

UNIVERSITÄT REGENSBURG

F-PRÄKTIKUM

## Supraleitung



Michael Rößner und Jonas Schambeck

17. Februar 2020

# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Einleitung</b>	<b>3</b>
<b>2 Vorbereitung</b>	<b>4</b>
2.1 Theoretische Grundlagen . . . . .	4
2.1.1 Bosonen und Fermionen . . . . .	4
2.1.2 BCS-Theorie . . . . .	5
2.1.3 Meissner-Ochsenfeld Effekt . . . . .	10
2.2 Messtechnische Grundlagen . . . . .	13
2.2.1 Vier-Punkt-Methode . . . . .	13
2.2.2 Thermoelement . . . . .	13
2.2.3 Lock-In Verstärker . . . . .	13
<b>3 Versuchsdurchführung</b>	<b>15</b>
3.1 Tieftemperatur Supraleitung . . . . .	15
3.1.1 Messungen am Spulenkörper . . . . .	16
3.1.2 Messungen am Niob-Film . . . . .	20
3.2 Hochtemperatur Supraleitung . . . . .	23
3.2.1 a-b-Richtung . . . . .	25
3.2.2 c-Richtung . . . . .	26
3.3 Levitation . . . . .	27
<b>4 Anhang</b>	<b>30</b>
4.1 Messkurven zum Tieftemperaturteil (Spulenkörper) . . . . .	31
4.2 Messkurven zum Tieftemperaturteil (Niob-Film) . . . . .	32
<b>5 Fazit</b>	<b>33</b>

# 1 Einleitung

Die Supraleitung wurde erstmals 1911 vom niederländischen Physiker Heike Kamerlingh Onnes entdeckt. Eine quantenmechanische Theorie konnte erst 1957 in Form der BCS-Theorie, benannt nach den US-amerikanischen Physikern John Bardeen, Leon Neil Cooper und John Robert Schrieffer, entwickelt werden. Die kommerzielle Nutzung wurde dann durch die Entdeckung der Hochtemperatursupraleitung 1986 durch den deutschen Physiker Johannes Georg Bednorz und dem Schweizer Karl Alex Müller möglich. Seit den 2000ern sind diese immer häufiger zur elektrischen Stromversorgung in Generatoren und Motoren verwendet.

Im Rahmen dieses Versuchs sollen nun Grundzüge der Forschung rund um die Supraleiter näher kennengelernt und die Theorie dahinter beleuchtet werden. [6]

## 2 Vorbereitung

Supraleiter zeichnen sich durch eine widerstandslose Leitung unter einer kritischen Temperatur  $T_c$  aus. Die theoretischen Grundlagen hinter diesen Effekten sind zahlreich und zum Teil noch Heute ungeklärt. Hier soll ein kleiner Überblick gegeben werden.

### 2.1 Theoretische Grundlagen

#### 2.1.1 Bosonen und Fermionen

Zum Verständnis der Supraleitung essentiell ist die Unterscheidung der Elementarteilchen in Bosonen und Fermionen, sowie die Eigenschaften Dieser. Für unsere Zwecke genügt es Bosonen und Fermionen zu betrachten.

##### Fermionen

Als Fermionen werden Teilchen mit halbzahligem Spin ( $\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \dots$ ) bezeichnet. Diese Gruppe der Elementarteilchen, zu der Quarks und Leptonen gezählt werden, bildet die Materie.

Für die Supraleitung wichtig ist vor allem das Pauli'sche Ausschlussprinzip, welchem Fermionen unterliegen. Es besagt, dass 2 Fermionen am selben Ort nicht den selben Quantenzustand besetzen dürfen.

Dies wird am Beispiel der Elektronen in Atomorbitalen klar. Ohne dieses Prinzip könnten alle Elektronen im energetisch günstigsten Grundzustand liegen, in Atomen werden jedoch Besetzungen energetisch höherliegender Zustände beobachtet. In Abbildung 2.1 ist die Aufteilung zu sehen. Zuerst werden die beiden Zustände der ersten Schale besetzt, die sich nur in der Spinausrichtung unterscheiden. In den nächsten Schalen werden durch unterschiedliche Drehimpulse und Spinausrichtungen der einzelnen Elektronen weitere Zustände besetzt, mit immer größer werdender Energie. [3]

##### Bosonen

Als Bosonen werden Teilchen mit ganzzahligem Spin bezeichnet. Elementar treten Bosonen nur als Austauschteilchen der elementaren Wechselwirkungen zwischen Fermionen auf. Ein Beispiel ist hier das Photon als Überträger der elektromagnetischen Kraft. Für unsere Zwecke sind jedoch aus Fermionen zusammengesetzte Bosonen weitaus wichtiger.

Mehrere Fermionen können durch Wechselwirkungen so aneinander koppeln, sodass sie durch eine gemeinsame Gesamtwellenfunktion beschrieben werden müssen. Einfach hat

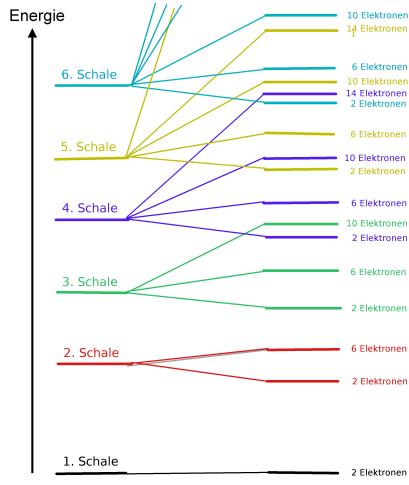


Abbildung 2.1: Energieniveaus der Elektronen in Atomorbitalen [4]

dies zur Folge, dass sich Verbunde aus Fermionen, ein bekanntes Beispiel hierfür stellen Atomkerne dar, wie Bosonen verhalten.

Im Gegensatz zu den Fermionen unterliegen Bosonen nicht dem Pauli-Prinzip. Anders als im obigen Energieschema, ist es also für Bosonen möglich den selben Energiezustand zu besetzen. Dies wird später für die Theorie der Supraleitung essentiell. [2]

### 2.1.2 BCS-Theorie

Eine gute theoretische Beschreibung Supraleiter 1. Art bietet die BCS-Theorie. Zwar kann durch diese die Hochtemperatursupraleitung auch erklärt werden, das Prinzip der Paarbildung bleibt jedoch ungeklärt.

#### Cooper-Paare

Grundlage der Supraleitung ist die Cooper-Paarbildung der Elektronen im Festkörper. Es wird angenommen, dass ein Elektron, aufgrund seiner negativen Ladung, eine Deformationsspur hinterlässt. Siehe hierzu Abbildung 2.2. Ein Elektron zieht die positiv geladenen Kerne an, was diese zum Schwingen anregt. Nach einer viertel Schwingperiode erreicht die Konzentration der positiven Ladungen ihr Maximum und weitere Elektronen werden angezogen. Durch die große Reichweite dieser Kraft, das erste Elektron ist nach einer Viertel Schwingperiode schon weit durch den Festkörper gewandert, wird sie nicht durch die Coulomb-Abstoßung aufgehoben.

Zur theoretischen Herleitung werden zwei wechselwirkende Elektronen betrachtet, die, wie oben beschrieben, virtuelle Phononen mit Wellenvektor  $\vec{q}$  austauschen. Die Elektronen mit den ursprünglichen Wellenvektoren  $\vec{k}_1, \vec{k}_2$  werden nun durch  $\vec{k}'_1 = \vec{k}_1 + \vec{q}$  und  $\vec{k}'_2 = \vec{k}_2 + \vec{q}$  beschrieben. Durch die Impulserhaltung gilt für den Gesamtwellenvektor

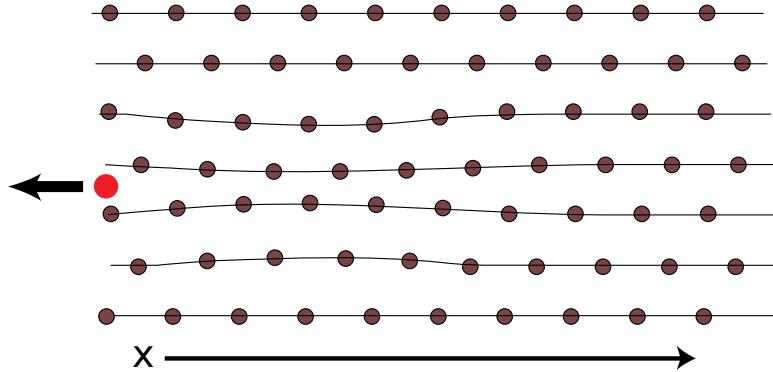


Abbildung 2.2: Deformationsspur hinter einem Elektron [5]

$$\vec{K} = \vec{k}_1 + \vec{k}_2 = \vec{k}'_1 + \vec{k}'_2.$$

Am absoluten Nullpunkt sind im Festkörper alle Zustände unterhalb von  $E_F$  besetzt. Dem Elektronenpaar sind somit lediglich Zustände oberhalb von  $E_F$  zugänglich. Die attraktive Wechselwirkung spielt sich somit im Energiebereich  $E_F - E_F + \hbar\omega_D$  ab.  $\hbar\omega_D$  ist hierbei die Energie des Phonons. Betrachtet man diesen Energiebereich im  $k$ -Raum beschreibt dieser eine Kugelschale der Dicke  $\delta k = \frac{m\omega_D}{\hbar k_F}$ . Anschaulich erfüllen für ein vorgegebenes  $\vec{K}$  nur Elektronenpaare die Impulserhaltung, wenn deren Wellenvektor in  $\delta k$  anfängt oder endet. Dies ist in Abbildung 2.3 dargestellt. Hieraus kann auch gefolgert

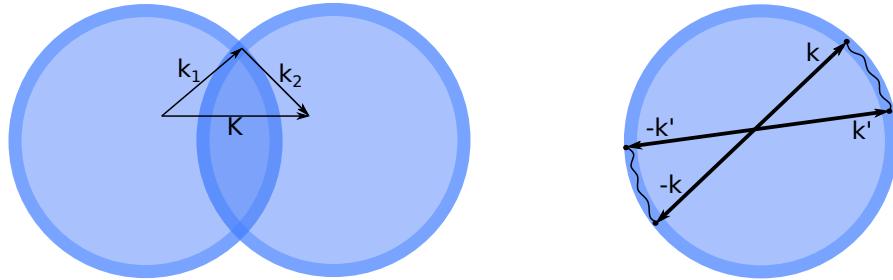


Abbildung 2.3: links: Impulserhaltung der Paarwechselwirkung, rechts: Streuprozess in einem Cooper Paar: der  $\vec{K}$  der Schwerpunktsbewegung ist null [1]

werden, dass der Phononenaustausch für  $\vec{K} = 0$  am wahrscheinlichsten erfolgt. Somit gilt  $\vec{k}_1 = -\vec{k}_2 = \vec{k}$ .

Für die Zweiteilchen Wellenfunktion  $\Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$  bietet sich die Verwendung einer Linear-kombination von Einteilchenfunktionen zur Lösung an. Da  $\vec{k}_1 = -\vec{k}_2$ , der Schwerpunkt also in Ruhe ist, genügt eine Beschreibung durch relative Koordinaten.

$$\Psi(\vec{r}) = A \exp(i\vec{k}_1 \vec{r}_1) \cdot \exp(i\vec{k}_2 \vec{r}_2) = A \exp(i\vec{k}(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)) = A \exp(i\vec{k}\vec{r})$$

Durch die ständige Streuung am Gitter in Zustände mit unterschiedlichen Wellenvektoren, wird über diese Paarzustände summiert:

$$\Psi(\vec{r}) = \sum_{\vec{k}} A_{\vec{k}} e^{i\vec{k}\vec{r}}$$

$|A_{\vec{k}}|^2$  beschreibt hierbei die Wahrscheinlichkeit ein Elektronenpaar im Zustand  $(k, -k)$  anzutreffen.

