

TRABAJO PRÁCTICO 2

FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS DEL PROCESAMIENTO DE SEÑALES

23 Diciembre 2021

El objetivo de este trabajo práctico es manipular y comprender las herramientas de procesamiento de señales digitales vistos en el primer capítulo del curso. No programaremos algoritmos por el momento, solo haremos visualizaciones de señales en el dominio espectral y frecuencial.

Este trabajo práctico se realizará en Python 3 y se aconseja fuertemente utilizar el entorno de programación Anaconda e implementar las diferentes secciones en Jupyter Notebooks, con comentario y notas en cada ítem.

Se espera que el código entregado pueda ser descargado desde github y ejecutado (figuras reproducibles) y que cada resultado este acompañado de una breve discusión en formato *markdown*, el cual permite escribir ecuaciones dentro de Jupyter.

En este trabajo dirigido usaremos bibliotecas Numpy/Scipy para manipular datos numéricos y Matplotlib para graficarlos.

También necesitaremos tener acceso a algunos métodos de las librerías `scipy.signal` y `scipy.io`. El submódulo `wavfile` que también debe importarse.

```
import numpy as np
import scipy as sp
import scipy.signal
import scipy.io.wavfile
```

1 Generación y muestreo de señales

En esta sección generaremos algunas señales digitales y veremos el efecto del muestreo en términos de reconstrucción. Finalmente veremos cómo generar señales de audio y guardarlas en formato *.wav*.

1.1 Generación de señales

Generaremos muestras a partir de la siguiente señal continua

$$x(t) = \sin(2\pi f_0 t) + \cos(2\pi f_1 t) \quad (1)$$

donde $f_0 = 2\text{Hz}$ y $f_1 = 3f_0$.

1. Implemente una función `def x(t)` que devuelve los valores de $x(t)$ de una lista de valores en formato `numpy`.
2. Genere una señal con un muestreo fino a una frecuencia de muestreo $f_{s0} = 1000\text{Hz}$ sobre $N_0 = 1024$ muestras:
 - Genere un arreglo t_0 de N muestras temporales de valores $t = \frac{n}{f_{s0}}$.
 - Evalúe la función x en el vector de tiempo t_0 y almacene los valores resultantes $x[n]$ en un vector x_0 .
 - Trace la señal con el eje de tiempo correcto en segundos.
3. Genere una señal x_n con una frecuencia de muestreo $f_s = 20$ sobre $N = f_s$ muestras (muestreo de 1 segundo).
4. Grafique simultáneamente x_0 y x_n . Para x_n , use el estilo de trazado “-o” para ver la posición de las muestras.

1.2 Reconstrucción de señales

1. ¿Cuál es la frecuencia de muestreo necesaria f_s para garantizar que la señal $x(t)$ pueda reconstruirse?
2. Programe una función `def recSinc (x_s, t_s, f_s, t)` que reconstruya una señal en el tiempo t a partir de muestras x_s, t_s a la frecuencia f_s .
3. Grafique simultáneamente x_0 y la interpolación de x_n en t_0 . ¿Qué pasa en el borde de la ventana de muestreo?
4. Modifique la frecuencia de muestreo de $f_s = 20$ a $f_s = 10$. ¿Qué sucede con la reconstrucción?

1.3 Generación de señales de audio

En esta parte trabajaremos con secuencias de audio. Para hacer eso usaremos `scipy.io.wavfile` para cargar y guardar archivos en formato `.wav`. También es posible escuchar audio directamente en Python usando la librería de manipulación audio `sounddevice` que se puede instalar con `pip` o `conda`. En esta sección las señales generadas solo serán escuchadas y trazadas, pero estudiaremos sus componentes de frecuencia en la siguiente sección.

1. Genere 1 segundo de una onda sinusoidal de magnitud 0.5 y de frecuencia $f_0 = 425\text{Hz}$ muestreada a $f_s = 8000\text{Hz}$. Guárdelo como un archivo wave y escuche el archivo o escuche directamente la señal desde python. Este es el tono de marcado de los teléfonos europeos.
2. Es posible generar notas musicales a partir de su número MIDI m donde la frecuencia se expresa como

$$f_m = 440 \cdot 2^{\frac{m-69}{12}}.$$

Vemos que hay 12 semitonos para pasar de una nota a su octava.

La nota MIDI $m = 69$ es la LA 4 en notación y es el estándar de tono utilizado para afinar instrumentos para conciertos.

La lista de notas y sus correspondientes nombres y frecuencias puede encontrarse en línea¹.

Implemente una función `def getNote (m, fs, l)` que devuelve la nota m tocada durante l segundos a la frecuencia f_s .

3. Guarde la nota $m = 69$ en un archivo llamado "A4.wav". Escuche varias otras notas MIDI. ¿Qué pasa para $m = 117$ (LA8) cuando se guarda a la frecuencia de muestreo $f_s = 8000\text{Hz}$?
4. Codifique una secuencia de concatenación de notas [70, 72, 68, 56, 63] (1 segundo cada una) y guarde la secuencia como archivo "seq.wav". ¿Le suena la secuencia?
5. La saturación puede ocurrir cuando los amplificadores alcanzan su máxima amplitud. El efecto de la saturación puede ser reproducido usando un "clipeo" en un seno.

Compare la señal de la nota $m = 69$ a 440Hz para diferentes valores de recorte. Guarde la nota usando el "clipeo" en un archivo "A4clip.wav". ¿Cual es el efecto de la saturación en el contenido frecuencial de la señal?

6. Genere la señal

$$x(t) = \sin \left(2\pi \left(\omega_0 t + \frac{c}{2} t^2 \right) \right)$$

con $f_0 = 100\text{Hz}$ y $c = 500$ durante 1 segundo a una frecuencia de muestreo $f_s = 8000\text{Hz}$. Esta señal es llama "chirp" y corresponde a una modulación de frecuencia. Guarde la señal en el archivo "chirp.wav".

¹https://www.inspiredacoustics.com/en/MIDI_note_numbers_and_center_frequencies