

UNIVERSITÄT REGENSBURG

F-PRAKTIKUM

Holographie

Korbinian Baumgartner und Jonas Schambeck

6. August 2019

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
2	Vorbereitung	4
2.1	Fourierreihen und -transformation	4
3	Versuchsdurchführung	7

1 Einleitung

Einleitung Dennis Gabor entwickelte 1948 die Grundlagen der heutigen Holografie. Er schlug vor, kohärente Wellenfelder unter Ausnutzung von Interferenzerscheinungen amplituden- und phasengetreu zu registrieren und später durch Beugung zurückzugewinnen. Zur optimalen Umsetzung dieser Idee fehlte jedoch die ideale Lichtquelle, der Laser. Anfang der 60er Jahre, kurz nach dessen Entdeckung, erlebte die bis dahin etwas in Vergessenheit geratene Technik der Holografie einen enormen Aufschwung. Heute zählt die Holografie wohl zu einem der interessantesten Zweige der modernen Optik. Mit ihrer Hilfe können verschiedenartige Messverfahren in eleganter Weise durchgeführt werden, die ohne Holografie unmöglich wären.

2 Vorbereitung

2.1 Fourierreihen und -transformation

Die Fourier-Analyse findet gerade in der Optik häufig Anwendung. Im Kontext der Holografie stellen vor allem Fourierreihen und die Fouriertransformation nützliche Hilfsmittel dar, weshalb diese zur Vorbereitung näher betrachtet werden sollen.

Fourierreihenentwicklung

Die Fourierreihe bietet die Möglichkeit einen großen Teil der periodischen Funktionen durch eine Linearkombination von Sinus- und Kosinustermen verschiedener Frequenzen und Amplituden zu entwickeln.

$$f(t) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k \cos(\omega_k t) + b_k \sin(\omega_k t) \quad \text{mit } \omega_k = \frac{2\pi k}{T}$$

T sei hierbei die Periodendauer der Funktion. Die *Fourierkoeffizienten* a_k und b_k werden hier beschrieben durch

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} f(t) dt \quad a_k = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} f(t) \cos(\omega_k t) dt \quad (k \neq 0)$$
$$b_k = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} f(t) \sin(\omega_k t) dt$$

Dies soll nun an zwei wichtigen Funktionen demonstriert werden.

Rechtecksfunktion

Die Rechtecksfunktion ist gegeben durch

$$f(t) = \begin{cases} -1 & \text{für } -1 < t < 0 \\ 1 & \text{für } 0 < t < 1 \end{cases}$$

mit periodischer Fortsetzung.

Um nun die Fourierreihendarstellung nutzen zu können, müssen zuerst die Koeffizienten errechnet werden. Für $T = 2$ ergibt sich:

- da die Rechtecksfunktion eine ungerade Funktion ist gilt $a_k = 0$

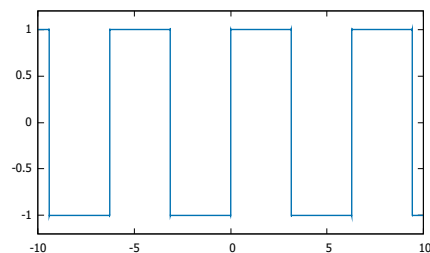


Abbildung 2.1: Rechtecksfunktion

- für die b_k gilt

$$\begin{aligned} b_k &= \frac{2}{2} \int_{-1}^1 f(t) \sin(\pi k t) dt = \int_{-1}^0 -\sin(\omega_k t) dt + \int_0^1 \sin(\omega_k t) dt \\ &= \frac{1}{\pi k} \left[\left(1 - \cos\left(-\frac{\pi k}{2}\right) \right) + \left(-\cos\left(\frac{\pi k}{2}\right) + 1 \right) \right] = \frac{2}{\pi k} (1 + \cos(\pi k)) \end{aligned}$$

Somit erhalten wir für die Fourierreihenentwicklung der Rechtecksfunktion

$$f(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{2}{\pi k} (1 + \cos(\pi k)) \sin(\pi k t)$$

In Abbildung 2.1 ist die Reihenentwicklung bis zum 100000. Glied geplottet, während

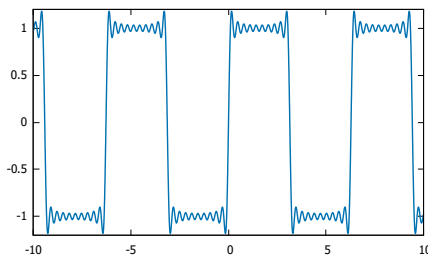


Abbildung 2.2: Die Rechtecksfunktion bis zum 10. Summanden entwickelt

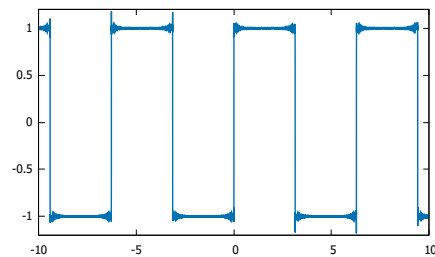


Abbildung 2.3: Die Rechtecksfunktion bis zum 1000. Summanden entwickelt

in Abbildung 2.2 und 2.3 bis zur 10. und 1000. Ordnung geplottet wurde.

