇

罗素告诉一位哲学家假命题蕴涵任何命题。那位哲学家颇为震惊，他说："尊意莫非由2加2等于5能推出您是教皇？"罗素答曰："正是"。哲学家问："您能证明这一点么？"罗索答："当然能。"他立地发明了下面这个证明：

1. $2+2=5$
2. $1=2$
3. 教皇和罗素是两个人，所以罗素就是教皇。

例2 (判断下面各蕴涵式是真是假)

1. 若$1+1=2$，则$2+2=4$。 T
2. 若$1+1=2$，则$2+2=5$。 F
3. 若$1+1=3$，则$2+2=4$。 T
4. 若$1+1=3$，则$2+2=5$。 T
5. 若猪会飞，则$2+2=4$。 T
6. 若$1+1=3$，则猪会飞。 T
7. 若$1+1=2$，则猪会飞。 F

例2 (判断下面各蕴涵式是真是假)

1. 若$1+1=2$，则$2+2=4$。 T
2. 若$1+1=2$，则$2+2=5$。 F
3. 若$1+1=3$，则$2+2=4$。 T
4. 若$1+1=3$，则$2+2=5$。 T
5. 若猪会飞，则$2+2=4$。 T
6. 若$1+1=3$，则猪会飞。 T
7. 若$1+1=2$，则猪会飞。 F

例2 (判断下面各蕴涵式是真是假)

1. 若$1+1=2$，则$2+2=4$。 T
2. 若$1+1=2$，则$2+2=5$。 F
3. 若$1+1=3$，则$2+2=4$。 T
4. 若$1+1=3$，则$2+2=5$。 T
5. 若猪会飞，则$2+2=4$。 T
6. 若$1+1=3$，则猪会飞。 T
7. 若$1+1=2$，则猪会飞。 F

例2 (判断下面各蕴涵式是真是假)

1. 若$1+1=2$，则$2+2=4$。 T
2. 若$1+1=2$，则$2+2=5$。 F
3. 若$1+1=3$，则$2+2=4$。 T
4. 若$1+1=3$，则$2+2=5$。 T
5. 若猪会飞，则$2+2=4$。 T
6. 若$1+1=3$，则猪会飞。 T
7. 若$1+1=2$，则猪会飞。 F

例2 (判断下面各蕴涵式是真是假)

1. 若$1+1=2$，则$2+2=4$。 T
2. 若$1+1=2$，则$2+2=5$。 F
3. 若$1+1=3$，则$2+2=4$。 T
4. 若$1+1=3$，则$2+2=5$。 T
5. 若猪会飞，则$2+2=4$。 T
6. 若$1+1=3$，则猪会飞。 T
7. 若$1+1=2$，则猪会飞。 F

例2 (判断下面各蕴涵式是真是假)

1. 若$1+1=2$，则$2+2=4$。 T
2. 若$1+1=2$，则$2+2=5$。 F
3. 若$1+1=3$，则$2+2=4$。 T
4. 若$1+1=3$，则$2+2=5$。 T
5. 若猪会飞，则$2+2=4$。 T
6. 若$1+1=3$，则猪会飞。 T
7. 若$1+1=2$，则猪会飞。 F

例2 (判断下面各蕴涵式是真是假)

1. 若$1+1=2$，则$2+2=4$。 T
2. 若$1+1=2$，则$2+2=5$。 F
3. 若$1+1=3$，则$2+2=4$。 T
4. 若$1+1=3$，则$2+2=5$。 T
5. 若猪会飞，则$2+2=4$。 T
6. 若$1+1=3$，则猪会飞。 T
7. 若$1+1=2$，则猪会飞。 F

例2 (判断下面各蕴涵式是真是假)

1. 若$1+1=2$，则$2+2=4$。 T
2. 若$1+1=2$，则$2+2=5$。 F
3. 若$1+1=3$，则$2+2=4$。 T
4. 若$1+1=3$，则$2+2=5$。 T
5. 若猪会飞，则$2+2=4$。 T
6. 若$1+1=3$，则猪会飞。 T
7. 若$1+1=2$，则猪会飞。 F

例2 (判断下面各蕴涵式是真是假)

1.	若$1+1=2$，则$2+2=4$。	T
2.	若$1+1=2$，则$2+2=5$。	F
3.	若$1+1=3$，则$2+2=4$。	T
4.	若$1+1=3$，则$2+2=5$。	T
5.	若猪会飞，则$2+2=4$。	T
6.	若$1+1=3$，则猪会飞。	T
7.	若$1+1=2$，则猪会飞。	F

例2 (判断下面各蕴涵式是真是假)

1. 若$1+1=2$，则$2+2=4$。 T
2. 若$1+1=2$，则$2+2=5$。 F
3. 若$1+1=3$，则$2+2=4$。 T
4. 若$1+1=3$，则$2+2=5$。 T
5. 若猪会飞，则$2+2=4$。 T
6. 若$1+1=3$，则猪会飞。 T
7. 若$1+1=2$，则猪会飞。 F

例2 (判断下面各蕴涵式是真是假)

1. 若$1+1=2$，则$2+2=4$。 T
2. 若$1+1=2$，则$2+2=5$。 F
3. 若$1+1=3$，则$2+2=4$。 T
4. 若$1+1=3$，则$2+2=5$。 T
5. 若猪会飞，则$2+2=4$。 T
6. 若$1+1=3$，则猪会飞。 T
7. 若$1+1=2$，则猪会飞。 F

例2 (判断下面各蕴涵式是真是假)

1. 若$1+1=2$，则$2+2=4$。 T
2. 若$1+1=2$，则$2+2=5$。 F
3. 若$1+1=3$，则$2+2=4$。 T
4. 若$1+1=3$，则$2+2=5$。 T
5. 若猪会飞，则$2+2=4$。 T
6. 若$1+1=3$，则猪会飞。 T
7. 若$1+1=2$，则猪会飞。 F

例2 (判断下面各蕴涵式是真是假)

1.	若$1+1=2$，则$2+2=4$。	T
2.	若$1+1=2$，则$2+2=5$。	F
3.	若$1+1=3$，则$2+2=4$。	T
4.	若$1+1=3$，则$2+2=5$。	T
5.	若猪会飞，则$2+2=4$。	T
6.	若$1+1=3$，则猪会飞。	T
7.	若$1+1=2$，则猪会飞。	F

例2 (判断下面各蕴涵式是真是假)

1.	若$1+1=2$，则$2+2=4$。	T
2.	若$1+1=2$，则$2+2=5$。	F
3.	若$1+1=3$，则$2+2=4$。	T
4.	若$1+1=3$，则$2+2=5$。	T
5.	若猪会飞，则$2+2=4$。	T
6.	若$1+1=3$，则猪会飞。	T
7.	若$1+1=2$，则猪会飞。	F

例2 (判断下面各蕴涵式是真是假)

1.	若$1+1=2$，则$2+2=4$。	T
2.	若$1+1=2$，则$2+2=5$。	F
3.	若$1+1=3$，则$2+2=4$。	T
4.	若$1+1=3$，则$2+2=5$。	T
5.	若猪会飞，则$2+2=4$。	T
6.	若$1+1=3$，则猪会飞。	T
7.	若$1+1=2$，则猪会飞。	F

例3 (将以下复合命题符号化)

p:离散数学及格; q:你能够毕业

1. 只有你离散数学及格，你才能毕业。
2. 只要你能够毕业，那么你的离散数学必定就及格了。$q \to p$.
3. 除非你离散数学及格，否则你不能毕业。$q \to p$

$$\left.\begin{array}{r}\text{只要}q\text{，就}p\\ \text{只有}p\text{，才}q\\ \text{除非}p\text{，否则}q\text{不成立}\end{array}\right\} q \to p$$

例3 (将以下复合命题符号化)

p:离散数学及格; q:你能够毕业

1. 只有你离散数学及格，你才能毕业。
2. 只要你能够毕业，那么你的离散数学必定就及格了。$q \to p$.
3. 除非你离散数学及格，否则你不能毕业。$q \to p$

$$\left.\begin{array}{r}\text{只要}q\text{，就}p\\ \text{只有}p\text{，才}q\\ \text{除非}p\text{，否则}q\text{不成立}\end{array}\right\} q \to p$$

例3 (将以下复合命题符号化)

p:离散数学及格; q:你能够毕业

1. 只有你离散数学及格，你才能毕业。
2. 只要你能够毕业，那么你的离散数学必定就及格了。$q \to p$.
3. 除非你离散数学及格，否则你不能毕业。$q \to p$

$$\left.\begin{array}{r}\text{只要}q\text{，就}p\\ \text{只有}p\text{，才}q\\ \text{除非}p\text{，否则}q\text{不成立}\end{array}\right\} q \to p$$

例3 (将以下复合命题符号化)

p:离散数学及格; q:你能够毕业

1. 只有你离散数学及格，你才能毕业。

   $p \to q$:

2. 只要你能够毕业，那么你的离散数学必定就及格了。$q \to p$.

3. 除非你离散数学及格，否则你不能毕业。$q \to p$

$$\left.\begin{array}{r}\text{只要}q\text{, 就}p\\ \text{只有}p\text{, 才}q\\ \text{除非}p\text{, 否则}q\text{不成立}\end{array}\right\} q \to p$$

例3 (将以下复合命题符号化)

p:离散数学及格; q:你能够毕业

1. 只有你离散数学及格，你才能毕业。
   $p \to q$:如果你离散数学及格，你就能够毕业
2. 只要你能够毕业，那么你的离散数学必定就及格了。$q \to p$.
3. 除非你离散数学及格，否则你不能毕业。$q \to p$

$$\left.\begin{array}{r}\text{只要}q\text{，就}p\\ \text{只有}p\text{，才}q\\ \text{除非}p\text{，否则}q\text{不成立}\end{array}\right\} q \to p$$

例3 (将以下复合命题符号化)

p:离散数学及格; q:你能够毕业

1. 只有你离散数学及格，你才能毕业。
   如果你能够毕业，你的离散数学必定是及格了.
2. 只要你能够毕业，那么你的离散数学必定就及格了。$q \to p$.
3. 除非你离散数学及格，否则你不能毕业。$q \to p$

$$\left.\begin{array}{r}\text{只要}q,\text{就}p\\ \text{只有}p,\text{才}q\\ \text{除非}p,\text{否则}q\text{不成立}\end{array}\right\} q \to p$$

例3 (将以下复合命题符号化)

p:离散数学及格; q:你能够毕业

1. 只有你离散数学及格，你才能毕业。
   如果你能够毕业，你的离散数学必定是及格了.$q \to p$
2. 只要你能够毕业，那么你的离散数学必定就及格了。$q \to p$.
3. 除非你离散数学及格，否则你不能毕业。$q \to p$

$$\left.\begin{array}{r}\text{只要}q\text{，就}p\\ \text{只有}p\text{，才}q\\ \text{除非}p\text{，否则}q\text{不成立}\end{array}\right\} q \to p$$

例3 (将以下复合命题符号化)

p:离散数学及格; q:你能够毕业

1. 只有你离散数学及格，你才能毕业。
   如果你能够毕业，你的离散数学必定是及格了.$q \to p$
   如果你离散数学不及格，那你就不能毕业。
2. 只要你能够毕业，那么你的离散数学必定就及格了。$q \to p$.
3. 除非你离散数学及格，否则你不能毕业。$q \to p$

$$\left.\begin{array}{r}\text{只要}q,\text{就}p\\ \text{只有}p,\text{才}q\\ \text{除非}p,\text{否则}q\text{不成立}\end{array}\right\} q \to p$$

例3 (将以下复合命题符号化)

p:离散数学及格; q:你能够毕业

1. 只有你离散数学及格，你才能毕业。
   如果你能够毕业，你的离散数学必定是及格了.$q \to p$
   如果你离散数学不及格，那你就不能毕业。$\neg p \to \neg q$
2. 只要你能够毕业，那么你的离散数学必定就及格了。$q \to p$.
3. 除非你离散数学及格，否则你不能毕业。$q \to p$

$$\left.\begin{array}{r}\text{只要}q\text{，就}p\\ \text{只有}p\text{，才}q\\ \text{除非}p\text{，否则}q\text{不成立}\end{array}\right\} q \to p$$

例3 (将以下复合命题符号化)

p:离散数学及格; q:你能够毕业

1. 只有你离散数学及格，你才能毕业。
   如果你能够毕业，你的离散数学必定是及格了.$q \to p$
   如果你离散数学不及格，那你就不能毕业。$\neg p \to \neg q$
2. 只要你能够毕业，那么你的离散数学必定就及格了。$q \to p$.
3. 除非你离散数学及格，否则你不能毕业。$q \to p$

$$\left.\begin{array}{r}\text{只要}q\text{，就}p\\ \text{只有}p\text{，才}q\\ \text{除非}p\text{，否则}q\text{不成立}\end{array}\right\} q \to p$$

例3 (将以下复合命题符号化)

p:离散数学及格; q:你能够毕业

1. 只有你离散数学及格，你才能毕业。
   如果你能够毕业，你的离散数学必定是及格了.$q \to p$
   如果你离散数学不及格，那你就不能毕业。$\neg p \to \neg q$
2. 只要你能够毕业，那么你的离散数学必定就及格了。$q \to p$.
3. 除非你离散数学及格，否则你不能毕业。$q \to p$

$$\left.\begin{array}{r}\text{只要}q\text{，就}p\\ \text{只有}p\text{，才}q\\ \text{除非}p\text{，否则}q\text{不成立}\end{array}\right\} q \to p$$

例3 (将以下复合命题符号化)

p:离散数学及格; q:你能够毕业

1. 只有你离散数学及格，你才能毕业。
   如果你能够毕业，你的离散数学必定是及格了.$q \to p$
   如果你离散数学不及格，那你就不能毕业。$\neg p \to \neg q$
2. 只要你能够毕业，那么你的离散数学必定就及格了。$q \to p$.
3. 除非你离散数学及格，否则你不能毕业。$q \to p$

$$\left.\begin{array}{r} \text{只要}q\text{, 就}p \\ \text{只有}p\text{, 才}q \\ \text{除非}p\text{, 否则}q\text{不成立} \end{array}\right\} q \to p$$

例3 (将以下复合命题符号化)

p:离散数学及格; q:你能够毕业

1. 只有你离散数学及格，你才能毕业。
   如果你能够毕业，你的离散数学必定是及格了.$q \to p$
   如果你离散数学不及格，那你就不能毕业。$\neg p \to \neg q$
2. 只要你能够毕业，那么你的离散数学必定就及格了。$q \to p$.
3. 除非你离散数学及格，否则你不能毕业。$q \to p$

$$\left.\begin{array}{r}\text{只要}q\text{, 就}p\\ \text{只有}p\text{, 才}q\\ \text{除非}p\text{, 否则}q\text{不成立}\end{array}\right\} q \to p$$

例3 (将以下复合命题符号化)

p:离散数学及格; q:你能够毕业

1. 只有你离散数学及格，你才能毕业。
   如果你能够毕业，你的离散数学必定是及格了.$q \to p$
   如果你离散数学不及格，那你就不能毕业。$\neg p \to \neg q$
2. 只要你能够毕业，那么你的离散数学必定就及格了。$q \to p$.
3. 除非你离散数学及格，否则你不能毕业。$q \to p$

$$\left.\begin{array}{r}\text{只要}q,\text{就}p\\ \text{只有}p,\text{才}q\\ \text{除非}p,\text{否则}q\text{不成立}\end{array}\right\} q \to p$$

定义7 (等值)

- 设p, q是命题，用$p \leftrightarrow q$表示复合命题：当p, q同时为真或同时为假时它为真，否则为假。

p	q	$p \leftrightarrow q$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

表: $p \leftrightarrow q$的真值

1. $\leftrightarrow$是等值词。
2. $p \leftrightarrow q$的逻辑关系是p, q互为充分必要条件。
3. 以上5个逻辑连接词的运算先后次序为

$$\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$$

定义7 (等值)

- 设p, q是命题，用$p \leftrightarrow q$表示复合命题：当p, q同时为真或同时为假时它为真，否则为假。

p	q	$p \leftrightarrow q$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

表: $p \leftrightarrow q$的真值

1. $\leftrightarrow$是等值词。
2. $p \leftrightarrow q$的逻辑关系是p, q互为充分必要条件。
3. 以上5个逻辑连接词的运算先后次序为

$$\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$$

定义7 (等值)

- 设p, q是命题，用$p \leftrightarrow q$表示复合命题：当p, q同时为真或同时为假时它为真，否则为假。

p	q	$p \leftrightarrow q$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

表: $p \leftrightarrow q$的真值

1. $\leftrightarrow$是等值词。
2. $p \leftrightarrow q$的逻辑关系是p, q互为充分必要条件。
3. 以上5个逻辑连接词的运算先后次序为

$$\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$$

定义7 (等值)

- 设p, q是命题，用$p \leftrightarrow q$表示复合命题：当p, q同时为真或同时为假时它为真，否则为假。

p	q	$p \leftrightarrow q$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

表: $p \leftrightarrow q$的真值

1. $\leftrightarrow$是等值词。
2. $p \leftrightarrow q$的逻辑关系是p, q互为充分必要条件。
3. 以上5个逻辑连接词的运算先后次序为

$$\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$$

定义7 (等值)

- 设p, q是命题，用$p \leftrightarrow q$表示复合命题：当p, q同时为真或同时为假时它为真，否则为假。

p	q	$p \leftrightarrow q$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

表: $p \leftrightarrow q$的真值

1. $\leftrightarrow$是等值词。
2. $p \leftrightarrow q$的逻辑关系是p, q互为充分必要条件。
3. 以上5个逻辑连接词的运算先后次序为

$$\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$$

定义7 (等值)

- 设p, q是命题，用$p \leftrightarrow q$表示复合命题：当p, q同时为真或同时为假时它为真，否则为假。

p	q	$p \leftrightarrow q$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

表: $p \leftrightarrow q$的真值

1. $\leftrightarrow$是等值词。
2. $p \leftrightarrow q$的逻辑关系是p, q互为充分必要条件。
3. 以上5个逻辑连接词的运算先后次序为

$$\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$$

定义7 (等值)

- 设p, q是命题，用$p \leftrightarrow q$表示复合命题：当p, q同时为真或同时为假时它为真，否则为假。

p	q	$p \leftrightarrow q$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

表: $p \leftrightarrow q$的真值

1. $\leftrightarrow$是等值词。
2. $p \leftrightarrow q$的逻辑关系是p, q互为充分必要条件。
3. 以上5个逻辑连接词的运算先后次序为

$$\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$$

定义7 (等值)

- 设p, q是命题，用$p \leftrightarrow q$表示复合命题：当p, q同时为真或同时为假时它为真，否则为假。

p	q	$p \leftrightarrow q$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

表: $p \leftrightarrow q$的真值

1. $\leftrightarrow$是等值词。
2. $p \leftrightarrow q$的逻辑关系是p, q互为充分必要条件。
3. 以上5个逻辑连接词的运算先后次序为

$$\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$$

例4 (将下面复合命题符号化)

1. 除非你已满16周岁，否则只要你身高不足4英尺就不能乘坐公园滑行铁道。

   解：p:你已满16周岁；q:身高不足4英尺；r；你能够乘滑行铁道

   ■

   ■

例4 (将下面复合命题符号化)

1. 除非你已满16周岁，否则只要你身高不足4英尺就不能乘坐公园滑行铁道。

解：p:你已满16周岁；q:身高不足4英尺；r；你能够乘滑行铁道

- 如果你不满16周岁且身高不足4英尺，你就不能乘滑行铁道。

$$(\neg p \wedge q) \rightarrow \neg r$$

- 如果你能够乘滑行铁道，那么你已满16周岁或者身高达到4英尺。

$$r \rightarrow (p \vee \neg q)$$

例4 (将下面复合命题符号化)

1. 除非你已满16周岁，否则只要你身高不足4英尺就不能乘坐公园滑行铁道。

   解：p:你已满16周岁；q:身高不足4英尺；r；你能够乘滑行铁道

   - 如果你不满16周岁且身高不足4英尺，你就不能乘滑行铁道。

     $$(\neg p \wedge q) \rightarrow \neg r$$

   - 如果你能够乘滑行铁道，那么你已满16周岁或者身高达到4英尺。

     $$r \rightarrow (p \vee \neg q)$$

例4 (将下面复合命题符号化)

1. 除非你已满16周岁，否则只要你身高不足4英尺就不能乘坐公园滑行铁道。

   解：p:你已满16周岁；q:身高不足4英尺；r；你能够乘滑行铁道

   - 如果你不满16周岁且身高不足4英尺，你就不能乘滑行铁道。

     $$(\neg p \wedge q) \rightarrow \neg r$$

   - 如果你能够乘滑行铁道，那么你已满16周岁或者身高达到4英尺。

     $$r \rightarrow (p \vee \neg q)$$

例4 (将下面复合命题符号化)

1. 除非你已满16周岁，否则只要你身高不足4英尺就不能乘坐公园滑行铁道。

   解：p:你已满16周岁；q:身高不足4英尺；r；你能够乘滑行铁道

   - 如果你不满16周岁且身高不足4英尺，你就不能乘滑行铁道。

     $$(\neg p \wedge q) \rightarrow \neg r$$

   - 如果你能够乘滑行铁道，那么你已满16周岁或者身高达到4英尺。

     $$r \rightarrow (p \vee \neg q)$$

例4 (将下面复合命题符号化)

1. 除非你已满16周岁，否则只要你身高不足4英尺就不能乘坐公园滑行铁道。

   解：p:你已满16周岁；q:身高不足4英尺；r；你能够乘滑行铁道

   - 如果你不满16周岁且身高不足4英尺，你就不能乘滑行铁道。

     $$(\neg p \wedge q) \rightarrow \neg r$$

   - 如果你能够乘滑行铁道，那么你已满16周岁或者身高达到4英尺。

     $$r \rightarrow (p \vee \neg q)$$

例4 (将下面复合命题符号化)

1. 除非你已满16周岁，否则只要你身高不足4英尺就不能乘坐公园滑行铁道。

   解：p:你已满16周岁；q:身高不足4英尺；r；你能够乘滑行铁道

   - 如果你不满16周岁且身高不足4英尺，你就不能乘滑行铁道。

     $$(\neg p \wedge q) \rightarrow \neg r$$

   - 如果你能够乘滑行铁道，那么你已满16周岁或者身高达到4英尺。

     $$r \rightarrow (p \vee \neg q)$$

2 只有你主修计算机或者不是新生，你才能从校园网访问因特网。

解：p：你主修计算机；q你是新生；r：你可以从校园网访问因特网。

- 如果你能够从校园网访问因特网，那么就主修计算机或不是新生。

$$r \rightarrow (p \vee \neg q)$$

- 如果你不主修计算机又是新生，那么就不能从校园网访问因特网。

$$(\neg p \wedge q) \rightarrow \neg r$$

2 只有你主修计算机或者不是新生，你才能从校园网访问因特网。

解：p：你主修计算机；q你是新生；r：你可以从校园网访问因特网。

- 如果你能够从校园网访问因特网，那么就主修计算机或不是新生。

$$r \rightarrow (p \vee \neg q)$$

- 如果你不主修计算机又是新生，那么就不能从校园网访问因特网。

$$(\neg p \wedge q) \rightarrow \neg r$$

2 只有你主修计算机或者不是新生，你才能从校园网访问因特网。

解：p：你主修计算机；q你是新生；r：你可以从校园网访问因特网。

- 如果你能够从校园网访问因特网，那么就主修计算机或不是新生。

$$r \rightarrow (p \vee \neg q)$$

- 如果你不主修计算机又是新生，那么就不能从校园网访问因特网。

$$(\neg p \wedge q) \rightarrow \neg r$$

2 只有你主修计算机或者不是新生，你才能从校园网访问因特网。

解：p：你主修计算机；q你是新生；r：你可以从校园网访问因特网。

- 如果你能够从校园网访问因特网，那么就主修计算机或不是新生。

$$r \rightarrow (p \vee \neg q)$$

- 如果你不主修计算机又是新生，那么就不能从校园网访问因特网。

$$(\neg p \wedge q) \rightarrow \neg r$$

2 只有你主修计算机或者不是新生，你才能从校园网访问因特网。

解：p：你主修计算机；q你是新生；r：你可以从校园网访问因特网。

- 如果你能够从校园网访问因特网，那么就主修计算机或不是新生。

$$r \to (p \vee \neg q)$$

- 如果你不主修计算机又是新生，那么就不能从校园网访问因特网。

$$(\neg p \wedge q) \to \neg r$$

2 只有你主修计算机或者不是新生，你才能从校园网访问因特网。

解：p：你主修计算机；q你是新生；r：你可以从校园网访问因特网。

- 如果你能够从校园网访问因特网，那么就主修计算机或不是新生。

$$r \rightarrow (p \vee \neg q)$$

- 如果你不主修计算机又是新生，那么就不能从校园网访问因特网。

$$(\neg p \wedge q) \rightarrow \neg r$$

3 不管你或他努力与否，比赛定会获胜。

解：p：你努力；q：他努力；r：比赛获胜。

$(p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q) \rightarrow r$

4 学过“离散数学”或“数据结构”，但不是两者都学过的同学，必须再学习“计算机算法”。

解：p：学过离散数学；q：学过数据结构；r：学习计算机算法。

$(p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q) \rightarrow r$

3 不管你或他努力与否，比赛定会获胜。

解：p：你努力；q：他努力；r：比赛获胜。

$(p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q) \rightarrow r$

4 学过“离散数学”或“数据结构”，但不是两者都学过的同学，必须再学习“计算机算法”。

解：p：学过离散数学；q：学过数据结构；r：学习计算机算法。

$(p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q) \rightarrow r$

3 不管你或他努力与否，比赛定会获胜。

解：p：你努力；q：他努力；r：比赛获胜。

$(p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q) \rightarrow r$

4 学过“离散数学”或“数据结构”，但不是两者都学过的同学，必须再学习“计算机算法”。

解：p：学过离散数学；q：学过数据结构；r：学习计算机算法。

$(p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q) \rightarrow r$

3 不管你或他努力与否，比赛定会获胜。

解：p：你努力；q：他努力；r：比赛获胜。

$(p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q) \rightarrow r$

4 学过“离散数学”或“数据结构”，但不是两者都学过的同学，必须再学习“计算机算法”。

解：p：学过离散数学；q：学过数据结构；r：学习计算机算法。

$(p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q) \rightarrow r$

3 不管你或他努力与否，比赛定会获胜。

解：p：你努力；q：他努力；r：比赛获胜。

$(p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q) \rightarrow r$

4 学过“离散数学”或“数据结构”，但不是两者都学过的同学，必须再学习“计算机算法”。

解：p：学过离散数学；q：学过数据结构；r：学习计算机算法。

$(p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q) \rightarrow r$

3 不管你或他努力与否，比赛定会获胜。

解：p：你努力；q：他努力；r：比赛获胜。

$(p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q) \rightarrow r$

4 学过“离散数学”或“数据结构”，但不是两者都学过的同学，必须再学习“计算机算法”。

解：p：学过离散数学；q：学过数据结构；r：学习计算机算法。

$(p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q) \rightarrow r$

3 不管你或他努力与否，比赛定会获胜。

解：p：你努力；q：他努力；r：比赛获胜。

$(p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q) \rightarrow r$

4 学过“离散数学”或“数据结构”，但不是两者都学过的同学，必须再学习“计算机算法”。

解：p：学过离散数学；q：学过数据结构；r：学习计算机算法。

$(p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q) \rightarrow r$

3 不管你或他努力与否，比赛定会获胜。

解：p：你努力；q：他努力；r：比赛获胜。

$(p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q) \rightarrow r$

4 学过“离散数学”或“数据结构”，但不是两者都学过的同学，必须再学习“计算机算法”。

解：p：学过离散数学；q：学过数据结构；r：学习计算机算法。

$(p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q) \rightarrow r$

3 不管你或他努力与否，比赛定会获胜。

解：p：你努力；q：他努力；r：比赛获胜。

$(p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q) \rightarrow r$

4 学过“离散数学”或“数据结构”，但不是两者都学过的同学，必须再学习“计算机算法”。

解：p：学过离散数学；q：学过数据结构；r：学习计算机算法。

$(p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q) \rightarrow r$

定义8 (命题变元、命题常元、命题公式)

- 命题变元: 用来表示任意命题的标识符, 通常用小写英文字母表示;
- 命题常元: $T/1, F/0$
- 命题公式是按下列规则定义的字符串:
  1. 命题常元*0,1*是命题公式; 命题变元是命题公式;
  2. 若A, B是命题公式, 则$\neg A, A \wedge B, A \vee B, A \rightarrow B, A \leftrightarrow B$都是命题公式;
  3. 有限次使用*(1)*、*(2)*得到的字符串才是命题公式。

定义8 (命题变元、命题常元、命题公式)

- 命题变元：用来表示任意命题的标识符，通常用小写英文字母表示；
- 命题常元：$T/1, F/0$
- 命题公式是按下列规则定义的字符串：
  1. 命题常元$0,1$是命题公式；命题变元是命题公式；
  2. 若A, B是命题公式，则$\neg A, A \wedge B, A \vee B, A \rightarrow B, A \leftrightarrow B$都是命题公式；
  3. 有限次使用(1)、(2)得到的字符串才是命题公式。

定义8 (命题变元、命题常元、命题公式)

- 命题变元: 用来表示任意命题的标识符, 通常用小写英文字母表示;
- 命题常元: $T/1, F/0$
- 命题公式是按下列规则定义的字符串:
  1. 命题常元0,1是命题公式; 命题变元是命题公式;
  2. 若A, B是命题公式, 则$\neg A, A \wedge B, A \vee B, A \rightarrow B, A \leftrightarrow B$都是命题公式;
  3. 有限次使用(1)、(2)得到的字符串才是命题公式。

定义8 (命题变元、命题常元、命题公式)

- 命题变元: 用来表示任意命题的标识符, 通常用小写英文字母表示;
- 命题常元: $T/1, F/0$
- 命题公式是按下列规则定义的字符串:
  1. 命题常元*0,1*是命题公式; 命题变元是命题公式;
  2. 若A, B是命题公式, 则$\neg A, A \wedge B, A \vee B, A \rightarrow B, A \leftrightarrow B$都是命题公式;
  3. 有限次使用*(1)*、*(2)*得到的字符串才是命题公式。

定义8 (命题变元、命题常元、命题公式)

- 命题变元：用来表示任意命题的标识符，通常用小写英文字母表示；
- 命题常元：$T/1, F/0$
- 命题公式是按下列规则定义的字符串：
  1. 命题常元*0,1*是命题公式；命题变元是命题公式；
  2. 若A, B是命题公式，则$\neg A, A \wedge B, A \vee B, A \rightarrow B, A \leftrightarrow B$都是命题公式；
  3. 有限次使用*(1)*、*(2)*得到的字符串才是命题公式。

定义8 (命题变元、命题常元、命题公式)

- 命题变元: 用来表示任意命题的标识符, 通常用小写英文字母表示;
- 命题常元: $T/1, F/0$
- 命题公式是按下列规则定义的字符串:
  1. 命题常元*0,1*是命题公式; 命题变元是命题公式;
  2. 若A, B是命题公式, 则$\neg A, A \wedge B, A \vee B, A \rightarrow B, A \leftrightarrow B$都是命题公式;
  3. 有限次使用*(1)*、*(2)*得到的字符串才是命题公式。

定义8 (命题变元、命题常元、命题公式)

- 命题变元: 用来表示任意命题的标识符, 通常用小写英文字母表示;
- 命题常元: $T/1, F/0$
- 命题公式是按下列规则定义的字符串:
  1. 命题常元*0,1*是命题公式; 命题变元是命题公式;
  2. 若A, B是命题公式, 则$\neg A, A \wedge B, A \vee B, A \rightarrow B, A \leftrightarrow B$都是命题公式;
  3. 有限次使用*(1)*、*(2)*得到的字符串才是命题公式。

