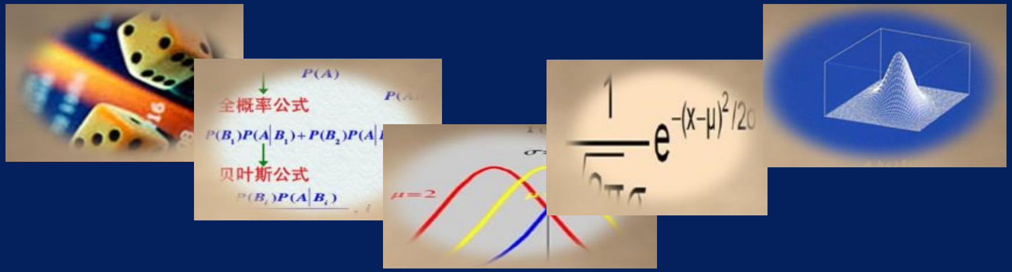
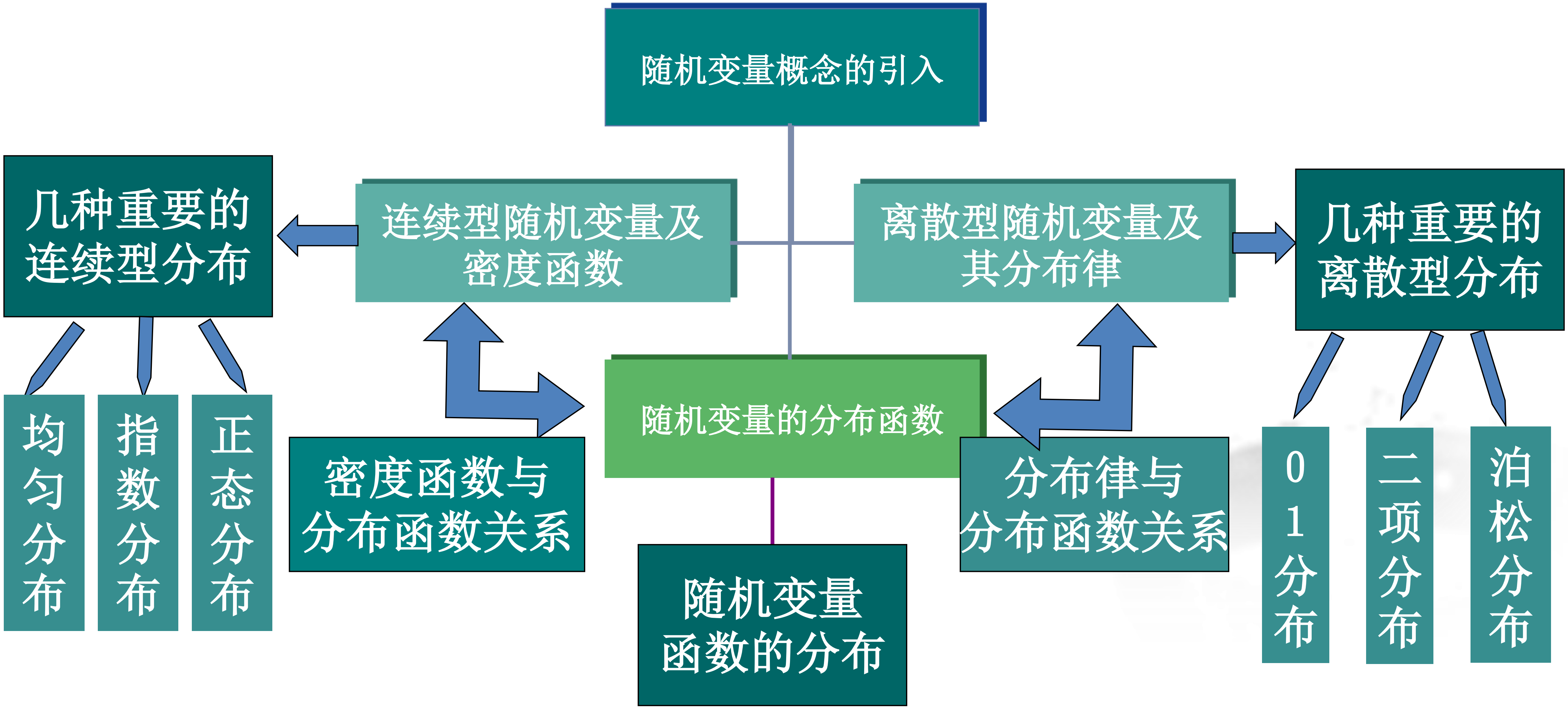
第二章 随机变量及其分布