Bei der Betrachtung des Grenzfalls T=0 gilt für die Wellenzahl der Elektronen

$$k_F < k < \sqrt{\frac{2m(E_F + \hbar\omega_D)}{\hbar^2}}.$$

$A_k$  verschwindet dann für alle anderen  $k$ .

Weiter muss die Schrödinger-Gleichung mit dem Potential  $\tilde{V}(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$ , bestehend aus der attraktiven und der abstoßenden Coulomb-Wechselwirkung, gelöst werden. Diese langwierige Rechnung wird hier nicht weiter ausgeführt. Es wird angenommen, dass das Potential im Energiebereich  $E_F < \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$ ,  $\frac{\hbar^2 k'^2}{2m} < E_F + \hbar\omega_D$  den positiven, konstanten Wert  $\tilde{V}_0$  annimmt und ansonsten 0 ist. Auch wird die Zustandsdichte um die Fermi-Kante als konstant angenommen.

Für die Energieänderung im Zuge der attraktiven Wechselwirkung errechnet sich

$$\Delta E = E - 2E_F = \frac{2\hbar\omega_D}{1 - e^{4/(\tilde{V}_0 D(E_F))}} \approx -2\hbar\omega_D e^{4/(\tilde{V}_0 D(E_F))}$$

Im letzten Schritt wurde  $\tilde{V}_0 D(E_F) \ll 1$  angenommen. Die Energie der Cooper-Paare wird also durch die attraktive Wechselwirkung reduziert.

Grundlage der BCS-Theorie ist nun die Kopplung zweier Elektronen durch diese Wechselwirkung, wodurch der Verbund durch eine bosonische Gesamtwellenfunktion beschrieben werden muss. [5], [1]

## BCS-Grundzustand

Als BCS-Grundzustand wird Supraleitung am absoluten Temperaturnullpunkt bezeichnet. Zur Konstruktion der Wellenfunktionen werden nun die Paarzustände aus dem vorherigen Abschnitt benutzt. Mit der Wahrscheinlichkeit für die Besetzung des Zustands  $(\vec{k} \uparrow, -\vec{k} \downarrow) v_{\vec{k}}^2$ , die Spins werden hier durch die Pfeile berücksichtigt, kann mit  $u_{\vec{k}}^2 = 1 - v_{\vec{k}}^2$  die Wahrscheinlichkeit, dass ebendieser Paarzustand unbesetzt ist, angegeben werden. Zur Gesamtenergie  $W_0$  tragen im Grundzustand die kinetische Energie der Elektronen und die bereits behandelte Wechselwirkungsenergie der Paarbildung bei. Somit ergibt sich

$$W_0 = 2 \sum_{\vec{k}} v_{\vec{k}}^2 \eta_{\vec{k}} - \frac{\tilde{V}_0}{V_P} \sum_{\vec{k}, \vec{k}'} v_{\vec{k}} u_{\vec{k}'} u_{\vec{k}} v_{\vec{k}'}$$

Der erste Term beschreibt die kinetische Energie.  $\eta_{\vec{k}} = \hbar^2 \vec{k}^2 / 2m - E_F$  gibt hierbei die Abweichung der kinetischen Energie von der Fermi-Energie an. Die möglichen Spinausrichtungen werden durch den Faktor zwei vor der Summe berücksichtigt. Der hintere

Term spiegelt die Wechselwirkungsenergie wider, die auf der Streuung ( $\vec{k} \uparrow, -\vec{k} \downarrow$ ) zu ( $\vec{k}' \uparrow, -\vec{k}' \downarrow$ ) beruht.

Mit der Abkürzung

$$\Delta = \frac{\tilde{V}_0}{V_P} \sum_{\vec{k}'} u_{\vec{k}'} v_{\vec{k}'}$$

führt die Minimierung von  $W_0$  bezüglich  $v_{\vec{k}}$  und  $u_{\vec{k}}$ , unter Berücksichtigung des Zusammenhangs  $u_{\vec{k}}^2 + v_{\vec{k}}^2 = 1$  zu:

$$2v_{\vec{k}} u_{\vec{k}} \eta_{\vec{k}} - \Delta(v_{\vec{k}}^2 - u_{\vec{k}}^2) = 0$$

Mit

$$E_{\vec{k}}^2 = \eta_{\vec{k}}^2 + \Delta^2$$

können die Wahrscheinlichkeitsamplituden zu

$$u_{\vec{k}}^2 = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\eta_{\vec{k}}}{E_{\vec{k}}} \right) \quad v_{\vec{k}}^2 = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{\eta_{\vec{k}}}{E_{\vec{k}}} \right)$$

umgeformt werden. Für die Energie  $W_0$  ergibt sich damit:

$$W_0 = \sum_{\vec{k}} \eta_{\vec{k}} \left( 1 - \frac{\eta_{\vec{k}}}{E_{\vec{k}}} \right) - \frac{\Delta^2 V_P}{\tilde{V}_0}$$

Vergleicht man die innere Energie des Normalleiters  $W_0^n = 2 \sum_{|\vec{k}| < k_F} \eta_{\vec{k}}$  mit  $W_0$ , so ist der Energiegewinn  $W_{kon} = W_0 - W_0^n$ , die Kondensationsenergie, nach einer Reihe von Umformungen gegeben durch:

$$\frac{W_{kon}}{V_P} = -\frac{1}{4} D(E_F) \Delta^2$$

Diese Energie wird frei, wenn die Leitungselektronen in den supraleitenden Zustand kondensieren.

### Energielücke

Setzt man in den Ausdruck für die Konstante  $\Delta$  aus vorherigem Abschnitt die Ausdrücke für  $u_{\vec{k}}$  und  $v_{\vec{k}}$  ein, so erhält man folgenden Term:

$$\Delta = \frac{1}{2} \frac{\tilde{V}_0}{V_P} \sum_{\vec{k}} \frac{\Delta}{\sqrt{\eta_{\vec{k}}^2 + \Delta^2}}$$

Nach einigen Umformungen und der Annahme, dass die Zustandsdichte um die Fermi-Kante konstant ist, ist  $\Delta$  durch

$$\Delta = \frac{\hbar \omega_D}{\sinh \left( \frac{2}{\tilde{V}_0 D(E_F)} \right)} \approx 2 \hbar \omega_D e^{-2/(\tilde{V}_0 D(E_F))}$$

gegeben. Für den letzte Term wurde angenommen, dass  $\tilde{V}_0 D(E_F) \ll 1$ .  $\Delta$  stellt eine Energielücke im Energiespektrum der Elektronen dar.

Betrachtet man den einfachsten angeregten Zustand im Supraleiter, so ist dieser durch einen besetzten Zustand in  $(\vec{k}' \uparrow, -\vec{k}' \downarrow)$  gegeben. Mit der Formel für die Energie  $W_0$  ergibt sich für den Energieunterschied

$$\delta E = 2E_{\vec{k}'} = 2\sqrt{\eta_{\vec{k}'}^2 + \Delta^2}$$

Da  $\eta_{\vec{k}'}$  beliebig kleine Werte annehmen kann gilt

$$\delta E_{min} = 2\Delta$$

Der Faktor 2 erklärt sich durch das Entstehen von zwei ungepaarten Elektronen beim aufbrechen eines Cooper-Paars.

Anregungen, teils Elektronen, teils Löcher, werden als Quasiteilchen bezeichnet. Die Energielücke  $\Delta$  trennt nun den gemeinsamen Grundzustand der Cooper-Paare von den Zuständen der Quasiteilchen. In Abbildung 2.4 ist die Zustandsdichte der Quasiteilchen

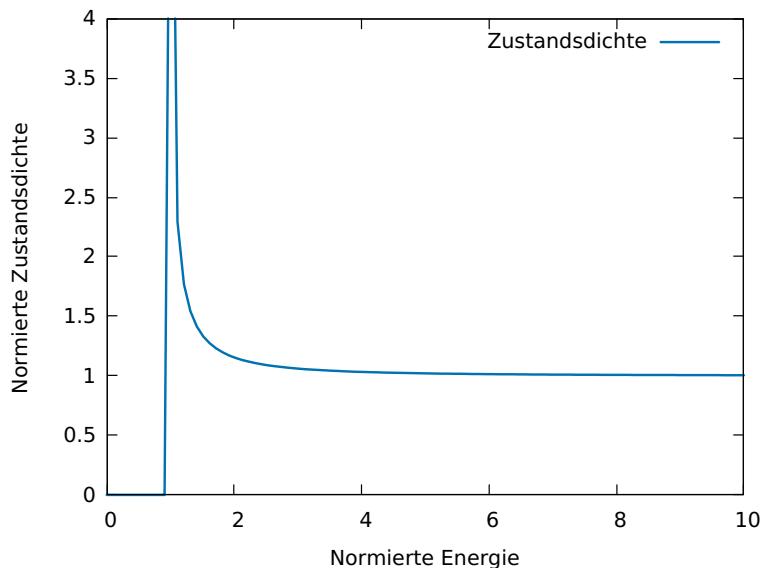


Abbildung 2.4: Zustandsdichte der Quasiteilchen im Supraleiter. Die y-Achse zeigt die normierte Zustandsdichte  $D_S/D_n$ , die x-Achse die normierte Energie  $E_k/\Delta$

als Funktion der Anregungsenergie gegeben. Die Cooper-Paare wären in diesem Plot durch eine  $\delta$ -Funktion bei  $E_k = 0$  geben. [1]

### Endliche Temperatur

Nachdem die vorherigen Kapitel wichtige Ergebnisse für die Supraleitung am Nullpunkt geliefert haben, soll nun endliche Temperaturen kurz betrachtet werden. Hier werden

schon durch thermische Anregung Cooper-Paare aufgebrochen und Quasiteilchen erzeugt, die für Cooper-Paare unzugängliche Zustände besetzen und so den Austausch virtueller Phononen behindern. Die Energiefülle  $\Delta(T)$  nimmt also für steigende Temperaturen ab und verschwindet bei  $T_c$  ganz. Der Ausdruck für  $\Delta(T)$  kann jedoch nur numerisch ausgewertet werden. Ein wichtiges, materialunabhängiges Ergebnis ergibt:

$$\Delta(0) = 1,764 k_B T_c$$

Obiger Wert für  $\Delta(0)/k_B T_c$  stimmt in den meisten Fällen gut mit den Messungen überein. Lediglich für sogenannte stark koppelnde Supraleiter, in denen  $\tilde{V}_0 D(E_F)$  große Werte annimmt, weichen ab. [1]

### **Widerstandslose Leitung**

Wie bereits erklärt, können die bosonischen Cooper-Paare nun alle den Grundzustand einnehmen. Dies führt zu einer den ganzen Festkörper überspannenden Bose-Einstein-Wellenfunktion, weshalb die Supraleitung als auch makroskopischer Quantenzustand beschrieben wird.

Die widerstandslose Leitung erklärt sich nun durch die bereits behandelte Energiefülle der Breite  $E_g$ . Der Ladungstransport im Supraleiter beruht auf der gemeinsamen Bewegung aller Cooper-Paare, was durch einen zusätzlichen Wellenvektor  $\delta \vec{k}$  beschrieben wird. Die Paare befinden sich also im  $(\vec{k} + \delta \vec{K} \uparrow, -\vec{k} + \delta \vec{k} \downarrow)$  Zustand. Streut ein Cooper-Paar, so verlässt dieses den gemeinsamen BCS-Zustand, was elastische Streuung verbietet. Inelastische Streuung an hochenergetischen Phononen ist jedoch möglich. Hier wird ein Phonon absorbiert und dadurch die Bindungsenergie des Cooper-Paares überwunden. Dieser Prozess hebt sich allerdings mit dem umgekehrten Prozess, der Entstehung von Cooper-Paaren unter Aussendung eines Phonons auf. Im Fall eines angelegten Gleichstroms werden außerdem alle elektrischen Felder im Supraleiter kurzgeschlossen und die Quasiteilchen somit nicht beschleunigt, weshalb diese nicht zum Stromtransport beitragen. Beim anlegen einer Wechselspannung existiert dagegen ein elektrisches Feld und die Quasiteilchen werden beschleunigt. Eine widerstandslose Leitung ist also nur für Gleichstrom möglich.