定义9 (赋值)

设A是以$p_1, p_2, \cdots, p_n$为变元的命题公式，对$p_1, \cdots, p_n$各指定一个真值，则称为对A进行赋值/解释。

- 若指定的一组值使得A的真值为1，则称该组值为A的成真赋值/成真解释；
- 若指定的一组值使得A的真值为0，则称该组值为A的成假赋值/成假解释；

赋值$p = 1, q = 0$为$p \to q$的成假赋值

赋值$p = 0, q = 1$为$p \to q$的成真赋值

若命题公式包含n个变元，则赋值共有2^n个

定义9 (赋值)

设A是以$p_1, p_2, \cdots, p_n$为变元的命题公式，对$p_1, \cdots, p_n$各指定一个真值，则称为对A进行赋值/解释。

- 若指定的一组值使得A的真值为1，则称该组值为A的成真赋值/成真解释；
- 若指定的一组值使得A的真值为0，则称该组值为A的成假赋值/成假解释；

赋值$p = 1, q = 0$为$p \to q$的成假赋值

赋值$p = 0, q = 1$为$p \to q$的成真赋值

若命题公式包含n个变元，则赋值共有2^n个

定义9 (赋值)

设A是以$p_1, p_2, \cdots, p_n$为变元的命题公式，对$p_1, \cdots, p_n$各指定一个真值，则称为对A进行赋值/解释。

- 若指定的一组值使得A的真值为1，则称该组值为A的成真赋值/成真解释；
- 若指定的一组值使得A的真值为0，则称该组值为A的成假赋值/成假解释；

赋值$p = 1, q = 0$为$p \to q$的成假赋值

赋值$p = 0, q = 1$为$p \to q$的成真赋值

若命题公式包含n个变元，则赋值共有2^n个

定义9 (赋值)

设A是以$p_1, p_2, \cdots, p_n$为变元的命题公式，对$p_1, \cdots, p_n$各指定一个真值，则称为对A进行赋值/解释。

- 若指定的一组值使得A的真值为1，则称该组值为A的成真赋值/成真解释；
- 若指定的一组值使得A的真值为0，则称该组值为A的成假赋值/成假解释；

赋值$p = 1, q = 0$为$p \to q$的成假赋值

赋值$p = 0, q = 1$为$p \to q$的成真赋值

若命题公式包含n个变元，则赋值共有2^n个

定义9 (赋值)

设A是以$p_1, p_2, \cdots, p_n$为变元的命题公式，对$p_1, \cdots, p_n$各指定一个真值，则称为对A进行赋值/解释。

- 若指定的一组值使得A的真值为1，则称该组值为A的成真赋值/成真解释；
- 若指定的一组值使得A的真值为0，则称该组值为A的成假赋值/成假解释；

赋值$p = 1, q = 0$为$p \to q$的成假赋值

赋值$p = 0, q = 1$为$p \to q$的成真赋值

若命题公式包含n个变元，则赋值共有2^n个

定义9 (赋值)

设A是以$p_1, p_2, \cdots, p_n$为变元的命题公式，对$p_1, \cdots, p_n$各指定一个真值，则称为对A进行赋值/解释。

- 若指定的一组值使得A的真值为1，则称该组值为A的成真赋值/成真解释；
- 若指定的一组值使得A的真值为0，则称该组值为A的成假赋值/成假解释；

赋值$p = 1, q = 0$为$p \to q$的成假赋值

赋值$p = 0, q = 1$为$p \to q$的成真赋值

若命题公式包含n个变元，则赋值共有2^n个

定义9 (赋值)

设A是以$p_1, p_2, \cdots, p_n$为变元的命题公式，对$p_1, \cdots, p_n$各指定一个真值，则称为对A进行赋值/解释。

- 若指定的一组值使得A的真值为1，则称该组值为A的成真赋值/成真解释；
- 若指定的一组值使得A的真值为0，则称该组值为A的成假赋值/成假解释；

赋值$p = 1, q = 0$为$p \to q$的成假赋值

赋值$p = 0, q = 1$为$p \to q$的成真赋值

若命题公式包含n个变元，则赋值共有2^n个

定义9 (赋值)

设A是以$p_1, p_2, \cdots, p_n$为变元的命题公式，对$p_1, \cdots, p_n$各指定一个真值，则称为对A进行赋值/解释。

- 若指定的一组值使得A的真值为1，则称该组值为A的成真赋值/成真解释；
- 若指定的一组值使得A的真值为0，则称该组值为A的成假赋值/成假解释；

赋值$p = 1, q = 0$为$p \to q$的成假赋值

赋值$p = 0, q = 1$为$p \to q$的成真赋值

若命题公式包含n个变元，则赋值共有2^n个

设简单命题$p: 2+3=5$(1), q :大熊猫产在中国(1), r :复旦大学在广州(0)，求下列命题的真值

1. $(p \leftrightarrow q) \rightarrow r = (1 \leftrightarrow 1) \rightarrow 0 = 1 \rightarrow 0 = 0$
2. $(r \rightarrow (p \wedge q)) \leftrightarrow \neg p = (0 \rightarrow (1 \wedge 1)) \leftrightarrow 0 = 1 \leftrightarrow 0 = 0$
3. $\neg r \rightarrow (\neg p \vee \neg q \vee r) = 1 \rightarrow (0 \vee 0 \vee 0) = 0$
4. $(p \wedge q \wedge \neg r) \leftrightarrow ((\neg p \vee \neg q) \rightarrow r)$

   $= (1 \wedge 1 \wedge 1) \leftrightarrow ((0 \vee 0) \rightarrow 0)$

   $= 1 \leftrightarrow 1$

   $= 1$

设简单命题$p: 2+3=5(1), q$:大熊猫产在中国(1), r :复旦大学在广州(0)，求下列命题的真值

1. $(p \leftrightarrow q) \rightarrow r = (1 \leftrightarrow 1) \rightarrow 0 = 1 \rightarrow 0 = 0$
2. $(r \rightarrow (p \wedge q)) \leftrightarrow \neg p = (0 \rightarrow (1 \wedge 1)) \leftrightarrow 0 = 1 \leftrightarrow 0 = 0$
3. $\neg r \rightarrow (\neg p \vee \neg q \vee r) = 1 \rightarrow (0 \vee 0 \vee 0) = 0$
4. $(p \wedge q \wedge \neg r) \leftrightarrow ((\neg p \vee \neg q) \rightarrow r)$

$= (1 \wedge 1 \wedge 1) \leftrightarrow ((0 \vee 0) \rightarrow 0)$

$= 1 \leftrightarrow 1$

$= 1$

设简单命题$p: 2+3=5(1), q$:大熊猫产在中国(1), r :复旦大学在广州(0)，求下列命题的真值

1. $(p \leftrightarrow q) \rightarrow r = (1 \leftrightarrow 1) \rightarrow 0 = 1 \rightarrow 0 = 0$
2. $(r \rightarrow (p \wedge q)) \leftrightarrow \neg p = (0 \rightarrow (1 \wedge 1)) \leftrightarrow 0 = 1 \leftrightarrow 0 = 0$
3. $\neg r \rightarrow (\neg p \vee \neg q \vee r) = 1 \rightarrow (0 \vee 0 \vee 0) = 0$
4. $(p \wedge q \wedge \neg r) \leftrightarrow ((\neg p \vee \neg q) \rightarrow r)$

   $= (1 \wedge 1 \wedge 1) \leftrightarrow ((0 \vee 0) \rightarrow 0)$

   $= 1 \leftrightarrow 1$

   $= 1$

设简单命题$p: 2+3=5(1), q$:大熊猫产在中国(1), r :复旦大学在广州(0)，求下列命题的真值

1. $(p \leftrightarrow q) \rightarrow r = (1 \leftrightarrow 1) \rightarrow 0 = 1 \rightarrow 0 = 0$
2. $(r \rightarrow (p \wedge q)) \leftrightarrow \neg p = (0 \rightarrow (1 \wedge 1)) \leftrightarrow 0 = 1 \leftrightarrow 0 = 0$
3. $\neg r \rightarrow (\neg p \vee \neg q \vee r) = 1 \rightarrow (0 \vee 0 \vee 0) = 0$
4. $(p \wedge q \wedge \neg r) \leftrightarrow ((\neg p \vee \neg q) \rightarrow r)$

   $= (1 \wedge 1 \wedge 1) \leftrightarrow ((0 \vee 0) \rightarrow 0)$

   $= 1 \leftrightarrow 1$

   $= 1$

设简单命题$p: 2+3=5(1), q$:大熊猫产在中国(1), r :复旦大学在广州(0)，求下列命题的真值

1. $(p \leftrightarrow q) \rightarrow r = (1 \leftrightarrow 1) \rightarrow 0 = 1 \rightarrow 0 = 0$
2. $(r \rightarrow (p \wedge q)) \leftrightarrow \neg p = (0 \rightarrow (1 \wedge 1)) \leftrightarrow 0 = 1 \leftrightarrow 0 = 0$
3. $\neg r \rightarrow (\neg p \vee \neg q \vee r) = 1 \rightarrow (0 \vee 0 \vee 0) = 0$
4. $(p \wedge q \wedge \neg r) \leftrightarrow ((\neg p \vee \neg q) \rightarrow r)$

$= (1 \wedge 1 \wedge 1) \leftrightarrow ((0 \vee 0) \rightarrow 0)$

$= 1 \leftrightarrow 1$

$= 1$

设简单命题$p: 2+3=5(1), q$:大熊猫产在中国(1), r :复旦大学在广州(0)，求下列命题的真值

1. $(p \leftrightarrow q) \rightarrow r = (1 \leftrightarrow 1) \rightarrow 0 = 1 \rightarrow 0 = 0$
2. $(r \rightarrow (p \wedge q)) \leftrightarrow \neg p = (0 \rightarrow (1 \wedge 1)) \leftrightarrow 0 = 1 \leftrightarrow 0 = 0$
3. $\neg r \rightarrow (\neg p \vee \neg q \vee r) = 1 \rightarrow (0 \vee 0 \vee 0) = 0$
4. $(p \wedge q \wedge \neg r) \leftrightarrow ((\neg p \vee \neg q) \rightarrow r)$
   $= (1 \wedge 1 \wedge 1) \leftrightarrow ((0 \vee 0) \rightarrow 0)$
   $= 1 \leftrightarrow 1$
   $= 1$

设简单命题$p: 2+3=5(1), q$:大熊猫产在中国(1), r :复旦大学在广州(0)，求下列命题的真值

1. $(p \leftrightarrow q) \rightarrow r = (1 \leftrightarrow 1) \rightarrow 0 = 1 \rightarrow 0 = 0$
2. $(r \rightarrow (p \wedge q)) \leftrightarrow \neg p = (0 \rightarrow (1 \wedge 1)) \leftrightarrow 0 = 1 \leftrightarrow 0 = 0$
3. $\neg r \rightarrow (\neg p \vee \neg q \vee r) = 1 \rightarrow (0 \vee 0 \vee 0) = 0$
4. $(p \wedge q \wedge \neg r) \leftrightarrow ((\neg p \vee \neg q) \rightarrow r)$

$= (1 \wedge 1 \wedge 1) \leftrightarrow ((0 \vee 0) \rightarrow 0)$

$= 1 \leftrightarrow 1$

$= 1$

设简单命题$p: 2+3=5(1), q$:大熊猫产在中国(1), r :复旦大学在广州(0)，求下列命题的真值

1. $(p \leftrightarrow q) \rightarrow r = (1 \leftrightarrow 1) \rightarrow 0 = 1 \rightarrow 0 = 0$
2. $(r \rightarrow (p \wedge q)) \leftrightarrow \neg p = (0 \rightarrow (1 \wedge 1)) \leftrightarrow 0 = 1 \leftrightarrow 0 = 0$
3. $\neg r \rightarrow (\neg p \vee \neg q \vee r) = 1 \rightarrow (0 \vee 0 \vee 0) = 0$
4. $(p \wedge q \wedge \neg r) \leftrightarrow ((\neg p \vee \neg q) \rightarrow r)$
   $= (1 \wedge 1 \wedge 1) \leftrightarrow ((0 \vee 0) \rightarrow 0)$
   $= 1 \leftrightarrow 1$
   $= 1$

设简单命题$p: 2+3=5(1), q$:大熊猫产在中国(1), r :复旦大学在广州(0)，求下列命题的真值

1. $(p \leftrightarrow q) \rightarrow r = (1 \leftrightarrow 1) \rightarrow 0 = 1 \rightarrow 0 = 0$
2. $(r \rightarrow (p \wedge q)) \leftrightarrow \neg p = (0 \rightarrow (1 \wedge 1)) \leftrightarrow 0 = 1 \leftrightarrow 0 = 0$
3. $\neg r \rightarrow (\neg p \vee \neg q \vee r) = 1 \rightarrow (0 \vee 0 \vee 0) = 0$
4. $(p \wedge q \wedge \neg r) \leftrightarrow ((\neg p \vee \neg q) \rightarrow r)$

$= (1 \wedge 1 \wedge 1) \leftrightarrow ((0 \vee 0) \rightarrow 0)$

$= 1 \leftrightarrow 1$

$= 1$

设简单命题$p: 2+3=5(1), q$:大熊猫产在中国(1), r :复旦大学在广州(0)，求下列命题的真值

1. $(p \leftrightarrow q) \rightarrow r = (1 \leftrightarrow 1) \rightarrow 0 = 1 \rightarrow 0 = 0$
2. $(r \rightarrow (p \wedge q)) \leftrightarrow \neg p = (0 \rightarrow (1 \wedge 1)) \leftrightarrow 0 = 1 \leftrightarrow 0 = 0$
3. $\neg r \rightarrow (\neg p \vee \neg q \vee r) = 1 \rightarrow (0 \vee 0 \vee 0) = 0$
4. $(p \wedge q \wedge \neg r) \leftrightarrow ((\neg p \vee \neg q) \rightarrow r)$

$= (1 \wedge 1 \wedge 1) \leftrightarrow ((0 \vee 0) \rightarrow 0)$

$= 1 \leftrightarrow 1$

$= 1$

设简单命题$p: 2+3=5(1), q$:大熊猫产在中国(1), r :复旦大学在广州(0)，求下列命题的真值

1. $(p \leftrightarrow q) \rightarrow r = (1 \leftrightarrow 1) \rightarrow 0 = 1 \rightarrow 0 = 0$
2. $(r \rightarrow (p \wedge q)) \leftrightarrow \neg p = (0 \rightarrow (1 \wedge 1)) \leftrightarrow 0 = 1 \leftrightarrow 0 = 0$
3. $\neg r \rightarrow (\neg p \vee \neg q \vee r) = 1 \rightarrow (0 \vee 0 \vee 0) = 0$
4. $(p \wedge q \wedge \neg r) \leftrightarrow ((\neg p \vee \neg q) \rightarrow r)$
   $= (1 \wedge 1 \wedge 1) \leftrightarrow ((0 \vee 0) \rightarrow 0)$
   $= 1 \leftrightarrow 1$
   $= 1$

设简单命题$p: 2+3=5(1), q$:大熊猫产在中国(1), r :复旦大学在广州(0)，求下列命题的真值

1. $(p \leftrightarrow q) \rightarrow r = (1 \leftrightarrow 1) \rightarrow 0 = 1 \rightarrow 0 = 0$
2. $(r \rightarrow (p \wedge q)) \leftrightarrow \neg p = (0 \rightarrow (1 \wedge 1)) \leftrightarrow 0 = 1 \leftrightarrow 0 = 0$
3. $\neg r \rightarrow (\neg p \vee \neg q \vee r) = 1 \rightarrow (0 \vee 0 \vee 0) = 0$
4. $(p \wedge q \wedge \neg r) \leftrightarrow ((\neg p \vee \neg q) \rightarrow r)$
   $= (1 \wedge 1 \wedge 1) \leftrightarrow ((0 \vee 0) \rightarrow 0)$
   $= 1 \leftrightarrow 1$
   $= 1$

设简单命题$p: 2+3=5(1), q$:大熊猫产在中国(1), r :复旦大学在广州(0)，求下列命题的真值

1. $(p \leftrightarrow q) \rightarrow r = (1 \leftrightarrow 1) \rightarrow 0 = 1 \rightarrow 0 = 0$
2. $(r \rightarrow (p \wedge q)) \leftrightarrow \neg p = (0 \rightarrow (1 \wedge 1)) \leftrightarrow 0 = 1 \leftrightarrow 0 = 0$
3. $\neg r \rightarrow (\neg p \vee \neg q \vee r) = 1 \rightarrow (0 \vee 0 \vee 0) = 0$
4. $(p \wedge q \wedge \neg r) \leftrightarrow ((\neg p \vee \neg q) \rightarrow r)$
   $= (1 \wedge 1 \wedge 1) \leftrightarrow ((0 \vee 0) \rightarrow 0)$
   $= 1 \leftrightarrow 1$
   $= 1$

定义10 (真值表)

将命题公式A在所有赋值下的取值情况列成表，所得的的表称为A的**真值表**。

注意：

- A中包含的所有变元按照其字母次序或下标次序排列；
- 由于包含n个变元的命题公式A有2^n个解释，从而真值表有2^n行；
- 2^n个赋值按二进制次序从小到大排列。

定义10 (真值表)

将命题公式A在所有赋值下的取值情况列成表，所得的的表称为A的**真值表**。

注意：

- A中包含的所有变元按照其字母次序或下标次序排列；
- 由于包含n个变元的命题公式A有2^n个解释，从而真值表有2^n行；
- 2^n个赋值按二进制次序从小到大排列。

定义10 (真值表)

将命题公式A在所有赋值下的取值情况列成表，所得的的表称为A的真值表。

注意：

- A中包含的所有变元按照其字母次序或下标次序排列；
- 由于包含n个变元的命题公式A有2^n个解释，从而真值表有2^n行；
- 2^n个赋值按二进制次序从小到大排列。

定义10 (真值表)

将命题公式A在所有赋值下的取值情况列成表，所得的的表称为A的真值表。

注意：

- A中包含的所有变元按照其字母次序或下标次序排列；
- 由于包含n个变元的命题公式A有2^n个解释，从而真值表有2^n行；
- 2^n个赋值按二进制次序从小到大排列。

定义10 (真值表)

将命题公式A在所有赋值下的取值情况列成表，所得的的表称为A的真值表。

注意：

- A中包含的所有变元按照其字母次序或下标次序排列；
- 由于包含n个变元的命题公式A有2^n个解释，从而真值表有2^n行；
- 2^n个赋值按二进制次序从小到大排列。

例5 ($(\neg p \wedge q) \wedge p$的真值表)

解：$(\neg p \wedge q) \wedge p$的真值表为

p	q	$\neg p$	$\neg p \wedge q$	$(\neg p \wedge q) \wedge p$
0	0	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	1	0	0	0

若A在所有赋值下取值均为假，则称A是永假式/矛盾式

例5 ($(\neg p \wedge q) \wedge p$的真值表)

解：$(\neg p \wedge q) \wedge p$的真值表为

p	q	$\neg p$	$\neg p \wedge q$	$(\neg p \wedge q) \wedge p$
0	0	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	1	0	0	0

若A在所有赋值下取值均为假，则称A是永假式/矛盾式

例5 ($(\neg p \wedge q) \wedge p$的真值表)

解：$(\neg p \wedge q) \wedge p$的真值表为

p	q	$\neg p$	$\neg p \wedge q$	$(\neg p \wedge q) \wedge p$
0	0	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	1	0	0	0

若A在所有赋值下取值均为假，则称A是永假式/矛盾式

例5 ($(\neg p \wedge q) \wedge p$的真值表)

解：$(\neg p \wedge q) \wedge p$的真值表为

p	q	$\neg p$	$\neg p \wedge q$	$(\neg p \wedge q) \wedge p$
0	0	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	1	0	0	0

若A在所有赋值下取值均为假，则称A是永假式/矛盾式

例5 ($(\neg p \wedge q) \wedge p$的真值表)

解：$(\neg p \wedge q) \wedge p$的真值表为

p	q	$\neg p$	$\neg p \wedge q$	$(\neg p \wedge q) \wedge p$
0	0	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	1	0	0	0

若A在所有赋值下取值均为假，则称A是永假式/矛盾式

例5 ($(\neg p \wedge q) \wedge p$的真值表)

解：$(\neg p \wedge q) \wedge p$的真值表为

p	q	$\neg p$	$\neg p \wedge q$	$(\neg p \wedge q) \wedge p$
0	0	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	1	0	0	0

若A在所有赋值下取值均为假，则称A是永假式/矛盾式

例5 ($(\neg p \wedge q) \wedge p$的真值表)

解：$(\neg p \wedge q) \wedge p$的真值表为

p	q	$\neg p$	$\neg p \wedge q$	$(\neg p \wedge q) \wedge p$
0	0	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	1	0	0	0

若A在所有赋值下取值均为假，则称A是永假式/矛盾式

例5 ($(\neg p \wedge q) \wedge p$的真值表)

解：$(\neg p \wedge q) \wedge p$的真值表为

p	q	$\neg p$	$\neg p \wedge q$	$(\neg p \wedge q) \wedge p$
0	0	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	1	0	0	0

若A在所有赋值下取值均为假，则称A是永假式/矛盾式

例5 ($(\neg p \wedge q) \wedge p$的真值表)

解：$(\neg p \wedge q) \wedge p$的真值表为

p	q	$\neg p$	$\neg p \wedge q$	$(\neg p \wedge q) \wedge p$
0	0	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	1	0	0	0

若A在所有赋值下取值均为假，则称A是永假式/矛盾式

例5 ($(\neg p \wedge q) \wedge p$的真值表)

解：$(\neg p \wedge q) \wedge p$的真值表为

p	q	$\neg p$	$\neg p \wedge q$	$(\neg p \wedge q) \wedge p$
0	0	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	1	0	0	0

若A在所有赋值下取值均为假，则称A是永假式/矛盾式

例5 ($(\neg p \wedge q) \wedge p$的真值表)

解：$(\neg p \wedge q) \wedge p$的真值表为

p	q	$\neg p$	$\neg p \wedge q$	$(\neg p \wedge q) \wedge p$
0	0	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	1	0	0	0

若A在所有赋值下取值均为假，则称A是永假式/矛盾式

例6 ($(p \to q) \vee p$的真值表)

解：$(p \to q) \vee p$的真值表为

p	q	$p \to q$	$(p \to q) \vee p$
0	0	1	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	1	1	1

若A在所有赋值下取值均为真，则称A是永真式/重言式

例6 ($(p \to q) \vee p$的真值表)

解：$(p \to q) \vee p$的真值表为

p	q	$p \to q$	$(p \to q) \vee p$
0	0	1	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	1	1	1

若A在所有赋值下取值均为真，则称A是永真式/重言式

例6 ($(p \to q) \vee p$的真值表)

解：$(p \to q) \vee p$的真值表为

p	q	$p \to q$	$(p \to q) \vee p$
0	0	1	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	1	1	1

若A在所有赋值下取值均为真，则称A是永真式/重言式

例6 ($(p \to q) \vee p$的真值表)

解：$(p \to q) \vee p$的真值表为

p	q	$p \to q$	$(p \to q) \vee p$
0	0	1	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	1	1	1

若A在所有赋值下取值均为真，则称A是永真式/重言式

例6 ($(p \to q) \vee p$的真值表)

解：$(p \to q) \vee p$的真值表为

p	q	$p \to q$	$(p \to q) \vee p$
0	0	1	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	1	1	1

若A在所有赋值下取值均为真，则称A是永真式/重言式

例6 ($(p \to q) \vee p$的真值表)

解：$(p \to q) \vee p$的真值表为

p	q	$p \to q$	$(p \to q) \vee p$
0	0	1	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	1	1	1

若A在所有赋值下取值均为真，则称A是永真式/重言式

例6 ($(p \to q) \vee p$的真值表)

解：$(p \to q) \vee p$的真值表为

p	q	$p \to q$	$(p \to q) \vee p$
0	0	1	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	1	1	1

若A在所有赋值下取值均为真，则称A是永真式/重言式

例7 ($(p \leftrightarrow q) \rightarrow r$的真值表)

解：$(p \leftrightarrow q) \rightarrow r$的真值表为

p	q	r	$p \leftrightarrow q$	$(p \leftrightarrow q) \rightarrow r$
0	0	0	1	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	1	0	1
1	0	0	0	1
1	0	1	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

- 若A不是永假式，则称A是可满足式
- 永真式也是可满足式

例7 ($(p \leftrightarrow q) \rightarrow r$的真值表)

解：$(p \leftrightarrow q) \rightarrow r$的真值表为

p	q	r	$p \leftrightarrow q$	$(p \leftrightarrow q) \rightarrow r$
0	0	0	1	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	1	0	1
1	0	0	0	1
1	0	1	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

- 若A不是永假式，则称A是可满足式
- 永真式也是可满足式

例7 ($(p \leftrightarrow q) \rightarrow r$的真值表)

解：$(p \leftrightarrow q) \rightarrow r$的真值表为

p	q	r	$p \leftrightarrow q$	$(p \leftrightarrow q) \rightarrow r$
0	0	0	1	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	1	0	1
1	0	0	0	1
1	0	1	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

- 若A不是永假式，则称A是可满足式
- 永真式也是可满足式

例7 ($(p \leftrightarrow q) \rightarrow r$的真值表)

解：$(p \leftrightarrow q) \rightarrow r$的真值表为

p	q	r	$p \leftrightarrow q$	$(p \leftrightarrow q) \rightarrow r$
0	0	0	1	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	1	0	1
1	0	0	0	1
1	0	1	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

- 若A不是永假式，则称A是可满足式
- 永真式也是可满足式

例7 ($(p \leftrightarrow q) \rightarrow r$的真值表)

解：$(p \leftrightarrow q) \rightarrow r$的真值表为

p	q	r	$p \leftrightarrow q$	$(p \leftrightarrow q) \rightarrow r$
0	0	0	1	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	1	0	1
1	0	0	0	1
1	0	1	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

- 若A不是永假式，则称A是可满足式
- 永真式也是可满足式

例7 ($(p \leftrightarrow q) \rightarrow r$的真值表)

解：$(p \leftrightarrow q) \rightarrow r$的真值表为

p	q	r	$p \leftrightarrow q$	$(p \leftrightarrow q) \rightarrow r$
0	0	0	1	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	1	0	1
1	0	0	0	1
1	0	1	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

- 若A不是永假式，则称A是可满足式
- 永真式也是可满足式

例7 ($(p \leftrightarrow q) \rightarrow r$的真值表)

解：$(p \leftrightarrow q) \rightarrow r$的真值表为

p	q	r	$p \leftrightarrow q$	$(p \leftrightarrow q) \rightarrow r$
0	0	0	1	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	1	0	1
1	0	0	0	1
1	0	1	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

- 若A不是永假式，则称A是可满足式
- 永真式也是可满足式

例7 ($(p \leftrightarrow q) \rightarrow r$的真值表)

解：$(p \leftrightarrow q) \rightarrow r$的真值表为

p	q	r	$p \leftrightarrow q$	$(p \leftrightarrow q) \rightarrow r$
0	0	0	1	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	1	0	1
1	0	0	0	1
1	0	1	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

- 若A不是永假式，则称A是可满足式
- 永真式也是可满足式

练习1 (列出下列命题公式的真值表)

- $\neg p \leftrightarrow q$
- $(r \rightarrow (p \wedge q)) \leftrightarrow \neg p$

$\neg p \leftrightarrow q$的真值表为

p	q	$\neg p$	$\neg p \leftrightarrow q$
0	0	1	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	1	0	0

练习1 (列出下列命题公式的真值表)

- $\neg p \leftrightarrow q$
- $(r \rightarrow (p \wedge q)) \leftrightarrow \neg p$

$\neg p \leftrightarrow q$的真值表为

p	q	$\neg p$	$\neg p \leftrightarrow q$
0	0	1	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	1	0	0

例8 ($(r \to (p \wedge q)) \leftrightarrow \neg p$的真值表为)

p	q	r	$\neg p$	$p \wedge q$	$r \to (p \wedge q)$	$(r \to (p \wedge q)) \leftrightarrow \neg p$
0	0	0	1	0	1	1
0	0	1	1	0	0	0
0	1	0	1	0	1	1
0	1	1	1	0	0	0
1	0	0	0	0	1	0
1	0	1	0	0	0	1
1	1	0	0	1	1	0
1	1	1	0	1	1	0

作业1 (P15-2(3)、P16-3(4))

例8 ($((r \to (p \wedge q)) \leftrightarrow \neg p$的真值表为)

p	q	r	$\neg p$	$p \wedge q$	$r \to (p \wedge q)$	$(r \to (p \wedge q)) \leftrightarrow \neg p$
0	0	0	1	0	1	1
0	0	1	1	0	0	0
0	1	0	1	0	1	1
0	1	1	1	0	0	0
1	0	0	0	0	1	0
1	0	1	0	0	0	1
1	1	0	0	1	1	0
1	1	1	0	1	1	0

作业1 (P15-2(3)、P16-3(4))

定义11 (等价命题)

设A, B是两个命题，如果在任何赋值下，A, B都有相同的真值，则称A, B等价，记为$A = B$。

例9 ($\neg(p \wedge q) = \neg p \vee \neg q$)

p	q	$p \wedge q$	$\neg(p \wedge q)$
0	0	0	1
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \vee \neg q$
0	0	1	1	1
0	1	1	0	1
1	0	0	1	1
1	1	0	0	0

所以$\neg(p \wedge q) = \neg p \vee \neg q$。

定义11 (等价命题)

设A, B是两个命题，如果在任何赋值下，A, B都有相同的真值，则称A, B等价，记为$A = B$。

例9 ($\neg(p \wedge q) = \neg p \vee \neg q$)

p	q	$p \wedge q$	$\neg(p \wedge q)$
0	0	0	1
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \vee \neg q$
0	0	1	1	1
0	1	1	0	1
1	0	0	1	1
1	1	0	0	0

所以$\neg(p \wedge q) = \neg p \vee \neg q$。

定义11 (等价命题)

设A, B是两个命题，如果在任何赋值下，A, B都有相同的真值，则称A, B等价，记为$A = B$。

例9 ($\neg(p \wedge q) = \neg p \vee \neg q$)

p	q	$p \wedge q$	$\neg(p \wedge q)$
0	0	0	1
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \vee \neg q$
0	0	1	1	1
0	1	1	0	1
1	0	0	1	1
1	1	0	0	0

所以$\neg(p \wedge q) = \neg p \vee \neg q$。

定义11 (等价命题)

设A, B是两个命题，如果在任何赋值下，A, B都有相同的真值，则称A, B**等价**，记为$A = B$。

例9 ($\neg(p \wedge q) = \neg p \vee \neg q$)

p	q	$p \wedge q$	$\neg(p \wedge q)$
0	0	0	1
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \vee \neg q$
0	0	1	1	1
0	1	1	0	1
1	0	0	1	1
1	1	0	0	0

所以$\neg(p \wedge q) = \neg p \vee \neg q$。

定义11 (等价命题)

设A, B是两个命题，如果在任何赋值下，A, B都有相同的真值，则称A, B等价，记为$A = B$。

例9 ($\neg(p \wedge q) = \neg p \vee \neg q$)

p	q	$p \wedge q$	$\neg(p \wedge q)$
0	0	0	1
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \vee \neg q$
0	0	1	1	1
0	1	1	0	1
1	0	0	1	1
1	1	0	0	0

所以$\neg(p \wedge q) = \neg p \vee \neg q$。

定义11 (等价命题)

