2º PARCIAL – 1º FECHA

1) Θ_1 estimador de máxima verosimilitud de Θ
Θ_2 estimador por el método de los momentos de Θ

Los EMV son asintóticamente insesgados y consistentes
Ninguno es necesariamente insesgado
No tienen que sewr necesariamente iguales

2) $X_1, \ldots, X_{10}$ muestra aleatoria de una v.a. X con $E(X) = \mu$ y $V(X) = \sigma^2$
$\hat{\mu}_1 = \bar{X}$
$\hat{\mu}_2 = \frac{3X_1 - X_6 + 5X_4}{7}$

$E(\hat{\mu}_1) = E(\bar{X}) = \mu \quad \Rightarrow \quad \hat{\mu}_1 \ \textit{estimador insesgado de } \mu$

$E(\hat{\mu}_2) = \frac{3\mu - \mu + 5\mu}{7} = \mu \quad \Rightarrow \quad \hat{\mu}_2 \ \textit{estimador insesgado de } \mu$

$\therefore \quad ECM(\hat{\mu}_1) = V(\hat{\mu}_1) \quad y \quad ECM(\hat{\mu}_2) = V(\hat{\mu}_2)$

$V(\hat{\mu}_1) = V(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{10}$

$V(\hat{\mu}_2) = \frac{9\sigma^2 + \sigma^2 + 25\sigma^2}{49} = \frac{35}{49}\sigma^2$

Entonces $\quad V(\hat{\mu}_1) = \frac{\sigma^2}{10} < \frac{35}{49}\sigma^2 = V(\hat{\mu}_2) \quad \Rightarrow \quad \hat{\mu}_1 \ \textit{es mejor estimador que} \quad \hat{\mu}_2 \ \textit{de } \mu$

3) $X_1, \ldots, X_n$ muestra aleatoria de una v.a. X con $E(X) = \mu$ y $V(X) = \sigma^2$ desconocida

Para construir un intervalo de confianza para μ se necesita:
que n >30 ó que X tenga distribución normal

Las opciones 1 y 2 son las correctas
Para las opciones 3 y 4 tendría que decir que X tiene distribución normal

4) Se comparan dos procesos para fabricar cierto microchip. Se seleccionó una muestra de 400 chips de un proceso menos costoso donde 62 estaban defectuosos. Se seleccionó una muestra de 200 chips de un proceso más costoso y 12 tenían defecto. Cuál de los siguientes intervalos es un intervalo de 95% para la diferencia de proporciones de los chips defectuosos producidos por los dos procesos?

Opción 1 es la correcta

Hay que construir un intervalo de confianza para diferencia de proporciones de nivel 95%

$$\left[\hat{P}_1-\hat{P}_2-z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{P}_1\left(1-\hat{P}_1\right)}{n_1}+\frac{\hat{P}_2\left(1-\hat{P}_2\right)}{n_2}};\ \ \hat{P}_1-\hat{P}_2+z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{P}_1\left(1-\hat{P}_1\right)}{n_1}+\frac{\hat{P}_2\left(1-\hat{P}_2\right)}{n_2}}\right]$$

Con $z_{\frac{\alpha}{2}}$ =1.96

5) Si X_1 y X_2 son dos variables aleatorias ***independientes*** normalmente distribuidas:

$X_1 \sim \mathrm{N}\left(\mu_1,\sigma_1{}^2\right)$, $X_2 \sim \mathrm{N}\left(\mu_2,\sigma_2{}^2\right)$ y suponemos que las varianzas σ_1^2 y σ_2^2 son ***desconocidas*** y ***distintas***

Un intervalo de confianza para la diferencia $\mu_1-\mu_2$ de nivel ***aproximadamente*** $1-\alpha$ es

$$\left[\overline{X}_1-\overline{X}_2-t_{\frac{\alpha}{2},\nu}\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1}+\frac{S_2^2}{n_2}},\quad \overline{X}_1-\overline{X}_2+t_{\frac{\alpha}{2},\nu}\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1}+\frac{S_2^2}{n_2}}\right] \qquad (8.6)$$

Donde

$$\nu=\frac{\left(S_1^2/n_1+S_2^2/n_2\right)^2}{\frac{\left(S_1^2/n_1\right)^2}{n_1-1}+\frac{\left(S_2^2/n_2\right)^2}{n_2-1}}$$

Opcion 2 es la correcta

6) Una científica calcula:

un intervalo de confianza de 0.90 y obtiene (4.38 ; 6.02)

un intervalo de confianza de 0.95 y obtiene (4.22 ; 6.18)

un intervalo de confianza de 0.99 y obtiene (3.91 ; 6.49)

Quiere probar $H_0: \mu=4 \quad contra \quad H_1: \mu\neq 4$

Si usa relación entre intervalo de confianza y test

$$\begin{cases} rechaza\ H_0 \quad si \quad 4\notin intervalo \\ acepta\ \ H_0 \quad si \quad 4\in intervalo \end{cases}$$

y el nivel de significancia del test es α si el intervalo que utiliza es de nivel $1-\alpha$

El p-valor TIENE UN ÚNICO VALOR y no se conoce.
Además recordar que:
si se elige un α > p-valor entonces se rechaza H_0
si se elige un α < p-valor entonces se acepta H_0

Si la científica utiliza el primer intervalo, como 4 **no pertenece** a ese intervalo entonces se rechazaría H_0 con un NIVEL DE SIGNIFICANCIA α es igual a 0.1 . Entonces p-valor < 0.1

Si la científica utiliza el segundo intervalo, como 4 **no pertenece** a ese intervalo entonces se rechazaría H_0 con un NIVEL DE SIGNIFICANCIA α es igual a 0.05 . Entonces p-valor < 0.05

Si la científica utiliza el tercerr intervalo, como 4 **pertenece** a ese intervalo entonces se aceptaría H_0 con un NIVEL DE SIGNIFICANCIA α es igual a 0.01 . Entonces p-valor > 0.01

Entonces: 0.01 < p-valor < 0.05. La Opción 3 es la correcta.

7) La Opción 2 es la correcta, pues si se rechaza la hipótesis nula hay evidencia en contra de ella.

8) La Opción 3 es la correcta, pues si se acepta la hipótesis nula NO hay evidencia en contra de ella. Pero no demostramos que la hipótesis nula es verdadera.

9) Hay que hacer un test para una proporción con hipótesis
$H_0: p = 0.05 \qquad contra \quad H_0: p < \ 0.05$
El estadístico de prueba es

$$Z = \frac{\hat{P} - 0.05}{\sqrt{\frac{0.05(1-0.05)}{400}}}$$ y toma el valor $z_0 = -1.14708$ $\hat{P}$ =0.0375

y el p-valor es P(Z< -1.14708)= 0.125675 > 0.05
La Opción 1 es la correcta

10) Se trata de un caso de muestras pareadas.
Hay que hallar un intervalo de confianza para la diferencia de medias.

$X_{1i}: i - \acute{e}sima\ medici\acute{o}n\ del\ calibrador\ 1$

$X_{2i}: i - \acute{e}sima\ medici\acute{o}n\ del\ calibrador\ 2$

Si tomamos $D_i = X_{1i} - X_{2i}$ entonces

D_i =_{0.001,0.,0.002,0.001,0.,-0.003}

$\overline{D}$=0.000166667

S_d =_0.0017224

$t_{\frac{0.01}{2};5}$ =4.03214

(-0.0026686; 0.00300194)

Se acepta la hipótesis nula pues el cero pertenece al intervalo

La Opción 1 es la correcta