Mit dieser Erklärung leuchtet auch die Existenz der kritischen Stromstärke  $I_c$  und der kritischen Temperatur  $T_c$  ein. Überschreitet die Elektronenenergie durch thermische Anregung, oder auch durch einen Stromfluss die Energiefülle, so brechen die Cooper-Paare auf und der Festkörper geht wieder in den normalleitenden Zustand über. [1], [6]

#### **2.1.3 Meissner-Ochsenfeld Effekt**

Eine weitere wichtige Eigenschaft eines Supraleiters ist sein Verhalten im Magnetfeld. Dieses wird durch den Meissner-Ochsenfeld Effekt beschrieben. Wie in Abbildung 2.5 zu sehen, wird ein Magnetfeld, das oberhalb der kritischen Temperatur  $T_c$  den Festkörper durchdringt, in der supraleitenden Phase aus dem Leiter verdrängt wird. Hier wird in einer dünnen Schicht unter der Oberfläche ein Abschirmstrom induziert, der die Feldlinien

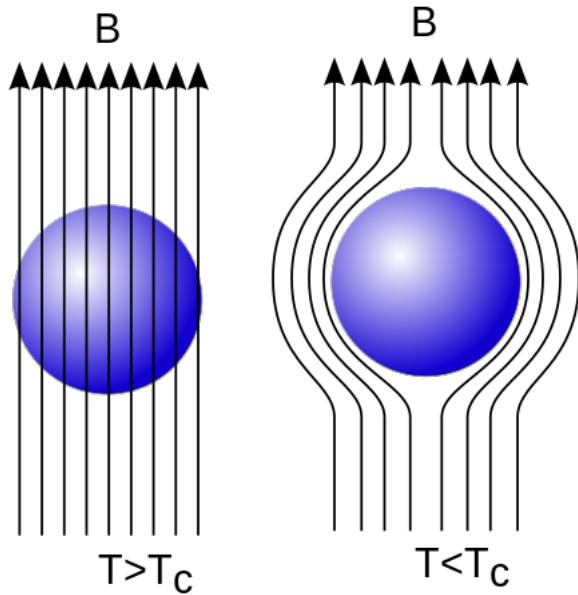


Abbildung 2.5: Magnetfeld um einen Supraleiter vor und nach Abkühlung unter  $T_c$  [7]

des äußeren Feldes aus dem Material verdrängt. Der Supraleiter ist also ein idealer Diamagnet. Dieser Effekt wird als Meissner-Ochsenfeld Effekt bezeichnet. Die Supraleitung bricht hierbei bei einer kritischen Feldstärke  $B_c$  zusammen. Wird diese Feldstärke erreicht, so ist die Energie im Supraleiter ausreichend, um die Cooper-Paare aufzubrechen. Die kritische Feldstärke ist in guter Näherung gegeben durch

$$B_c(T) = B_c(0) \left[ 1 - \left( \frac{T}{T_c} \right)^2 \right]$$

Hierbei ist  $B_c(0)$  näherungsweise proportional zur Sprungtemperatur  $T_c$ . Die Abschirmströme erfordern die Präsenz des Magnetfeldes im Supraleiter. Die Eindringtiefe ist durch die Londonsche Eindringtiefe  $\lambda_L$  gegeben:

$$\lambda_L = \sqrt{\frac{m_s}{\mu_0 n_s e_s^2}}$$

Das Magnetfeld fällt im Supraleiter exponentiell ab.  $\lambda_L$  ist hierbei die charakteristische Länge dieses Abfalls. [1], [7]

### **Typ-I Supraleiter**

Diese Art funktioniert genau wie in Abbildung 2.5 gezeigt. In der supraleitenden Phase wird das Feld aus dem Inneren verdrängt. Die Normalleitung wird durch eine Temperatur

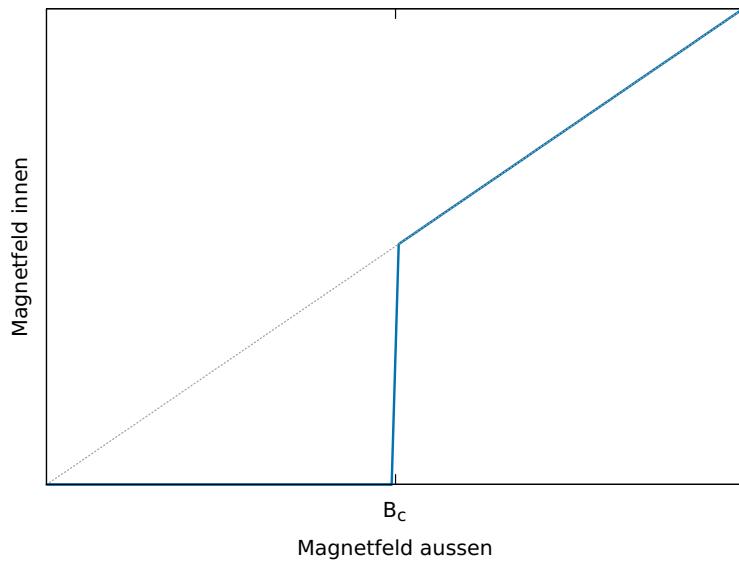


Abbildung 2.6: Magnetfeld im Inneren des Supraleiters gegen das äußere Magnetfeld.  
Supraleitung bricht bei  $B_c$  zusammen

größer  $T_c$ , einen Strom größer  $I_c$ , oder ein Magnetfeld stärker als die kritische Feldstärke  $B_c$  wiederhergestellt. [1]

### Typ-II Supraleiter

Bei diesen Materialien gibt es eine untere kritische Feldstärke  $B_{c1}$ . Oberhalb dieser dringt das Magnetfeld in Form von Flusschläuchen, wie in Abbildung 2.7 zu sehen, in den Festkörper ein. Der elektrische Widerstand bleibt jedoch weiterhin sehr klein. Übersteigt

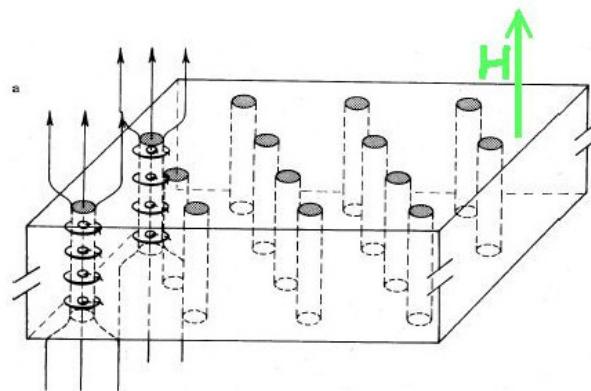


Abbildung 2.7: Flusschläuche im Typ-II Supraleiter oberhalb von  $B_{c1}$  [8]

die Feldstärke den Wert der kritischen Feldstärke  $B_{c2}$ , so geht der Supraleiter endgültig in die normalleitende Phase über. [1]

## 2.2 Messtechnische Grundlagen

### 2.2.1 Vier-Punkt-Methode

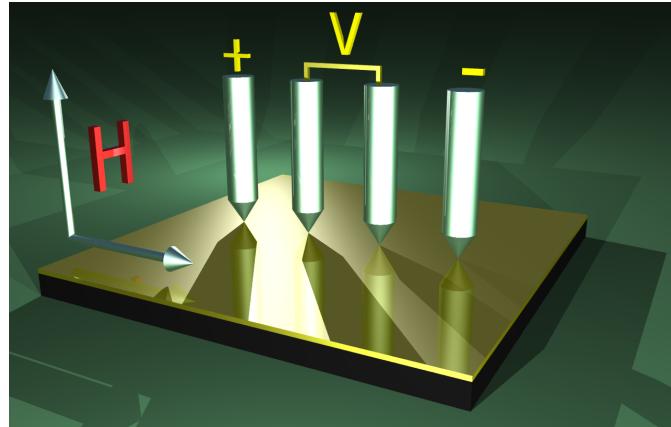


Abbildung 2.8: Vier-Punkt-Methode [9]

Zur Minimierung von Störwiderständen bei der Messung, wird die Vier-Punkt-Methode verwendet. Hierbei wird die Probenoberfläche mit vier Messspitzen kontaktiert. An den beiden äußeren Kontakten wird ein Strom angelegt, während an den Inneren eine Spannung gemessen wird. Der Aufbau ist in Abbildung 2.8 zu sehen. Durch den sehr großen Innenwiderstand des Spannungsmessers kann der Widerstand durch das Ohm'sche Gesetz berechnet werden. [9], [10]

### 2.2.2 Thermoelement

Zur Temperaturmessung wird ein Paar aus verschiedenen metallischen Leitern am Ende verbunden. Durch den thermoelektrischen Effekt treten bei einer Temperaturänderung im Inneren der Metalle Ströme auf. Man misst nun, wie in Abbildung 2.9 dargestellt die Differenz der Thermospannungen in den beiden Metallen. Mithilfe der Referenztemperatur kann nun hieraus die Temperatur an der Messstelle berechnet werden. [11]

### 2.2.3 Lock-In Verstärker

Der Lock-In Verstärker wird zur Signalverstärkung und Säuberung, gerade bei schwachen Messsignalen, eingesetzt. Effektiv wirkt er wie ein extrem schmalbandiger Bandpassfilter. Der schematische Aufbau ist in Abbildung 2.10 zu sehen. Das Messsignal wird mit einem Referenzsignal multipliziert, dessen Phase zuvor verschoben werden kann. Anschließend wird durch einen Tiefpass integriert. Unterscheiden sich die Frequenzen der Messung

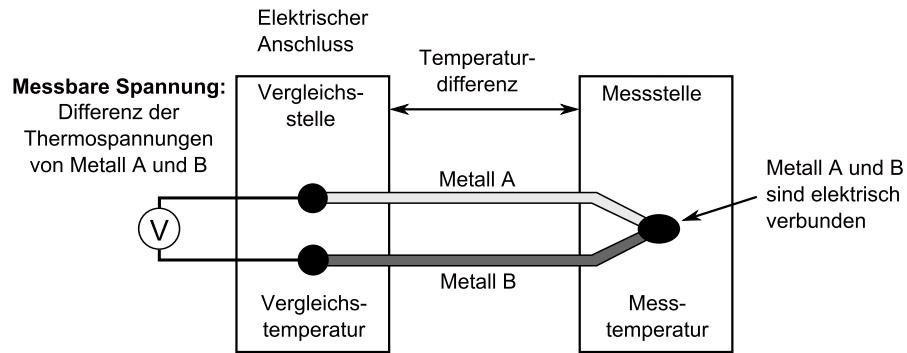


Abbildung 2.9: Aufbau eines Thermoelements [11]

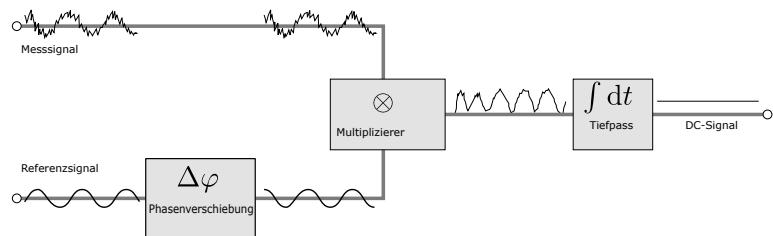


Abbildung 2.10: Schematischer Aufbau eines Lock-In Verstärkers [12]

und der Referenz, so liefert die Integration null. Durch Variation der Referenzfrequenz kann also ein bestimmter Anteil des Messsignals "gelandet" werden. [12], [13]

# **3 Versuchsdurchführung**

## **3.1 Tieftemperatur Supraleitung**

Im ersten Versuchsteil sollten wir das Verhalten eines Niob-Films und eines Spulenkörpers mit Bleikern bei sehr niedrigen Temperaturen in Abhängigkeit eines Magnetfelds beobachten. Dazu wurde ein vorgefertigter Messaufbau, der an einem Edelstahlstab befestigt war in eine mit flüssigem Helium gefüllte Kanne gesenkt (siehe Abb. 3.1) und somit langsam auf ca. 4,5K abgekühlt. Nach Erreichen des thermodynamischen Gleichgewichts zwischen Helium und Probenaufbau wurde mit der Messung des Spulenkörpers begonnen: Dazu wurde die Temperatur mittels einer im Probenkörper verbauten Heizspule langsam schrittweise von 4,45K auf 8,03K erhöht und jeweils das Magnetfeld um den Probenkörper durchgeswept. Dies erfolgte über die supraleitende Magnetspule, die sich in der Hülle des Probenkörpers befand (siehe Abb. 3.1). Die Ansteuerung der Magnetspule, sowie die Messung des Spannungsabfalls am Probenkörper erfolgten hierbei automatisch über ein Computerprogramm.