设A, B是两个命题，如果在任何赋值下，A, B都有相同的真值，则称A, B等价，记为$A = B$。

例9 ($\neg(p \wedge q) = \neg p \vee \neg q$)

p	q	$p \wedge q$	$\neg(p \wedge q)$
0	0	0	1
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \vee \neg q$
0	0	1	1	1
0	1	1	0	1
1	0	0	1	1
1	1	0	0	0

所以$\neg(p \wedge q) = \neg p \vee \neg q$。

定义11 (等价命题)

设A, B是两个命题，如果在任何赋值下，A, B都有相同的真值，则称A, B等价，记为$A = B$。

例9 ($\neg(p \wedge q) = \neg p \vee \neg q$)

p	q	$p \wedge q$	$\neg(p \wedge q)$
0	0	0	1
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \vee \neg q$
0	0	1	1	1
0	1	1	0	1
1	0	0	1	1
1	1	0	0	0

所以$\neg(p \wedge q) = \neg p \vee \neg q$。

定义11 (等价命题)

设A, B是两个命题，如果在任何赋值下，A, B都有相同的真值，则称A, B等价，记为$A = B$。

例9 ($\neg(p \wedge q) = \neg p \vee \neg q$)

p	q	$p \wedge q$	$\neg(p \wedge q)$
0	0	0	1
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \vee \neg q$
0	0	1	1	1
0	1	1	0	1
1	0	0	1	1
1	1	0	0	0

所以$\neg(p \wedge q) = \neg p \vee \neg q$。

定义11 (等价命题)

设A, B是两个命题，如果在任何赋值下，A, B都有相同的真值，则称A, B等价，记为$A = B$。

例9 ($\neg(p \wedge q) = \neg p \vee \neg q$)

p	q	$p \wedge q$	$\neg(p \wedge q)$
0	0	0	1
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \vee \neg q$
0	0	1	1	1
0	1	1	0	1
1	0	0	1	1
1	1	0	0	0

所以$\neg(p \wedge q) = \neg p \vee \neg q$。

定义11 (等价命题)

设A, B是两个命题，如果在任何赋值下，A, B都有相同的真值，则称A, B等价，记为$A = B$。

例9 ($\neg(p \wedge q) = \neg p \vee \neg q$)

p	q	$p \wedge q$	$\neg(p \wedge q)$
0	0	0	1
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \vee \neg q$
0	0	1	1	1
0	1	1	0	1
1	0	0	1	1
1	1	0	0	0

所以$\neg(p \wedge q) = \neg p \vee \neg q$。

注2

- $A = B$：当所有赋值均以相同次序排列时，真值表中A, B所在列完全相同；
- $A = B$的充要条件是$A \leftrightarrow B$是永真式。

例10 $(\neg p \vee q = p \rightarrow q)$

注2

- $A = B$：当所有赋值均以相同次序排列时，真值表中A, B所在列完全相同；
- $A = B$的充要条件是$A \leftrightarrow B$是永真式。

例10 $(\neg p \vee q = p \rightarrow q)$

p	q	$\neg p$	$\neg p \vee q$	$p \rightarrow q$	$(\neg p \vee q) \leftrightarrow (p \rightarrow q)$
0	0	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	1
1	1	0	1	1	1

注2

- $A = B$：当所有赋值均以相同次序排列时，真值表中A, B所在列完全相同；
- $A = B$的充要条件是$A \leftrightarrow B$是永真式。

例10 $(\neg p \vee q = p \rightarrow q)$

p	q	$\neg p$	$\neg p \vee q$	$p \rightarrow q$	$(\neg p \vee q) \leftrightarrow (p \rightarrow q)$
0	0	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	1
1	1	0	1	1	1

注2

- $A = B$：当所有赋值均以相同次序排列时，真值表中A, B所在列完全相同；
- $A = B$的充要条件是$A \leftrightarrow B$是永真式。

例10 ($\neg p \vee q = p \rightarrow q$)

p	q	$\neg p$	$\neg p \vee q$	$p \rightarrow q$	$(\neg p \vee q) \leftrightarrow (p \rightarrow q)$
0	0	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	1
1	1	0	1	1	1

注2

- $A = B$：当所有赋值均以相同次序排列时，真值表中A, B所在列完全相同；
- $A = B$的充要条件是$A \leftrightarrow B$是永真式。

例10 ($\neg p \vee q = p \rightarrow q$)

p	q	$\neg p$	$\neg p \vee q$	$p \rightarrow q$	$(\neg p \vee q) \leftrightarrow (p \rightarrow q)$
0	0	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	1
1	1	0	1	1	1

注2

- $A = B$：当所有赋值均以相同次序排列时，真值表中A, B所在列完全相同；
- $A = B$的充要条件是$A \leftrightarrow B$是永真式。

例10 ($\neg p \vee q = p \rightarrow q$)

p	q	$\neg p$	$\neg p \vee q$	$p \rightarrow q$	$(\neg p \vee q) \leftrightarrow (p \rightarrow q)$
0	0	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	1
1	1	0	1	1	1

注2

- $A = B$：当所有赋值均以相同次序排列时，真值表中A, B所在列完全相同；
- $A = B$的充要条件是$A \leftrightarrow B$是永真式。

例10 ($\neg p \vee q = p \rightarrow q$)

p	q	$\neg p$	$\neg p \vee q$	$p \rightarrow q$	$(\neg p \vee q) \leftrightarrow (p \rightarrow q)$
0	0	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	1
1	1	0	1	1	1

注2

- $A = B$：当所有赋值均以相同次序排列时，真值表中A, B所在列完全相同；
- $A = B$的充要条件是$A \leftrightarrow B$是永真式。

例10 ($\neg p \vee q = p \rightarrow q$)

p	q	$\neg p$	$\neg p \vee q$	$p \rightarrow q$	$(\neg p \vee q) \leftrightarrow (p \rightarrow q)$
0	0	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	1
1	1	0	1	1	1

注2

- $A = B$：当所有赋值均以相同次序排列时，真值表中A, B所在列完全相同；
- $A = B$的充要条件是$A \leftrightarrow B$是永真式。

例10 $(\neg p \vee q = p \rightarrow q)$

p	q	$\neg p$	$\neg p \vee q$	$p \rightarrow q$	$(\neg p \vee q) \leftrightarrow (p \rightarrow q)$
0	0	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	1
1	1	0	1	1	1

注2

- $A = B$：当所有赋值均以相同次序排列时，真值表中A, B所在列完全相同；
- $A = B$的充要条件是$A \leftrightarrow B$是永真式。

例10 $(\neg p \vee q = p \rightarrow q)$

p	q	$\neg p$	$\neg p \vee q$	$p \rightarrow q$	$(\neg p \vee q) \leftrightarrow (p \rightarrow q)$
0	0	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	1
1	1	0	1	1	1

注2

- $A = B$：当所有赋值均以相同次序排列时，真值表中A, B所在列完全相同；
- $A = B$的充要条件是$A \leftrightarrow B$是永真式。

例10 $(\neg p \vee q = p \rightarrow q)$

p	q	$\neg p$	$\neg p \vee q$	$p \rightarrow q$	$(\neg p \vee q) \leftrightarrow (p \rightarrow q)$
0	0	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	1
1	1	0	1	1	1

练习2 (证明$p \wedge (q \vee r) = (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$)

p	q	r	$q \vee r$	$p \wedge q$	$p \wedge r$	$p \wedge (q \vee r)$	$(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	1	0	1	1	1
1	1	0	1	1	0	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1

练习2 (证明$p \wedge (q \vee r) = (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$)

p	q	r	$q \vee r$	$p \wedge q$	$p \wedge r$	$p \wedge (q \vee r)$	$(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	1	0	1	1	1
1	1	0	1	1	0	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1

定理1 (基本等价式)

设A, B, C是命题公式，则

1. 双重否定律 $\neg\neg A = A$
2. 等幂律 $A \vee A = A, A \wedge A = A$
3. 交换律 $A \vee B = B \vee A, A \wedge B = B \wedge A$
4. 结合律 $(A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C)$
   $(A \wedge B) \wedge C = A \wedge (B \wedge C)$
5. 分配律 $A \vee (B \wedge C) = (A \vee B) \wedge (A \vee C)$
   $A \wedge (B \vee C) = (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$

定理1 (基本等价式)

设A, B, C是命题公式，则

1. 双重否定律 $\neg\neg A = A$
2. 等幂律 $A \vee A = A, A \wedge A = A$
3. 交换律 $A \vee B = B \vee A, A \wedge B = B \wedge A$
4. 结合律 $(A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C)$
   $(A \wedge B) \wedge C = A \wedge (B \wedge C)$
5. 分配律 $A \vee (B \wedge C) = (A \vee B) \wedge (A \vee C)$
   $A \wedge (B \vee C) = (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$

定理1 (基本等价式)

设A, B, C是命题公式，则

1. 双重否定律 $\neg\neg A = A$
2. 等幂律 $A \vee A = A, A \wedge A = A$
3. 交换律 $A \vee B = B \vee A, A \wedge B = B \wedge A$
4. 结合律 $(A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C)$
   $(A \wedge B) \wedge C = A \wedge (B \wedge C)$
5. 分配律 $A \vee (B \wedge C) = (A \vee B) \wedge (A \vee C)$
   $A \wedge (B \vee C) = (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$

定理1 (基本等价式)

设A, B, C是命题公式，则

1. 双重否定律 $\neg\neg A = A$
2. 等幂律 $A \vee A = A, A \wedge A = A$
3. 交换律 $A \vee B = B \vee A, A \wedge B = B \wedge A$
4. 结合律 $(A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C)$
   $(A \wedge B) \wedge C = A \wedge (B \wedge C)$
5. 分配律 $A \vee (B \wedge C) = (A \vee B) \wedge (A \vee C)$
   $A \wedge (B \vee C) = (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$

定理1 (基本等价式)

设A, B, C是命题公式，则

1. 双重否定律 $\neg\neg A = A$
2. 等幂律 $A \vee A = A, A \wedge A = A$
3. 交换律 $A \vee B = B \vee A, A \wedge B = B \wedge A$
4. 结合律 $(A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C)$
   $(A \wedge B) \wedge C = A \wedge (B \wedge C)$
5. 分配律 $A \vee (B \wedge C) = (A \vee B) \wedge (A \vee C)$
   $A \wedge (B \vee C) = (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$

定理1 (基本等价式)

设A, B, C是命题公式，则

1. 双重否定律 $\neg\neg A = A$
2. 等幂律 $A \vee A = A, A \wedge A = A$
3. 交换律 $A \vee B = B \vee A, A \wedge B = B \wedge A$
4. 结合律 $(A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C)$
   $(A \wedge B) \wedge C = A \wedge (B \wedge C)$
5. 分配律 $A \vee (B \wedge C) = (A \vee B) \wedge (A \vee C)$
   $A \wedge (B \vee C) = (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$

定理1 (基本等价式)

设A, B, C是命题公式，则

1. 双重否定律 $\neg\neg A = A$
2. 等幂律 $A \vee A = A, A \wedge A = A$
3. 交换律 $A \vee B = B \vee A, A \wedge B = B \wedge A$
4. 结合律 $(A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C)$
   $(A \wedge B) \wedge C = A \wedge (B \wedge C)$
5. 分配律 $A \vee (B \wedge C) = (A \vee B) \wedge (A \vee C)$
   $A \wedge (B \vee C) = (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$

定理1 (基本等价式)

设A, B, C是命题公式，则

1. 双重否定律 $\neg\neg A = A$
2. 等幂律 $A \vee A = A, A \wedge A = A$
3. 交换律 $A \vee B = B \vee A, A \wedge B = B \wedge A$
4. 结合律 $(A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C)$
   $(A \wedge B) \wedge C = A \wedge (B \wedge C)$
5. 分配律 $A \vee (B \wedge C) = (A \vee B) \wedge (A \vee C)$
   $A \wedge (B \vee C) = (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$

6. 德摩根律 $\neg(A \vee B) = \neg A \wedge \neg B$

$\neg(A \wedge B) = \neg A \vee \neg B$

7. 吸收律 $A \vee (A \wedge B) = A, A \wedge (A \vee B) = A$

8. 零律 $A \vee 1 = 1, A \wedge 0 = 0$

9. 单位律 $A \vee 0 = A, A \wedge 1 = A$

10. 否定律 $A \vee \neg A = 1, A \wedge \neg A = 0$

11. 蕴含律 $A \rightarrow B = \neg A \vee B$

12. 等值律 $A \leftrightarrow B = (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$

6. 德摩根律 $\neg(A \vee B) = \neg A \wedge \neg B$

$\neg(A \wedge B) = \neg A \vee \neg B$

7. 吸收律 $A \vee (A \wedge B) = A, A \wedge (A \vee B) = A$

8. 零律 $A \vee 1 = 1, A \wedge 0 = 0$

9. 单位律 $A \vee 0 = A, A \wedge 1 = A$

10. 否定律 $A \vee \neg A = 1, A \wedge \neg A = 0$

11. 蕴含律 $A \rightarrow B = \neg A \vee B$

12. 等值律 $A \leftrightarrow B = (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$

6. 德摩根律 $\neg(A \vee B) = \neg A \wedge \neg B$

$\neg(A \wedge B) = \neg A \vee \neg B$

7. 吸收律 $A \vee (A \wedge B) = A, A \wedge (A \vee B) = A$

8. 零律 $A \vee 1 = 1, A \wedge 0 = 0$

9. 单位律 $A \vee 0 = A, A \wedge 1 = A$

10. 否定律 $A \vee \neg A = 1, A \wedge \neg A = 0$

11. 蕴含律 $A \rightarrow B = \neg A \vee B$

12. 等值律 $A \leftrightarrow B = (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$

6. 德摩根律 $\neg(A \vee B) = \neg A \wedge \neg B$

$\neg(A \wedge B) = \neg A \vee \neg B$

7. 吸收律 $A \vee (A \wedge B) = A, A \wedge (A \vee B) = A$

8. 零律 $A \vee 1 = 1, A \wedge 0 = 0$

9. 单位律 $A \vee 0 = A, A \wedge 1 = A$

10. 否定律 $A \vee \neg A = 1, A \wedge \neg A = 0$

11. 蕴含律 $A \rightarrow B = \neg A \vee B$

12. 等值律 $A \leftrightarrow B = (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$

6.	德摩根律	$\neg(A \vee B) = \neg A \wedge \neg B$
		$\neg(A \wedge B) = \neg A \vee \neg B$
7.	吸收律	$A \vee (A \wedge B) = A, A \wedge (A \vee B) = A$
8.	零律	$A \vee 1 = 1, A \wedge 0 = 0$
9.	单位律	$A \vee 0 = A, A \wedge 1 = A$
10.	否定律	$A \vee \neg A = 1, A \wedge \neg A = 0$
11.	蕴含律	$A \rightarrow B = \neg A \vee B$
12.	等值律	$A \leftrightarrow B = (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$

6.	德摩根律	$\neg(A \vee B) = \neg A \wedge \neg B$
		$\neg(A \wedge B) = \neg A \vee \neg B$
7.	吸收律	$A \vee (A \wedge B) = A, A \wedge (A \vee B) = A$
8.	零律	$A \vee 1 = 1, A \wedge 0 = 0$
9.	单位律	$A \vee 0 = A, A \wedge 1 = A$
10.	否定律	$A \vee \neg A = 1, A \wedge \neg A = 0$
11.	蕴含律	$A \rightarrow B = \neg A \vee B$
12.	等值律	$A \leftrightarrow B = (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$

6.	德摩根律	$\neg(A \vee B) = \neg A \wedge \neg B$
		$\neg(A \wedge B) = \neg A \vee \neg B$
7.	吸收律	$A \vee (A \wedge B) = A, A \wedge (A \vee B) = A$
8.	零律	$A \vee 1 = 1, A \wedge 0 = 0$
9.	单位律	$A \vee 0 = A, A \wedge 1 = A$
10.	否定律	$A \vee \neg A = 1, A \wedge \neg A = 0$
11.	蕴含律	$A \rightarrow B = \neg A \vee B$
12.	等值律	$A \leftrightarrow B = (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$

6.	德摩根律	$\neg(A \vee B) = \neg A \wedge \neg B$
		$\neg(A \wedge B) = \neg A \vee \neg B$
7.	吸收律	$A \vee (A \wedge B) = A, A \wedge (A \vee B) = A$
8.	零律	$A \vee 1 = 1, A \wedge 0 = 0$
9.	单位律	$A \vee 0 = A, A \wedge 1 = A$
10.	否定律	$A \vee \neg A = 1, A \wedge \neg A = 0$
11.	蕴含律	$A \rightarrow B = \neg A \vee B$
12.	等值律	$A \leftrightarrow B = (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$

例11 (证明下面命题公式等价)

1. $A \to (B \to A) = \neg A \to (A \to \neg B)$
2. $\neg(A \leftrightarrow B) = (A \vee B) \wedge \neg(A \leftrightarrow B)$
3. $((A \wedge B) \to C) \wedge (B \to (D \vee C))$
   $= (B \wedge (D \to A)) \to C$

例11 (证明下面命题公式等价)

1. $A \to (B \to A) = \neg A \to (A \to \neg B)$
2. $\neg(A \leftrightarrow B) = (A \vee B) \wedge \neg(A \leftrightarrow B)$
3. $((A \wedge B) \to C) \wedge (B \to (D \vee C))$
   $= (B \wedge (D \to A)) \to C$

例11 (证明下面命题公式等价)

1. $A \to (B \to A) = \neg A \to (A \to \neg B)$
2. $\neg(A \leftrightarrow B) = (A \vee B) \wedge \neg(A \leftrightarrow B)$
3. $((A \wedge B) \to C) \wedge (B \to (D \vee C))$
   $= (B \wedge (D \to A)) \to C$

例11 (证明下面命题公式等价)

1. $A \to (B \to A) = \neg A \to (A \to \neg B)$
2. $\neg(A \leftrightarrow B) = (A \vee B) \wedge \neg(A \leftrightarrow B)$
3. $((A \wedge B) \to C) \wedge (B \to (D \vee C))$
   $= (B \wedge (D \to A)) \to C$

练习3 (证明以下等价式)

1. $((p \to q) \wedge (p \to r))$
$= p \to (q \wedge r)$

左式 $= (\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee r)$
$= \neg p \vee (q \wedge r)$
$= p \to (q \wedge r)$

所以等式成立。

2. $p \to (q \to r)$
$= (p \wedge q) \to r$

左式 $= \neg p \vee ()$
$= \neg p \vee \neg q \vee r$
$= (\neg p \vee \neg q) \vee r$
$= \neg (p \wedge q) \vee r$
$= (p \wedge q) \to r$

所以等式成立。

练习3 (证明以下等价式)

1. $((p \to q) \wedge (p \to r))$
$= p \to (q \wedge r)$

左式 $= (\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee r)$
$= \neg p \vee (q \wedge r)$
$= p \to (q \wedge r)$

所以等式成立。

2. $p \to (q \to r)$
$= (p \wedge q) \to r$

左式 $= \neg p \vee ()$
$= \neg p \vee \neg q \vee r$
$= (\neg p \vee \neg q) \vee r$
$= \neg (p \wedge q) \vee r$
$= (p \wedge q) \to r$

所以等式成立。

练习3 (证明以下等价式)

1. $((p \to q) \wedge (p \to r))$
$= p \to (q \wedge r)$

2. $p \to (q \to r)$
$= (p \wedge q) \to r$

左式 $= (\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee r)$

$= \neg p \vee (q \wedge r)$

$= p \to (q \wedge r)$

所以等式成立。

左式 $= \neg p \vee ()$

$= \neg p \vee \neg q \vee r$

$= (\neg p \vee \neg q) \vee r$

$= \neg (p \wedge q) \vee r$

$= (p \wedge q) \to r$

所以等式成立。

练习3 (证明以下等价式)

1. $((p \to q) \wedge (p \to r))$
$= p \to (q \wedge r)$

左式 $= (\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee r)$
$= \neg p \vee (q \wedge r)$
$= p \to (q \wedge r)$

所以等式成立。

2. $p \to (q \to r)$
$= (p \wedge q) \to r$

左式 $= \neg p \vee ()$
$= \neg p \vee \neg q \vee r$
$= (\neg p \vee \neg q) \vee r$
$= \neg (p \wedge q) \vee r$
$= (p \wedge q) \to r$

所以等式成立。

练习3 (证明以下等价式)

1. $((p \to q) \wedge (p \to r))$
$= p \to (q \wedge r)$

左式 $= (\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee r)$
$= \neg p \vee (q \wedge r)$
$= p \to (q \wedge r)$

所以等式成立。

2. $p \to (q \to r)$
$= (p \wedge q) \to r$

左式 $= \neg p \vee ()$
$= \neg p \vee \neg q \vee r$
$= (\neg p \vee \neg q) \vee r$
$= \neg (p \wedge q) \vee r$
$= (p \wedge q) \to r$

所以等式成立。

练习3 (证明以下等价式)

1. $((p \to q) \wedge (p \to r))$
$= p \to (q \wedge r)$

2. $p \to (q \to r)$
$= (p \wedge q) \to r$

$$\begin{aligned} \text{左式} &= (\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee r) \\ &= \neg p \vee (q \wedge r) \\ &= p \to (q \wedge r) \end{aligned}$$

所以等式成立。

$$\begin{aligned} \text{左式} &= \neg p \vee () \\ &= \neg p \vee \neg q \vee r \\ &= (\neg p \vee \neg q) \vee r \\ &= \neg (p \wedge q) \vee r \\ &= (p \wedge q) \to r \end{aligned}$$

所以等式成立。

练习3 (证明以下等价式)

1. $((p \to q) \wedge (p \to r))$
$= p \to (q \wedge r)$

左式 $= (\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee r)$
$= \neg p \vee (q \wedge r)$
$= p \to (q \wedge r)$

所以等式成立。

2. $p \to (q \to r)$
$= (p \wedge q) \to r$

左式 $= \neg p \vee ()$
$= \neg p \vee \neg q \vee r$
$= (\neg p \vee \neg q) \vee r$
$= \neg (p \wedge q) \vee r$
$= (p \wedge q) \to r$

所以等式成立。

练习3 (证明以下等价式)

1. $((p \to q) \wedge (p \to r))$
$= p \to (q \wedge r)$

左式 $= (\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee r)$
$= \neg p \vee (q \wedge r)$
$= p \to (q \wedge r)$

所以等式成立。

2. $p \to (q \to r)$
$= (p \wedge q) \to r$

左式 $= \neg p \vee (q \to r)$
$= \neg p \vee \neg q \vee r$
$= (\neg p \vee \neg q) \vee r$
$= \neg (p \wedge q) \vee r$
$= (p \wedge q) \to r$

所以等式成立。

练习3 (证明以下等价式)

1. $((p \to q) \wedge (p \to r))$
$= p \to (q \wedge r)$

左式 $= (\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee r)$
$= \neg p \vee (q \wedge r)$
$= p \to (q \wedge r)$

所以等式成立。

2. $p \to (q \to r)$
$= (p \wedge q) \to r$

左式 $= \neg p \vee (\neg q \vee r)$
$= \neg p \vee \neg q \vee r$
$= (\neg p \vee \neg q) \vee r$
$= \neg (p \wedge q) \vee r$
$= (p \wedge q) \to r$

所以等式成立。

练习3 (证明以下等价式)

1. $((p \to q) \wedge (p \to r))$
$= p \to (q \wedge r)$

左式 $= (\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee r)$
$= \neg p \vee (q \wedge r)$
$= p \to (q \wedge r)$

所以等式成立。

2. $p \to (q \to r)$
$= (p \wedge q) \to r$

左式 $= \neg p \vee (\neg q \vee r)$
$= \neg p \vee \neg q \vee r$
$= (\neg p \vee \neg q) \vee r$
$= \neg(p \wedge q) \vee r$
$= (p \wedge q) \to r$

所以等式成立。

练习3 (证明以下等价式)

1. $((p \to q) \wedge (p \to r))$
$= p \to (q \wedge r)$

左式 $= (\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee r)$
$= \neg p \vee (q \wedge r)$
$= p \to (q \wedge r)$

所以等式成立。

2. $p \to (q \to r)$
$= (p \wedge q) \to r$

左式 $= \neg p \vee (\neg q \vee r)$
$= \neg p \vee \neg q \vee r$
$= (\neg p \vee \neg q) \vee r$
$= \neg(p \wedge q) \vee r$
$= (p \wedge q) \to r$

所以等式成立。

练习3 (证明以下等价式)

1. $((p \to q) \wedge (p \to r))$
$= p \to (q \wedge r)$

左式 $= (\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee r)$
$= \neg p \vee (q \wedge r)$
$= p \to (q \wedge r)$

所以等式成立。

2. $p \to (q \to r)$
$= (p \wedge q) \to r$

左式 $= \neg p \vee (\neg q \vee r)$
$= \neg p \vee \neg q \vee r$
$= (\neg p \vee \neg q) \vee r$
$= \neg (p \wedge q) \vee r$
$= (p \wedge q) \to r$

所以等式成立。

练习3 (证明以下等价式)

1. $((p \to q) \wedge (p \to r))$
$= p \to (q \wedge r)$

左式 $= (\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee r)$
$= \neg p \vee (q \wedge r)$
$= p \to (q \wedge r)$

所以等式成立。

2. $p \to (q \to r)$
$= (p \wedge q) \to r$

左式 $= \neg p \vee (\neg q \vee r)$
$= \neg p \vee \neg q \vee r$
$= (\neg p \vee \neg q) \vee r$
$= \neg(p \wedge q) \vee r$
$= (p \wedge q) \to r$

所以等式成立。

练习3 (证明以下等价式)

1. $((p \to q) \wedge (p \to r))$
$= p \to (q \wedge r)$

左式 $= (\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee r)$
$= \neg p \vee (q \wedge r)$
$= p \to (q \wedge r)$

所以等式成立。

2. $p \to (q \to r)$
$= (p \wedge q) \to r$

左式 $= \neg p \vee (\neg q \vee r)$
$= \neg p \vee \neg q \vee r$
$= (\neg p \vee \neg q) \vee r$
$= \neg(p \wedge q) \vee r$
$= (p \wedge q) \to r$

所以等式成立。

例12 (将下面的程序简化)

If $A \wedge B$ then
If $B \vee C$ then
X
Else
Y
End

Else
If $A \wedge C$ then
Y
Else
X
End
End

作业2 (P16-6(1,3))

例12 (将下面的程序简化)

If $A \wedge B$ then
If $B \vee C$ then
X
Else
Y
End

Else
If $A \wedge C$ then
Y
Else
X
End
End

作业2 (P16-6(1,3))

定义12 (初等和与初等积)

- 初等和: 由有限个命题变元或其否定组成的析取式;
- 初等积: 由有限个命题变元或其否定组成的合取式;
- 0, 1既是初等和也还是初等积;

例13

- 设$A(p,q,r)=\neg p\vee q\vee r$, 则$A(p,q,r)$是初等和;
- 设$A(p,q,r)=p\wedge\neg q\wedge r$, 则$A(p,q,r)$是初等积;

定义12 (初等和与初等积)

- 初等和：由有限个命题变元或其否定组成的析取式；
- 初等积：由有限个命题变元或其否定组成的合取式；
- 0, 1既是初等和也还是初等积；单个变元或其否定既是初等和也是初等积

例13

定义12 (初等和与初等积)

- 初等和：由有限个命题变元或其否定组成的析取式；
- 初等积：由有限个命题变元或其否定组成的合取式；
- 0, 1既是初等和也还是初等积；单个变元或其否定既是初等和也是初等积

例13

定义12 (初等和与初等积)

- 初等和：由有限个命题变元或其否定组成的析取式；
- 初等积：由有限个命题变元或其否定组成的合取式；
- 0, 1既是初等和也还是初等积；单个变元或其否定既是初等和也是初等积

例13

定义12 (初等和与初等积)

- 初等和：由有限个命题变元或其否定组成的析取式；
- 初等积：由有限个命题变元或其否定组成的合取式；
- $0, 1$既是初等和也还是初等积；单个变元或其否定既是初等和也是初等积

例13

- $\neg p \wedge q, p \wedge \neg q \wedge \neg r, 0, 1, p, \neg q$ 初等积
- $\neg p \vee q, p \vee \neg q \vee \neg r, 0, 1, p, \neg q$ 初等和

定义12 (初等和与初等积)

- 初等和：由有限个命题变元或其否定组成的析取式；
- 初等积：由有限个命题变元或其否定组成的合取式；
- $0, 1$既是初等和也还是初等积；单个变元或其否定既是初等和也是初等积

例13

- $\neg p \wedge q, p \wedge \neg q \wedge \neg r, 0, 1, p, \neg q$ 初等积
- $\neg p \vee q, p \vee \neg q \vee \neg r, 0, 1, p, \neg q$ 初等和

定义12 (初等和与初等积)

- 初等和：由有限个命题变元或其否定组成的析取式；
- 初等积：由有限个命题变元或其否定组成的合取式；
- $0, 1$既是初等和也还是初等积；单个变元或其否定既是初等和也是初等积

例13

- $\neg p \wedge q, p \wedge \neg q \wedge \neg r, 0, 1, p, \neg q$ 初等积
- $\neg p \vee q, p \vee \neg q \vee \neg r, 0, 1, p, \neg q$ 初等和

定义12 (初等和与初等积)

- 初等和：由有限个命题变元或其否定组成的析取式；
- 初等积：由有限个命题变元或其否定组成的合取式；
- $0, 1$既是初等和也还是初等积；单个变元或其否定既是初等和也是初等积

例13

- $\neg p \wedge q, p \wedge \neg q \wedge \neg r, 0, 1, p, \neg q$ 初等积
- $\neg p \vee q, p \vee \neg q \vee \neg r, 0, 1, p, \neg q$ 初等和

定义12 (初等和与初等积)

- 初等和：由有限个命题变元或其否定组成的析取式；
- 初等积：由有限个命题变元或其否定组成的合取式；
- $0, 1$既是初等和也还是初等积；单个变元或其否定既是初等和也是初等积

例13

- $\neg p \wedge q, p \wedge \neg q \wedge \neg r, 0, 1, p, \neg q$ 初等积
- $\neg p \vee q, p \vee \neg q \vee \neg r, 0, 1, p, \neg q$ 初等和

定义12 (初等和与初等积)

- 初等和：由有限个命题变元或其否定组成的析取式；
- 初等积：由有限个命题变元或其否定组成的合取式；
- $0, 1$既是初等和也还是初等积；单个变元或其否定既是初等和也是初等积

例13

- $\neg p \wedge q, p \wedge \neg q \wedge \neg r, 0, 1, p, \neg q$ 初等积
- $\neg p \vee q, p \vee \neg q \vee \neg r, 0, 1, p, \neg q$ 初等和

定义13 (析取范式与合取范式)

- 析取范式: $A_1 \vee A_2 \vee \cdots \vee A_n$, 其中$A_i$是初等积;

  如$(\neg p \wedge q) \vee (q \wedge \neg r), (\neg p \wedge q) \vee \neg r$

- 合取范式: $A_1 \wedge A_2 \wedge \cdots \wedge A_n$, 其中$A_i$是初等和;

  如$(\neg p \vee q) \wedge (q \vee \neg r), (\neg p \vee r) \wedge \neg q$

$p \vee \neg q, \neg p \wedge q, 0, 1$ 析取范式、合取范式

练习4 (P25-1)

定义13 (析取范式与合取范式)

- 析取范式: $A_1 \vee A_2 \vee \cdots \vee A_n$，其中$A_i$是初等积;

  如$(\neg p \wedge q) \vee (q \wedge \neg r), (\neg p \wedge q) \vee \neg r$

- 合取范式: $A_1 \wedge A_2 \wedge \cdots \wedge A_n$，其中$A_i$是初等和;

  如$(\neg p \vee q) \wedge (q \vee \neg r), (\neg p \vee r) \wedge \neg q$

$p \vee \neg q, \neg p \wedge q, 0, 1$ 析取范式、合取范式

练习4 (P25-1)

定义13 (析取范式与合取范式)

- 析取范式: $A_1 \vee A_2 \vee \cdots \vee A_n$，其中$A_i$是初等积;

  如$(\neg p \wedge q) \vee (q \wedge \neg r), (\neg p \wedge q) \vee \neg r$

- 合取范式: $A_1 \wedge A_2 \wedge \cdots \wedge A_n$，其中$A_i$是初等和;

  如$(\neg p \vee q) \wedge (q \vee \neg r), (\neg p \vee r) \wedge \neg q$

$p \vee \neg q, \neg p \wedge q, 0, 1$ 析取范式、合取范式

练习4 (P25-1)

定义13 (析取范式与合取范式)

- 析取范式: $A_1 \vee A_2 \vee \cdots \vee A_n$，其中$A_i$是初等积;

  如$(\neg p \wedge q) \vee (q \wedge \neg r), (\neg p \wedge q) \vee \neg r$

- 合取范式: $A_1 \wedge A_2 \wedge \cdots \wedge A_n$，其中$A_i$是初等和;

  如$(\neg p \vee q) \wedge (q \vee \neg r), (\neg p \vee r) \wedge \neg q$

$p \vee \neg q, \neg p \wedge q, 0, 1$ 析取范式、合取范式

练习4 (P25-1)

定义13 (析取范式与合取范式)

- **析取范式**: $A_1 \vee A_2 \vee \cdots \vee A_n$，其中$A_i$是初等积;

  如$(\neg p \wedge q) \vee (q \wedge \neg r), (\neg p \wedge q) \vee \neg r$

- **合取范式**: $A_1 \wedge A_2 \wedge \cdots \wedge A_n$，其中$A_i$是初等和;

  如$(\neg p \vee q) \wedge (q \vee \neg r), (\neg p \vee r) \wedge \neg q$

$p \vee \neg q, \neg p \wedge q, 0, 1$ 析取范式、合取范式

练习4 (P25-1)

定义13 (析取范式与合取范式)

- 析取范式: $A_1 \vee A_2 \vee \cdots \vee A_n$，其中$A_i$是初等积;

  如$(\neg p \wedge q) \vee (q \wedge \neg r), (\neg p \wedge q) \vee \neg r$

- 合取范式: $A_1 \wedge A_2 \wedge \cdots \wedge A_n$，其中$A_i$是初等和;

  如$(\neg p \vee q) \wedge (q \vee \neg r), (\neg p \vee r) \wedge \neg q$

$p \vee \neg q, \neg p \wedge q, 0, 1$ 析取范式、合取范式

练习4 (P25-1)

定义13 (析取范式与合取范式)

- 析取范式: $A_1 \vee A_2 \vee \cdots \vee A_n$，其中$A_i$是初等积;

  如$(\neg p \wedge q) \vee (q \wedge \neg r), (\neg p \wedge q) \vee \neg r$

- 合取范式: $A_1 \wedge A_2 \wedge \cdots \wedge A_n$，其中$A_i$是初等和;

  如$(\neg p \vee q) \wedge (q \vee \neg r), (\neg p \vee r) \wedge \neg q$

$p \vee \neg q, \neg p \wedge q, 0, 1$ 析取范式、合取范式

练习4 (P25-1)

定理2 (任意命题公式都是存在与其等价的析取范式与合取范式。)

证明.

