Master en Sciences Physiques

Nanophysique PHYS-F-475

CHAPITRE 8. THEOREMES DE FLUCTUATIONS

Exercices

I. LIOUVILLE THEOREM

1. **Theorem de Liouville** Computez le Jacobian $|\frac{\partial\Gamma(t+dt)}{\partial\Gamma(t)}|$.

2. **Jarzynski Relation** Prouvez que $< e^{-\beta W} >= e^{-\beta\Delta F}$ directement (ça veut dire, sans utilisant le theorem de Crooks).

3. **Fluctuation Theorem implies Green-Kubo relation** Définissez

$$Q(\lambda, A) \equiv \lim_{t\to\infty} \frac{1}{t} \ln < \exp[-\lambda \int_0^t j(t; A)] >$$

et supposer que il y a une theorem de flucutation qui dit $Q(\lambda, A) = Q(A - \lambda, A)$. (Notez que j est une courant.) On veut developper la moyenne courant comme ça:

$$J \equiv \lim_{t\to\infty} \frac{1}{t} \int_0^\infty < j(t; A) >= LA + MA^2 + ... \tag{1}$$

   (a) Quelle est la relation entre J et Q?

   (b) En utilisant cette relation, développez une expression pour le coefficient L. Trouvez un résultat avec la forme d'une relation Green-Kubo entre le coefficient de transport L et la fonction de corrélation du courant.

4. **Renversement du temps dans la mechanique quantique** L'équation de Schrodinger (avec $\hbar = 1$) est

$$i\partial_t A(t) = [A, H]$$

et supposez que H soit independent du temp. Nous supposons qu'il y a une opérateur T de sorte que $TA(t)T^{-1}$ est une solution de l'équation de Schrodinger avec $t \to -t$ pour tous opérateur, A. Prouvez que $iT = -Ti$.