Dreiecksfunktion

Die Dreiecksfunktion ist gegeben durch

$$g(t) = \begin{cases} -2(x+1) & \text{für } -1 < t < -0,5 \\ 2x & \text{für } -0,5 < t < 0,5 \\ 2(x+1) & \text{für } 0,5 < t < 1 \end{cases}$$

auch hier mit periodischer Fortsetzung. Wiederum müssen die Koeffizienten berechnet werden:

- es handelt sich um eine ungerade Funktion, also $a_k = 0$

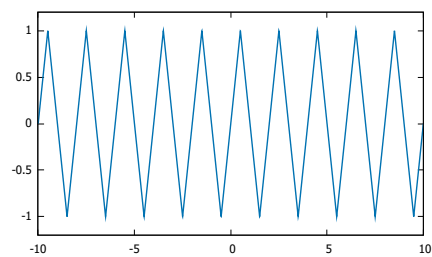


Abbildung 2.4: Rechtecksfunktion

- die b_k ergeben sich zu:

$$b_k = \int_{-1}^{-1/2} -2(x+1) \sin(\omega_k t) dt + \int_{-1/2}^{1/2} 2x \sin(\omega_k t) dt + \int_{1/2}^1 2(1-x) \sin(\omega_k t) dt$$

$$= \dots = \frac{4}{\pi^2 k^2} \left(2 \sin\left(\frac{\pi k}{2}\right) - \sin(\pi k) \right)$$

Die Fourierreihe ergibt sich also zu:

$$g(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{4}{\pi^2 k^2} \left(2 \sin\left(\frac{\pi k}{2}\right) - \sin(\pi k) \right) \cdot \sin(\pi k t)$$

Für Abbildung 2.4 wurde nur bis zum 1000. Summenglied geplottet. Man sieht also,

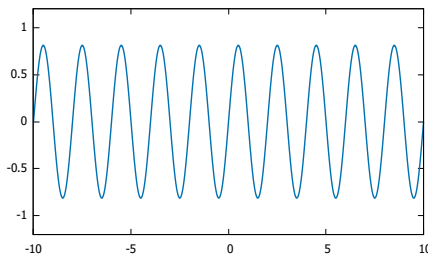


Abbildung 2.5: Die Dreiecksfunktion bis zum 1. Summanden entwickelt

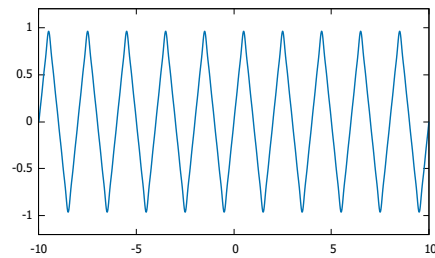


Abbildung 2.6: Die Dreiecksfunktion bis zum 10. Summanden entwickelt

dass diese Funktion auch mit weniger Rechenaufwand gut genähert werden kann. Bei sehr kleinen Ordnungen ist lediglich die Spitze, wie in Abbildung 2.6 und vor allem in 2.5 zu sehen, noch sehr rundlich.

Fouriertransformation

Die Fouriertransformation stellt den Übergang der diskreten Fourierreihe zum kontinuierlichen Integral dar. Diese erlaubt weiter die Darstellung nicht-periodischer Funktionen. Für alle integrierbaren Funktionen ist sie definiert als

$$F(f)(k) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2}} \int_{\mathbb{R}^n} f(x) \cdot e^{-ikx} dx \quad \text{Hintransformation}$$

$$f(x) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2}} \int_{\mathbb{R}^n} F(f)(k) \cdot e^{-ikx} dk \quad \text{Rücktransformation}$$

Durch die Fouriertransformation lässt sich eine Funktion über eine ihr zugehörige andere Variable darstellen. Beispiele hierfür sind Ort x und Wellenzahl k , oder Zeit t und Frequenz ω .

3 Versuchsdurchführung

Durchführung

Fourieroptik und Ortsfrequenzfilterung Wir Bauen folgende Abbildung auf.

Daran wollen wir die Effekte von verschiedenen Filtern auf verschiedene Objekte beobachten. Unsere Filter waren im Grunde genommen Dias, die an ausgewählten Stellen geschwärzt waren. Nachdem das Signal eine Fourierlinse passiert hat und folglich in seine Frequenzform gewandelt wurde, können mit diesen Filtern spezielle Frequenzen gefiltert werden. Ähnlich zur Elektrotechnik gibt es hier Hoch-, Tief- und Bandpass. Zusätzlich wurden diese noch mit Vertikalen oder Horizontalen Elementen zu Richtungsfiltern verbunden.