1. 消去连接词$\rightarrow, \leftrightarrow$

$$A \rightarrow B = \neg A \vee B、A \leftrightarrow B = (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$$

2. 将$\neg$移至命题变元前面

$$\neg\neg A = A,\ \neg(A \vee B) = \neg A \wedge \neg B,\ \neg(A \wedge B) = \neg A \vee \neg B$$

□

定理2 (任意命题公式都是存在与其等价的析取范式与合取范式。)

证明.

1. 消去连接词$\rightarrow, \leftrightarrow$

$$A \rightarrow B = \neg A \vee B、A \leftrightarrow B = (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$$

2. 将$\neg$移至命题变元前面

$$\neg\neg A = A,\ \neg(A \vee B) = \neg A \wedge \neg B,\ \neg(A \wedge B) = \neg A \vee \neg B$$

□

定理2 (任意命题公式都是存在与其等价的析取范式与合取范式。)

证明.

1. 消去连接词$\rightarrow, \leftrightarrow$

$$A \rightarrow B = \neg A \vee B、A \leftrightarrow B = (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$$

2. 将$\neg$移至命题变元前面

$$\neg\neg A = A,\ \neg(A \vee B) = \neg A \wedge \neg B,\ \neg(A \wedge B) = \neg A \vee \neg B$$

□

定理2 (任意命题公式都是存在与其等价的析取范式与合取范式。)

证明.

1. 消去连接词$\rightarrow, \leftrightarrow$

$$A \rightarrow B = \neg A \vee B、A \leftrightarrow B = (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$$

2. 将$\neg$移至命题变元前面

$$\neg\neg A = A,\ \neg(A \vee B) = \neg A \wedge \neg B,\ \neg(A \wedge B) = \neg A \vee \neg B$$

□

定理2 (任意命题公式都是存在与其等价的析取范式与合取范式。)

证明.

1. 消去连接词$\rightarrow, \leftrightarrow$

$$A \rightarrow B = \neg A \vee B、A \leftrightarrow B = (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$$

2. 将$\neg$移至命题变元前面

$$\neg\neg A = A,\ \neg(A \vee B) = \neg A \wedge \neg B,\ \neg(A \wedge B) = \neg A \vee \neg B$$

□

定理2 (任意命题公式都是存在与其等价的析取范式与合取范式。)

证明.

1. 消去连接词$\rightarrow, \leftrightarrow$

$$A \rightarrow B = \neg A \vee B、A \leftrightarrow B = (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$$

2. 将$\neg$移至命题变元前面

$$\neg\neg A = A,\ \neg(A \vee B) = \neg A \wedge \neg B,\ \neg(A \wedge B) = \neg A \vee \neg B$$

□

3 采用适当的分配率

- 要求析取范式，则采用∧对∨的分配律

$$A \wedge (B \vee C) = (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$$

- 要求合取范式，则采用∨对∧的分配律

$$A \vee (B \wedge C) = (A \vee B) \wedge (A \vee C)$$

例14

求$(p \to q) \leftrightarrow r$的析取范式与合取范式。

3 采用适当的分配率

- 要求析取范式，则采用∧对∨的分配律

$$A \wedge (B \vee C) = (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$$

- 要求合取范式，则采用∨对∧的分配律

$$A \vee (B \wedge C) = (A \vee B) \wedge (A \vee C)$$

例14

求$(p \rightarrow q) \leftrightarrow r$的析取范式与合取范式。

3 采用适当的分配率

- 要求析取范式，则采用∧对∨的分配律

$$A \wedge (B \vee C) = (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$$

- 要求合取范式，则采用∨对∧的分配律

$$A \vee (B \wedge C) = (A \vee B) \wedge (A \vee C)$$

例14

求$(p \rightarrow q) \leftrightarrow r$的析取范式与合取范式。

3 采用适当的分配率

- 要求析取范式，则采用∧对∨的分配律

$$A \wedge (B \vee C) = (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$$

- 要求合取范式，则采用∨对∧的分配律

$$A \vee (B \wedge C) = (A \vee B) \wedge (A \vee C)$$

例14

求$(p \rightarrow q) \leftrightarrow r$的析取范式与合取范式。

3 采用适当的分配率

- 要求析取范式，则采用∧对∨的分配律

$$A \wedge (B \vee C) = (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$$

- 要求合取范式，则采用∨对∧的分配律

$$A \vee (B \wedge C) = (A \vee B) \wedge (A \vee C)$$

例 14

求$(p \to q) \leftrightarrow r$的析取范式与合取范式。

3 采用适当的分配率

- 要求析取范式，则采用∧对∨的分配律

$$A \wedge (B \vee C) = (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$$

- 要求合取范式，则采用∨对∧的分配律

$$A \vee (B \wedge C) = (A \vee B) \wedge (A \vee C)$$

例14

求$(p \to q) \leftrightarrow r$的析取范式与合取范式。

练习5（求$(\neg p \to q) \to (\neg q \vee p)$的析取范式和合取范式。）

解：

$$
\begin{aligned}
&(\neg p \to q) \to (\neg q \vee p) \\
=&\neg(p \vee q) \vee (\neg q \vee p) \\
=&(\neg p \wedge \neg q) \vee \neg q \vee p \\
=&\neg q \vee p \\
=&p \vee \neg q
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&(\neg p \to q) \to (\neg q \vee p) \\
=&\neg(p \vee q) \vee (\neg q \vee p) \\
=&(\neg p \wedge \neg q) \vee (\neg q \vee p) \\
=&(\neg p \vee \neg q \vee p) \wedge (\neg q \vee \neg q \vee p) \\
=&\neg q \vee p \\
=&p \vee \neg q
\end{aligned}
$$

练习5（求$(\neg p \to q) \to (\neg q \vee p)$的析取范式和合取范式。）

解：

$$
\begin{aligned}
&(\neg p \to q) \to (\neg q \vee p) \\
=&\neg(p \vee q) \vee (\neg q \vee p) \\
=&(\neg p \wedge \neg q) \vee \neg q \vee p \\
=&\neg q \vee p \\
=&p \vee \neg q
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&(\neg p \to q) \to (\neg q \vee p) \\
=&\neg(p \vee q) \vee (\neg q \vee p) \\
=&(\neg p \wedge \neg q) \vee (\neg q \vee p) \\
=&(\neg p \vee \neg q \vee p) \wedge (\neg q \vee \neg q \vee p) \\
=&\neg q \vee p \\
=&p \vee \neg q
\end{aligned}
$$

练习5（求$(\neg p \to q) \to (\neg q \vee p)$的析取范式和合取范式。）

解：

$$
\begin{aligned}
&(\neg p \to q) \to (\neg q \vee p) \\
=&\neg(p \vee q) \vee (\neg q \vee p) \\
=&(\neg p \wedge \neg q) \vee \neg q \vee p \\
=&\neg q \vee p \\
=&p \vee \neg q
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&(\neg p \to q) \to (\neg q \vee p) \\
=&\neg(p \vee q) \vee (\neg q \vee p) \\
=&(\neg p \wedge \neg q) \vee (\neg q \vee p) \\
=&(\neg p \vee \neg q \vee p) \wedge (\neg q \vee \neg q \vee p) \\
=&\neg q \vee p \\
=&p \vee \neg q
\end{aligned}
$$

练习5（求$(\neg p \to q) \to (\neg q \vee p)$的析取范式和合取范式。）

解：

$$
\begin{aligned}
&(\neg p \to q) \to (\neg q \vee p) \\
=&\neg(p \vee q) \vee (\neg q \vee p) \\
=&(\neg p \wedge \neg q) \vee \neg q \vee p \\
=&\neg q \vee p \\
=&p \vee \neg q
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&(\neg p \to q) \to (\neg q \vee p) \\
=&\neg(p \vee q) \vee (\neg q \vee p) \\
=&(\neg p \wedge \neg q) \vee (\neg q \vee p) \\
=&(\neg p \vee \neg q \vee p) \wedge (\neg q \vee \neg q \vee p) \\
=&\neg q \vee p \\
=&p \vee \neg q
\end{aligned}
$$

练习5（求$(\neg p \to q) \to (\neg q \vee p)$的析取范式和合取范式。）

解：

$$
\begin{aligned}
&(\neg p \to q) \to (\neg q \vee p) \\
=&\neg(p \vee q) \vee (\neg q \vee p) \\
=&(\neg p \wedge \neg q) \vee \neg q \vee p \\
=&\neg q \vee p \\
=&p \vee \neg q
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&(\neg p \to q) \to (\neg q \vee p) \\
=&\neg(p \vee q) \vee (\neg q \vee p) \\
=&(\neg p \wedge \neg q) \vee (\neg q \vee p) \\
=&(\neg p \vee \neg q \vee p) \wedge (\neg q \vee \neg q \vee p) \\
=&\neg q \vee p \\
=&p \vee \neg q
\end{aligned}
$$

练习5（求$(\neg p \to q) \to (\neg q \vee p)$的析取范式和合取范式。）

解：

$$
\begin{aligned}
&(\neg p \to q) \to (\neg q \vee p) \\
=&\neg(p \vee q) \vee (\neg q \vee p) \\
=&(\neg p \wedge \neg q) \vee \neg q \vee p \\
=&\neg q \vee p \\
=&p \vee \neg q
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&(\neg p \to q) \to (\neg q \vee p) \\
=&\neg(p \vee q) \vee (\neg q \vee p) \\
=&(\neg p \wedge \neg q) \vee (\neg q \vee p) \\
=&(\neg p \vee \neg q \vee p) \wedge (\neg q \vee \neg q \vee p) \\
=&\neg q \vee p \\
=&p \vee \neg q
\end{aligned}
$$

练习5（求$(\neg p \to q) \to (\neg q \vee p)$的析取范式和合取范式。）

解：

$$
\begin{aligned}
&(\neg p \to q) \to (\neg q \vee p) \\
=&\neg(p \vee q) \vee (\neg q \vee p) \\
=&(\neg p \wedge \neg q) \vee \neg q \vee p \\
=&\neg q \vee p \\
=&p \vee \neg q
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&(\neg p \to q) \to (\neg q \vee p) \\
=&\neg(p \vee q) \vee (\neg q \vee p) \\
=&(\neg p \wedge \neg q) \vee (\neg q \vee p) \\
=&(\neg p \vee \neg q \vee p) \wedge (\neg q \vee \neg q \vee p) \\
=&\neg q \vee p \\
=&p \vee \neg q
\end{aligned}
$$

练习5（求$(\neg p \to q) \to (\neg q \vee p)$的析取范式和合取范式。）

解：

$$
\begin{aligned}
&(\neg p \to q) \to (\neg q \vee p) \\
=&\neg(p \vee q) \vee (\neg q \vee p) \\
=&(\neg p \wedge \neg q) \vee \neg q \vee p \\
=&\neg q \vee p \\
=&p \vee \neg q
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&(\neg p \to q) \to (\neg q \vee p) \\
=&\neg(p \vee q) \vee (\neg q \vee p) \\
=&(\neg p \wedge \neg q) \vee (\neg q \vee p) \\
=&(\neg p \vee \neg q \vee p) \wedge (\neg q \vee \neg q \vee p) \\
=&\neg q \vee p \\
=&p \vee \neg q
\end{aligned}
$$

练习5（求$(\neg p \to q) \to (\neg q \vee p)$的析取范式和合取范式。）

解：

$$
\begin{aligned}
&(\neg p \to q) \to (\neg q \vee p) \\
=&\neg(p \vee q) \vee (\neg q \vee p) \\
=&(\neg p \wedge \neg q) \vee \neg q \vee p \\
=&\neg q \vee p \\
=&p \vee \neg q
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&(\neg p \to q) \to (\neg q \vee p) \\
=&\neg(p \vee q) \vee (\neg q \vee p) \\
=&(\neg p \wedge \neg q) \vee (\neg q \vee p) \\
=&(\neg p \vee \neg q \vee p) \wedge (\neg q \vee \neg q \vee p) \\
=&\neg q \vee p \\
=&p \vee \neg q
\end{aligned}
$$

练习5（求$(\neg p \to q) \to (\neg q \vee p)$的析取范式和合取范式。）

解：

$$
\begin{aligned}
&(\neg p \to q) \to (\neg q \vee p) \\
=&\neg(p \vee q) \vee (\neg q \vee p) \\
=&(\neg p \wedge \neg q) \vee \neg q \vee p \\
=&\neg q \vee p \\
=&p \vee \neg q
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&(\neg p \to q) \to (\neg q \vee p) \\
=&\neg(p \vee q) \vee (\neg q \vee p) \\
=&(\neg p \wedge \neg q) \vee (\neg q \vee p) \\
=&(\neg p \vee \neg q \vee p) \wedge (\neg q \vee \neg q \vee p) \\
=&\neg q \vee p \\
=&p \vee \neg q
\end{aligned}
$$

练习5（求$(\neg p \to q) \to (\neg q \vee p)$的析取范式和合取范式。）

解：

$$
\begin{aligned}
&(\neg p \to q) \to (\neg q \vee p) \\
=&\neg(p \vee q) \vee (\neg q \vee p) \\
=&(\neg p \wedge \neg q) \vee \neg q \vee p \\
=&\neg q \vee p \\
=&p \vee \neg q
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&(\neg p \to q) \to (\neg q \vee p) \\
=&\neg(p \vee q) \vee (\neg q \vee p) \\
=&(\neg p \wedge \neg q) \vee (\neg q \vee p) \\
=&(\neg p \vee \neg q \vee p) \wedge (\neg q \vee \neg q \vee p) \\
=&\neg q \vee p \\
=&p \vee \neg q
\end{aligned}
$$

练习5（求$(\neg p \to q) \to (\neg q \vee p)$的析取范式和合取范式。）

解：

$$
\begin{aligned}
&(\neg p \to q) \to (\neg q \vee p) \\
=&\neg(p \vee q) \vee (\neg q \vee p) \\
=&(\neg p \wedge \neg q) \vee \neg q \vee p \\
=&\neg q \vee p \\
=&p \vee \neg q
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&(\neg p \to q) \to (\neg q \vee p) \\
=&\neg(p \vee q) \vee (\neg q \vee p) \\
=&(\neg p \wedge \neg q) \vee (\neg q \vee p) \\
=&(\neg p \vee \neg q \vee p) \wedge (\neg q \vee \neg q \vee p) \\
=&\neg q \vee p \\
=&p \vee \neg q
\end{aligned}
$$

定义14（最小项）

如果在命题变元$p_1, \cdots, p_n$组成的初等积中，

- 每个变元或其否定出现且仅出现一个；
- 各个变元按照其字母或下标次序排列；

则称该初等积为$p_1, \cdots, p_n$的最小项。

例15（设A是包含变元p, q的命题公式，判断其是否是最小项？）

定义14（最小项）

如果在命题变元$p_1, \cdots, p_n$组成的初等积中，

- 每个变元或其否定出现且仅出现一个；
- 各个变元按照其字母或下标次序排列；

则称该初等积为$p_1, \cdots, p_n$的最小项。

例15（设A是包含变元p, q的命题公式，判断其是否是最小项？）

定义14（最小项）

如果在命题变元$p_1, \cdots, p_n$组成的初等积中，

- 每个变元或其否定出现且仅出现一个；
- 各个变元按照其字母或下标次序排列；

则称该初等积为$p_1, \cdots, p_n$的最小项。

例15（设A是包含变元p, q的命题公式，判断其是否是最小项？）

定义14（最小项）

如果在命题变元$p_1, \cdots, p_n$组成的初等积中，

- 每个变元或其否定出现且仅出现一个；
- 各个变元按照其字母或下标次序排列；

则称该初等积为$p_1, \cdots, p_n$的**最小项**。

例15（设A是包含变元p, q的命题公式，判断其是否是最小项？）

- $A = p \vee \neg q$, $A = \neg p \wedge p \wedge q$, $A = \neg q \wedge p$
- $A = p \wedge q$, $A = \neg p \wedge \neg q$

定义14（最小项）

如果在命题变元$p_1, \cdots, p_n$组成的初等积中，

- 每个变元或其否定出现且仅出现一个；
- 各个变元按照其字母或下标次序排列；

则称该初等积为$p_1, \cdots, p_n$的最小项。

例15（设A是包含变元p, q的命题公式，判断其是否是最小项？）

- $A = p \vee \neg q, A = \neg p \wedge p \wedge q, A = \neg q \wedge p$ 不是
- $A = p \wedge q, A = \neg p \wedge \neg q$ 是

n个命题变元可以构成2^n个最小项。

定义14（最小项）

如果在命题变元$p_1, \cdots, p_n$组成的初等积中，

- 每个变元或其否定出现且仅出现一个；
- 各个变元按照其字母或下标次序排列；

则称该初等积为$p_1, \cdots, p_n$的最小项。

例15（设A是包含变元p, q的命题公式，判断其是否是最小项？）

- $A = p \vee \neg q, A = \neg p \wedge p \wedge q, A = \neg q \wedge p$ 不是
- $A = p \wedge q, A = \neg p \wedge \neg q$ 是

n个命题变元可以构成2^n个最小项。

定义14（最小项）

如果在命题变元$p_1, \cdots, p_n$组成的初等积中，

- 每个变元或其否定出现且仅出现一个；
- 各个变元按照其字母或下标次序排列；

则称该初等积为$p_1, \cdots, p_n$的最小项。

例15（设A是包含变元p, q的命题公式，判断其是否是最小项？）

- $A = p \vee \neg q, A = \neg p \wedge p \wedge q, A = \neg q \wedge p$ 不是
- $A = p \wedge q, A = \neg p \wedge \neg q$ 是

n个命题变元可以构成2^n个最小项。

定义14（最小项）

如果在命题变元$p_1, \cdots, p_n$组成的初等积中，

- 每个变元或其否定出现且仅出现一个；
- 各个变元按照其字母或下标次序排列；

则称该初等积为$p_1, \cdots, p_n$的最小项。

例15（设A是包含变元p, q的命题公式，判断其是否是最小项？）

- $A = p \vee \neg q, A = \neg p \wedge p \wedge q, A = \neg q \wedge p$ 不是
- $A = p \wedge q, A = \neg p \wedge \neg q$ 是

n个命题变元可以构成2^n个最小项。

例16 (列出命题变元p, q形成的所有最小项)

p	q	$\neg p \wedge \neg q$	$\neg p \wedge q$	$p \wedge \neg q$	$p \wedge q$
0	0	1	0	0	0
0	1	0	1	0	0
1	0	0	0	1	0
1	1	0	0	0	1

例16 (列出命题变元p, q形成的所有最小项)

p	q	$\neg p \wedge \neg q$	$\neg p \wedge q$	$p \wedge \neg q$	$p \wedge q$
0	0	1	0	0	0
0	1	0	1	0	0
1	0	0	0	1	0
1	1	0	0	0	1

例16 (列出命题变元p, q形成的所有最小项)

p	q	$\neg p \wedge \neg q$	$\neg p \wedge q$	$p \wedge \neg q$	$p \wedge q$
0	0	1	0	0	0
0	1	0	1	0	0
1	0	0	0	1	0
1	1	0	0	0	1

例16 (列出命题变元p, q形成的所有最小项)

p	q	$\neg p \wedge \neg q$	$\neg p \wedge q$	$p \wedge \neg q$	$p \wedge q$
0	0	1	0	0	0
0	1	0	1	0	0
1	0	0	0	1	0
1	1	0	0	0	1

例16 (列出命题变元p, q形成的所有最小项)

p	q	$\neg p \wedge \neg q$	$\neg p \wedge q$	$p \wedge \neg q$	$p \wedge q$
0	0	1	0	0	0
0	1	0	1	0	0
1	0	0	0	1	0
1	1	0	0	0	1

例16 (列出命题变元p, q形成的所有最小项)

p	q	$\neg p \wedge \neg q$	$\neg p \wedge q$	$p \wedge \neg q$	$p \wedge q$
0	0	1	0	0	0
0	1	0	1	0	0
1	0	0	0	1	0
1	1	0	0	0	1

例16 (列出命题变元p, q形成的所有最小项)

p	q	$\neg p \wedge \neg q$	$\neg p \wedge q$	$p \wedge \neg q$	$p \wedge q$
0	0	1	0	0	0
0	1	0	1	0	0
1	0	0	0	1	0
1	1	0	0	0	1

例16 (列出命题变元p, q形成的所有最小项)

p	q	$\neg p \wedge \neg q$	$\neg p \wedge q$	$p \wedge \neg q$	$p \wedge q$
0	0	1	0	0	0
0	1	0	1	0	0
1	0	0	0	1	0
1	1	0	0	0	1

例16 (列出命题变元p, q形成的所有最小项)

p	q	$\neg p \wedge \neg q$	$\neg p \wedge q$	$p \wedge \neg q$	$p \wedge q$
0	0	1	0	0	0
0	1	0	1	0	0
1	0	0	0	1	0
1	1	0	0	0	1

例16 (列出命题变元p, q形成的所有最小项)

p	q	$\neg p \wedge \neg q$	$\neg p \wedge q$	$p \wedge \neg q$	$p \wedge q$
0	0	1	0	0	0
0	1	0	1	0	0
1	0	0	0	1	0
1	1	0	0	0	1

例16 (列出命题变元p, q形成的所有最小项)

p	q	$\neg p \wedge \neg q$	$\neg p \wedge q$	$p \wedge \neg q$	$p \wedge q$
0	0	1	0	0	0
0	1	0	1	0	0
1	0	0	0	1	0
1	1	0	0	0	1

定理3 (最小项的性质)

1. 每个最小项只有一个成真赋值
2. 最小项的编码：唯一的成真赋值作为该最小项的编码

   $\neg p \wedge \neg q$: m_{00}; $\neg p \wedge q$: m_{01};

   $p \wedge \neg q$: m_{10}; $p \wedge q$: m_{11};

   变元: 1;　　变元的否定: 0
3. $m_i \wedge m_j = 0$ 不同最小项的合取永假;
4. $m_{00} \vee m_{01} \vee m_{10} \vee m_{11} = 1$ 所有最小项的析取永真;

定理3 (最小项的性质)

1. 每个最小项只有一个成真赋值
2. 最小项的编码：唯一的成真赋值作为该最小项的编码

   $\neg p \wedge \neg q$: m_{00}; $\neg p \wedge q$: m_{01};

   $p \wedge \neg q$: m_{10}; $p \wedge q$: m_{11};

   变元: 1; 变元的否定: 0
3. $m_i \wedge m_j = 0$ 不同最小项的合取永假;
4. $m_{00} \vee m_{01} \vee m_{10} \vee m_{11} = 1$ 所有最小项的析取永真;

定理3 (最小项的性质)

1. 每个最小项只有一个成真赋值
2. 最小项的编码：唯一的成真赋值作为该最小项的编码

   $\neg p \wedge \neg q$: m_{00}; $\neg p \wedge q$: m_{01};

   $p \wedge \neg q$: m_{10}; $p \wedge q$: m_{11};

   变元: 1;　变元的否定: 0
3. $m_i \wedge m_j = 0$ 不同最小项的合取永假;
4. $m_{00} \vee m_{01} \vee m_{10} \vee m_{11} = 1$ 所有最小项的析取永真;

定理3 (最小项的性质)

1. 每个最小项只有一个成真赋值
2. 最小项的编码：唯一的成真赋值作为该最小项的编码

   $\neg p \wedge \neg q$: m_{00}; $\neg p \wedge q$: m_{01};

   $p \wedge \neg q$: m_{10}; $p \wedge q$: m_{11};

   变元: 1;　变元的否定: 0
3. $m_i \wedge m_j = 0$ 不同最小项的合取永假;
4. $m_{00} \vee m_{01} \vee m_{10} \vee m_{11} = 1$ 所有最小项的析取永真;

定理3 (最小项的性质)

1. 每个最小项只有一个成真赋值
2. 最小项的编码：唯一的成真赋值作为该最小项的编码

   $\neg p \wedge \neg q$：m_{00}；$\neg p \wedge q$：m_{01}；

   $p \wedge \neg q$：m_{10}；$p \wedge q$：m_{11}；

   变元：1；　变元的否定：0
3. $m_i \wedge m_j = 0$ 不同最小项的合取永假；
4. $m_{00} \vee m_{01} \vee m_{10} \vee m_{11} = 1$ 所有最小项的析取永真；

定理3 (最小项的性质)

1. 每个最小项只有一个成真赋值
2. 最小项的编码：唯一的成真赋值作为该最小项的编码

   $\neg p \wedge \neg q$：m_{00}；$\neg p \wedge q$：m_{01}；

   $p \wedge \neg q$：m_{10}；$p \wedge q$：m_{11}；

   变元：1；　变元的否定：0
3. $m_i \wedge m_j = 0$ 不同最小项的合取永假；
4. $m_{00} \vee m_{01} \vee m_{10} \vee m_{11} = 1$ 所有最小项的析取永真；

定理3 (最小项的性质)

1. 每个最小项只有一个成真赋值
2. 最小项的编码：唯一的成真赋值作为该最小项的编码

   $\neg p \wedge \neg q$：m_{00}；$\neg p \wedge q$：m_{01}；

   $p \wedge \neg q$：m_{10}；$p \wedge q$：m_{11}；

   变元：1；　变元的否定：0
3. $m_i \wedge m_j = 0$ 不同最小项的合取永假；
4. $m_{00} \vee m_{01} \vee m_{10} \vee m_{11} = 1$ 所有最小项的析取永真；

定理3 (最小项的性质)

1. 每个最小项只有一个成真赋值
2. 最小项的编码：唯一的成真赋值作为该最小项的编码

   $\neg p \wedge \neg q$：m_{00}；$\neg p \wedge q$：m_{01}；

   $p \wedge \neg q$：m_{10}；$p \wedge q$：m_{11}；

   变元：1；　变元的否定：0
3. $m_i \wedge m_j = 0$ 不同最小项的合取永假；
4. $m_{00} \vee m_{01} \vee m_{10} \vee m_{11} = 1$ 所有最小项的析取永真；

定理3 (最小项的性质)

1. 每个最小项只有一个成真赋值
2. 最小项的编码：唯一的成真赋值作为该最小项的编码

   $\neg p \wedge \neg q$：m_{00}；$\neg p \wedge q$：m_{01}；

   $p \wedge \neg q$：m_{10}；$p \wedge q$：m_{11}；

   变元：1；　变元的否定：0
3. $m_i \wedge m_j = 0$ 不同最小项的合取永假；
4. $m_{00} \vee m_{01} \vee m_{10} \vee m_{11} = 1$ 所有最小项的析取永真；

定理3 (最小项的性质)

1. 每个最小项只有一个成真赋值
2. 最小项的编码：唯一的成真赋值作为该最小项的编码

   $\neg p \wedge \neg q$：m_{00}；$\neg p \wedge q$：m_{01}；

   $p \wedge \neg q$：m_{10}；$p \wedge q$：m_{11}；

   变元：1；　变元的否定：0
3. $m_i \wedge m_j = 0$ 不同最小项的合取永假；
4. $m_{00} \vee m_{01} \vee m_{10} \vee m_{11} = 1$ 所有最小项的析取永真；

定理3 (最小项的性质)

1. 每个最小项只有一个成真赋值
2. 最小项的编码：唯一的成真赋值作为该最小项的编码

   $\neg p \wedge \neg q$：m_{00}；$\neg p \wedge q$：m_{01}；

   $p \wedge \neg q$：m_{10}；$p \wedge q$：m_{11}；

   变元：1；　变元的否定：0
3. $m_i \wedge m_j = 0$ 不同最小项的合取永假；
4. $m_{00} \vee m_{01} \vee m_{10} \vee m_{11} = 1$ 所有最小项的析取永真；

定理3 (最小项的性质)

1. 每个最小项只有一个成真赋值
2. 最小项的编码：唯一的成真赋值作为该最小项的编码

   $\neg p \wedge \neg q$：m_{00}；$\neg p \wedge q$：m_{01}；

   $p \wedge \neg q$：m_{10}；$p \wedge q$：m_{11}；

   变元：1；　变元的否定：0
3. $m_i \wedge m_j = 0$ 不同最小项的合取永假；
4. $m_{00} \vee m_{01} \vee m_{10} \vee m_{11} = 1$ 所有最小项的析取永真；

定理3 (最小项的性质)