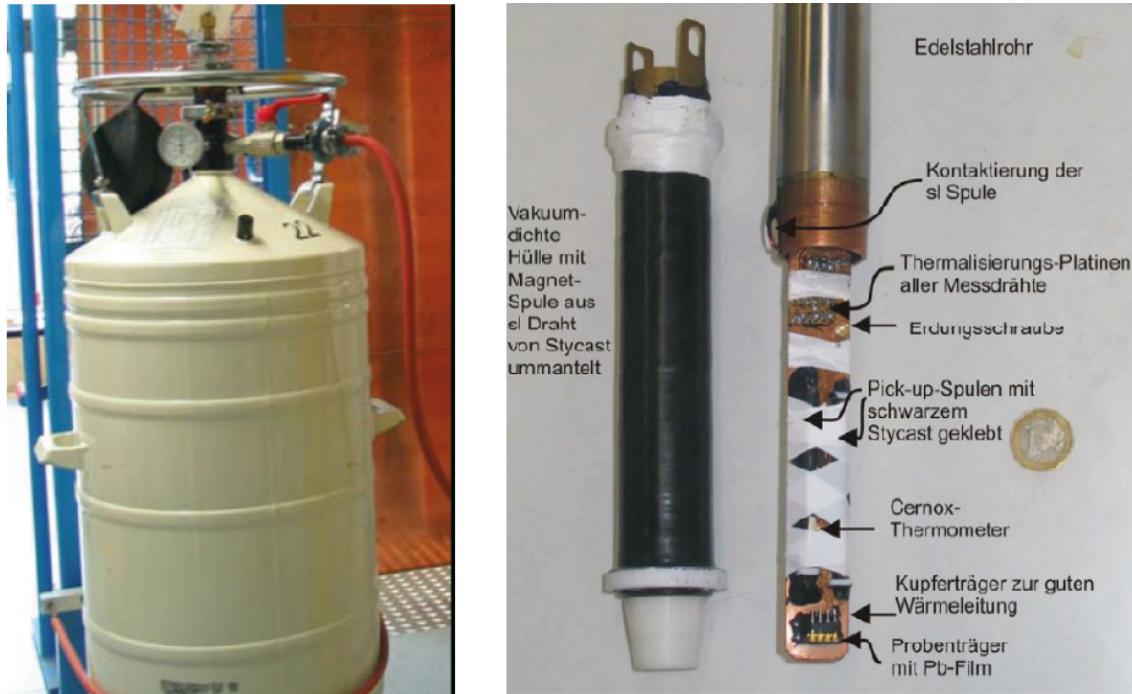


Abbildung 3.1: links: Helium-Kanne. rechts: Versuchsaufbau im Probenkörper, befestigt an einem Edelstahlrohr, welcher in die Helium-Kanne gesenkt wird.

### 3.1.1 Messungen am Spulenkörper

Der Strom durch die Magnetspule wurde von 0 bis 4A und wieder zurück auf 0 geswept. Dabei wurde die induzierte Spannung des Spulenkörpers gegen den Strom durch die Magnetspule aufgetragen. Mit der Gleichung des Magnetfelds einer langen Spule

$$B = \mu_0 \frac{N}{l} \cdot I [14]$$

ergibt sich also bei 4A eine maximale Magnetfeldstärke von 0,2T. Die Windungszahl  $N$  der Spule betrug  $N = 6245$ , die Länge  $l$  der Spule 15,8cm und die magnetische Feldkonstante  $\mu_0$  beträgt ca.  $1.257 \times 10^{-6} \text{ N A}^{-2}$ .

Eine beispielhafte Messkurve ist in Abb. 3.2 zu sehen. Es handelt sich hierbei um die Messung der Spule bei 4,45K. Die Kurve beginnt im oberen Ast des Graphen bei 0T und bleibt bis zu einer kritischen Magnetfeldstärke von  $B_c \approx 0.052 \text{ T}$  relativ konstant bei  $U_{ind} \approx 0.3 \text{ mV}$ , was durch die Magnetfeldverdrängung eines Supraleiters (Meißner-Effekt) zu erwarten war. Bei Erreichen der kritischen Magnetfeldstärke  $B_c$  wird der Bleikern der Spule schlagartig normalleitend, wodurch sich eine hohe Flussänderung durch die Spule ergibt, welche zu einem kurzen und hohen Anstieg der induzierten Spannung führt. Danach bleibt die induzierte Spannung bei einem konstanten Wert von ca. 1,1mV.

Beim Herunterfahren des Magnetfelds ändert sich mit dem Vorzeichen der Flussänderung auch das Vorzeichen von  $U_{ind}$  und die Kurve wird an der x-Achse gespiegelt. Beim kritischen Magnetfeld ist hier nur ein kleiner Peak zu erkennen und anschließend sinkt der Betrag der induzierten Spannung leicht ab.

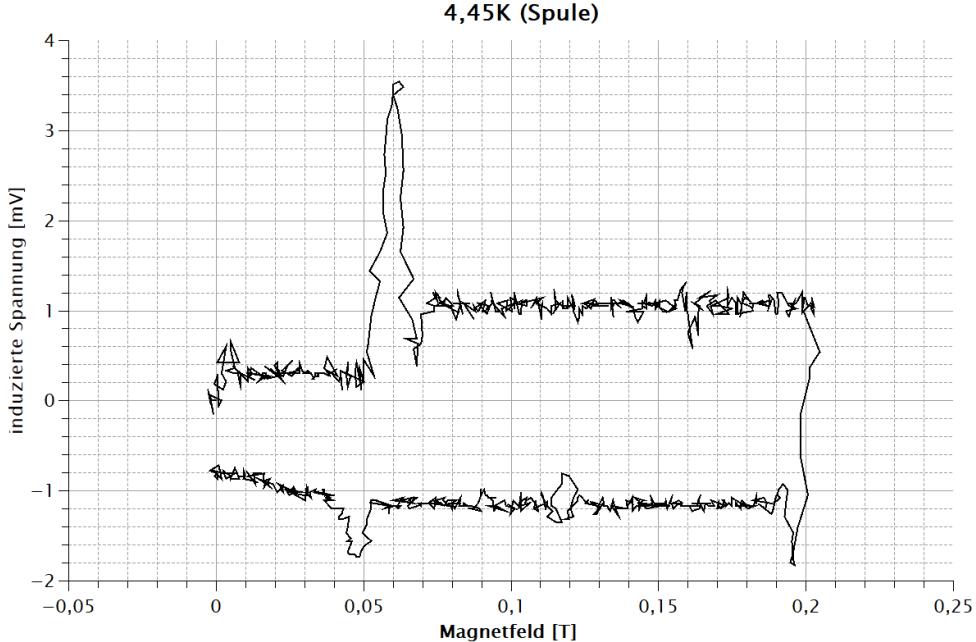


Abbildung 3.2: Messkurve der Spule bei 4,45K. Gut zu erkennen ist der Peak, eingeleitet durch das Erreichen der kritischen Magnetfeldstärke  $B_c \approx 0.052 \text{ T}$ .

Insgesamt wurden 21 solcher Messkurven bei Temperaturen von 4,45K bis 8,03K aufgenommen. Aus diesen Messreihen wurden dann jeweils die kritischen Magnetfeldstärken  $B_c$  ermittelt und geplottet, um eine  $B_c(T)$  Kurve zu erhalten (siehe Abb. 3.3). Ab der Messung bei 7,34K setzte der normalleitende Zustand schon ohne Magnetfeld ein, die kritische Temperatur  $T_c$  war ab hier also überschritten.

Die Kurve wurde mittels qti-plot gemäß der Funktion

$$B_c(T) = B_c(0) \cdot \left[ 1 - \left( \frac{T}{T_c} \right)^2 \right] [1]$$

gefittet, wobei folgende Werte errechnet wurden:

- $B_c(0) = 0.0858 \text{ T}$
- $T_c = 7.31 \text{ K}$  (Literaturwert für Blei:  $T_c = 7.2 \text{ K}$ )

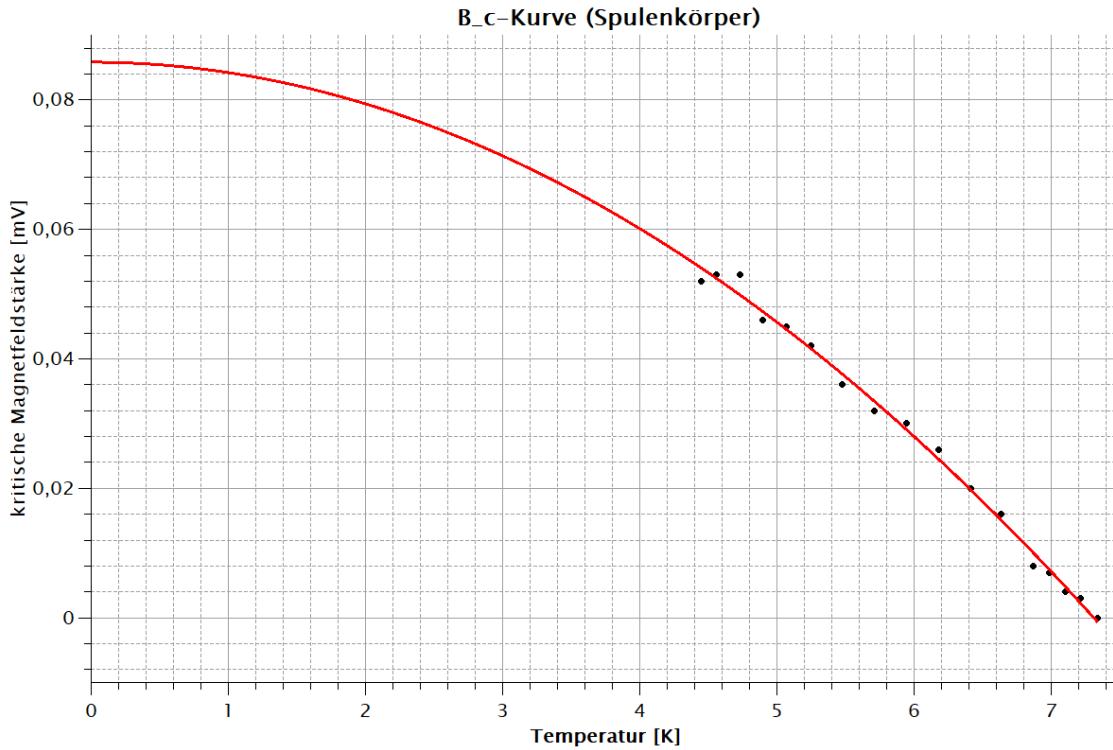


Abbildung 3.3:  $B_c(T)$ -Messwerte (schwarz) für den Spulenkörper mit entsprechendem Fit (rot).