So filtert der Tiefpass alle Hohen Frequenzen, der Hochpass alle Tiefen Frequenzen, der Bandpass lässt mittlere Frequenzen passieren und die Richtungsfilter lassen senkrechte oder waagerechte Signalanteile durch. Dies soll mit ein paar aufgenommenen Bildern noch veranschaulicht werden. Beginnen wir mit einem Gitter: Sehr schön zu sehen hier ist, wie alle Senkrechten Striche komplett herausgefiltert wurden. In der Fourier transformierten kann man auch deutlich erkennen, dass das Signal etwas mit Linien zu tun hat. Die Winkel in der FT sind dieselben, wie die des Gitters.

Hierbei erkennt man auch schön, wie sich Hoch- und Tiefpass auf die Schärfe der Linien auswirken.

Nun betrachten wir ein Dia mit vielen verschiedenen Großen Ringen:

In der FT sieht man schön, wie jeder Ring einzeln mit seiner Größe aufgespalten wird. Beim Tiefpass schön zu sehen, dass er kaum Intensität herausnimmt, im vergleich zum Hochpass (siehe Rand Hell/Dunkel). Ebenso sieht man wieder einen Unterschied in der Schärfe der Ringe. Der Bandpass lässt nur Ringe einer bestimmten Größe hindurch, so sind in der Mitte Linien zu erkennen. Rechts und Links davon ist jedoch alles unscharf, also gefiltert.

Nun Betrachten wir einen Text:

Hier nochmal zu sehen wie sich die Schärfe der Schrift mit den Filtern ändert. Der Tiefpass füllt die Schrift intensiv aus, hat aber keine klaren Grenzen. Der Hochpass macht scharfe Grenzen, jedoch nicht ganz ausgefüllte Buchstaben. Der Bandpass ist eine Mischung aus beidem.

Zuletzt betrachten wir noch mehrere Gitter:

Hier betrachten wir noch die Richtungsfilter etwas genauer. Der horizontale Richtungsfilter filtert die vertikalen Frequenzen und sorgt so für ein verschwimmen der horizontalen Linien. Der vertikale Richtungsfilter macht genau das Gegenteil und lässt die vertikalen Linien verschwimmen. Auf die schrägen Gitterlinien wirken beide Filter gleich.

Fresnellholographie

Folgender Aufbau wird für das Fresnellhologramm aufgebaut. Als Objekt diente eine kleine Statue von Bach. Die Streckenlänge wurde auf unter 60 cm gehalten, um Intensitätsverlust zu vermeiden. Einer Grafik kann man dann die Dauer der Beleuchtung entnehmen, bei uns 115 Sekunden. Der Aufbau wurde so stabil wie möglich gemacht, um Unschärfe durch Erschütterungen zu vermeiden. Dazu hatten wir einen sehr schweren Tisch als Unterlage und eine schwarze Box zum überstülpen verwendet. Ebenso muss Objektwelle und Referenzwelle ca. gleiche Wegstrecke besitzen, um richtig interferieren zu können. Über einen Polarisator passten wir die Intensität der Referenzwelle der Objektwelle an, beide mussten in etwa gleiche Intensität haben. Nach der Belichtung wird der Film entwickelt und beobachtet, ob alles funktioniert hat. Auf unserem Film war lediglich zu erkennen, dass Bach es ins Hologramm geschafft hat, jedoch etwas schwach und somit nicht festzuhalten auf Kamera. Wir machten trotzdem noch ein Bild eines Musterbeispiels:

Hierfür gibt es zwei Möglichkeiten ein Bild zu machen, dies hier ist das virtuelle Bild und besser erkennbar, als das Reelle Bild, welches auf einen Schirm abgebildet wird. Mit den Augen sind beide trotzdem noch wesentlich besser erkennbar, die Bilder sind ja schließlich 3 Dimensional verankert. Unser Film hatte außerdem sehr viele Störflecken aus für uns nicht unbedingt einleuchtenden Gründen, dies führte dazu, dass es unmöglich war, von unserem Film ein gutes Foto zu machen.

Weißlichtholografie Der Aufbau für das Weißlichthologramm ist etwas einfacher, der Laserstrahl wird lediglich aufgeweitet und direkt auf den Film geworfen. Hinter dem Film befindet sich dann das abzubildende Objekt. Wir verwendeten die Musteraufbaute im Praktikumsraum, dies waren ein paar kleine Figuren aus Kunststoff. Auch hier muss etwas schief gelaufen sein. Wahrscheinlich lag das Problem am Entwickeln. Hier ist es also sinnvoller wieder ein Bild eines Musters zu zeigen. Der Film wird 4 Sekunden mit dem Laser beleuchtet und dann entwickelt, mehr Schritte sind nicht notwendig.