1. 每个最小项只有一个成真赋值
2. 最小项的编码：唯一的成真赋值作为该最小项的编码

   $\neg p \wedge \neg q$：m_{00}；$\neg p \wedge q$：m_{01}；

   $p \wedge \neg q$：m_{10}；$p \wedge q$：m_{11}；

   变元：1；　变元的否定：0
3. $m_i \wedge m_j = 0$ 不同最小项的合取永假；
4. $m_{00} \vee m_{01} \vee m_{10} \vee m_{11} = 1$ 所有最小项的析取永真；

定理3 (最小项的性质)

1. 每个最小项只有一个成真赋值
2. 最小项的编码：唯一的成真赋值作为该最小项的编码

   $\neg p \wedge \neg q$：m_{00}；$\neg p \wedge q$：m_{01}；

   $p \wedge \neg q$：m_{10}；$p \wedge q$：m_{11}；

   变元：1；　变元的否定：0
3. $m_i \wedge m_j = 0$ 不同最小项的合取永假；
4. $m_{00} \vee m_{01} \vee m_{10} \vee m_{11} = 1$ 所有最小项的析取永真；

定理3 (最小项的性质)

1. 每个最小项只有一个成真赋值
2. 最小项的编码：唯一的成真赋值作为该最小项的编码

   $\neg p \wedge \neg q$：m_{00}；$\neg p \wedge q$：m_{01}；

   $p \wedge \neg q$：m_{10}；$p \wedge q$：m_{11}；

   变元：1；　变元的否定：0
3. $m_i \wedge m_j = 0$ 不同最小项的合取永假；
4. $m_{00} \vee m_{01} \vee m_{10} \vee m_{11} = 1$ 所有最小项的析取永真；

定义15 (标准析取范式)

在析取范式中，如果

- 每个初等积都是最小项；
- 最小项按下标递增排列

则称该析取范式为标准析取范式。

定义15 (标准析取范式)

在析取范式中，如果

- 每个初等积都是最小项；
- 最小项按下标递增排列

则称该析取范式为标准析取范式。

定义15 (标准析取范式)

在析取范式中，如果

- 每个初等积都是最小项；
- 最小项按下标递增排列

则称该析取范式为标准析取范式。

定义15 (标准析取范式)

在析取范式中，如果

- 每个初等积都是最小项；
- 最小项按下标递增排列

则称该析取范式为标准析取范式。

定义15 (标准析取范式)

在析取范式中，如果

- 每个初等积都是最小项；
- 最小项按下标递增排列

则称该析取范式为**标准析取范式**。

标准析取范式的求法：

1. 将命题公式化为析取范式；
   1. 去除$\leftrightarrow, \rightarrow$；
   2. 把$\neg$移至变元前；
   3. 利用$\wedge$对$\vee$的分配率；
2. 消去重复出现的命题变元、最小项以及永假式；
3. 用单位律和否定律补足未出现的命题变元：

$p = p \wedge 1 = p \wedge (q \vee \neg q) = (p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q)$

例17（求$(p \rightarrow q) \leftrightarrow r$的标准析取范式）

标准析取范式的求法：

1. 将命题公式化为析取范式；
   1. 去除$\leftrightarrow, \rightarrow$；
   2. 把$\neg$移至变元前；
   3. 利用$\wedge$对$\vee$的分配率；
2. 消去重复出现的命题变元、最小项以及永假式；
3. 用单位律和否定律补足未出现的命题变元：

$p = p \wedge 1 = p \wedge (q \vee \neg q) = (p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q)$

例17（求$(p \rightarrow q) \leftrightarrow r$的标准析取范式）

标准析取范式的求法：

1. 将命题公式化为析取范式；
   1. 去除$\leftrightarrow, \rightarrow$；
   2. 把$\neg$移至变元前；
   3. 利用$\wedge$对$\vee$的分配率；
2. 消去重复出现的命题变元、最小项以及永假式；
3. 用单位律和否定律补足未出现的命题变元：

$p = p \wedge 1 = p \wedge (q \vee \neg q) = (p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q)$

例17（求$(p \rightarrow q) \leftrightarrow r$的标准析取范式）

标准析取范式的求法：

1. 将命题公式化为析取范式；
   1. 去除$\leftrightarrow, \rightarrow$；
   2. 把$\neg$移至变元前；
   3. 利用$\wedge$对$\vee$的分配率；
2. 消去重复出现的命题变元、最小项以及永假式；
3. 用单位律和否定律补足未出现的命题变元：

$p = p \wedge 1 = p \wedge (q \vee \neg q) = (p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q)$

例17（求$(p \rightarrow q) \leftrightarrow r$的标准析取范式）

标准析取范式的求法：

1. 将命题公式化为析取范式；
   1. 去除$\leftrightarrow, \rightarrow$；
   2. 把$\neg$移至变元前；
   3. 利用$\wedge$对$\vee$的分配率；
2. 消去重复出现的命题变元、最小项以及永假式；
3. 用单位律和否定律补足未出现的命题变元：

$p = p \wedge 1 = p \wedge (q \vee \neg q) = (p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q)$

例17（求$(p \rightarrow q) \leftrightarrow r$的标准析取范式）

标准析取范式的求法：

1. 将命题公式化为析取范式；
   1. 去除$\leftrightarrow, \rightarrow$；
   2. 把$\neg$移至变元前；
   3. 利用$\wedge$对$\vee$的分配率；
2. 消去重复出现的命题变元、最小项以及永假式；
3. 用单位律和否定律补足未出现的命题变元：

$p = p \wedge 1 = p \wedge (q \vee \neg q) = (p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q)$

例17（求$(p \rightarrow q) \leftrightarrow r$的标准析取范式）

标准析取范式的求法：

1. 将命题公式化为析取范式；
   1. 去除$\leftrightarrow, \rightarrow$；
   2. 把$\neg$移至变元前；
   3. 利用$\wedge$对$\vee$的分配率；
2. 消去重复出现的命题变元、最小项以及永假式；
3. 用单位律和否定律补足未出现的命题变元：

$p = p \wedge 1 = p \wedge (q \vee \neg q) = (p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q)$

例17（求$(p \rightarrow q) \leftrightarrow r$的标准析取范式）

标准析取范式的求法：

1. 将命题公式化为析取范式；
   1. 去除$\leftrightarrow, \rightarrow$；
   2. 把$\neg$移至变元前；
   3. 利用$\wedge$对$\vee$的分配率；
2. 消去重复出现的命题变元、最小项以及永假式；
3. 用单位律和否定律补足未出现的命题变元：

$p = p \wedge 1 = p \wedge (q \vee \neg q) = (p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q)$

例17（求$(p \rightarrow q) \leftrightarrow r$的标准析取范式）

标准析取范式的求法：

1. 将命题公式化为析取范式；
   1. 去除$\leftrightarrow, \rightarrow$；
   2. 把$\neg$移至变元前；
   3. 利用$\wedge$对$\vee$的分配率；
2. 消去重复出现的命题变元、最小项以及永假式；
3. 用单位律和否定律补足未出现的命题变元：

$p = p \wedge 1 = p \wedge (q \vee \neg q) = (p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q)$

例17（求$(p \rightarrow q) \leftrightarrow r$的标准析取范式）

标准析取范式的求法：

1. 将命题公式化为析取范式；
   1. 去除$\leftrightarrow, \rightarrow$；
   2. 把$\neg$移至变元前；
   3. 利用$\wedge$对$\vee$的分配率；
2. 消去重复出现的命题变元、最小项以及永假式；
3. 用单位律和否定律补足未出现的命题变元：

$p = p \wedge 1 = p \wedge (q \vee \neg q) = (p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q)$

例17（求$(p \rightarrow q) \leftrightarrow r$的标准析取范式）

标准析取范式的求法：

1. 将命题公式化为析取范式；
   1. 去除$\leftrightarrow, \rightarrow$；
   2. 把$\neg$移至变元前；
   3. 利用$\wedge$对$\vee$的分配率；
2. 消去重复出现的命题变元、最小项以及永假式；
3. 用单位律和否定律补足未出现的命题变元：

$p = p \wedge 1 = p \wedge (q \vee \neg q) = (p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q)$

例17（求$(p \rightarrow q) \leftrightarrow r$的标准析取范式）

标准析取范式的求法：

1. 将命题公式化为析取范式；
   1. 去除$\leftrightarrow, \rightarrow$；
   2. 把$\neg$移至变元前；
   3. 利用$\wedge$对$\vee$的分配率；
2. 消去重复出现的命题变元、最小项以及永假式；
3. 用单位律和否定律补足未出现的命题变元：

$p = p \wedge 1 = p \wedge (q \vee \neg q) = (p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q)$

例17 (求$(p \rightarrow q) \leftrightarrow r$的标准析取范式)

练习6 (求$(\neg p \to q) \to (\neg q \vee p)$的标准析取范式:)

$$
\begin{aligned}
&(\neg p \to q) \to (\neg q \vee p) \\
=&p \vee \neg q \\
=&(p \wedge 1) \vee (\neg q \wedge 1) \\
=&[p \wedge (q \vee \neg q)] \vee [\neg q \wedge (p \vee \neg p)] \\
=&(p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q) \vee (p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge \neg q) \\
=&m_{00} \vee m_{10} \vee m_{11}
\end{aligned}
$$

练习6（求$(\neg p \to q) \to (\neg q \vee p)$的标准析取范式：）

$$
\begin{aligned}
&(\neg p \to q) \to (\neg q \vee p) \\
=&p \vee \neg q \\
=&(p \wedge 1) \vee (\neg q \wedge 1) \\
=&[p \wedge (q \vee \neg q)] \vee [\neg q \wedge (p \vee \neg p)] \\
=&(p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q) \vee (p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge \neg q) \\
=&m_{00} \vee m_{10} \vee m_{11}
\end{aligned}
$$

练习6 (求$(\neg p \to q) \to (\neg q \vee p)$的标准析取范式:)

$$
\begin{aligned}
&(\neg p \to q) \to (\neg q \vee p) \\
=&p \vee \neg q \\
=&(p \wedge 1) \vee (\neg q \wedge 1) \\
=&[p \wedge (q \vee \neg q)] \vee [\neg q \wedge (p \vee \neg p)] \\
=&(p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q) \vee (p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge \neg q) \\
=&m_{00} \vee m_{10} \vee m_{11}
\end{aligned}
$$

练习6 (求$(\neg p \to q) \to (\neg q \vee p)$的标准析取范式:)

$$
\begin{aligned}
&(\neg p \to q) \to (\neg q \vee p) \\
=&p \vee \neg q \\
=&(p \wedge 1) \vee (\neg q \wedge 1) \\
=&[p \wedge (q \vee \neg q)] \vee [\neg q \wedge (p \vee \neg p)] \\
=&(p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q) \vee (p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge \neg q) \\
=&m_{00} \vee m_{10} \vee m_{11}
\end{aligned}
$$

练习6 (求$(\neg p \to q) \to (\neg q \vee p)$的标准析取范式:)

$$
\begin{aligned}
&(\neg p \to q) \to (\neg q \vee p) \\
=&p \vee \neg q \\
=&(p \wedge 1) \vee (\neg q \wedge 1) \\
=&[p \wedge (q \vee \neg q)] \vee [\neg q \wedge (p \vee \neg p)] \\
=&(p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q) \vee (p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge \neg q) \\
=&m_{00} \vee m_{10} \vee m_{11}
\end{aligned}
$$

练习6 (求$(\neg p \to q) \to (\neg q \vee p)$的标准析取范式:)

$$
\begin{aligned}
&(\neg p \to q) \to (\neg q \vee p) \\
=&p \vee \neg q \\
=&(p \wedge 1) \vee (\neg q \wedge 1) \\
=&[p \wedge (q \vee \neg q)] \vee [\neg q \wedge (p \vee \neg p)] \\
=&(p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q) \vee (p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge \neg q) \\
=&m_{00} \vee m_{10} \vee m_{11}
\end{aligned}
$$

定理4 (命题公式A中出现的所有最小项的编码实际上就是A所有的成真赋值。)

- 永真式的标准析取范式包含所有的最小项；
- 永假式的标准析取范式不包含任何最小项，即其标准析取范式为0；
- 可满足式的标准析取范式至少包含一个最小项；

定理4 (命题公式A中出现的所有最小项的编码实际上就是A所有的成真赋值。)

- 永真式的标准析取范式包含所有的最小项；
- 永假式的标准析取范式不包含任何最小项，即其标准析取范式为0；
- 可满足式的标准析取范式至少包含一个最小项；

定理4 (命题公式A中出现的所有最小项的编码实际上就是A所有的成真赋值。)

- 永真式的标准析取范式包含所有的最小项；
- 永假式的标准析取范式不包含任何最小项，即其标准析取范式为0；
- 可满足式的标准析取范式至少包含一个最小项；

定理4 (命题公式A中出现的所有最小项的编码实际上就是A所有的成真赋值。)

- 永真式的标准析取范式包含所有的最小项；
- 永假式的标准析取范式不包含任何最小项，即其标准析取范式为0；
- 可满足式的标准析取范式至少包含一个最小项；

定理4 (命题公式A中出现的所有最小项的编码实际上就是A所有的成真赋值。)

- 永真式的标准析取范式包含所有的最小项；
- 永假式的标准析取范式不包含任何最小项，即其标准析取范式为0；
- 可满足式的标准析取范式至少包含一个最小项；

定理4 (命题公式A中出现的所有最小项的编码实际上就是A所有的成真赋值。)

- 永真式的标准析取范式包含所有的最小项；
- 永假式的标准析取范式不包含任何最小项，即其标准析取范式为0；
- 可满足式的标准析取范式至少包含一个最小项；

定理4 (命题公式A中出现的所有最小项的编码实际上就是A所有的成真赋值。)

- 永真式的标准析取范式包含所有的最小项；
- 永假式的标准析取范式不包含任何最小项，即其标准析取范式为0；
- 可满足式的标准析取范式至少包含一个最小项；

例18（求以下命题公式的标准析取范式：）

- $(p \to q) \to r$

  $= m_{001} \vee m_{011} \vee m_{100} \vee$

  $m_{101} \vee m_{111}$

- $p \wedge (q \to r)$

  $= m_{100} \vee m_{101} \vee m_{111}$

- $(p \vee (q \wedge r)) \to (p \vee q \vee r)$

  $= m_{000} \vee m_{001} \vee m_{010}$

  $\vee m_{011} \vee m_{100} \vee m_{101}$

  $\vee m_{110} \vee m_{111}$

作业3（P25-5(3)）

例18（求以下命题公式的标准析取范式：）

- $(p \to q) \to r$

  $= m_{001} \vee m_{011} \vee m_{100} \vee$

  $m_{101} \vee m_{111}$

- $p \wedge (q \to r)$

  $= m_{100} \vee m_{101} \vee m_{111}$

- $(p \vee (q \wedge r)) \to (p \vee q \vee r)$

  $= m_{000} \vee m_{001} \vee m_{010}$

  $\vee m_{011} \vee m_{100} \vee m_{101}$

  $\vee m_{110} \vee m_{111}$

作业3 (P25-5(3))

例18（求以下命题公式的标准析取范式：）

- $(p \to q) \to r$

  $= m_{001} \vee m_{011} \vee m_{100} \vee$

  $m_{101} \vee m_{111}$

- $p \wedge (q \to r)$

  $= m_{100} \vee m_{101} \vee m_{111}$

- $(p \vee (q \wedge r)) \to (p \vee q \vee r)$

  $= m_{000} \vee m_{001} \vee m_{010}$

  $\vee m_{011} \vee m_{100} \vee m_{101}$

  $\vee m_{110} \vee m_{111}$

$$
\begin{aligned}
& p \wedge (q \to r) \\
=& p \wedge (\neg q \vee r) \\
=& (p \wedge \neg q) \vee (p \wedge r) \\
=& [(p \wedge \neg q) \wedge (r \vee \neg r)] \\
& \vee [(p \wedge r) \wedge (q \vee \neg q)] \\
=& m_{100} \vee m_{101} \vee m_{111}
\end{aligned}
$$

作业3 (P25-5(3))

例18（求以下命题公式的标准析取范式：）

- $(p \to q) \to r$

  $= m_{001} \vee m_{011} \vee m_{100} \vee$

  $m_{101} \vee m_{111}$

- $p \wedge (q \to r)$

  $= m_{100} \vee m_{101} \vee m_{111}$

- $(p \vee (q \wedge r)) \to (p \vee q \vee r)$

  $= m_{000} \vee m_{001} \vee m_{010}$

  $\vee m_{011} \vee m_{100} \vee m_{101}$

  $\vee m_{110} \vee m_{111}$

$$
\begin{aligned}
& p \wedge (q \to r) \\
=& p \wedge (\neg q \vee r) \\
=& (p \wedge \neg q) \vee (p \wedge r) \\
=& [(p \wedge \neg q) \wedge (r \vee \neg r)] \\
& \vee [(p \wedge r) \wedge (q \vee \neg q)] \\
=& m_{100} \vee m_{101} \vee m_{111}
\end{aligned}
$$

作业3 (P25-5(3))

例18（求以下命题公式的标准析取范式：）

- $(p \to q) \to r$

  $= m_{001} \vee m_{011} \vee m_{100} \vee m_{101} \vee m_{111}$

- $p \wedge (q \to r)$

  $= m_{100} \vee m_{101} \vee m_{111}$

- $(p \vee (q \wedge r)) \to (p \vee q \vee r)$

  $= m_{000} \vee m_{001} \vee m_{010} \vee m_{011} \vee m_{100} \vee m_{101} \vee m_{110} \vee m_{111}$

$$
\begin{aligned}
&(p \vee (q \wedge r)) \to (p \vee q \vee r) \\
=&[\neg p \wedge (\neg q \vee \neg r)] \\
&\vee p \vee q \vee r \\
=&(\neg p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge \neg r) \\
&\vee p \vee q \vee r \\
=&\neg(p \vee q) \vee (\neg p \wedge \neg r) \\
&\vee (p \vee q) \vee r
\end{aligned}
$$

作业3 (P25-5(3))

例18（求以下命题公式的标准析取范式：）

- $(p \to q) \to r$

  $= m_{001} \vee m_{011} \vee m_{100} \vee$

  $m_{101} \vee m_{111}$

- $p \wedge (q \to r)$

  $= m_{100} \vee m_{101} \vee m_{111}$

- $(p \vee (q \wedge r)) \to (p \vee q \vee r)$

  $= m_{000} \vee m_{001} \vee m_{010}$

  $\vee m_{011} \vee m_{100} \vee m_{101}$

  $\vee m_{110} \vee m_{111}$

$$
\begin{aligned}
&(p \vee (q \wedge r)) \to (p \vee q \vee r) \\
=&[\neg p \wedge (\neg q \vee \neg r)] \\
&\vee p \vee q \vee r \\
=&(\neg p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge \neg r) \\
&\vee p \vee q \vee r \\
=&\neg(p \vee q) \vee (\neg p \wedge \neg r) \\
&\vee (p \vee q) \vee r
\end{aligned}
$$

作业3 (P25-5(3))

例18 (求以下命题公式的标准析取范式:)

- $(p \to q) \to r$

  $= m_{001} \vee m_{011} \vee m_{100} \vee$

  $m_{101} \vee m_{111}$

- $p \wedge (q \to r)$

  $= m_{100} \vee m_{101} \vee m_{111}$

- $(p \vee (q \wedge r)) \to (p \vee q \vee r)$

  $= m_{000} \vee m_{001} \vee m_{010}$

  $\vee m_{011} \vee m_{100} \vee m_{101}$

  $\vee m_{110} \vee m_{111}$

作业3 (P25-5(3))

定义16（最大项）

如果在命题变元$p_1, \cdots, p_n$组成的初等和中，

- 每个变元或其否定出现且仅出现一个；
- 各个变元按照其字母或下标次序排列；

则称该初等和为$p_1, \cdots, p_n$的最大项。

例19（设A是包含变元p, q的命题公式，判断其是否是最大项？）

定义16（最大项）

如果在命题变元$p_1, \cdots, p_n$组成的初等和中，

- 每个变元或其否定出现且仅出现一个；
- 各个变元按照其字母或下标次序排列；

则称该初等和为$p_1, \cdots, p_n$的最大项。

例19（设A是包含变元p, q的命题公式，判断其是否是最大项？）

定义16（最大项）

如果在命题变元$p_1, \cdots, p_n$组成的初等和中，

- 每个变元或其否定出现且仅出现一个；
- 各个变元按照其字母或下标次序排列；

则称该初等和为$p_1, \cdots, p_n$的最大项。

例19（设A是包含变元p, q的命题公式，判断其是否是最大项？）

定义16（最大项）

如果在命题变元$p_1, \cdots, p_n$组成的初等和中，

- 每个变元或其否定出现且仅出现一个；
- 各个变元按照其字母或下标次序排列；

则称该初等和为$p_1, \cdots, p_n$的**最大项**。

例19（设A是包含变元p, q的命题公式，判断其是否是最大项？）

- $A = p \wedge \neg q$，$A = \neg p \vee p \wedge q$，$A = \neg q \vee p$
- $A = p \vee q$，$A = \neg p \vee \neg q$

定义16（最大项）

如果在命题变元$p_1, \cdots, p_n$组成的初等和中，

- 每个变元或其否定出现且仅出现一个；
- 各个变元按照其字母或下标次序排列；

则称该初等和为$p_1, \cdots, p_n$的最大项。

例19（设A是包含变元p, q的命题公式，判断其是否是最大项？）

- $A = p \wedge \neg q, A = \neg p \vee p \wedge q, A = \neg q \vee p$ 不是
- $A = p \vee q, A = \neg p \vee \neg q$ 是

n个命题变元可以构成2^n个最大项。

定义16（最大项）

如果在命题变元$p_1, \cdots, p_n$组成的初等和中，

- 每个变元或其否定出现且仅出现一个；
- 各个变元按照其字母或下标次序排列；

则称该初等和为$p_1, \cdots, p_n$的最大项。

例19（设A是包含变元p, q的命题公式，判断其是否是最大项？）

- $A = p \wedge \neg q, A = \neg p \vee p \wedge q, A = \neg q \vee p$ 不是
- $A = p \vee q, A = \neg p \vee \neg q$ 是

n个命题变元可以构成2^n个最大项。

定义16（最大项）

如果在命题变元$p_1, \cdots, p_n$组成的初等和中，

- 每个变元或其否定出现且仅出现一个；
- 各个变元按照其字母或下标次序排列；

则称该初等和为$p_1, \cdots, p_n$的**最大项**。

例19（设A是包含变元p, q的命题公式，判断其是否是最大项？）

- $A = p \wedge \neg q, A = \neg p \vee p \wedge q, A = \neg q \vee p$ 不是
- $A = p \vee q, A = \neg p \vee \neg q$ 是

n个命题变元可以构成2^n个最大项。

定义16（最大项）

如果在命题变元$p_1, \cdots, p_n$组成的初等和中，

- 每个变元或其否定出现且仅出现一个；
- 各个变元按照其字母或下标次序排列；

则称该初等和为$p_1, \cdots, p_n$的最大项。

例19（设A是包含变元p, q的命题公式，判断其是否是最大项？）

- $A = p \wedge \neg q, A = \neg p \vee p \wedge q, A = \neg q \vee p$ 不是
- $A = p \vee q, A = \neg p \vee \neg q$ 是

n个命题变元可以构成2^n个最大项。

例20 (列出命题变元p, q形成的所有最大项)

p	q	$\neg p \vee \neg q$	$\neg p \vee q$	$p \vee \neg q$	$p \vee q$
0	0	1	1	1	0
0	1	1	1	0	1
1	0	1	0	1	1
1	1	0	1	1	1

例20 (列出命题变元p, q形成的所有最大项)

p	q	$\neg p \vee \neg q$	$\neg p \vee q$	$p \vee \neg q$	$p \vee q$
0	0	1	1	1	0
0	1	1	1	0	1
1	0	1	0	1	1
1	1	0	1	1	1

例20 (列出命题变元p, q形成的所有最大项)

p	q	$\neg p \vee \neg q$	$\neg p \vee q$	$p \vee \neg q$	$p \vee q$
0	0	1	1	1	0
0	1	1	1	0	1
1	0	1	0	1	1
1	1	0	1	1	1

例20 (列出命题变元p, q形成的所有最大项)

p	q	$\neg p \vee \neg q$	$\neg p \vee q$	$p \vee \neg q$	$p \vee q$
0	0	1	1	1	0
0	1	1	1	0	1
1	0	1	0	1	1
1	1	0	1	1	1

例20 (列出命题变元p, q形成的所有最大项)

p	q	$\neg p \vee \neg q$	$\neg p \vee q$	$p \vee \neg q$	$p \vee q$
0	0	1	1	1	0
0	1	1	1	0	1
1	0	1	0	1	1
1	1	0	1	1	1

例20 (列出命题变元p, q形成的所有最大项)

p	q	$\neg p \vee \neg q$	$\neg p \vee q$	$p \vee \neg q$	$p \vee q$
0	0	1	1	1	0
0	1	1	1	0	1
1	0	1	0	1	1
1	1	0	1	1	1

例20 (列出命题变元p, q形成的所有最大项)

p	q	$\neg p \vee \neg q$	$\neg p \vee q$	$p \vee \neg q$	$p \vee q$
0	0	1	1	1	0
0	1	1	1	0	1
1	0	1	0	1	1
1	1	0	1	1	1

定理5（最大项的性质）

1. 每个最大项只有一个成假赋值
2. 最大项的编码：唯一的成假赋值作为编码
   $\neg p \vee \neg q$: M_{11}; $\neg p \vee q$: M_{10};
   $p \vee \neg q$: M_{01}; $p \vee q$: M_{00}; 变元：0; 变元的否定：1
3. $\forall i \neq j, M_i \vee M_j = 1$ 不同最大项的析取永真;
4. $M_{00} \wedge M_{01} \wedge M_{10} \wedge M_{11} = 0$ 所有最大项的合取永假;
5. $\neg m_{00} = \neg(\neg p \wedge \neg q) = p \vee q = M_{00}$
   $\neg m_{10} = \neg(p \wedge \neg q) = \neg p \vee q = M_{10}$
   $M_i = \neg m_i$

定理5（最大项的性质）

1. 每个最大项只有一个成假赋值
2. 最大项的编码：唯一的成假赋值作为编码
   $\neg p \vee \neg q$：M_{11}；$\neg p \vee q$：M_{10}；
   $p \vee \neg q$：M_{01}；$p \vee q$：M_{00}；　变元：0；　变元的否定：1
3. $\forall i \neq j, M_i \vee M_j = 1$　不同最大项的析取永真；
4. $M_{00} \wedge M_{01} \wedge M_{10} \wedge M_{11} = 0$　所有最大项的合取永假；
5. $\neg m_{00} = \neg(\neg p \wedge \neg q) = p \vee q = M_{00}$
   $\neg m_{10} = \neg(p \wedge \neg q) = \neg p \vee q = M_{10}$
   $M_i = \neg m_i$

定理5（最大项的性质）

1. 每个最大项只有一个成假赋值
2. 最大项的编码：唯一的成假赋值作为编码

   $\neg p \vee \neg q$: M_{11}; $\neg p \vee q$: M_{10};

   $p \vee \neg q$: M_{01}; $p \vee q$: M_{00}; 变元: 0; 变元的否定: 1
3. $\forall i \neq j, M_i \vee M_j = 1$ 不同最大项的析取永真;
4. $M_{00} \wedge M_{01} \wedge M_{10} \wedge M_{11} = 0$ 所有最大项的合取永假;
5. $\neg m_{00} = \neg(\neg p \wedge \neg q) = p \vee q = M_{00}$

   $\neg m_{10} = \neg(p \wedge \neg q) = \neg p \vee q = M_{10}$

   $M_i = \neg m_i$

定理5（最大项的性质）

1. 每个最大项只有一个成假赋值
2. 最大项的编码：唯一的成假赋值作为编码

   $\neg p \vee \neg q$：M_{11}；$\neg p \vee q$：M_{10}；

   $p \vee \neg q$：M_{01}；$p \vee q$：M_{00}；　变元：0；　变元的否定：1
3. $\forall i \neq j, M_i \vee M_j = 1$　不同最大项的析取永真；
4. $M_{00} \wedge M_{01} \wedge M_{10} \wedge M_{11} = 0$　所有最大项的合取永假；
5. $\neg m_{00} = \neg(\neg p \wedge \neg q) = p \vee q = M_{00}$

   $\neg m_{10} = \neg(p \wedge \neg q) = \neg p \vee q = M_{10}$

   $M_i = \neg m_i$

定理5（最大项的性质）

1. 每个最大项只有一个成假赋值
2. 最大项的编码：唯一的成假赋值作为编码

   $\neg p \vee \neg q$：M_{11}；$\neg p \vee q$：M_{10}；

   $p \vee \neg q$：M_{01}；$p \vee q$：M_{00}；　变元：0；　变元的否定：1
3. $\forall i \neq j, M_i \vee M_j = 1$　不同最大项的析取永真；
4. $M_{00} \wedge M_{01} \wedge M_{10} \wedge M_{11} = 0$　所有最大项的合取永假；
5. $\neg m_{00} = \neg(\neg p \wedge \neg q) = p \vee q = M_{00}$

   $\neg m_{10} = \neg(p \wedge \neg q) = \neg p \vee q = M_{10}$

   $M_i = \neg m_i$

定理5 (最大项的性质)

1. 每个最大项只有一个成假赋值
2. 最大项的编码：唯一的成假赋值作为编码
   $\neg p \vee \neg q$：M_{11}；$\neg p \vee q$：M_{10}；
   $p \vee \neg q$：M_{01}；$p \vee q$：M_{00}；　变元：0；　变元的否定：1
3. $\forall i \neq j, M_i \vee M_j = 1$　不同最大项的析取永真；
4. $M_{00} \wedge M_{01} \wedge M_{10} \wedge M_{11} = 0$　所有最大项的合取永假；
5. $\neg m_{00} = \neg(\neg p \wedge \neg q) = p \vee q = M_{00}$
   $\neg m_{10} = \neg(p \wedge \neg q) = \neg p \vee q = M_{10}$
   $M_i = \neg m_i$

定理5（最大项的性质）

1. 每个最大项只有一个成假赋值
2. 最大项的编码：唯一的成假赋值作为编码
   $\neg p \vee \neg q$：M_{11}；$\neg p \vee q$：M_{10}；
   $p \vee \neg q$：M_{01}；$p \vee q$：M_{00}；　变元：0；　变元的否定：1
3. $\forall i \neq j, M_i \vee M_j = 1$　不同最大项的析取永真；
4. $M_{00} \wedge M_{01} \wedge M_{10} \wedge M_{11} = 0$　所有最大项的合取永假；
5. $\neg m_{00} = \neg(\neg p \wedge \neg q) = p \vee q = M_{00}$
   $\neg m_{10} = \neg(p \wedge \neg q) = \neg p \vee q = M_{10}$
   $M_i = \neg m_i$

定理5（最大项的性质）

1. 每个最大项只有一个成假赋值
2. 最大项的编码：唯一的成假赋值作为编码
   $\neg p \vee \neg q$：M_{11}；$\neg p \vee q$：M_{10}；
   $p \vee \neg q$：M_{01}；$p \vee q$：M_{00}；　变元：0；　变元的否定：1
3. $\forall i \neq j, M_i \vee M_j = 1$　不同最大项的析取永真；
4. $M_{00} \wedge M_{01} \wedge M_{10} \wedge M_{11} = 0$　所有最大项的合取永假；
5. $\neg m_{00} = \neg(\neg p \wedge \neg q) = p \vee q = M_{00}$
   $\neg m_{10} = \neg(p \wedge \neg q) = \neg p \vee q = M_{10}$
   $M_i = \neg m_i$