Zusätzlich sollte noch die magnetische Suszeptibilität  $\chi_s$  des Bleikerns im supraleitenden Zustand bestimmt werden. Der Index  $s$  steht hierbei im Folgenden für den supraleitenden Zustand, der Index  $n$  für den normalleitenden Zustand. Über die Beziehung

$$U_{ind} = N_p A_p \mu_0 \mu \frac{N}{l} \dot{I} [14]$$

folgt mit  $\mu = 1 + \chi$ :

$$U_{ind} = \frac{N_p A_p \mu_0 N \dot{I}}{l} (1 + \chi)$$

und daraus:

$$\Delta U = U_{ind,n} - U_{ind,s} = \frac{N_p A_p \mu_0 N \dot{I}}{l} (\chi_n - \chi_s)$$

was sich umformen lässt zu

$$\chi_s = -\frac{\Delta U l}{N_p A_p \mu_0 N \dot{I}} + \chi_n$$

hierbei bezeichnet

- $\Delta U = U_{ind,n} - U_{ind,s}$  den gemittelten Unterschied der induzierten Spannung zwischen dem supraleitenden und dem normalleitenden Zustand (siehe Abb. 3.4),  $\Delta U \approx 0.8 \text{ mV}$
- $l$  die Länge der Magnetfeldspule,  $l = 15.8 \text{ cm}$
- $N_p$  die Windungszahl des Spulenkörpers,  $N_p = 2900$
- $A_p$  die Querschnittsfläche des Spulenkörpers,  $A_p = \pi r^2 = \pi(2.1 \text{ mm})^2 = 13.85 \times 10^{-6} \text{ m}^2$
- $\mu_0$  die magnetische Feldkonstante,  $\mu_0 \approx 1.257 \times 10^{-6} \text{ N A}^{-2}$
- $N$  die Windungszahl der Magnetfeldspule,  $N = 6245$
- $\dot{I}$  die zeitliche Ableitung des Stroms durch die Magnetfeldspule,  $\dot{I} = \frac{4 \text{ A}}{8 \text{ s}} = 0.5 \text{ A s}^{-1}$
- $\chi_n \approx -1.8 \times 10^{-6}$

Mit diesen Werten ergibt sich

$$\chi_s \approx -0,80$$

Zu erwarten wäre hier ein Wert von exakt -1 gewesen. Mögliche Gründe für die Abweichung sind zum einen die Bestimmung von  $\Delta U$  aus den verrauschten Messkurven. Einen großen Beitrag zur Ungenauigkeit des Ergebnisses liefert jedoch auch der Radius des Spulenkörpers: wird für den Radius z.B.  $r = 2 \text{ mm}$  benutzt, was dem Innenradius der Spule entspricht, ergibt sich für die Suszeptibilität ein Wert von  $\chi_s \approx -0,88$ .

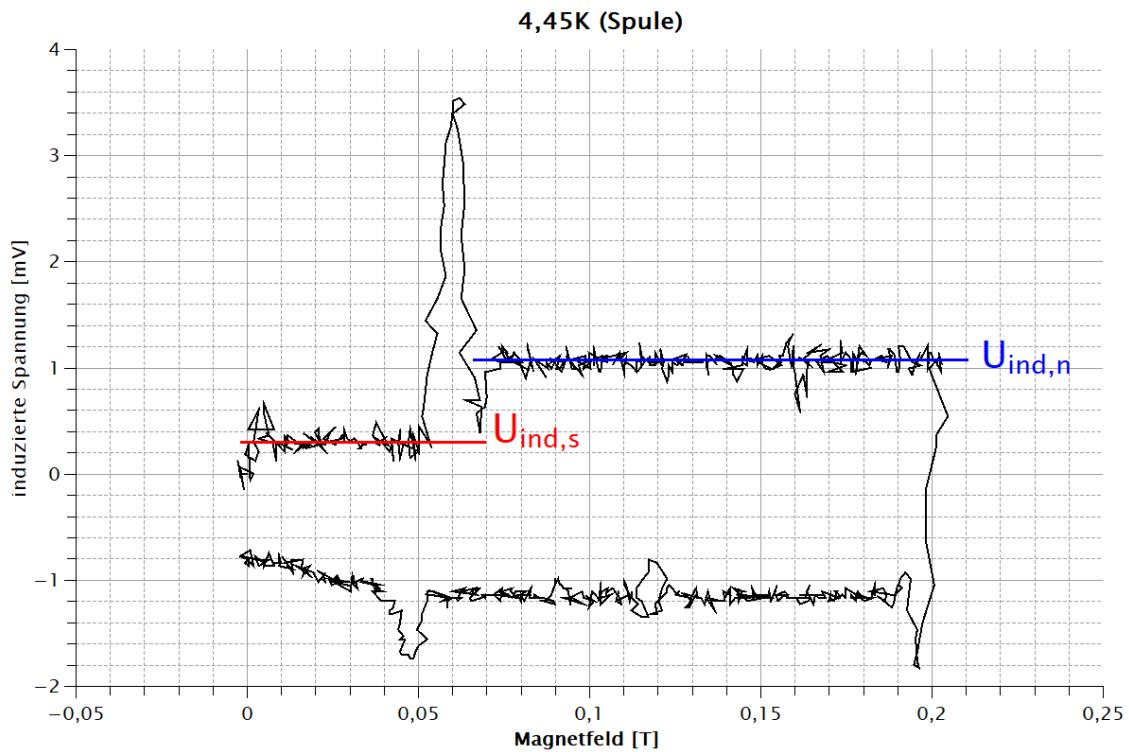


Abbildung 3.4: Bestimmung von  $\Delta U$  aus den Messkurven. Es wurde hierbei über mehrere Diagramme gemittelt.

### 3.1.2 Messungen am Niob-Film

Hier sollten R(B)-Kurven bei verschiedenen Temperaturen (13 Messungen von 8,06K bis 9,19K) aufgenommen werden. Dazu wurde durch den Niob-Film ein konstanter Strom von  $8 \mu\text{A}$  geschickt und die abfallende Spannung gemessen. Ansonsten war das Verfahren analog zum vorherigen Teil. Die so erhaltenen U(B)-Kurven konnten dann mithilfe der Beziehung  $R = U/I$  in R(B)-Kurven umgewandelt werden. Ein beispielhaftes Diagramm ist in Abb. 3.5 zu sehen.

Von den jeweiligen R(B)-Kurven wurde jeweils der Widerstand bei  $B = 0 \text{ T}$  ermittelt, um eine R(T)-Kurve für das Nullfeld zu ermitteln, woraus sich die Sprungtemperatur zu  $T_c \approx 9 \text{ K}$  ermitteln lässt (siehe Abb. 3.6). Der Literaturwert hierzu liegt bei 9.2 K.

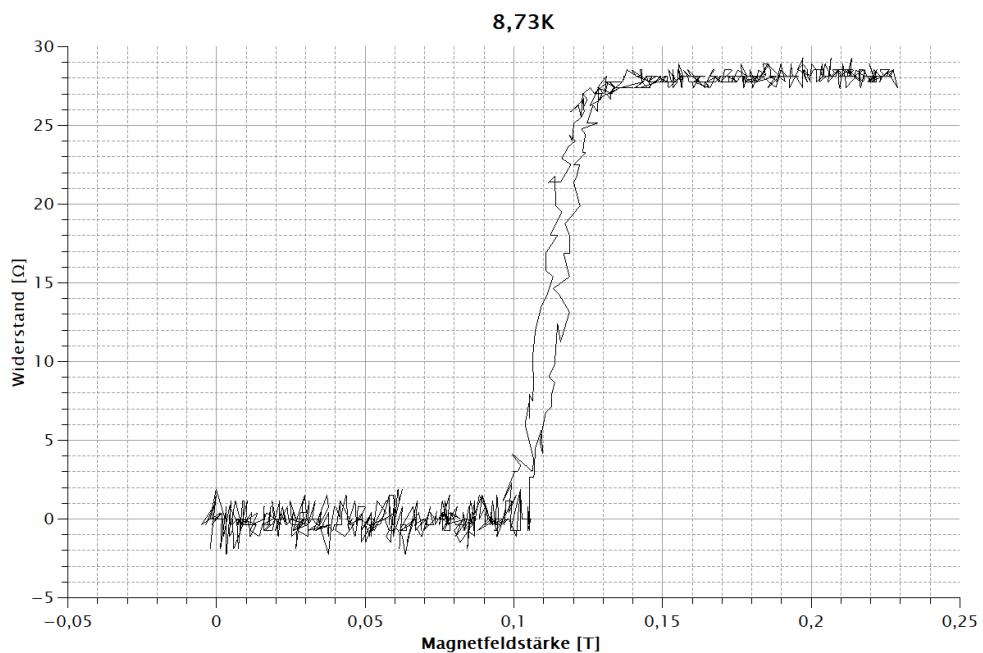


Abbildung 3.5:  $R(B)$ -Kurve des Niob-Films bei einer Temperatur von 8,73K. Das kritische Magnetfeld liegt hier ca. bei 0.11 T

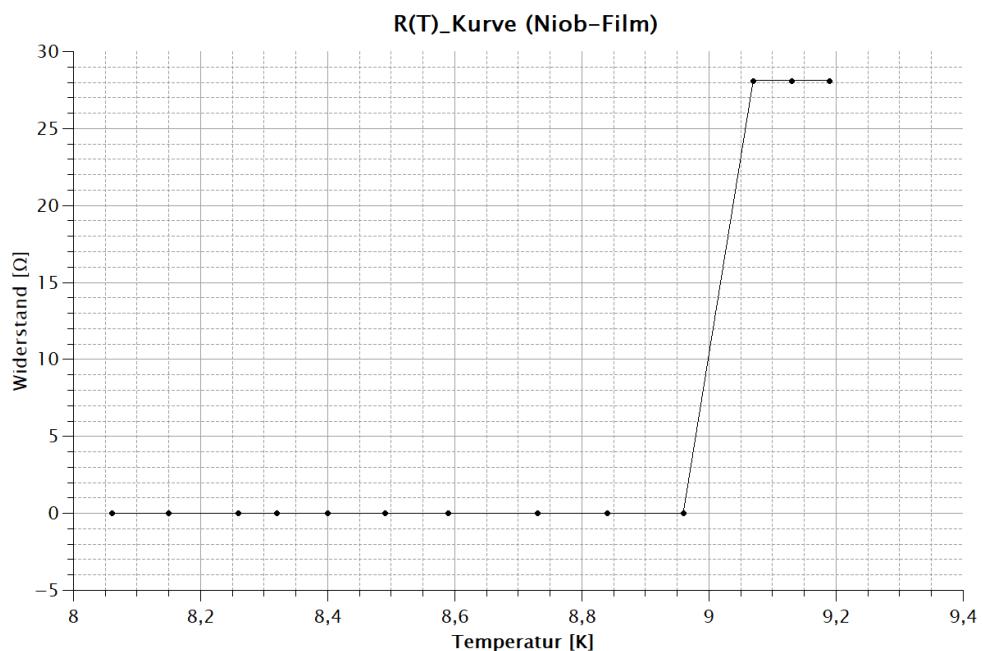


Abbildung 3.6: R(T)-Kurve des Niob-Films. Die Sprungtemperatur  $T_c$  liegt ca. bei 9K.