知识要点



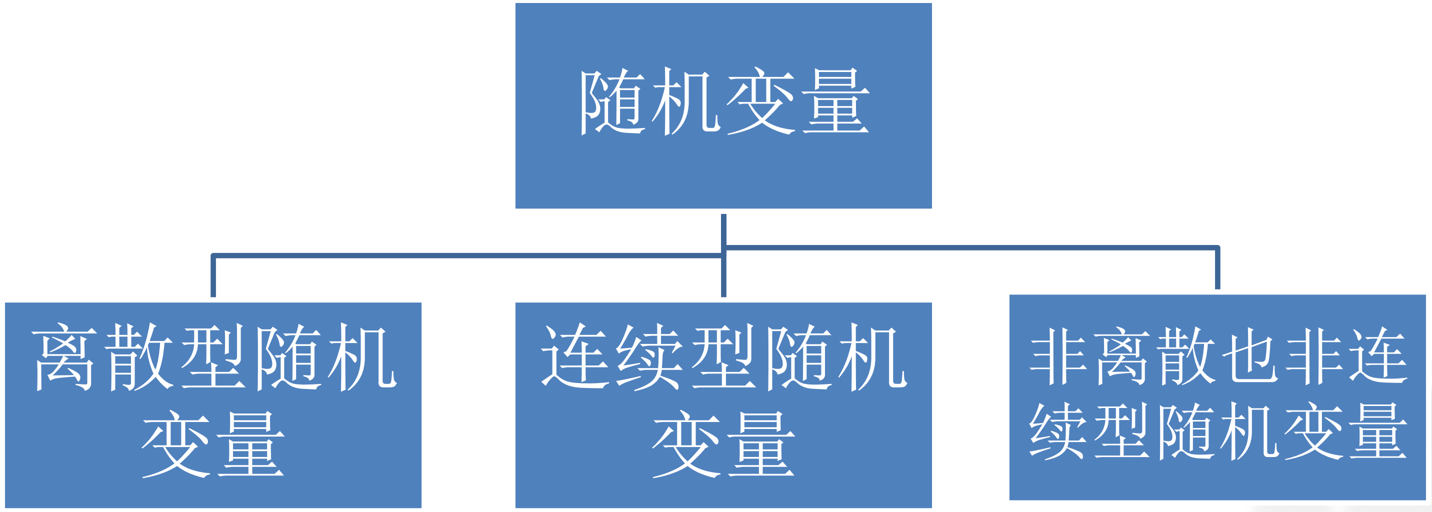
杨建芳

随机变量及其分布


随机变量概念的引入
连续型随机变量及密度函数
离散型随机变量及其分布律
几种重要的连续型分布
几种重要的离散型分布
均匀分布
指数分布
正态分布
随机变量的分布函数
密度函数与分布函数关系
分布律与分布函数关系
随机变量函数的分布
0 1分布
二项分布
泊松分布

随机变量

- 随机变量是随机试验结果的数量化表示，即样本点数量化，
- 随机变量取值是随机的，有一定的概率。



离散型随机变量

- 离散型随机变量分布律及其性质

$$P\{X=x_k\}=p_k, k=1,2,\cdots\cdots$$

$$1.\ p_k\geq 0, k=1,2,\ldots\ldots$$

$$2.\sum_{k=1}^{\infty}p_k=1$$

- 离散型随机变量三大分布及其关系

$$(0\text{-}1)\text{分布}\xleftarrow[X=X_1+X_2+\ldots+X_n]{n=1}\text{二项分布}\xrightarrow[\text{泊松定理}\lambda=np]{n\to\infty}\text{泊松分布}$$

$P(X=k)=p^k(1-p)^{1-k}$,
$k=0,1$

$P(X=k)=C_n^k p^k(1-p)^{n-k}$,
$k=0,1,2,\ldots,n$

$P(X=k)=\dfrac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}$,
$k=0,1,2,\ldots$

随机变量的分布函数

- 随机变量分布的定义及其性质

$$F(x) = P\{X \le x\}, -\infty < x < +\infty$$

1.$F(x)$是单调不减函数；

2.$0 \le F(x) \le 1$;

3.$F(x)$具有右连续性；

4.$P\{a < X \le b\} = F(b) - F(a)$.

- 分布律和分布函数关系 $F(x) = P\{X \le x\} = \sum_{x_k \le x} P(X = x_k)$ 重点，考点

连续型随机变量

- 连续型随机变量密度函数及其性质（重点考点）

$$F(x)=\int_{-\infty}^{x} f(t)\,\mathrm{d}t\,,-\infty<x<+\infty.$$

$1.\ f(x)\geq 0;$

$2.\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx=1;$

$3.P\{a<X\leq b\}=\int_{a}^{b} f(x)dx;$

4.在$f(x)$的连续点处，有$f(x)=F'(x)$.

注：连续型随机变量在任意一点处的概率为0。

连续型随机变量三大分布

1.均匀分布：$X \sim f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{b-a} & a<x<b \\ 0 & 其他\end{cases}$

2.指数分布：$X \sim f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{\theta}e^{-\frac{x}{\theta}} & x>0 \\ 0 & 其他\end{cases}.$

3.正态分布：$X \sim f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$，$-\infty<x<+\infty$

标准正态分布的性质以及查表计算（重点难点）

随机变量函数的分布

➢ 已知X的概率分布，求随机变量 $Y=g(X)$的概率分布。（难点）

1、由 $r.v.X$ 取值范围推出 $r.v.Y$ 的取值范围；

2、建立 $r.v.X$ 取值和 $r.v.Y$ 取值的对应关系；

$$\{Y\in A\}\Leftrightarrow\{X\in B\}$$

3、相应的有

$$P\{Y\in A\}=P\{X\in B\}$$

4、结合实际情况，求出 $r.v.Y$ 的分布律或概率密度函数或分布函数

谢谢大家！