定理5（最大项的性质）

1. 每个最大项只有一个成假赋值
2. 最大项的编码：唯一的成假赋值作为编码
   $\neg p \vee \neg q$：M_{11}；$\neg p \vee q$：M_{10}；
   $p \vee \neg q$：M_{01}；$p \vee q$：M_{00}；　变元：0；　变元的否定：1
3. $\forall i \neq j, M_i \vee M_j = 1$　不同最大项的析取永真；
4. $M_{00} \wedge M_{01} \wedge M_{10} \wedge M_{11} = 0$　所有最大项的合取永假；
5. $\neg m_{00} = \neg(\neg p \wedge \neg q) = p \vee q = M_{00}$
   $\neg m_{10} = \neg(p \wedge \neg q) = \neg p \vee q = M_{10}$
   $M_i = \neg m_i$

定理5（最大项的性质）

1. 每个最大项只有一个成假赋值
2. 最大项的编码：唯一的成假赋值作为编码
   $\neg p \vee \neg q$：M_{11}；$\neg p \vee q$：M_{10}；
   $p \vee \neg q$：M_{01}；$p \vee q$：M_{00}；　变元：0；　变元的否定：1
3. $\forall i \neq j, M_i \vee M_j = 1$　不同最大项的析取永真；
4. $M_{00} \wedge M_{01} \wedge M_{10} \wedge M_{11} = 0$　所有最大项的合取永假；
5. $\neg m_{00} = \neg(\neg p \wedge \neg q) = p \vee q = M_{00}$
   $\neg m_{10} = \neg(p \wedge \neg q) = \neg p \vee q = M_{10}$
   $M_i = \neg m_i$

定理5（最大项的性质）

1. 每个最大项只有一个成假赋值
2. 最大项的编码：唯一的成假赋值作为编码
   $\neg p \vee \neg q$：M_{11}；$\neg p \vee q$：M_{10}；
   $p \vee \neg q$：M_{01}；$p \vee q$：M_{00}；　变元：0；　变元的否定：1
3. $\forall i \neq j, M_i \vee M_j = 1$　不同最大项的析取永真；
4. $M_{00} \wedge M_{01} \wedge M_{10} \wedge M_{11} = 0$　所有最大项的合取永假；
5. $\neg m_{00} = \neg(\neg p \wedge \neg q) = p \vee q = M_{00}$
   $\neg m_{10} = \neg(p \wedge \neg q) = \neg p \vee q = M_{10}$
   $M_i = \neg m_i$

定理5（最大项的性质）

1. 每个最大项只有一个成假赋值
2. 最大项的编码：唯一的成假赋值作为编码
   $\neg p \vee \neg q$：M_{11}；$\neg p \vee q$：M_{10}；
   $p \vee \neg q$：M_{01}；$p \vee q$：M_{00}；　变元：0；　变元的否定：1
3. $\forall i \neq j, M_i \vee M_j = 1$　不同最大项的析取永真；
4. $M_{00} \wedge M_{01} \wedge M_{10} \wedge M_{11} = 0$　所有最大项的合取永假；
5. $\neg m_{00} = \neg(\neg p \wedge \neg q) = p \vee q = M_{00}$
   $\neg m_{10} = \neg(p \wedge \neg q) = \neg p \vee q = M_{10}$
   $M_i = \neg m_i$

定理5（最大项的性质）

1. 每个最大项只有一个成假赋值
2. 最大项的编码：唯一的成假赋值作为编码
   $\neg p \vee \neg q$：M_{11}；$\neg p \vee q$：M_{10}；
   $p \vee \neg q$：M_{01}；$p \vee q$：M_{00}；　变元：0；　变元的否定：1
3. $\forall i \neq j, M_i \vee M_j = 1$　不同最大项的析取永真；
4. $M_{00} \wedge M_{01} \wedge M_{10} \wedge M_{11} = 0$　所有最大项的合取永假；
5. $\neg m_{00} = \neg(\neg p \wedge \neg q) = p \vee q = M_{00}$
   $\neg m_{10} = \neg(p \wedge \neg q) = \neg p \vee q = M_{10}$
   $M_i = \neg m_i$

定理5（最大项的性质）

1. 每个最大项只有一个成假赋值
2. 最大项的编码：唯一的成假赋值作为编码
   $\neg p \vee \neg q$：M_{11}；$\neg p \vee q$：M_{10}；
   $p \vee \neg q$：M_{01}；$p \vee q$：M_{00}；　变元：0；　变元的否定：1
3. $\forall i \neq j, M_i \vee M_j = 1$　不同最大项的析取永真；
4. $M_{00} \wedge M_{01} \wedge M_{10} \wedge M_{11} = 0$　所有最大项的合取永假；
5. $\neg m_{00} = \neg(\neg p \wedge \neg q) = p \vee q = M_{00}$
   $\neg m_{10} = \neg(p \wedge \neg q) = \neg p \vee q = M_{10}$
   $M_i = \neg m_i$

定理5（最大项的性质）

1. 每个最大项只有一个成假赋值
2. 最大项的编码：唯一的成假赋值作为编码
   $\neg p \vee \neg q$：M_{11}；$\neg p \vee q$：M_{10}；
   $p \vee \neg q$：M_{01}；$p \vee q$：M_{00}；　变元：0；　变元的否定：1
3. $\forall i \neq j, M_i \vee M_j = 1$　不同最大项的析取永真；
4. $M_{00} \wedge M_{01} \wedge M_{10} \wedge M_{11} = 0$　所有最大项的合取永假；
5. $\neg m_{00} = \neg(\neg p \wedge \neg q) = p \vee q = M_{00}$
   $\neg m_{10} = \neg(p \wedge \neg q) = \neg p \vee q = M_{10}$
   $M_i = \neg m_i$

定理5（最大项的性质）

1. 每个最大项只有一个成假赋值
2. 最大项的编码：唯一的成假赋值作为编码
   $\neg p \vee \neg q$：M_{11}；$\neg p \vee q$：M_{10}；
   $p \vee \neg q$：M_{01}；$p \vee q$：M_{00}；　变元：0；　变元的否定：1
3. $\forall i \neq j, M_i \vee M_j = 1$　不同最大项的析取永真；
4. $M_{00} \wedge M_{01} \wedge M_{10} \wedge M_{11} = 0$　所有最大项的合取永假；
5. $\neg m_{00} = \neg(\neg p \wedge \neg q) = p \vee q = M_{00}$
   $\neg m_{10} = \neg(p \wedge \neg q) = \neg p \vee q = M_{10}$
   $M_i = \neg m_i$

定理5（最大项的性质）

1. 每个最大项只有一个成假赋值
2. 最大项的编码：唯一的成假赋值作为编码
   $\neg p \vee \neg q$：M_{11}；$\neg p \vee q$：M_{10}；
   $p \vee \neg q$：M_{01}；$p \vee q$：M_{00}；　变元：0；　变元的否定：1
3. $\forall i \neq j, M_i \vee M_j = 1$　不同最大项的析取永真；
4. $M_{00} \wedge M_{01} \wedge M_{10} \wedge M_{11} = 0$　所有最大项的合取永假；
5. $\neg m_{00} = \neg(\neg p \wedge \neg q) = p \vee q = M_{00}$
   $\neg m_{10} = \neg(p \wedge \neg q) = \neg p \vee q = M_{10}$
   $M_i = \neg m_i$

定理5（最大项的性质）

1. 每个最大项只有一个成假赋值
2. 最大项的编码：唯一的成假赋值作为编码
   $\neg p \vee \neg q$：M_{11}；$\neg p \vee q$：M_{10}；
   $p \vee \neg q$：M_{01}；$p \vee q$：M_{00}；　变元：0；　变元的否定：1
3. $\forall i \neq j, M_i \vee M_j = 1$　不同最大项的析取永真；
4. $M_{00} \wedge M_{01} \wedge M_{10} \wedge M_{11} = 0$　所有最大项的合取永假；
5. $\neg m_{00} = \neg(\neg p \wedge \neg q) = p \vee q = M_{00}$
   $\neg m_{10} = \neg(p \wedge \neg q) = \neg p \vee q = M_{10}$
   $M_i = \neg m_i$

定理5（最大项的性质）

1. 每个最大项只有一个成假赋值
2. 最大项的编码：唯一的成假赋值作为编码
   $\neg p \vee \neg q$：M_{11}；$\neg p \vee q$：M_{10}；
   $p \vee \neg q$：M_{01}；$p \vee q$：M_{00}；　变元：0；　变元的否定：1
3. $\forall i \neq j, M_i \vee M_j = 1$　不同最大项的析取永真；
4. $M_{00} \wedge M_{01} \wedge M_{10} \wedge M_{11} = 0$　所有最大项的合取永假；
5. $\neg m_{00} = \neg(\neg p \wedge \neg q) = p \vee q = M_{00}$
   $\neg m_{10} = \neg(p \wedge \neg q) = \neg p \vee q = M_{10}$
   $M_i = \neg m_i$

定理5（最大项的性质）

1. 每个最大项只有一个成假赋值
2. 最大项的编码：唯一的成假赋值作为编码
   $\neg p \vee \neg q$：M_{11}；$\neg p \vee q$：M_{10}；
   $p \vee \neg q$：M_{01}；$p \vee q$：M_{00}；　变元：0；　变元的否定：1
3. $\forall i \neq j, M_i \vee M_j = 1$　不同最大项的析取永真；
4. $M_{00} \wedge M_{01} \wedge M_{10} \wedge M_{11} = 0$　所有最大项的合取永假；
5. $\neg m_{00} = \neg(\neg p \wedge \neg q) = p \vee q = M_{00}$
   $\neg m_{10} = \neg(p \wedge \neg q) = \neg p \vee q = M_{10}$
   $M_i = \neg m_i$

定义17 (标准合取范式)

在合取范式中，如果

- 每个初等和都是最大项；
- 最大项按下标递增排列

则称该合取范式为标准合取范式。

标准合取范式的求法：

1. 将命题公式化为合取范式；
2. 消去重复出现的命题变元、最大项以及永真式；
3. 用单位律和否定律补足未出现的命题变元；

定义17 (标准合取范式)

在合取范式中，如果

- 每个初等和都是最大项；
- 最大项按下标递增排列

则称该合取范式为标准合取范式。

标准合取范式的求法:

1. 将命题公式化为合取范式;
2. 消去重复出现的命题变元、最大项以及永真式;
3. 用单位律和否定律补足未出现的命题变元:

定义17 (标准合取范式)

在合取范式中，如果

- 每个初等和都是最大项；
- 最大项按下标递增排列

则称该合取范式为标准合取范式。

标准合取范式的求法:

1. 将命题公式化为合取范式；
2. 消去重复出现的命题变元、最大项以及永真式；
3. 用单位律和否定律补足未出现的命题变元；

定义17 (标准合取范式)

在合取范式中，如果

- 每个初等和都是最大项；
- 最大项按下标递增排列

则称该合取范式为**标准合取范式**。

标准合取范式的求法:

1. 将命题公式化为合取范式;
2. 消去重复出现的命题变元、最大项以及永真式;
3. 用单位律和否定律补足未出现的命题变元;

定义17 (标准合取范式)

在合取范式中，如果

- 每个初等和都是最大项；
- 最大项按下标递增排列

则称该合取范式为**标准合取范式**。

标准合取范式的求法:

1. 将命题公式化为合取范式；
2. 消去重复出现的命题变元、最大项以及永真式；
3. 用单位律和否定律补足未出现的命题变元:

$$p = p \vee 0 = p \vee (q \wedge \neg q) = (p \vee q) \wedge (p \vee \neg q)$$

定义17 (标准合取范式)

在合取范式中，如果

- 每个初等和都是最大项；
- 最大项按下标递增排列

则称该合取范式为**标准合取范式**。

标准合取范式的求法:

1. 将命题公式化为合取范式；
2. 消去重复出现的命题变元、最大项以及永真式；
3. 用单位律和否定律补足未出现的命题变元:

$$p = p \vee 0 = p \vee (q \wedge \neg q) = (p \vee q) \wedge (p \vee \neg q)$$

定义17 (标准合取范式)

在合取范式中，如果

- 每个初等和都是最大项；
- 最大项按下标递增排列

则称该合取范式为**标准合取范式**。

标准合取范式的求法:

1. 将命题公式化为合取范式；
2. 消去重复出现的命题变元、最大项以及永真式；
3. 用单位律和否定律补足未出现的命题变元:

$$p = p \vee 0 = p \vee (q \wedge \neg q) = (p \vee q) \wedge (p \vee \neg q)$$

定义17 (标准合取范式)

在合取范式中，如果

- 每个初等和都是最大项；
- 最大项按下标递增排列

则称该合取范式为**标准合取范式**。

标准合取范式的求法:

1. 将命题公式化为合取范式；
2. 消去重复出现的命题变元、最大项以及永真式；
3. 用单位律和否定律补足未出现的命题变元:

$p = p \vee 0 = p \vee (q \wedge \neg q) = (p \vee q) \wedge (p \vee \neg q)$

定义17 (标准合取范式)

在合取范式中，如果

- 每个初等和都是最大项；
- 最大项按下标递增排列

则称该合取范式为**标准合取范式**。

标准合取范式的求法:

1. 将命题公式化为合取范式；
2. 消去重复出现的命题变元、最大项以及永真式；
3. 用单位律和否定律补足未出现的命题变元:

$p = p \vee 0 = p \vee (q \wedge \neg q) = (p \vee q) \wedge (p \vee \neg q)$

定义17 (标准合取范式)

在合取范式中，如果

- 每个初等和都是最大项；
- 最大项按下标递增排列

则称该合取范式为**标准合取范式**。

标准合取范式的求法:

1. 将命题公式化为合取范式；
2. 消去重复出现的命题变元、最大项以及永真式；
3. 用单位律和否定律补足未出现的命题变元:

$p = p \vee 0 = p \vee (q \wedge \neg q) = (p \vee q) \wedge (p \vee \neg q)$

定义17 (标准合取范式)

在合取范式中，如果

- 每个初等和都是最大项；
- 最大项按下标递增排列

则称该合取范式为**标准合取范式**。

标准合取范式的求法:

1. 将命题公式化为合取范式；
2. 消去重复出现的命题变元、最大项以及永真式；
3. 用单位律和否定律补足未出现的命题变元:

$p = p \vee 0 = p \vee (q \wedge \neg q) = (p \vee q) \wedge (p \vee \neg q)$

定义17 (标准合取范式)

在合取范式中，如果

- 每个初等和都是最大项；
- 最大项按下标递增排列

则称该合取范式为**标准合取范式**。

标准合取范式的求法:

1. 将命题公式化为合取范式；
2. 消去重复出现的命题变元、最大项以及永真式；
3. 用单位律和否定律补足未出现的命题变元:

$$p = p \vee 0 = p \vee (q \wedge \neg q) = (p \vee q) \wedge (p \vee \neg q)$$

例21（求下列命题公式的标准合取范式：）

1. $(p \to q) \to r$

   $= M_{000} \wedge M_{010} \wedge M_{110}$

2. $p \wedge (q \to r)$

   $= M_{000} \wedge M_{001} \wedge M_{010} \wedge$

   $M_{011} \wedge M_{110}$

例21（求下列命题公式的标准合取范式：）

1. $(p \to q) \to r$

   $= M_{000} \wedge M_{010} \wedge M_{110}$

2. $p \wedge (q \to r)$

   $= M_{000} \wedge M_{001} \wedge M_{010} \wedge$

   $M_{011} \wedge M_{110}$

例21（求下列命题公式的标准合取范式：）

1. $(p \to q) \to r$
   $= M_{000} \wedge M_{010} \wedge M_{110}$
2. $p \wedge (q \to r)$
   $= M_{000} \wedge M_{001} \wedge M_{010} \wedge M_{011} \wedge M_{110}$

$$
\begin{aligned}
& p \wedge (q \to r) = p \wedge (\neg q \vee r) \\
=& [p \vee (q \wedge \neg q) \vee (r \wedge \neg r)] \\
& \wedge [(\neg q \vee r) \vee (p \wedge \neg p)] \\
=& (p \vee q \vee r) \wedge (p \vee q \vee \neg r) \\
& \wedge (p \vee \neg q \vee r) \wedge (p \vee \neg q \vee \neg r) \\
& \wedge (p \vee \neg q \vee r) \wedge (\neg p \vee \neg q \vee r)
\end{aligned}
$$

例21（求下列命题公式的标准合取范式：）

1. $(p \to q) \to r$
   $= M_{000} \wedge M_{010} \wedge M_{110}$
2. $p \wedge (q \to r)$
   $= M_{000} \wedge M_{001} \wedge M_{010} \wedge M_{011} \wedge M_{110}$

$$
\begin{aligned}
& p \wedge (q \to r) = p \wedge (\neg q \vee r) \\
=& [p \vee (q \wedge \neg q) \vee (r \wedge \neg r)] \\
& \wedge [(\neg q \vee r) \vee (p \wedge \neg p)] \\
=& (p \vee q \vee r) \wedge (p \vee q \vee \neg r) \\
& \wedge (p \vee \neg q \vee r) \wedge (p \vee \neg q \vee \neg r) \\
& \wedge (p \vee \neg q \vee r) \wedge (\neg p \vee \neg q \vee r)
\end{aligned}
$$

定理6（命题公式A中出现的所有最大项的编码实际上就是A所有的成假赋值。）

- 永假式的标准合取范式包含所有的最大项；
- 永真式的标准合取范式不包含任何最大项，即其标准合取范式为1
- 可满足式的标准合取范式不包含所有的最大项；

定理6（命题公式A中出现的所有最大项的编码实际上就是A所有的成假赋值。）

- 永假式的标准合取范式包含所有的最大项；
- 永真式的标准合取范式不包含任何最大项，即其标准合取范式为1
- 可满足式的标准合取范式不包含所有的最大项；

定理6（命题公式A中出现的所有最大项的编码实际上就是A所有的成假赋值。）

- 永假式的标准合取范式包含所有的最大项；
- 永真式的标准合取范式不包含任何最大项，即其标准合取范式为1
- 可满足式的标准合取范式不包含所有的最大项；

定理6（命题公式A中出现的所有最大项的编码实际上就是A所有的成假赋值。）

- 永假式的标准合取范式包含所有的最大项；
- 永真式的标准合取范式不包含任何最大项，即其标准合取范式为1
- 可满足式的标准合取范式不包含所有的最大项；

定理6（命题公式A中出现的所有最大项的编码实际上就是A所有的成假赋值。）

- 永假式的标准合取范式包含所有的最大项；
- 永真式的标准合取范式不包含任何最大项，即其标准合取范式为1
- 可满足式的标准合取范式不包含所有的最大项；

定理6（命题公式A中出现的所有最大项的编码实际上就是A所有的成假赋值。）

- 永假式的标准合取范式包含所有的最大项；
- 永真式的标准合取范式不包含任何最大项，即其标准合取范式为1
- 可满足式的标准合取范式不包含所有的最大项；

定理6（命题公式A中出现的所有最大项的编码实际上就是A所有的成假赋值。）

- 永假式的标准合取范式包含所有的最大项；
- 永真式的标准合取范式不包含任何最大项，即其标准合取范式为1
- 可满足式的标准合取范式不包含所有的最大项；

注3 (标准析取范式与标准合取范式的关系)

注意到:

$$
\begin{aligned}
(p \to q) \to r &= m_{001} \vee m_{011} \vee m_{100} \vee m_{101} \vee m_{111} \\
&= M_{000} \wedge M_{010} \wedge M_{110}
\end{aligned}
$$

由标准析取(合取)范式求标准合取(析取)范式的方法:

1. 求出标准析取(合取)范式中没有包含的最小项(最大项);
2. 求出与(1)中的最小项(最大项)下标相同的最大项(最小项);
3. 将(2)中所得的最大项(最小项)构成合取式(析取式)就是标准合取范式(标准析取范式)。

注3 (标准析取范式与标准合取范式的关系)

注意到:

$$
\begin{aligned}
(p \to q) \to r &= m_{001} \vee m_{011} \vee m_{100} \vee m_{101} \vee m_{111} \\
&= M_{000} \wedge M_{010} \wedge M_{110}
\end{aligned}
$$

由标准析取(合取)范式求标准合取(析取)范式的方法:

1. 求出标准析取(合取)范式中没有包含的最小项(最大项);
2. 求出与(1)中的最小项(最大项)下标相同的最大项(最小项);
3. 将(2)中所得的最大项(最小项)构成合取式(析取式)就是标准合取范式(标准析取范式)。

注3 (标准析取范式与标准合取范式的关系)

注意到:

$$
\begin{aligned}
(p \to q) \to r &= m_{001} \vee m_{011} \vee m_{100} \vee m_{101} \vee m_{111} \\
&= M_{000} \wedge M_{010} \wedge M_{110}
\end{aligned}
$$

由标准析取(合取)范式求标准合取(析取)范式的方法:

1. 求出标准析取(合取)范式中没有包含的最小项(最大项);
2. 求出与(1)中的最小项(最大项)下标相同的最大项(最小项);
3. 将(2)中所得的最大项(最小项)构成合取式(析取式)就是标准合取范式(标准析取范式)。

注3 (标准析取范式与标准合取范式的关系)

注意到:

$$
\begin{aligned}
(p \to q) \to r &= m_{001} \vee m_{011} \vee m_{100} \vee m_{101} \vee m_{111} \\
&= M_{000} \wedge M_{010} \wedge M_{110}
\end{aligned}
$$

由标准析取(合取)范式求标准合取(析取)范式的方法:

1. 求出标准析取(合取)范式中没有包含的最小项(最大项);
2. 求出与(1)中的最小项(最大项)下标相同的最大项(最小项);
3. 将(2)中所得的最大项(最小项)构成合取式(析取式)就是标准合取范式(标准析取范式)。

注3 (标准析取范式与标准合取范式的关系)

注意到:

$$
\begin{aligned}
(p \to q) \to r &= m_{001} \vee m_{011} \vee m_{100} \vee m_{101} \vee m_{111} \\
&= M_{000} \wedge M_{010} \wedge M_{110}
\end{aligned}
$$

由标准析取(合取)范式求标准合取(析取)范式的方法:

1. 求出标准析取(合取)范式中没有包含的最小项(最大项);
2. 求出与(1)中的最小项(最大项)下标相同的最大项(最小项);
3. 将(2)中所得的最大项(最小项)构成合取式(析取式)就是标准合取范式(标准析取范式)。

注4 (用真值表求$(p \to q) \to r$的标准析取(合取)范式)

p	q	r	$p \to q$	$(p \to q) \to r$
0	0	0	1	0
0	0	1	1	1
0	1	0	1	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	1	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

其标准析取范式为$m_{001} \vee m_{011} \vee m_{100} \vee m_{101} \vee m_{111}$

其标准合取范式为$M_{000} \wedge M_{010} \wedge M_{110}$

注4 (用真值表求$(p \to q) \to r$的标准析取(合取)范式)

p	q	r	$p \to q$	$(p \to q) \to r$
0	0	0	1	0
0	0	1	1	1
0	1	0	1	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	1	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

其标准析取范式为$m_{001} \vee m_{011} \vee m_{100} \vee m_{101} \vee m_{111}$

其标准合取范式为$M_{000} \wedge M_{010} \wedge M_{110}$

注4 (用真值表求$(p \to q) \to r$的标准析取(合取)范式)

p	q	r	$p \to q$	$(p \to q) \to r$
0	0	0	1	0
0	0	1	1	1
0	1	0	1	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	1	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

其标准析取范式为$m_{001} \vee m_{011} \vee m_{100} \vee m_{101} \vee m_{111}$

其标准合取范式为$M_{000} \wedge M_{010} \wedge M_{110}$

注4 (用真值表求$(p \to q) \to r$的标准析取(合取)范式)

p	q	r	$p \to q$	$(p \to q) \to r$
0	0	0	1	0
0	0	1	1	1
0	1	0	1	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	1	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

其标准析取范式为$m_{001} \vee m_{011} \vee m_{100} \vee m_{101} \vee m_{111}$

其标准合取范式为$M_{000} \wedge M_{010} \wedge M_{110}$

练习7

分别用等价演算法和真值表法求$(p \wedge q) \vee (\neg p \vee r)$的标准析取范式和标准合取范式范式。

作业4 (P26-7(2,4)(两种方法),11(3))

练习7

分别用等价演算法和真值表法求$(p \wedge q) \vee (\neg p \vee r)$的标准析取范式和标准合取范式范式。

作业4 (P26-7(2,4)(两种方法),11(3))

问题：对于已有的逻辑连接词$\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$，能否找到更小的逻辑连接词集合，使其完成这五个连接词的全部功能？

- 由于
$$p \leftrightarrow q = (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$$
所以$\{\neg, \wedge, \vee, \rightarrow\}$是功能完备集。
- 由于
$$p \rightarrow q = \neg p \vee q$$
所以$\{\neg, \wedge, \vee\}$是功能完备集。
- 由于
$$p \wedge q = \neg(\neg p \vee \neg q)$$
所以$\{\neg, \vee\}$是功能完备集。

问题：对于已有的逻辑连接词$\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$，能否找到更小的逻辑连接词集合，使其完成这五个连接词的全部功能？

- 由于

$$p \leftrightarrow q = (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$$

所以$\{\neg, \wedge, \vee, \rightarrow\}$是功能完备集。

- 由于

$$p \rightarrow q = \neg p \vee q$$

所以$\{\neg, \wedge, \vee\}$是功能完备集。

- 由于

$$p \wedge q = \neg(\neg p \vee \neg q)$$

所以$\{\neg, \vee\}$是功能完备集。

问题：对于已有的逻辑连接词$\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$，能否找到更小的逻辑连接词集合，使其完成这五个连接词的全部功能？

- 由于

$$p \leftrightarrow q = (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$$

所以$\{\neg, \wedge, \vee, \rightarrow\}$是功能完备集。

- 由于

$$p \rightarrow q = \neg p \vee q$$

所以$\{\neg, \wedge, \vee\}$是功能完备集。

- 由于

$$p \wedge q = \neg(\neg p \vee \neg q)$$

所以$\{\neg, \vee\}$是功能完备集。

问题：对于已有的逻辑连接词$\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$，能否找到更小的逻辑连接词集合，使其完成这五个连接词的全部功能？

- 由于

$$p \leftrightarrow q = (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$$

所以$\{\neg, \wedge, \vee, \rightarrow\}$是功能完备集。

- 由于

$$p \rightarrow q = \neg p \vee q$$

所以$\{\neg, \wedge, \vee\}$是功能完备集。

- 由于

$$p \wedge q = \neg(\neg p \vee \neg q)$$

所以$\{\neg, \vee\}$是功能完备集。

问题：对于已有的逻辑连接词$\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$，能否找到更小的逻辑连接词集合，使其完成这五个连接词的全部功能？

- 由于

$$p \leftrightarrow q = (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$$

所以$\{\neg, \wedge, \vee, \rightarrow\}$是功能完备集。

- 由于

$$p \rightarrow q = \neg p \vee q$$

所以$\{\neg, \wedge, \vee\}$是功能完备集。

- 由于

$$p \wedge q = \neg(\neg p \vee \neg q)$$

所以$\{\neg, \vee\}$是功能完备集。

问题：对于已有的逻辑连接词$\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$，能否找到更小的逻辑连接词集合，使其完成这五个连接词的全部功能？

- 由于

$$p \leftrightarrow q = (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$$

所以$\{\neg, \wedge, \vee, \rightarrow\}$是功能完备集。

- 由于

$$p \rightarrow q = \neg p \vee q$$

所以$\{\neg, \wedge, \vee\}$是功能完备集。

- 由于

$$p \wedge q = \neg(\neg p \vee \neg q)$$

所以$\{\neg, \vee\}$是功能完备集。

问题：对于已有的逻辑连接词$\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$，能否找到更小的逻辑连接词集合，使其完成这五个连接词的全部功能？

- 由于

$$p \leftrightarrow q = (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$$

所以$\{\neg, \wedge, \vee, \rightarrow\}$是功能完备集。

- 由于

$$p \rightarrow q = \neg p \vee q$$

所以$\{\neg, \wedge, \vee\}$是功能完备集。

- 由于

$$p \wedge q = \neg(\neg p \vee \neg q)$$

所以$\{\neg, \vee\}$是功能完备集。

- 由于

$$p \vee q = \neg(\neg p \wedge \neg q)$$

所以$\{\neg, \wedge\}$是功能完备集。

- 由于

$$p \vee q = \neg p \rightarrow q$$

所以$\{\neg, \rightarrow\}$是功能完备集。

例22 (将$(p \rightarrow q) \vee r$,$p \wedge (q \rightarrow r)$化为与之等价且分别仅含有$\{\neg, \wedge\}$、$\{\neg, \vee\}$、$\{\neg, \rightarrow\}$的命题公式)

- 由于

$$p \vee q = \neg(\neg p \wedge \neg q)$$

所以$\{\neg, \wedge\}$是功能完备集。

- 由于

$$p \vee q = \neg p \rightarrow q$$

所以$\{\neg, \rightarrow\}$是功能完备集。

例22（将$(p \rightarrow q) \vee r$,$p \wedge (q \rightarrow r)$化为与之等价且分别仅含有$\{\neg, \wedge\}$、$\{\neg, \vee\}$、$\{\neg, \rightarrow\}$的命题公式）

- 由于

$$p \vee q = \neg(\neg p \wedge \neg q)$$

所以$\{\neg, \wedge\}$是功能完备集。

- 由于

$$p \vee q = \neg p \rightarrow q$$

所以$\{\neg, \rightarrow\}$是功能完备集。

例22 (将$(p \rightarrow q) \vee r$,$p \wedge (q \rightarrow r)$化为与之等价且分别仅含有$\{\neg, \wedge\}$、$\{\neg, \vee\}$、$\{\neg, \rightarrow\}$的命题公式)

- 由于

$$p \vee q = \neg(\neg p \wedge \neg q)$$

所以$\{\neg, \wedge\}$是功能完备集。

- 由于

$$p \vee q = \neg p \rightarrow q$$

所以$\{\neg, \rightarrow\}$是功能完备集。

例22（将$(p \rightarrow q) \vee r$,$p \wedge (q \rightarrow r)$化为与之等价且分别仅含有$\{\neg, \wedge\}$、$\{\neg, \vee\}$、$\{\neg, \rightarrow\}$的命题公式）

- 由于

$$p \vee q = \neg(\neg p \wedge \neg q)$$

所以$\{\neg, \wedge\}$是功能完备集。

- 由于

$$p \vee q = \neg p \rightarrow q$$

所以$\{\neg, \rightarrow\}$是功能完备集。

例22 (将$(p \rightarrow q) \vee r$,$p \wedge (q \rightarrow r)$化为与之等价且分别仅含有$\{\neg, \wedge\}$、$\{\neg, \vee\}$、$\{\neg, \rightarrow\}$的命题公式)

- 由于

$$p \vee q = \neg(\neg p \wedge \neg q)$$

所以$\{\neg, \wedge\}$是功能完备集。

- 由于

$$p \vee q = \neg p \rightarrow q$$

所以$\{\neg, \rightarrow\}$是功能完备集。

例22 (将$(p \rightarrow q) \vee r$,$p \wedge (q \rightarrow r)$化为与之等价且分别仅含有$\{\neg, \wedge\}$、$\{\neg, \vee\}$、$\{\neg, \rightarrow\}$的命题公式)

定义18（与非：$p \uparrow q = \neg(p \wedge q)$）

证明$\{\uparrow\}$是功能完备集.

由于$\{\neg, \vee\}$是功能完备集，而

$$\neg p = \neg(p \wedge p) = p \uparrow p$$

$$p \vee q = \neg(\neg p \wedge \neg q)$$

$$= \neg(\neg p \uparrow \neg q)$$

$$= (p \uparrow p) \uparrow (q \uparrow q)$$

所以$\{\uparrow\}$是功能完备集.