Zusätzlich sollte hier ebenfalls eine  $B_c(T)$ -Kurve, analog zu Kapitel 3.1.1, angefertigt werden. Diese ist in Abb. 3.7 dargestellt. Die Fitparameter ergaben für die kritische Magnetfeldstärke bei 0 K  $B_c(0) = 1.82 \text{ T}$  und für die Sprungtemperatur  $T_c = 8.99 \text{ K}$ .

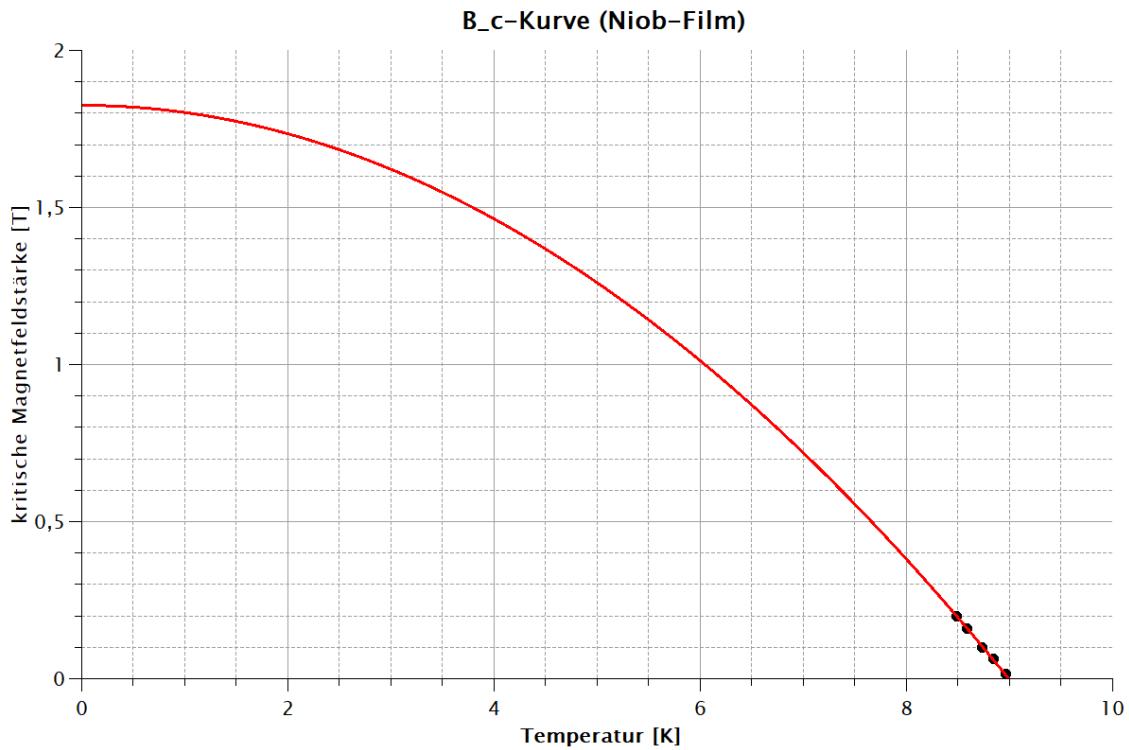


Abbildung 3.7: Messwerte der kritischen Magnetfeldstärke (schwarz) mit Fit-Kurve (rot). Gut zu erkennen ist  $B_c(0) = 1.82\text{ T}$  (Schnittpunkt mit der y-Achse). Die errechnete kritische Temperatur liegt bei  $T_c = 8.99\text{ K}$ .

### 3.2 Hochtemperatur Supraleitung

In diesem Versuchsteil sollten die R(T)-Kurven einer YBCO-Tablette für a-b-Leitung, sowie für c-Leitung aufgenommen werden. Dazu wurde der YBCO-Kristall in flüssigen Stickstoff getaucht und somit langsam auf 77K abgekühlt. Die Temperatur des Kyrostaten wurde dabei mit Hilfe eines Thermoelements ermittelt. Zur Bestimmung des Widerstands wurde ein konstanter Strom ( $I = 1,55\text{ mA}$ ) durch den Kristall geleitet und die an der Tablette abfallende Spannung mittels eines Lock-In Verstärkers ermittelt. Dadurch konnte über die Beziehung  $R = U/I$  der Widerstand errechnet werden. Kurz nach dem Eintauchen des Kristalls in den flüssigen Stickstoff wurde ein Messprogramm am Computer gestartet, welches im Abstand von einer Sekunde die an der Tablette abfallende Spannung gegen die Thermospannung des Thermoelements auftrug. Der Versuchsaufbau ist in Abb. 3.8 dargestellt.

Dieser Versuchsteil konnte von uns nicht korrekt durchgeführt werden, da sich während der Messung in c-Richtung herausstellte, dass der Probenkörper ein Leck hatte und somit

der flüssige Stickstoff direkt mit dem Kristall in Kontakt kommen konnte, was die Messung verfälschte (siehe Abb. 3.9). **In Rücksprache mit dem Betreuer verwenden wir deshalb für diesen Teil die Messergebnisse einer anderen Praktikumsgruppe.** Leider ist uns deswegen auch die für die Widerstandsbestimmung benötigte konstante Stromstärke nicht bekannt, weswegen wir hierfür unseren Wert ( $I = 1.55 \text{ mA}$ ) verwenden. Zur Umrechnung der Thermospannung in Temperatur verwendeten wir die im Anhang der Anleitung gegebene Näherung:

$$T \approx \sqrt{\frac{U}{0,0637} + 16111} - 49.5 \text{ K}$$

wobei  $U$  die **Thermospannung in Mikrovolt** bezeichnet.

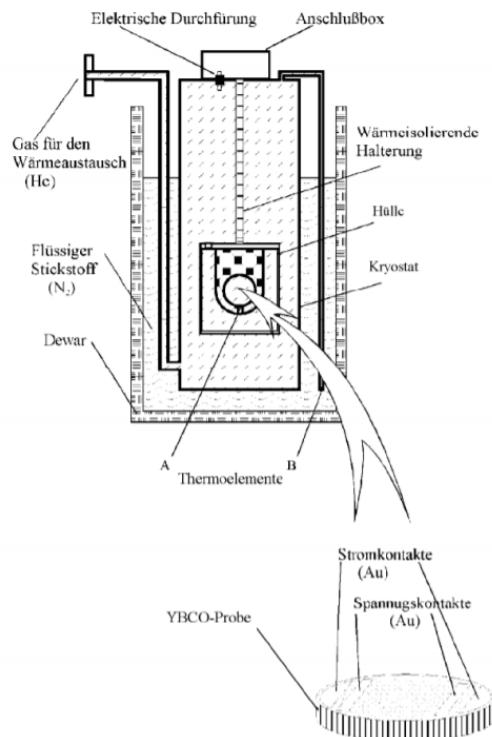


Abbildung 3.8: Schematische Darstellung des Versuchsaufbaus zur Hochtemperatur-Supraleitung.

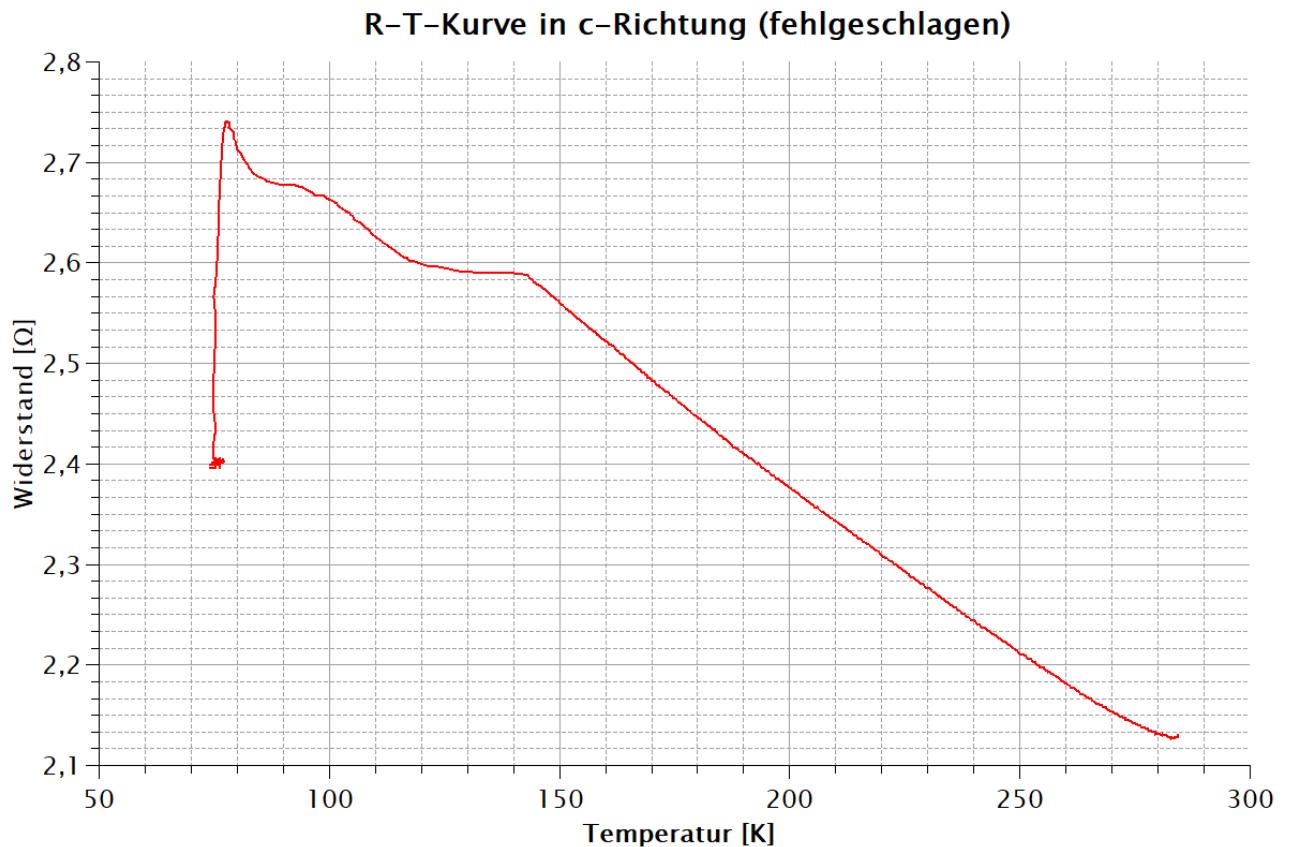


Abbildung 3.9: Fehlgeschlagene Messung in c-Richtung. Auffällig ist der unregelmäßige Verlauf der Kurve unterhalb von 150 K. Außerdem liegt hier die gemessene Sprungtemperatur bei ca. 78 K, was weit unter dem Literaturwert ( $T_c = 92$  K) liegt.

### 3.2.1 a-b-Richtung

Die a-b-Ebene bezeichnet beim YBCO-Kristall die Ebene, in der die  $CuO_2$ -Schichten liegen, welche zum einen für die Ausbildung der Supraleitung verantwortlich sind und zum anderen auch im normalleitenden Zustand die höchste Leitfähigkeit besitzen. Deshalb ist hier oberhalb der Sprungtemperatur ein geringerer Widerstand zu erwarten als bei der Messung senkrecht zu den  $CuO_2$ -Schichten, also in c-Richtung.

Beim Verlauf der R(T)-Kurve (siehe Abb. 3.10) fällt auf, dass der Widerstand zunächst mit sinkender Temperatur steigt, wodurch schon erkannt werden kann, dass es sich beim YBCO-Kristall um keinen metallischen Leiter handelt, da hier ein gegenteiliges Verhalten zu erwarten wäre.