定义18 (与非: $p \uparrow q = \neg(p \wedge q)$)

证明$\{\uparrow\}$是功能完备集.

由于$\{\neg, \vee\}$是功能完备集，而

$$\begin{aligned}
\neg p &= \neg(p \wedge p) = p \uparrow p \\
p \vee q &= \neg(\neg p \wedge \neg q) \\
&= (\neg p) \uparrow (\neg q) \\
&= (p \uparrow p) \uparrow (q \uparrow q)
\end{aligned}$$

所以$\{\uparrow\}$是功能完备集。 $\square$

定义18 (与非: $p \uparrow q = \neg(p \wedge q)$)

证明$\{\uparrow\}$是功能完备集.

由于$\{\neg, \vee\}$是功能完备集，而

$$\begin{aligned} \neg p = \neg(p \wedge p) &= p \uparrow p \\ p \vee q &= \neg(\neg p \wedge \neg q) \\ &= (\neg p) \uparrow (\neg q) \\ &= (p \uparrow p) \uparrow (q \uparrow q) \end{aligned}$$

所以$\{\uparrow\}$是功能完备集。 $\square$

定义18 (与非: $p \uparrow q = \neg(p \wedge q)$)

证明$\{\uparrow\}$是功能完备集.

由于$\{\neg, \vee\}$是功能完备集，而

$$\begin{aligned} \neg p &= \neg(p \wedge p) = p \uparrow p \\ p \vee q &= \neg(\neg p \wedge \neg q) \\ &= (\neg p) \uparrow (\neg q) \\ &= (p \uparrow p) \uparrow (q \uparrow q) \end{aligned}$$

所以$\{\uparrow\}$是功能完备集。 □

定义18 (与非: $p \uparrow q = \neg(p \wedge q)$)

证明$\{\uparrow\}$是功能完备集.

由于$\{\neg, \vee\}$是功能完备集，而

$$\neg p = \neg(p \wedge p) = p \uparrow p$$

$$p \vee q = \neg(\neg p \wedge \neg q)$$

$$= (\neg p) \uparrow (\neg q)$$

$$= (p \uparrow p) \uparrow (q \uparrow q)$$

所以$\{\uparrow\}$是功能完备集。 □

定义18 (与非: $p \uparrow q = \neg(p \wedge q)$)

证明$\{\uparrow\}$是功能完备集.

由于$\{\neg, \vee\}$是功能完备集，而

$$\begin{aligned}
\neg p &= \neg(p \wedge p) = p \uparrow p \\
p \vee q &= \neg(\neg p \wedge \neg q) \\
&= (\neg p) \uparrow (\neg q) \\
&= (p \uparrow p) \uparrow (q \uparrow q)
\end{aligned}$$

所以$\{\uparrow\}$是功能完备集。 □

定义18 (与非: $p \uparrow q = \neg(p \wedge q)$)

证明$\{\uparrow\}$是功能完备集.

由于$\{\neg, \vee\}$是功能完备集，而

$$\begin{aligned}
\neg p &= \neg(p \wedge p) = p \uparrow p \\
p \vee q &= \neg(\neg p \wedge \neg q) \\
&= (\neg p) \uparrow (\neg q) \\
&= (p \uparrow p) \uparrow (q \uparrow q)
\end{aligned}$$

所以$\{\uparrow\}$是功能完备集。 □

定义18 (与非: $p \uparrow q = \neg(p \wedge q)$)

证明$\{\uparrow\}$是功能完备集.

由于$\{\neg, \vee\}$是功能完备集，而

$$\begin{aligned} \neg p &= \neg(p \wedge p) = p \uparrow p \\ p \vee q &= \neg(\neg p \wedge \neg q) \\ &= (\neg p) \uparrow (\neg q) \\ &= (p \uparrow p) \uparrow (q \uparrow q) \end{aligned}$$

所以$\{\uparrow\}$是功能完备集。 □

定义19（或非：$p \downarrow q = \neg(p \vee q)$）

证明：$\{\downarrow\}$是功能完备集.

由于$\{\neg, \wedge\}$是功能完备集，而

$$\neg p = \neg(p \vee p) = p \downarrow p$$

$$p \wedge q = \neg(\neg p \vee \neg q)$$

$$= \neg(p \downarrow p) \downarrow (q \downarrow q)$$

$$= (p \downarrow p) \downarrow (q \downarrow q)$$

所以$\{\downarrow\}$是功能完备集.

定义19 (或非：$p \downarrow q = \neg(p \vee q)$)

证明：$\{\downarrow\}$是功能完备集.

由于$\{\neg, \wedge\}$是功能完备集，而

$$\begin{aligned}
\neg p &= \neg(p \vee p) = p \downarrow p \\
p \wedge q &= \neg(\neg p \vee \neg q) \\
&= (\neg p) \downarrow (\neg q) \\
&= (p \downarrow p) \downarrow (q \downarrow q)
\end{aligned}$$

所以$\{\downarrow\}$是功能完备集。 □

定义19（或非：$p \downarrow q = \neg(p \vee q)$）

证明：$\{\downarrow\}$是功能完备集.

由于$\{\neg, \wedge\}$是功能完备集，而

$$\begin{aligned}
\neg p = \neg(p \vee p) &= p \downarrow p \\
p \wedge q &= \neg(\neg p \vee \neg q) \\
&= (\neg p) \downarrow (\neg q) \\
&= (p \downarrow p) \downarrow (q \downarrow q)
\end{aligned}$$

所以$\{\downarrow\}$是功能完备集。 □

定义19 (或非：$p \downarrow q = \neg(p \vee q)$)

证明：$\{\downarrow\}$是功能完备集.

由于$\{\neg, \wedge\}$是功能完备集，而

$$\begin{aligned} \neg p &= \neg(p \vee p) = p \downarrow p \\ p \wedge q &= \neg(\neg p \vee \neg q) \\ &= (\neg p) \downarrow (\neg q) \\ &= (p \downarrow p) \downarrow (q \downarrow q) \end{aligned}$$

所以$\{\downarrow\}$是功能完备集。 □

定义19 (或非：$p \downarrow q = \neg(p \vee q)$)

证明：$\{\downarrow\}$是功能完备集.

由于$\{\neg, \wedge\}$是功能完备集，而

$$\neg p = \neg(p \vee p) = p \downarrow p$$

$$\begin{aligned} p \wedge q &= \neg(\neg p \vee \neg q) \\ &= (\neg p) \downarrow (\neg q) \\ &= (p \downarrow p) \downarrow (q \downarrow q) \end{aligned}$$

所以$\{\downarrow\}$是功能完备集。 □

定义19 (或非：$p \downarrow q = \neg(p \vee q)$)

证明：$\{\downarrow\}$是功能完备集.

由于$\{\neg, \wedge\}$是功能完备集，而

$$\begin{aligned}
\neg p &= \neg(p \vee p) = p \downarrow p \\
p \wedge q &= \neg(\neg p \vee \neg q) \\
&= (\neg p) \downarrow (\neg q) \\
&= (p \downarrow p) \downarrow (q \downarrow q)
\end{aligned}$$

所以$\{\downarrow\}$是功能完备集。 □

定义19 (或非：$p \downarrow q = \neg(p \vee q)$)

证明：$\{\downarrow\}$是功能完备集.

由于$\{\neg, \wedge\}$是功能完备集，而

$$\begin{aligned}
\neg p &= \neg(p \vee p) = p \downarrow p \\
p \wedge q &= \neg(\neg p \vee \neg q) \\
&= (\neg p) \downarrow (\neg q) \\
&= (p \downarrow p) \downarrow (q \downarrow q)
\end{aligned}$$

所以$\{\downarrow\}$是功能完备集。 □

定义19 (或非：$p \downarrow q = \neg(p \vee q)$)

证明：$\{\downarrow\}$是功能完备集.

由于$\{\neg, \wedge\}$是功能完备集，而

$$\begin{aligned}
\neg p &= \neg(p \vee p) = p \downarrow p \\
p \wedge q &= \neg(\neg p \vee \neg q) \\
&= (\neg p) \downarrow (\neg q) \\
&= (p \downarrow p) \downarrow (q \downarrow q)
\end{aligned}$$

所以$\{\downarrow\}$是功能完备集。 □

例23 (将$(p \to q) \vee r$,$p \wedge (q \to r)$化为与之等价且分别仅含有$\{\uparrow\}$、$\{\downarrow\}$的命题公式)

定义20

设$p_1,\cdots,p_n,q$都是命题公式，如果对于任何赋值，当$p_1,\cdots,p_n$取值都为1时，q取值也必定为1，则称q是前提$p_1,\cdots,p_n$的逻辑结论，记为

$p_1,\cdots,p_n \Rightarrow q$，或$p_1 \wedge \cdots \wedge p_n \Rightarrow q$。

注意：

- 要证明$p_1,\cdots,p_n \Rightarrow q$，只需说明当$p_1,\cdots,p_n$都为真时，$q$也必定为真；
- 当$p_1,\cdots,p_n$不全为真时，q可以真也可以假。

定义20

设$p_1,\cdots,p_n,q$都是命题公式，如果对于任何赋值，当$p_1,\cdots,p_n$取值都为1时，q取值也必定为1，则称q是前提$p_1,\cdots,p_n$的**逻辑结论**，记为

$p_1,\cdots,p_n \Rightarrow q$，或$p_1 \wedge \cdots \wedge p_n \Rightarrow q$。

注意：

- 要证明$p_1,\cdots,p_n \Rightarrow q$，只需说明当$p_1,\cdots,p_n$都为真时，$q$也必定为真；
- 当$p_1,\cdots,p_n$不全为真时，q可以真也可以假。

定义20

设$p_1,\cdots,p_n,q$都是命题公式，如果对于任何赋值，当$p_1,\cdots,p_n$取值都为1时，q取值也必定为1，则称q是前提$p_1,\cdots,p_n$的**逻辑结论**，记为

$p_1,\cdots,p_n \Rightarrow q$，或$p_1 \wedge \cdots \wedge p_n \Rightarrow q$。

注意：

- 要证明$p_1,\cdots,p_n \Rightarrow q$，只需说明当$p_1,\cdots,p_n$都为真时，$q$也必定为真；
- 当$p_1,\cdots,p_n$不全为真时，q可以真也可以假。

定义20

设$p_1,\cdots,p_n,q$都是命题公式，如果对于任何赋值，当$p_1,\cdots,p_n$取值都为*1*时，q取值也必定为*1*，则称q是前提$p_1,\cdots,p_n$的**逻辑结论**，记为

$p_1,\cdots,p_n \Rightarrow q$，或$p_1 \wedge \cdots \wedge p_n \Rightarrow q$。

注意：

- 要证明$p_1,\cdots,p_n \Rightarrow q$，只需说明当$p_1,\cdots,p_n$都为真时，$q$也必定为真；
- 当$p_1,\cdots,p_n$不全为真时，q可以真也可以假。

定义20

设$p_1,\cdots,p_n,q$都是命题公式，如果对于任何赋值，当$p_1,\cdots,p_n$取值都为*1*时，q取值也必定为*1*，则称q是前提$p_1,\cdots,p_n$的**逻辑结论**，记为

$p_1,\cdots,p_n \Rightarrow q$，或$p_1 \wedge \cdots \wedge p_n \Rightarrow q$。

注意：

- 要证明$p_1,\cdots,p_n \Rightarrow q$，只需说明当$p_1,\cdots,p_n$都为真时，$q$也必定为真；
- 当$p_1,\cdots,p_n$不全为真时，q可以真也可以假。

例24 (用真值表证明$p \to q, q \to r \Rightarrow p \to r$)

证明：

p	q	r	$p \to q$	$q \to r$	$p \to r$
0	0	0			
0	0	1			
0	1	0	1	0	1
0	1	1			
1	0	0	0	1	0
1	0	1	0	1	1
1	1	0	1	0	0
1	1	1			

所以$(p \to q), (q \to r) \Rightarrow p \to r$。

例24 (用真值表证明$p \to q, q \to r \Rightarrow p \to r$)

证明：

p	q	r	$p \to q$	$q \to r$	$p \to r$
0	0	0			
0	0	1			
0	1	0	1	0	1
0	1	1			
1	0	0	0	1	0
1	0	1	0	1	1
1	1	0	1	0	0
1	1	1			

所以$(p \to q), (q \to r) \Rightarrow p \to r$。

例24 (用真值表证明$p \to q, q \to r \Rightarrow p \to r$)

证明：

p	q	r	$p \to q$	$q \to r$	$p \to r$
0	0	0			
0	0	1			
0	1	0	1	0	1
0	1	1			
1	0	0	0	1	0
1	0	1	0	1	1
1	1	0	1	0	0
1	1	1			

所以$(p \to q), (q \to r) \Rightarrow p \to r$。

例24 (用真值表证明$p \to q, q \to r \Rightarrow p \to r$)

证明：

p	q	r	$p \to q$	$q \to r$	$p \to r$
0	0	0	1		
0	0	1	1		
0	1	0	1	0	1
0	1	1	1		
1	0	0	0	1	0
1	0	1	0	1	1
1	1	0	1	0	0
1	1	1	1		

所以$(p \to q), (q \to r) \Rightarrow p \to r$。

例24 (用真值表证明$p \to q, q \to r \Rightarrow p \to r$)

证明：

p	q	r	$p \to q$	$q \to r$	$p \to r$
0	0	0	1	1	
0	0	1	1	1	
0	1	0	1	0	1
0	1	1	1	1	
1	0	0	0	1	0
1	0	1	0	1	1
1	1	0	1	0	0
1	1	1	1	1	

所以$(p \to q), (q \to r) \Rightarrow p \to r$。

例24 (用真值表证明$p \to q, q \to r \Rightarrow p \to r$)

证明：

p	q	r	$p \to q$	$q \to r$	$p \to r$
0	0	0	1	1	1
0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	0	1
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	0
1	0	1	0	1	1
1	1	0	1	0	0
1	1	1	1	1	1

所以$(p \to q), (q \to r) \Rightarrow p \to r$。

例24 (用真值表证明$p \to q, q \to r \Rightarrow p \to r$)

证明：

p	q	r	$p \to q$	$q \to r$	$p \to r$
0	0	0	1	1	1
0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	0	1
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	0
1	0	1	0	1	1
1	1	0	1	0	0
1	1	1	1	1	1

所以$(p \to q), (q \to r) \Rightarrow p \to r$。

例24 (用真值表证明$p \to q, q \to r \Rightarrow p \to r$)

证明：

p	q	r	$p \to q$	$q \to r$	$p \to r$
0	0	0	1	1	1
0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	0	1
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	0
1	0	1	0	1	1
1	1	0	1	0	0
1	1	1	1	1	1

所以$(p \to q), (q \to r) \Rightarrow p \to r$。

例25 (判断下列推论是否正确)

- $\neg p, p \vee q \Rightarrow p \wedge q$
- $\neg q \wedge r, r \wedge p, q \Rightarrow p \vee \neg q$
- $\neg(p \wedge \neg q), \neg q \vee r, \neg q \Rightarrow \neg p$
- $\neg p \rightarrow q, q \rightarrow r, r \rightarrow p \Rightarrow p \vee q \vee r$
- $p \rightarrow q, r \wedge s, \neg q \Rightarrow p \wedge s$

定理7

$p_1, \cdots, p_n \Rightarrow q$的充要条件是$p_1 \wedge \cdots \wedge p_n \rightarrow q$永真

例26（证明下列推理）

定理7

$p_1, \cdots, p_n \Rightarrow q$的充要条件是$p_1 \wedge \cdots \wedge p_n \rightarrow q$永真

例26 (证明下列推理)

- $p \rightarrow q, q \rightarrow r \Rightarrow p \rightarrow r$
- $\neg p \Rightarrow p \rightarrow q$
- $\neg(p \rightarrow q) \Rightarrow p$

定理7

$p_1, \cdots, p_n \Rightarrow q$的充要条件是$p_1 \wedge \cdots \wedge p_n \rightarrow q$永真

例26 (证明下列推理)

- $p \rightarrow q, q \rightarrow r \Rightarrow p \rightarrow r$
- $\neg p \Rightarrow p \rightarrow q$
- $\neg(p \rightarrow q) \Rightarrow p$

定理7

$p_1, \cdots, p_n \Rightarrow q$的充要条件是$p_1 \wedge \cdots \wedge p_n \rightarrow q$永真

例26 (证明下列推理)

- $p \rightarrow q, q \rightarrow r \Rightarrow p \rightarrow r$
- $\neg p \Rightarrow p \rightarrow q$
- $\neg(p \rightarrow q) \Rightarrow p$

定理7

$p_1, \cdots, p_n \Rightarrow q$的充要条件是$p_1 \wedge \cdots \wedge p_n \rightarrow q$永真

例26 (证明下列推理)

- $p \rightarrow q, q \rightarrow r \Rightarrow p \rightarrow r$
- $\neg p \Rightarrow p \rightarrow q$
- $\neg(p \rightarrow q) \Rightarrow p$

$$\begin{aligned} & \neg p \rightarrow (p \rightarrow q) \\ =& p \vee (\neg p \vee q) \\ =& 1 \end{aligned}$$

定理7

$p_1, \cdots, p_n \Rightarrow q$的充要条件是$p_1 \wedge \cdots \wedge p_n \rightarrow q$永真

例26 (证明下列推理)

- $p \rightarrow q, q \rightarrow r \Rightarrow p \rightarrow r$
- $\neg p \Rightarrow p \rightarrow q$
- $\neg(p \rightarrow q) \Rightarrow p$

$$\begin{aligned}&\neg(p \rightarrow q) \rightarrow p\\ =&(p \rightarrow q) \vee p\\ =&\neg p \vee q \vee p\\ =&1\end{aligned}$$

定理8 (基本推理公式)

附加率 $p \Rightarrow p \vee q$

化简率 $p \wedge q \Rightarrow p$

析取三段论 $p \vee q, \neg q \Rightarrow p$

假言推理 $p \rightarrow q, p \Rightarrow q$

拒绝式 $p \rightarrow q, \neg q \Rightarrow \neg p$

假言三段论 $p \rightarrow q, q \rightarrow r \Rightarrow p \rightarrow r$

等值三段论 $p \leftrightarrow q, q \leftrightarrow r \Rightarrow p \leftrightarrow r$

定理8 (基本推理公式)

附加率 $p \Rightarrow p \vee q$

化简率 $p \wedge q \Rightarrow p$

析取三段论 $p \vee q, \neg q \Rightarrow p$

假言推理 $p \rightarrow q, p \Rightarrow q$

拒绝式 $p \rightarrow q, \neg q \Rightarrow \neg p$

假言三段论 $p \rightarrow q, q \rightarrow r \Rightarrow p \rightarrow r$

等值三段论 $p \leftrightarrow q, q \leftrightarrow r \Rightarrow p \leftrightarrow r$

定理8 (基本推理公式)

附加率 $p \Rightarrow p \vee q$

化简率 $p \wedge q \Rightarrow p$

析取三段论 $p \vee q, \neg q \Rightarrow p$

假言推理 $p \rightarrow q, p \Rightarrow q$

拒绝式 $p \rightarrow q, \neg q \Rightarrow \neg p$

假言三段论 $p \rightarrow q, q \rightarrow r \Rightarrow p \rightarrow r$

等值三段论 $p \leftrightarrow q, q \leftrightarrow r \Rightarrow p \leftrightarrow r$

定理8 (基本推理公式)

附加率 $p \Rightarrow p \vee q$

化简率 $p \wedge q \Rightarrow p$

析取三段论 $p \vee q, \neg q \Rightarrow p$

假言推理 $p \rightarrow q, p \Rightarrow q$

拒绝式 $p \rightarrow q, \neg q \Rightarrow \neg p$

假言三段论 $p \rightarrow q, q \rightarrow r \Rightarrow p \rightarrow r$

等值三段论 $p \leftrightarrow q, q \leftrightarrow r \Rightarrow p \leftrightarrow r$

定理8 (基本推理公式)

附加率 $p \Rightarrow p \vee q$

化简率 $p \wedge q \Rightarrow p$

析取三段论 $p \vee q, \neg q \Rightarrow p$

假言推理 $p \rightarrow q, p \Rightarrow q$

拒绝式 $p \rightarrow q, \neg q \Rightarrow \neg p$

假言三段论 $p \rightarrow q, q \rightarrow r \Rightarrow p \rightarrow r$

等值三段论 $p \leftrightarrow q, q \leftrightarrow r \Rightarrow p \leftrightarrow r$

定理8 (基本推理公式)

附加率 $p \Rightarrow p \vee q$

化简率 $p \wedge q \Rightarrow p$

析取三段论 $p \vee q, \neg q \Rightarrow p$

假言推理 $p \rightarrow q, p \Rightarrow q$

拒绝式 $p \rightarrow q, \neg q \Rightarrow \neg p$

假言三段论 $p \rightarrow q, q \rightarrow r \Rightarrow p \rightarrow r$

等值三段论 $p \leftrightarrow q, q \leftrightarrow r \Rightarrow p \leftrightarrow r$

定理8 (基本推理公式)

附加率 $p \Rightarrow p \vee q$

化简率 $p \wedge q \Rightarrow p$

析取三段论 $p \vee q, \neg q \Rightarrow p$

假言推理 $p \rightarrow q, p \Rightarrow q$

拒绝式 $p \rightarrow q, \neg q \Rightarrow \neg p$

假言三段论 $p \rightarrow q, q \rightarrow r \Rightarrow p \rightarrow r$

等值三段论 $p \leftrightarrow q, q \leftrightarrow r \Rightarrow p \leftrightarrow r$

定理8 (基本推理公式)

附加率 $p \Rightarrow p \vee q$

化简率 $p \wedge q \Rightarrow p$

析取三段论 $p \vee q, \neg q \Rightarrow p$

假言推理 $p \rightarrow q, p \Rightarrow q$

拒绝式 $p \rightarrow q, \neg q \Rightarrow \neg p$

假言三段论 $p \rightarrow q, q \rightarrow r \Rightarrow p \rightarrow r$

等值三段论 $p \leftrightarrow q, q \leftrightarrow r \Rightarrow p \leftrightarrow r$

定义21 (演绎推理)

设S是命题公式集合，B是命题公式，如果存在有限个命题公式序列$B_i, 1 \leq i \leq n$，使得

- 序列中的每个B_i要么属于S，要么是有限公式序列中前面一些公式的逻辑结论；
- 序列中的最后一个公式$B_n = B$

则显然B是前提S的有效结论，称由S演绎推理出B。

定义21 (演绎推理)

设S是命题公式集合，B是命题公式，如果存在有限个命题公式序列$B_i, 1 \leq i \leq n$，使得

- 序列中的每个B_i要么属于S，要么是有限公式序列中前面一些公式的逻辑结论；
- 序列中的最后一个公式$B_n = B$

则显然B是前提S的有效结论，称由S演绎推理出B。

定义21 (演绎推理)

设S是命题公式集合，B是命题公式，如果存在有限个命题公式序列$B_i, 1 \leq i \leq n$，使得

- 序列中的每个B_i要么属于S，要么是有限公式序列中前面一些公式的逻辑结论；
- 序列中的最后一个公式$B_n = B$

则显然B是前提S的有效结论，称由S演绎推理出B。

定义21 (演绎推理)

设S是命题公式集合，B是命题公式，如果存在有限个命题公式序列$B_i, 1 \leq i \leq n$，使得

- 序列中的每个B_i要么属于S，要么是有限公式序列中前面一些公式的逻辑结论；
- 序列中的最后一个公式$B_n = B$

则显然B是前提S的有效结论，称由S演绎推理出B。

定理9 (基本推理规则)

P规则(前提引入规则) 在任何步骤中都可以引入前提作为公式序列中的公式;

E规则(置换规则) 在任何步骤中都可以用与公式序列中的命题公式等价的命题公式作为序列中的新公式;

T规则(结论引入规则) 在任何步骤中都可以将已有公式的逻辑结论作为序列中的新公式。

定理9 (基本推理规则)

P规则(前提引入规则) 在任何步骤中都可以引入前提作为公式序列中的公式;

E规则(置换规则) 在任何步骤中都可以用与公式序列中的命题公式等价的命题公式作为序列中的新公式;

T规则(结论引入规则) 在任何步骤中都可以将已有公式的逻辑结论作为序列中的新公式。

定理9 (基本推理规则)

P规则(前提引入规则) 在任何步骤中都可以引入前提作为公式序列中的公式;

E规则(置换规则) 在任何步骤中都可以用与公式序列中的命题公式等价的命题公式作为序列中的新公式;

T规则(结论引入规则) 在任何步骤中都可以将已有公式的逻辑结论作为序列中的新公式。

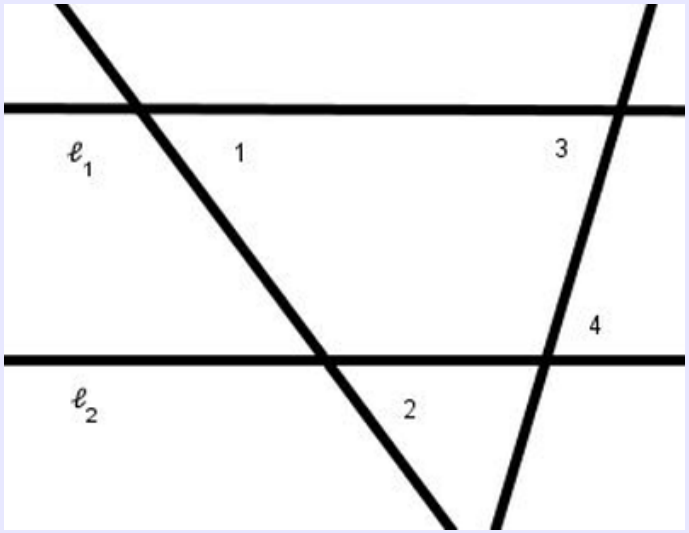
定理9 (基本推理规则)

P规则(前提引入规则) 在任何步骤中都可以引入前提作为公式序列中的公式;

E规则(置换规则) 在任何步骤中都可以用与公式序列中的命题公式等价的命题公式作为序列中的新公式;

T规则(结论引入规则) 在任何步骤中都可以将已有公式的逻辑结论作为序列中的新公式。

已知$\angle 1 = \angle 2$，求证$\angle 3 = \angle 4$。

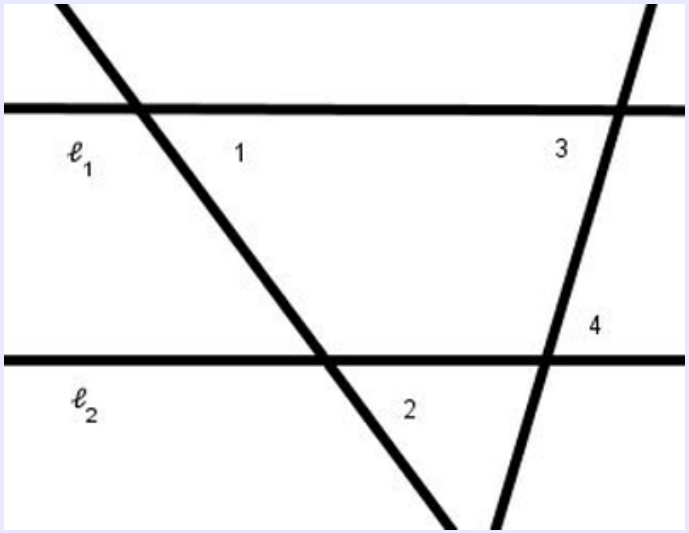


证明.

- $\because \angle 1 = \angle 2$(P规则)
- $\therefore \ell_1 \parallel \ell_2$(T规则)
- $\therefore \angle 3 = \angle 4$(T规则)

□

已知$\angle 1 = \angle 2$，求证$\angle 3 = \angle 4$。

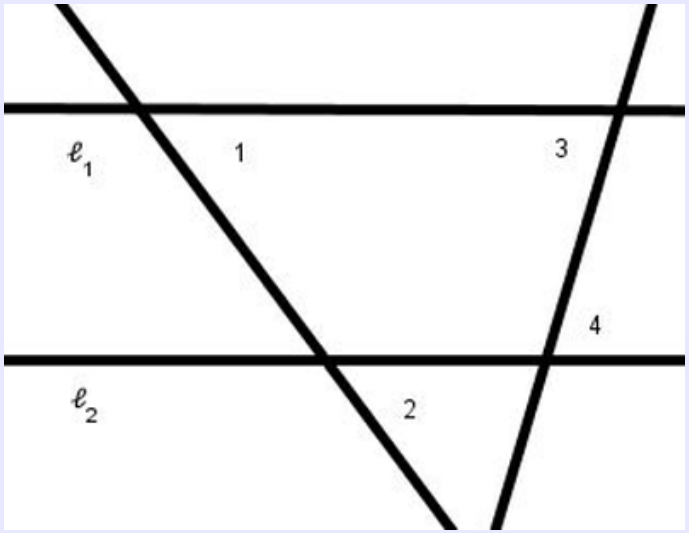


证明.

- $\because \angle 1 = \angle 2$(P规则)
- $\therefore \ell_1 \parallel \ell_2$(T规则)
- $\therefore \angle 3 = \angle 4$(T规则)

□

已知$\angle 1 = \angle 2$，求证$\angle 3 = \angle 4$。

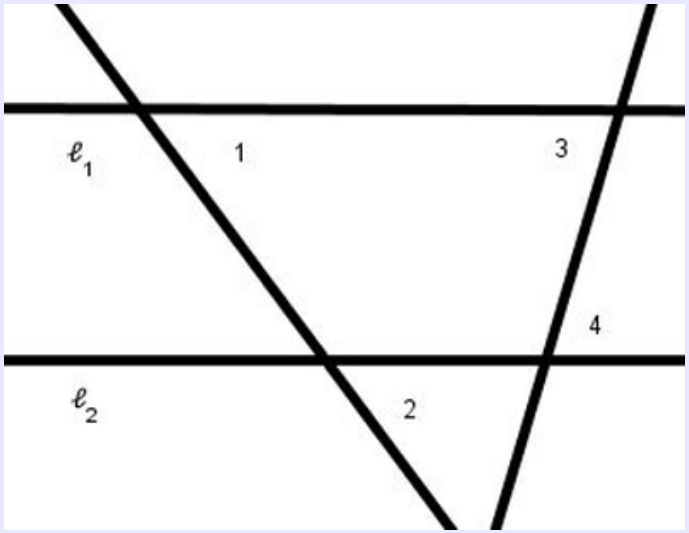


证明.

- $\because\ \angle 1 = \angle 2$(P规则)
- $\therefore\ \ell_1 \parallel \ell_2$(T规则)
- $\therefore\ \angle 3 = \angle 4$(T规则)

□

已知$\angle 1 = \angle 2$，求证$\angle 3 = \angle 4$。



证明.

- $\because\ \angle 1 = \angle 2$(P规则)
- $\therefore\ \ell_1 \parallel \ell_2$(T规则)
- $\therefore\ \angle 3 = \angle 4$(T规则)

□

例27 (用演绎法证明推理公式)

$$\neg p \vee q, r \vee \neg q, r \rightarrow s \Rightarrow p \rightarrow s$$

解:

$1. \neg p \vee q$	P
$2. p \rightarrow q$	$E_{(1)}$
$3. r \vee \neg q$	P
$4. q \rightarrow r$	$E_{(3)}$
$5. p \rightarrow r$	$T_{(2),(4)}$
$6. r \rightarrow s$	P
$7. p \rightarrow s$	$T_{(5),(6)}$

所以$\neg p \vee q, r \vee \neg q, r \rightarrow s \Rightarrow p \rightarrow s$。

例27 (用演绎法证明推理公式)

$$\neg p \vee q, r \vee \neg q, r \rightarrow s \Rightarrow p \rightarrow s$$

解：

$1. \neg p \vee q$	P
$2. p \rightarrow q$	$E_{(1)}$
$3. r \vee \neg q$	P
$4. q \rightarrow r$	$E_{(3)}$
$5. p \rightarrow r$	$T_{(2),(4)}$
$6. r \rightarrow s$	P
$7. p \rightarrow s$	$T_{(5),(6)}$

所以$\neg p \vee q, r \vee \neg q, r \rightarrow s \Rightarrow p \rightarrow s$。

例27 (用演绎法证明推理公式)

$$\neg p \vee q, r \vee \neg q, r \rightarrow s \Rightarrow p \rightarrow s$$

解:

$1. \neg p \vee q$	P
$2. p \rightarrow q$	$E_{(1)}$
$3. r \vee \neg q$	P
$4. q \rightarrow r$	$E_{(3)}$
$5. p \rightarrow r$	$T_{(2),(4)}$
$6. r \rightarrow s$	P
$7. p \rightarrow s$	$T_{(5),(6)}$

所以$\neg p \vee q, r \vee \neg q, r \rightarrow s \Rightarrow p \rightarrow s$。

例27 (用演绎法证明推理公式)

$$\neg p \vee q, r \vee \neg q, r \rightarrow s \Rightarrow p \rightarrow s$$

解:

$1.\neg p \vee q$	P
$2.p \rightarrow q$	$E_{(1)}$
$3.r \vee \neg q$	P
$4.q \rightarrow r$	$E_{(3)}$
$5.p \rightarrow r$	$T_{(2),(4)}$
$6.r \rightarrow s$	P
$7.p \rightarrow s$	$T_{(5),(6)}$

所以$\neg p \vee q, r \vee \neg q, r \rightarrow s \Rightarrow p \rightarrow s$。

例27 (用演绎法证明推理公式)

$$\neg p \vee q, r \vee \neg q, r \rightarrow s \Rightarrow p \rightarrow s$$

解:

$1.\neg p \vee q$	P
$2.p \rightarrow q$	$E_{(1)}$
$3.r \vee \neg q$	P
$4.q \rightarrow r$	$E_{(3)}$
$5.p \rightarrow r$	$T_{(2),(4)}$
$6.r \rightarrow s$	P
$7.p \rightarrow s$	$T_{(5),(6)}$

所以$\neg p \vee q, r \vee \neg q, r \rightarrow s \Rightarrow p \rightarrow s$。

例27 (用演绎法证明推理公式)

$$\neg p \vee q, r \vee \neg q, r \rightarrow s \Rightarrow p \rightarrow s$$

解:

$1.\neg p \vee q$	P
$2.p \rightarrow q$	$E_{(1)}$
$3.r \vee \neg q$	P
$4.q \rightarrow r$	$E_{(3)}$
$5.p \rightarrow r$	$T_{(2),(4)}$
$6.r \rightarrow s$	P
$7.p \rightarrow s$	$T_{(5),(6)}$

所以$\neg p \vee q, r \vee \neg q, r \rightarrow s \Rightarrow p \rightarrow s$。

例27 (用演绎法证明推理公式)

$$\neg p \vee q, r \vee \neg q, r \rightarrow s \Rightarrow p \rightarrow s$$

解:

$1.\neg p \vee q$	P
$2.p \rightarrow q$	$E_{(1)}$
$3.r \vee \neg q$	P
$4.q \rightarrow r$	$E_{(3)}$
$5.p \rightarrow r$	$T_{(2),(4)}$
$6.r \rightarrow s$	P
$7.p \rightarrow s$	$T_{(5),(6)}$

所以$\neg p \vee q, r \vee \neg q, r \rightarrow s \Rightarrow p \rightarrow s$。

例27 (用演绎法证明推理公式)

$$\neg p \vee q, r \vee \neg q, r \rightarrow s \Rightarrow p \rightarrow s$$

解:

$1.\neg p \vee q$	P
$2.p \rightarrow q$	$E_{(1)}$
$3.r \vee \neg q$	P
$4.q \rightarrow r$	$E_{(3)}$
$5.p \rightarrow r$	$T_{(2),(4)}$
$6.r \rightarrow s$	P
$7.p \rightarrow s$	$T_{(5),(6)}$

所以$\neg p \vee q, r \vee \neg q, r \rightarrow s \Rightarrow p \rightarrow s$。

例27 (用演绎法证明推理公式)

$\neg p \vee q, r \vee \neg q, r \rightarrow s \Rightarrow p \rightarrow s$

解:

$1.\neg p \vee q$	P
$2.p \rightarrow q$	$E_{(1)}$
$3.r \vee \neg q$	P
$4.q \rightarrow r$	$E_{(3)}$
$5.p \rightarrow r$	$T_{(2),(4)}$
$6.r \rightarrow s$	P
$7.p \rightarrow s$	$T_{(5),(6)}$

所以$\neg p \vee q, r \vee \neg q, r \rightarrow s \Rightarrow p \rightarrow s$。

例27 (用演绎法证明推理公式)

$$\neg p \vee q, r \vee \neg q, r \rightarrow s \Rightarrow p \rightarrow s$$

解:

$1. \neg p \vee q$	P
$2. p \rightarrow q$	$E_{(1)}$
$3. r \vee \neg q$	P
$4. q \rightarrow r$	$E_{(3)}$
$5. p \rightarrow r$	$T_{(2),(4)}$
$6. r \rightarrow s$	P
$7. p \rightarrow s$	$T_{(5),(6)}$

所以$\neg p \vee q, r \vee \neg q, r \rightarrow s \Rightarrow p \rightarrow s$。

例27 (用演绎法证明推理公式)

$$\neg p \vee q, r \vee \neg q, r \rightarrow s \Rightarrow p \rightarrow s$$

解:

$1. \neg p \vee q$	P
$2. p \rightarrow q$	$E_{(1)}$
$3. r \vee \neg q$	P
$4. q \rightarrow r$	$E_{(3)}$
$5. p \rightarrow r$	$T_{(2),(4)}$
$6. r \rightarrow s$	P
$7. p \rightarrow s$	$T_{(5),(6)}$

所以$\neg p \vee q, r \vee \neg q, r \rightarrow s \Rightarrow p \rightarrow s$。

例27 (用演绎法证明推理公式)

$$\neg p \vee q, r \vee \neg q, r \rightarrow s \Rightarrow p \rightarrow s$$

解:

$1.\neg p \vee q$	P
$2.p \rightarrow q$	$E_{(1)}$
$3.r \vee \neg q$	P
$4.q \rightarrow r$	$E_{(3)}$
$5.p \rightarrow r$	$T_{(2),(4)}$
$6.r \rightarrow s$	P
$7.p \rightarrow s$	$T_{(5),(6)}$

所以$\neg p \vee q, r \vee \neg q, r \rightarrow s \Rightarrow p \rightarrow s$。

例27 (用演绎法证明推理公式)

$$\neg p \vee q, r \vee \neg q, r \rightarrow s \Rightarrow p \rightarrow s$$

解:

$1.\neg p \vee q$	P
$2.p \rightarrow q$	$E_{(1)}$
$3.r \vee \neg q$	P
$4.q \rightarrow r$	$E_{(3)}$
$5.p \rightarrow r$	$T_{(2),(4)}$
$6.r \rightarrow s$	P
$7.p \rightarrow s$	$T_{(5),(6)}$

所以$\neg p \vee q, r \vee \neg q, r \rightarrow s \Rightarrow p \rightarrow s$。

例27 (用演绎法证明推理公式)

$$\neg p \vee q, r \vee \neg q, r \rightarrow s \Rightarrow p \rightarrow s$$

解:

$1.\neg p \vee q$	P
$2.p \rightarrow q$	$E_{(1)}$
$3.r \vee \neg q$	P
$4.q \rightarrow r$	$E_{(3)}$
$5.p \rightarrow r$	$T_{(2),(4)}$
$6.r \rightarrow s$	P
$7.p \rightarrow s$	$T_{(5),(6)}$

所以$\neg p \vee q, r \vee \neg q, r \rightarrow s \Rightarrow p \rightarrow s$。

例27 (用演绎法证明推理公式)

$$\neg p \vee q, r \vee \neg q, r \rightarrow s \Rightarrow p \rightarrow s$$

解:

$1.\neg p \vee q$	P
$2.p \rightarrow q$	$E_{(1)}$
$3.r \vee \neg q$	P
$4.q \rightarrow r$	$E_{(3)}$
$5.p \rightarrow r$	$T_{(2),(4)}$
$6.r \rightarrow s$	P
$7.p \rightarrow s$	$T_{(5),(6)}$

所以$\neg p \vee q, r \vee \neg q, r \rightarrow s \Rightarrow p \rightarrow s$。

例27 (用演绎法证明推理公式)

$$\neg p \vee q, r \vee \neg q, r \rightarrow s \Rightarrow p \rightarrow s$$

解:

$1. \neg p \vee q$	P
$2. p \rightarrow q$	$E_{(1)}$
$3. r \vee \neg q$	P
$4. q \rightarrow r$	$E_{(3)}$
$5. p \rightarrow r$	$T_{(2),(4)}$
$6. r \rightarrow s$	P
$7. p \rightarrow s$	$T_{(5),(6)}$

所以$\neg p \vee q, r \vee \neg q, r \rightarrow s \Rightarrow p \rightarrow s$。

例27 (用演绎法证明推理公式)

$$\neg p \vee q, r \vee \neg q, r \rightarrow s \Rightarrow p \rightarrow s$$

解：

$1.\neg p \vee q$	P
$2.p \rightarrow q$	$E_{(1)}$
$3.r \vee \neg q$	P
$4.q \rightarrow r$	$E_{(3)}$
$5.p \rightarrow r$	$T_{(2),(4)}$
$6.r \rightarrow s$	P
$7.p \rightarrow s$	$T_{(5),(6)}$

所以$\neg p \vee q, r \vee \neg q, r \rightarrow s \Rightarrow p \rightarrow s$。

例28 (用演绎法证明推理公式)

$$p \to (q \vee r), \neg s \to \neg q, p \wedge \neg s \Rightarrow r$$

解:

$1. p \wedge \neg s$	P
$2. p$	$T_{(1)}$
$3. \neg s$	$T_{(1)}$
$4. p \to (q \vee r)$	P
$5. q \vee r$	$T_{(2),(4)}$
$6. \neg s \to \neg q$	P
$7. \neg q$	$T_{(3),(6)}$
$8. r$	$T_{(5),(7)}$

所以$\neg p \vee q, \neg q \vee r, r \to s \Rightarrow p \to s$。

例28 (用演绎法证明推理公式)

$$p \to (q \vee r), \neg s \to \neg q, p \wedge \neg s \Rightarrow r$$

解：

$1. p \wedge \neg s$	P
$2. p$	$T_{(1)}$
$3. \neg s$	$T_{(1)}$
$4. p \to (q \vee r)$	P
$5. q \vee r$	$T_{(2),(4)}$
$6. \neg s \to \neg q$	P
$7. \neg q$	$T_{(3),(6)}$
$8. r$	$T_{(5),(7)}$

所以$\neg p \vee q, \neg q \vee r, r \to s \Rightarrow p \to s$。

例28 (用演绎法证明推理公式)

$$p \to (q \vee r), \neg s \to \neg q, p \wedge \neg s \Rightarrow r$$

解：

$1. p \wedge \neg s$	P
$2. p$	$T_{(1)}$
$3. \neg s$	$T_{(1)}$
$4. p \to (q \vee r)$	P
$5. q \vee r$	$T_{(2),(4)}$
$6. \neg s \to \neg q$	P
$7. \neg q$	$T_{(3),(6)}$
$8. r$	$T_{(5),(7)}$

所以$\neg p \vee q, \neg q \vee r, r \to s \Rightarrow p \to s$。

例28 (用演绎法证明推理公式)

$$p \to (q \vee r), \neg s \to \neg q, p \wedge \neg s \Rightarrow r$$

解：

$1. p \wedge \neg s$	P
$2. p$	$T_{(1)}$
$3. \neg s$	$T_{(1)}$
$4. p \to (q \vee r)$	P
$5. q \vee r$	$T_{(2),(4)}$
$6. \neg s \to \neg q$	P
$7. \neg q$	$T_{(3),(6)}$
$8. r$	$T_{(5),(7)}$

所以$\neg p \vee q, \neg q \vee r, r \to s \Rightarrow p \to s$。

例28 (用演绎法证明推理公式)

$$p \to (q \vee r), \neg s \to \neg q, p \wedge \neg s \Rightarrow r$$

解：

$1. p \wedge \neg s$	P
$2. p$	$T_{(1)}$
$3. \neg s$	$T_{(1)}$
$4. p \to (q \vee r)$	P
$5. q \vee r$	$T_{(2),(4)}$
$6. \neg s \to \neg q$	P
$7. \neg q$	$T_{(3),(6)}$
$8. r$	$T_{(5),(7)}$

所以$\neg p \vee q, \neg q \vee r, r \to s \Rightarrow p \to s$。

例28 (用演绎法证明推理公式)

$$p \to (q \vee r), \neg s \to \neg q, p \wedge \neg s \Rightarrow r$$

解：

$1. p \wedge \neg s$	P
$2. p$	$T_{(1)}$
$3. \neg s$	$T_{(1)}$
$4. p \to (q \vee r)$	P
$5. q \vee r$	$T_{(2),(4)}$
$6. \neg s \to \neg q$	P
$7. \neg q$	$T_{(3),(6)}$
$8. r$	$T_{(5),(7)}$

所以$\neg p \vee q, \neg q \vee r, r \to s \Rightarrow p \to s$。

例28 (用演绎法证明推理公式)

$$p \to (q \vee r), \neg s \to \neg q, p \wedge \neg s \Rightarrow r$$

解：

$1. p \wedge \neg s$	P
$2. p$	$T_{(1)}$
$3. \neg s$	$T_{(1)}$
$4. p \to (q \vee r)$	P
$5. q \vee r$	$T_{(2),(4)}$
$6. \neg s \to \neg q$	P
$7. \neg q$	$T_{(3),(6)}$
$8. r$	$T_{(5),(7)}$

所以$\neg p \vee q, \neg q \vee r, r \to s \Rightarrow p \to s$。

例28 (用演绎法证明推理公式)

$$p \to (q \vee r), \neg s \to \neg q, p \wedge \neg s \Rightarrow r$$

解：

$1. p \wedge \neg s$	P
$2. p$	$T_{(1)}$
$3. \neg s$	$T_{(1)}$
$4. p \to (q \vee r)$	P
$5. q \vee r$	$T_{(2),(4)}$
$6. \neg s \to \neg q$	P
$7. \neg q$	$T_{(3),(6)}$
$8. r$	$T_{(5),(7)}$

所以$\neg p \vee q, \neg q \vee r, r \to s \Rightarrow p \to s$。

例28 (用演绎法证明推理公式)

$$p \to (q \vee r), \neg s \to \neg q, p \wedge \neg s \Rightarrow r$$

解：

$1. p \wedge \neg s$	P
$2. p$	$T_{(1)}$
$3. \neg s$	$T_{(1)}$
$4. p \to (q \vee r)$	P
$5. q \vee r$	$T_{(2),(4)}$
$6. \neg s \to \neg q$	P
$7. \neg q$	$T_{(3),(6)}$
$8. r$	$T_{(5),(7)}$

所以$\neg p \vee q, \neg q \vee r, r \to s \Rightarrow p \to s$。

例28 (用演绎法证明推理公式)

$$p \to (q \vee r), \neg s \to \neg q, p \wedge \neg s \Rightarrow r$$

解：

$1. p \wedge \neg s$	P
$2. p$	$T_{(1)}$
$3. \neg s$	$T_{(1)}$
$4. p \to (q \vee r)$	P
$5. q \vee r$	$T_{(2),(4)}$
$6. \neg s \to \neg q$	P
$7. \neg q$	$T_{(3),(6)}$
$8. r$	$T_{(5),(7)}$

所以$\neg p \vee q, \neg q \vee r, r \to s \Rightarrow p \to s$。

例28 (用演绎法证明推理公式)

$$p \to (q \vee r), \neg s \to \neg q, p \wedge \neg s \Rightarrow r$$

解：

$1. p \wedge \neg s$	P
$2. p$	$T_{(1)}$
$3. \neg s$	$T_{(1)}$
$4. p \to (q \vee r)$	P
$5. q \vee r$	$T_{(2),(4)}$
$6. \neg s \to \neg q$	P
$7. \neg q$	$T_{(3),(6)}$
$8. r$	$T_{(5),(7)}$

所以$\neg p \vee q, \neg q \vee r, r \to s \Rightarrow p \to s$。

练习8 (用演绎法证明推理公式)

- $p \to (q \to r), p, q \Rightarrow r \vee s$

解:

$1. p$	P
$2. p \to (q \to r)$	P
$3. q \to r$	$T_{(1),(2)}$
$4. q$	P
$5. r$	$T_{(3),(4)}$
$6. r \vee s$	$T_{(5)}$

所以推理成立。

- $p \to q, \neg(q \wedge r), r \Rightarrow \neg p$

解:

$1. \neg(q \wedge r)$	P
$2. \neg q \vee \neg r$	$E_{(1)}$
$3. r$	P
$4. \neg q$	$T_{(2),(3)}$
$5. p \to q$	P
$6. \neg p$	$T_{(4),(5)}$

所以推理成立。

练习8 (用演绎法证明推理公式)

- $p \to (q \to r), p, q \Rightarrow r \vee s$
- $p \to q, \neg(q \wedge r), r \Rightarrow \neg p$

解:

$1. p$	P
$2. p \to (q \to r)$	P
$3. q \to r$	$T_{(1),(2)}$
$4. q$	P
$5. r$	$T_{(3),(4)}$
$6. r \vee s$	$T_{(5)}$

所以推理成立。

解:

$1. \neg(q \wedge r)$	P
$2. \neg q \vee \neg r$	$E_{(1)}$
$3. r$	P
$4. \neg q$	$T_{(2),(3)}$
$5. p \to q$	P
$6. \neg p$	$T_{(4),(5)}$

所以推理成立。

练习8 (用演绎法证明推理公式)

- $p \to (q \to r), p, q \Rightarrow r \vee s$
- $p \to q, \neg(q \wedge r), r \Rightarrow \neg p$

解:

$1.p$	P
$2.p \to (q \to r)$	P
$3.q \to r$	$T_{(1),(2)}$
$4.q$	P
$5.r$	$T_{(3),(4)}$
$6.r \vee s$	$T_{(5)}$

所以推理成立。

解:

$1.\neg(q \wedge r)$	P
$2.\neg q \vee \neg r$	$E_{(1)}$
$3.r$	P
$4.\neg q$	$T_{(2),(3)}$
$5.p \to q$	P
$6.\neg p$	$T_{(4),(5)}$

所以推理成立。

练习8 (用演绎法证明推理公式)

- $p \to (q \to r), p, q \Rightarrow r \vee s$
- $p \to q, \neg(q \wedge r), r \Rightarrow \neg p$

解:

$1.p$	P
$2.p \to (q \to r)$	P
$3.q \to r$	$T_{(1),(2)}$
$4.q$	P
$5.r$	$T_{(3),(4)}$
$6.r \vee s$	$T_{(5)}$

所以推理成立。

解:

$1.\neg(q \wedge r)$	P
$2.\neg q \vee \neg r$	$E_{(1)}$
$3.r$	P
$4.\neg q$	$T_{(2),(3)}$
$5.p \to q$	P
$6.\neg p$	$T_{(4),(5)}$

所以推理成立。

练习8 (用演绎法证明推理公式)

- $p \to (q \to r), p, q \Rightarrow r \vee s$
- $p \to q, \neg(q \wedge r), r \Rightarrow \neg p$

解:

$1.p$	P
$2.p \to (q \to r)$	P
$3.q \to r$	$T_{(1),(2)}$
$4.q$	P
$5.r$	$T_{(3),(4)}$
$6.r \vee s$	$T_{(5)}$

所以推理成立。

解:

$1.\neg(q \wedge r)$	P
$2.\neg q \vee \neg r$	$E_{(1)}$
$3.r$	P
$4.\neg q$	$T_{(2),(3)}$
$5.p \to q$	P
$6.\neg p$	$T_{(4),(5)}$

所以推理成立。

练习8 (用演绎法证明推理公式)

- $p \to (q \to r), p, q \Rightarrow r \vee s$
- $p \to q, \neg(q \wedge r), r \Rightarrow \neg p$

解:

$1.p$	P
$2.p \to (q \to r)$	P
$3.q \to r$	$T_{(1),(2)}$
$4.q$	P
$5.r$	$T_{(3),(4)}$
$6.r \vee s$	$T_{(5)}$

所以推理成立。

解:

$1.\neg(q \wedge r)$	P
$2.\neg q \vee \neg r$	$E_{(1)}$
$3.r$	P
$4.\neg q$	$T_{(2),(3)}$
$5.p \to q$	P
$6.\neg p$	$T_{(4),(5)}$

所以推理成立。

练习8 (用演绎法证明推理公式)

- $p \to (q \to r), p, q \Rightarrow r \vee s$
- $p \to q, \neg(q \wedge r), r \Rightarrow \neg p$

解:

$1. p$	P
$2. p \to (q \to r)$	P
$3. q \to r$	$T_{(1),(2)}$
$4. q$	P
$5. r$	$T_{(3),(4)}$
$6. r \vee s$	$T_{(5)}$

所以推理成立。

解:

$1. \neg(q \wedge r)$	P
$2. \neg q \vee \neg r$	$E_{(1)}$
$3. r$	P
$4. \neg q$	$T_{(2),(3)}$
$5. p \to q$	P
$6. \neg p$	$T_{(4),(5)}$

所以推理成立。

练习8 (用演绎法证明推理公式)

- $p \to (q \to r), p, q \Rightarrow r \vee s$
- $p \to q, \neg(q \wedge r), r \Rightarrow \neg p$

解:

$1. p$	P
$2. p \to (q \to r)$	P
$3. q \to r$	$T_{(1),(2)}$
$4. q$	P
$5. r$	$T_{(3),(4)}$
$6. r \vee s$	$T_{(5)}$

所以推理成立。

解:

$1. \neg(q \wedge r)$	P
$2. \neg q \vee \neg r$	$E_{(1)}$
$3. r$	P
$4. \neg q$	$T_{(2),(3)}$
$5. p \to q$	P
$6. \neg p$	$T_{(4),(5)}$

所以推理成立。

练习8 (用演绎法证明推理公式)

- $p \to (q \to r), p, q \Rightarrow r \vee s$
- $p \to q, \neg(q \wedge r), r \Rightarrow \neg p$

解:

$1. p$	P
$2. p \to (q \to r)$	P
$3. q \to r$	$T_{(1),(2)}$
$4. q$	P
$5. r$	$T_{(3),(4)}$
$6. r \vee s$	$T_{(5)}$

所以推理成立。

解:

$1. \neg(q \wedge r)$	P
$2. \neg q \vee \neg r$	$E_{(1)}$
$3. r$	P
$4. \neg q$	$T_{(2),(3)}$
$5. p \to q$	P
$6. \neg p$	$T_{(4),(5)}$

所以推理成立。

练习8 (用演绎法证明推理公式)

- $p \to (q \to r), p, q \Rightarrow r \vee s$
- $p \to q, \neg(q \wedge r), r \Rightarrow \neg p$

解:

$1. p$	P
$2. p \to (q \to r)$	P
$3. q \to r$	$T_{(1),(2)}$
$4. q$	P
$5. r$	$T_{(3),(4)}$
$6. r \vee s$	$T_{(5)}$

所以推理成立。

解:

$1. \neg(q \wedge r)$	P
$2. \neg q \vee \neg r$	$E_{(1)}$
$3. r$	P
$4. \neg q$	$T_{(2),(3)}$
$5. p \to q$	P
$6. \neg p$	$T_{(4),(5)}$

所以推理成立。

练习8 (用演绎法证明推理公式)

- $p \to (q \to r), p, q \Rightarrow r \vee s$
- $p \to q, \neg(q \wedge r), r \Rightarrow \neg p$

解:

$1.p$	P
$2.p \to (q \to r)$	P
$3.q \to r$	$T_{(1),(2)}$
$4.q$	P
$5.r$	$T_{(3),(4)}$
$6.r \vee s$	$T_{(5)}$

所以推理成立。

解:

$1.\neg(q \wedge r)$	P
$2.\neg q \vee \neg r$	$E_{(1)}$
$3.r$	P
$4.\neg q$	$T_{(2),(3)}$
$5.p \to q$	P
$6.\neg p$	$T_{(4),(5)}$

所以推理成立。

练习8 (用演绎法证明推理公式)

- $p \to (q \to r), p, q \Rightarrow r \vee s$
- $p \to q, \neg(q \wedge r), r \Rightarrow \neg p$

解:

$1.p$	P
$2.p \to (q \to r)$	P
$3.q \to r$	$T_{(1),(2)}$
$4.q$	P
$5.r$	$T_{(3),(4)}$
$6.r \vee s$	$T_{(5)}$

所以推理成立。

解:

$1.\neg(q \wedge r)$	P
$2.\neg q \vee \neg r$	$E_{(1)}$
$3.r$	P
$4.\neg q$	$T_{(2),(3)}$
$5.p \to q$	P
$6.\neg p$	$T_{(4),(5)}$

所以推理成立。

练习8 (用演绎法证明推理公式)

- $p \to (q \to r), p, q \Rightarrow r \vee s$
- $p \to q, \neg(q \wedge r), r \Rightarrow \neg p$

解:

$1. p$	P
$2. p \to (q \to r)$	P
$3. q \to r$	$T_{(1),(2)}$
$4. q$	P
$5. r$	$T_{(3),(4)}$
$6. r \vee s$	$T_{(5)}$

所以推理成立。

解:

$1. \neg(q \wedge r)$	P
$2. \neg q \vee \neg r$	$E_{(1)}$
$3. r$	P
$4. \neg q$	$T_{(2),(3)}$
$5. p \to q$	P
$6. \neg p$	$T_{(4),(5)}$

所以推理成立。

练习8 (用演绎法证明推理公式)

- $p \to (q \to r), p, q \Rightarrow r \vee s$

解:

$1.p$	P
$2.p \to (q \to r)$	P
$3.q \to r$	$T_{(1),(2)}$
$4.q$	P
$5.r$	$T_{(3),(4)}$
$6.r \vee s$	$T_{(5)}$

所以推理成立。

- $p \to q, \neg(q \wedge r), r \Rightarrow \neg p$

解:

$1.\neg(q \wedge r)$	P
$2.\neg q \vee \neg r$	$E_{(1)}$
$3.r$	P
$4.\neg q$	$T_{(2),(3)}$
$5.p \to q$	P
$6.\neg p$	$T_{(4),(5)}$

所以推理成立。

练习8 (用演绎法证明推理公式)

- $p \to (q \to r), p, q \Rightarrow r \vee s$

解:

$1.p$	P
$2.p \to (q \to r)$	P
$3.q \to r$	$T_{(1),(2)}$
$4.q$	P
$5.r$	$T_{(3),(4)}$
$6.r \vee s$	$T_{(5)}$

所以推理成立。

- $p \to q, \neg(q \wedge r), r \Rightarrow \neg p$

解:

$1.\neg(q \wedge r)$	P
$2.\neg q \vee \neg r$	$E_{(1)}$
$3.r$	P
$4.\neg q$	$T_{(2),(3)}$
$5.p \to q$	P
$6.\neg p$	$T_{(4),(5)}$

所以推理成立。

练习8 (用演绎法证明推理公式)

- $p \to (q \to r), p, q \Rightarrow r \vee s$

解:

$1.p$	P
$2.p \to (q \to r)$	P
$3.q \to r$	$T_{(1),(2)}$
$4.q$	P
$5.r$	$T_{(3),(4)}$
$6.r \vee s$	$T_{(5)}$

所以推理成立。

- $p \to q, \neg(q \wedge r), r \Rightarrow \neg p$

解:

$1.\neg(q \wedge r)$	P
$2.\neg q \vee \neg r$	$E_{(1)}$
$3.r$	P
$4.\neg q$	$T_{(2),(3)}$
$5.p \to q$	P
$6.\neg p$	$T_{(4),(5)}$

所以推理成立。

练习8 (用演绎法证明推理公式)

- $p \to (q \to r), p, q \Rightarrow r \vee s$

解:

$1.p$	P
$2.p \to (q \to r)$	P
$3.q \to r$	$T_{(1),(2)}$
$4.q$	P
$5.r$	$T_{(3),(4)}$
$6.r \vee s$	$T_{(5)}$

所以推理成立。

- $p \to q, \neg(q \wedge r), r \Rightarrow \neg p$

解:

$1.\neg(q \wedge r)$	P
$2.\neg q \vee \neg r$	$E_{(1)}$
$3.r$	P
$4.\neg q$	$T_{(2),(3)}$
$5.p \to q$	P
$6.\neg p$	$T_{(4),(5)}$

所以推理成立。

例29

用演绎推理法证明以下推理:

- 如果马会飞或羊吃草，则母鸡是飞鸟。如果母鸡是飞鸟，那么烤熟的鸭子还会跑。烤熟的鸭子不会跑。
- 所以羊不吃草。

定理10

设$p_1, \cdots, p_n, q$是命题公式，则$p_1, \cdots, p_n \Rightarrow q$的充要条件是$p_1 \wedge \cdots \wedge p_n \wedge \neg q$是永假式。

例30（用演绎法证明推理公式）

$p \to q, q \to r, p \to r \Rightarrow p \to (q \to r)$

$p \to q, q \to r, p \to r, p \Rightarrow q \to r$

定理10

设$p_1, \cdots, p_n, q$是命题公式，则$p_1, \cdots, p_n \Rightarrow q$的充要条件是$p_1 \wedge \cdots \wedge p_n \wedge \neg q$是永假式。

例30 (用演绎法证明推理公式)

- $p, p \rightarrow (q \rightarrow (r \wedge s)) \Rightarrow q \rightarrow s$
- $\neg(r \vee s) \rightarrow \neg(p \vee q), p, (s \rightarrow r) \vee \neg p \Rightarrow r$

定理11

设$p_1, \cdots, p_n, q, r$都是命题公式，则$p_1, \cdots, p_n \Rightarrow q \to r$的充要条件是$p_1, \cdots, p_n, q \Rightarrow r$。

例31（用演绎法证明推理公式）

$p \to (q \to r) \Rightarrow q \to (p \to r)$

$p \to (q \to r) \Rightarrow p \to (q \to (p \to r))$

定理11

设$p_1, \cdots, p_n, q, r$都是命题公式，则$p_1, \cdots, p_n \Rightarrow q \to r$的充要条件是$p_1, \cdots, p_n, q \Rightarrow r$。

例31 (用演绎法证明推理公式)

- $p, p \to (q \to (r \wedge s)) \Rightarrow q \to s$
- $\neg p \vee q, \neg q \vee r, r \to s \Rightarrow p \to s$

练习9 (用演绎法证明推理公式)

- $p \to q \Rightarrow p \to (p \wedge q)$
- $p \to \neg q, \neg r \vee q, r \wedge \neg s \Rightarrow \neg p$
- $p \to (q \to r), q \to (r \to s) \Rightarrow p \to (q \to s)$

作业5 (P35-5(4,5,7,8,10))

练习9 (用演绎法证明推理公式)

- $p \to q \Rightarrow p \to (p \wedge q)$
- $p \to \neg q, \neg r \vee q, r \wedge \neg s \Rightarrow \neg p$
- $p \to (q \to r), q \to (r \to s) \Rightarrow p \to (q \to s)$

作业5 (P35-5(4,5,7,8,10))