Die Sprungtemperatur  $T_c$  konnten wir zu  $T_c \approx 92$  K bestimmen, was dem Literaturwert

entspricht. [1]

Bei beiden Messungen tritt ein Offset in y-Richtung auf, d.h. auch unterhalb der Sprungtemperatur fällt der gemessene Widerstand des Kristalls nicht auf exakt Null. Dieser Offset ist durch die Übergangswiderstände der Messkontakte zu erklären, welche durch den Übergang von Metall (vergoldete Messkontakte) auf Keramikmaterial (YBCO-Tablette) zustande kommen. Der Offset liegt bei der Messung in a-b-Richtung bei ca.  $1\Omega$  in c-Richtung bei ca.  $1.8\Omega$ .

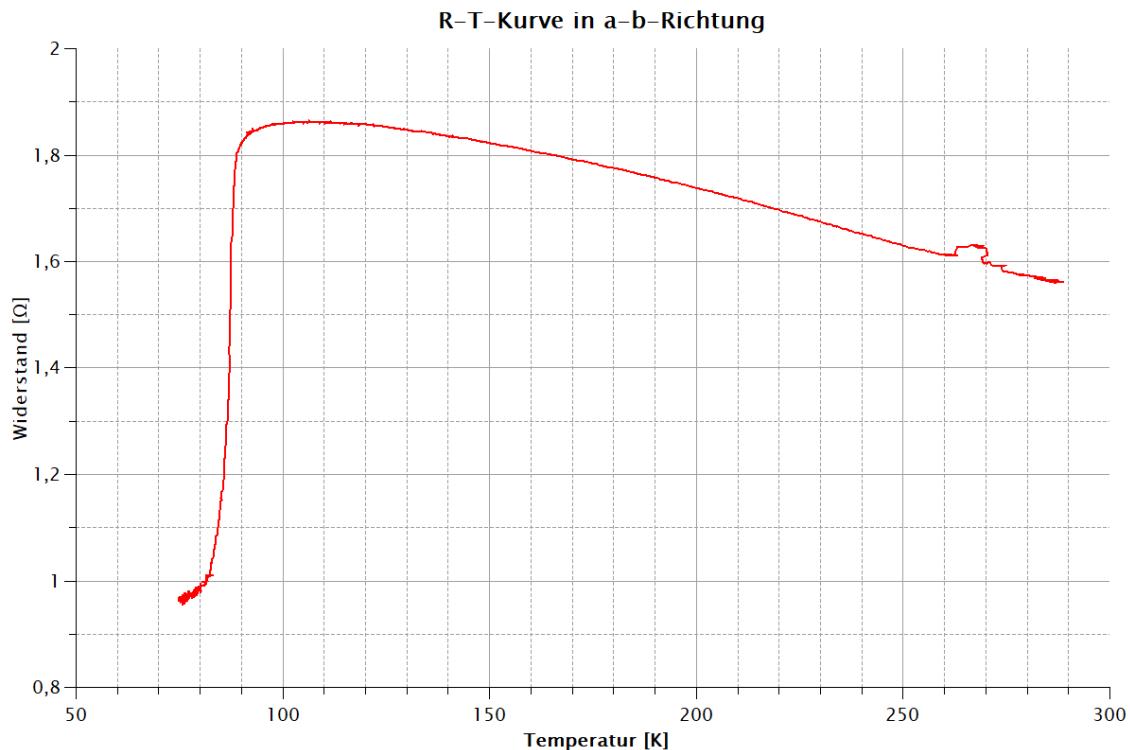


Abbildung 3.10: R(T)-Kurve der Messung in a-b-Richtung. Der steile Abfall des Widerstandes ist deutlich zu sehen, bei einer Sprungtemperatur von ca. 92 K. Der Offset liegt bei ca.  $1\Omega$ .

### 3.2.2 c-Richtung

Die Messung in c-Richtung ergab eine relativ ähnliche R(T)-Kurve wie in a-b-Richtung (siehe Abb. 3.11), jedoch - wie zu erwarten - mit etwas höheren Widerständen in der normalleitenden Phase. Die Sprungtemperatur konnten wir zu  $T_c \approx 93\text{ K}$  bestimmen.

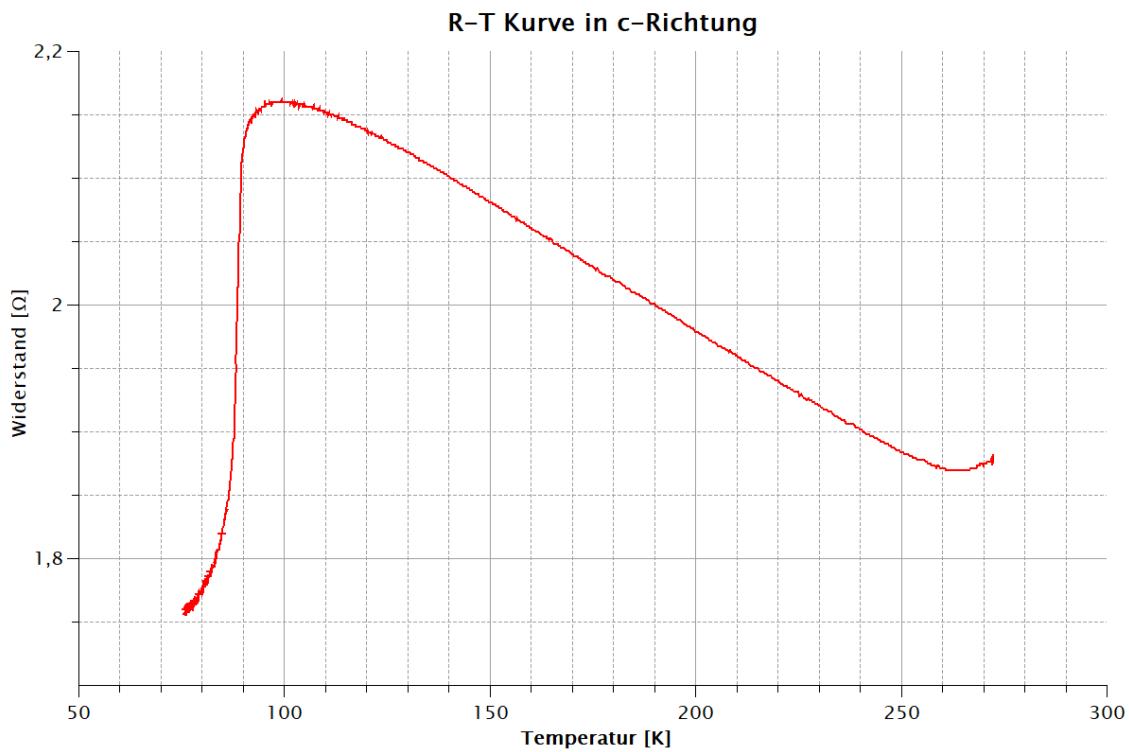


Abbildung 3.11: R(T)-Kurve in c-Richtung. Im Vergleich zur a-b-Richtung ist die normaleitende Phase um ca.  $0.3\Omega$  nach oben verschoben (zu beachten ist die unterschiedliche Skalierung der y-Achsen!). Die Sprungtemperatur liegt bei ca. 93K, der Offset bei ca.  $1.8\Omega$ .

### 3.3 Levitation

Im letzten Versuchsabschnitt wurde die Levitation eines Supraleiters untersucht. Dazu wurde eine YBCO-Tablette und ein kleiner Permanentmagnet verwendet.

Zuerst wurde die Tablette in einer Schale mit flüssigem Stickstoff unter die Sprungtemperatur abgekühlt. Mit einer Pinzette näherten wir nun den Magneten an die Tablette an und stellten eine deutliche abstoßende Kraft fest. Erklären lässt sich dies durch die Magnetfeldverdrängung eines Supraleiters. Die YBCO-Tablette ist im supraleitenden Zustand perfekt diamagnetisch, das heißt sie baut ein gleich großes Gegenfeld zum Magnetfeld des Permanentmagneten auf, was dann durch die abstoßende Kraft bemerkbar wird. Wir konnten so jedoch keinen Zustand herstellen, in dem der Magnet über der Tablette schwebt. Um dies zu erreichen, legten wir die Tablette in die leere Schale, positionierten darauf ein kleines Stück Styropor als Abstandhalter und legten darauf den Magneten. Anschließend wurde die Tablette wieder mit flüssigem Stickstoff abgekühlt.

Nach Entfernen des Abstandhalters schwebte der Magnet über dem YBCO Kristall (siehe Abb. 3.13). Der Magnet konnte sogar für wenige Sekunden mit einer Pinzette angehoben und gedreht werden, während die Tablette weiterhin unter dem Magneten schwebte (siehe Abb. 3.12). Erklären lässt sich dieses Phänomen dadurch, dass das Magnetfeld des Magneten die YBCO-Tablette im normalleitenden Zustand durchdringen kann. Beim Abkühlen unter die Sprungtemperatur bilden sich nun magnetische Flusschläuche im Supraleiter aus, welche von ringförmigen Abschirmströmen umgeben werden. Der Supraleiter als idealer Diamagnet wirkt nun jeder Änderung des Magnetfelds entgegen, wodurch der energetisch günstige Zustand somit dann erreicht ist, wenn sich die relative Position der Tablette zum Magneten nicht ändert. Wird der Magnet also angehoben, folgt die Tablette in konstantem Abstand. [1]

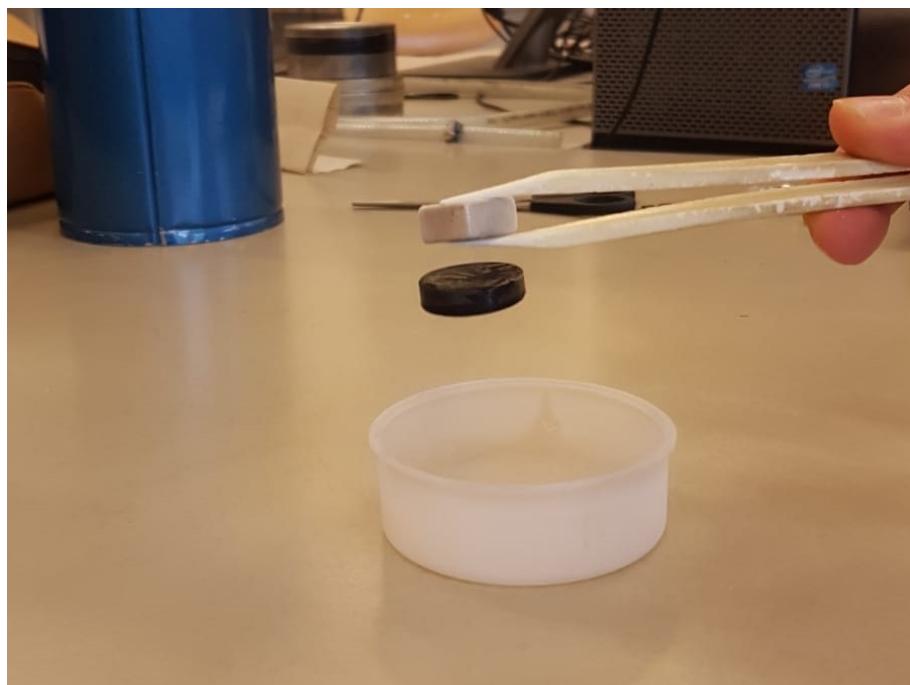


Abbildung 3.12: Die YBCO-Tablette schwebt unter dem Permanentmagneten. Unterhalb ist die Schale mit flüssigem Stickstoff zu sehen.

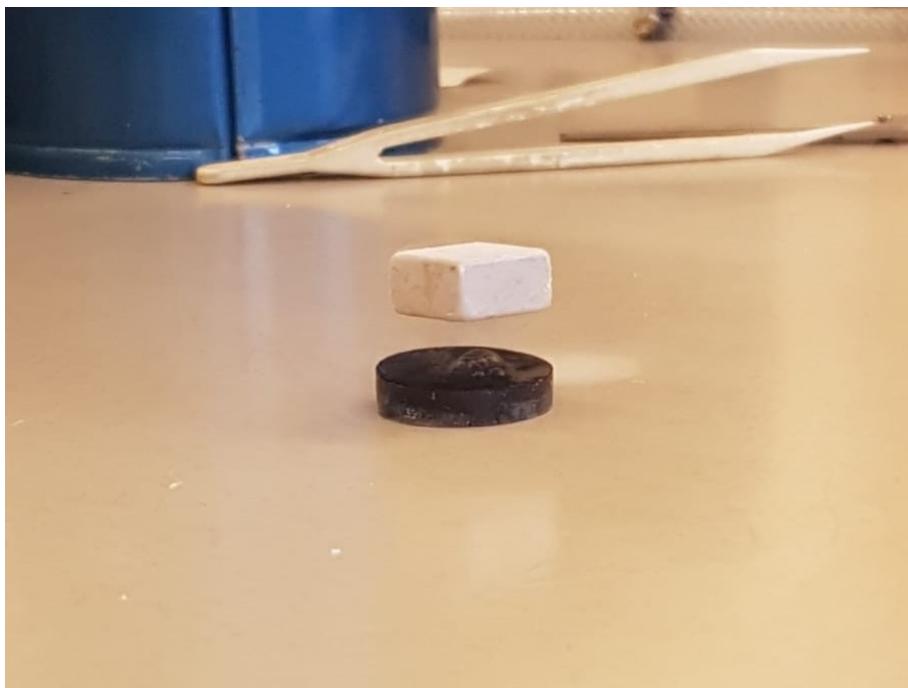
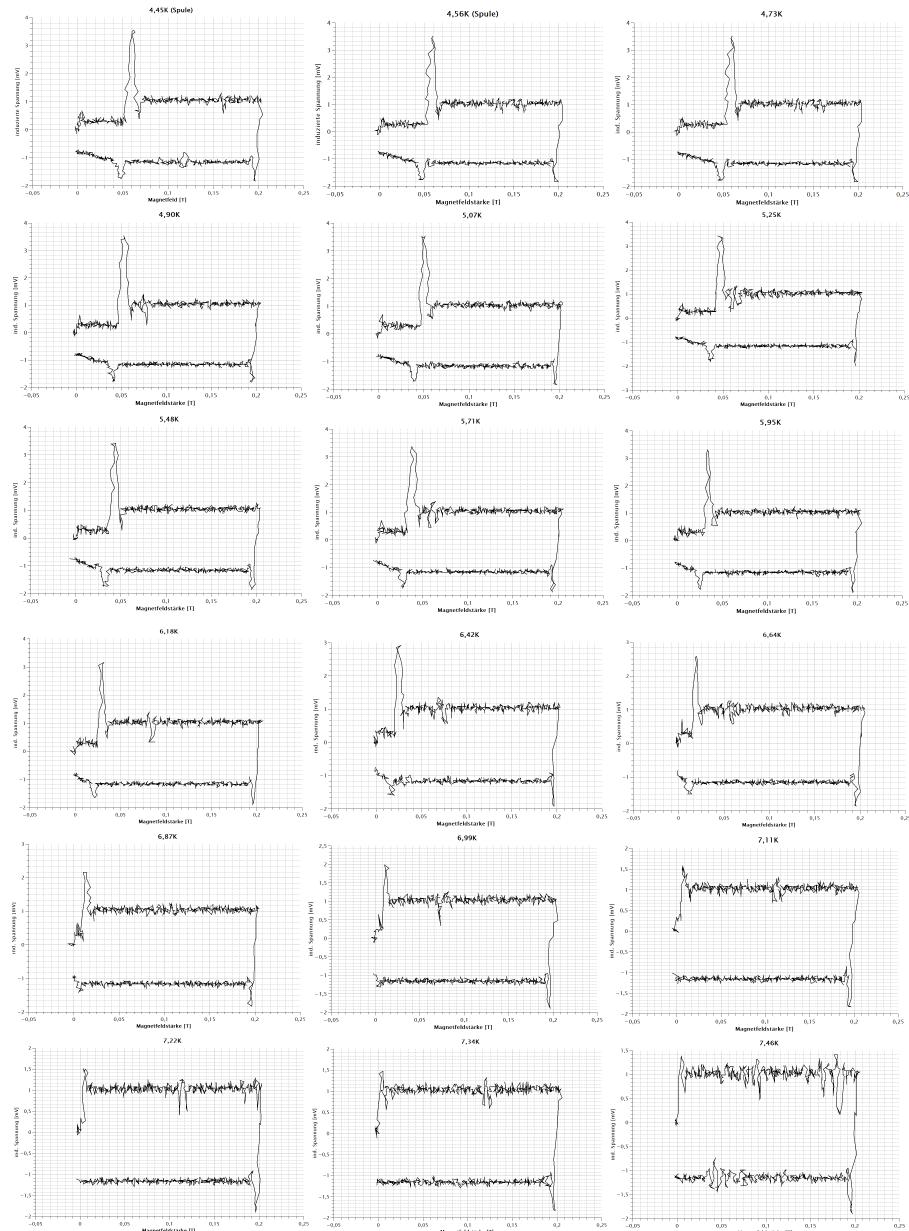


Abbildung 3.13: Der Magnet schwebt über der YBCO-Tablette. Außerhalb vom flüssigen Stickstoff ist dieser Zustand nur wenige Sekunden stabil, bis der Supraleiter sich über seine Sprungtemperatur aufgewärmt hat. Auf der Tablette sind Blasen des siedenden Stickstoffs zu erkennen.

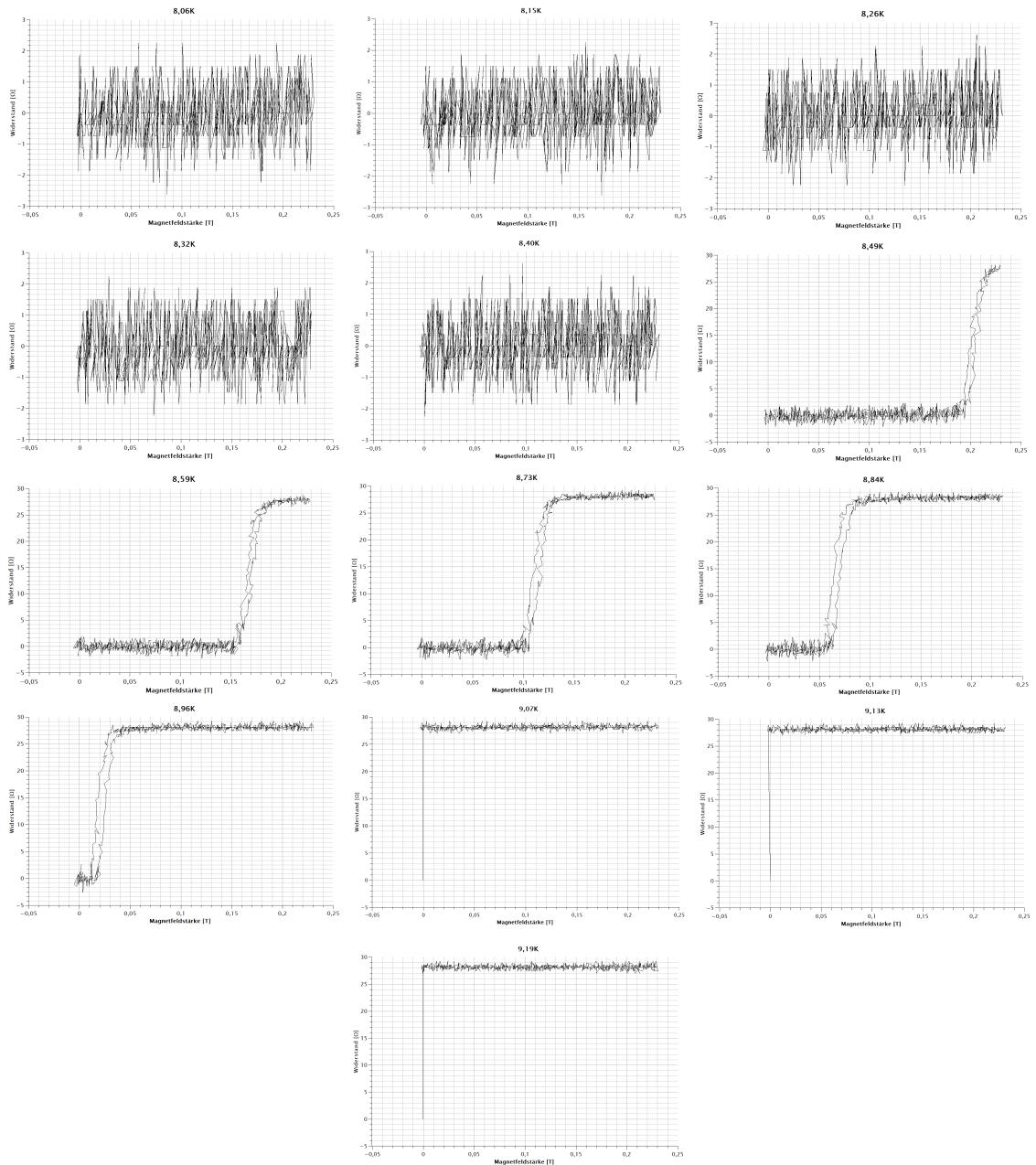


# 4 Anhang

## 4.1 Messkurven zum Tieftemperaturteil (Spulenkörper)



## 4.2 Messkurven zum Tieftemperaturteil (Niob-Film)



## 5 Fazit

Der Versuch bietet gute erste Einblicke in die Tieftemperaturphysik und das Phänomen der Supraleitung. Zudem wird deutlich, welche Herausforderungen die Messung von scheinbar einfachen Versuchsabläufen bei niedrigen Temperaturen mit sich bringt und welche Sicherheitsvorkehrungen im Umgang mit flüssigem Stickstoff und Helium zu beachten sind.

Leider funktionierte bei uns der Hochtemperatur-Teil des Versuchs aufgrund eines Defekts im Messaufbau nicht, was aber zu keinen größeren Problemen in der Auswertung führte, da wir auf Messergebnisse von anderen Gruppen zurückgreifen konnten.

Ein besonderes Highlight des Versuchs ist die Levitation, welche zweifelsfrei zu den beeindruckendsten physikalischen Erscheinungen zählt und dazu animiert, sich noch weiter mit der Thematik der Supraleitung zu beschäftigen.

# Literaturverzeichnis

- [1] Hunklinger, S.: Festkörperphysik. 5. Auflage. Berlin: De Gruyter, 2017
- [2] <https://de.wikipedia.org/wiki/Boson> 02.01.2020
- [3] <https://de.wikipedia.org/wiki/Fermion> 02.01.2020
- [4] <https://chemiezauber.de/images/q1/materie/energieniveaus-elektronen.jpg>, 30.12.2019
- [5] <https://de.wikipedia.org/wiki/BCS-Theorie> 03.01.2020
- [6] <https://de.wikipedia.org/wiki/Supraleiter> 02.01.2020
- [7] <https://de.wikipedia.org/wiki/Meissner-Ochsenfeld-Effekt>  
03.01.2020
- [8] <http://slideplayer.org/slide/789280/2/images/19/GL-Theorie:+Konsequenzen.jpg> 03.01.2020
- [9] <https://de.wikipedia.org/wiki/Vier-Punkt-Methode> 02.01.2020
- [10] <https://de.wikipedia.org/wiki/Vierleitermessung> 02.01.2020
- [11] <https://de.wikipedia.org/wiki/Thermoelement> 02.01.2020
- [12] <https://de.wikipedia.org/wiki/Lock-in-Verstärker> 03.01.2020
- [13] <https://de.wikipedia.org/wiki/Kreuzkorrelation> 03.01.2020
- [14] Dransfeld, K.: Physik II, 7. Auflage. München: Oldenbourg, 2008