




10. 單樣本檢定 Hypothesis Testing

鄒慶士 (Ching-Shih Tsou)
台北商業技術學院資訊與決策科學所
E-mail : cstsou@mail.ntcb.edu.tw



假設檢定

- 假設檢定與信賴區間密切相關，然兩者的解決之道是不同的。假設檢定先對母體中未知的參數做假設，然後再從母體中抽取樣本，並應用機率的原理，計算樣本支持此假設的機率。
 - 資料 -> 隨機區間 (未知參數可能落於此)
 - 資料 -> 未知參數的假設是否成立之可能性
 - R 中 C.I. 與 H.T. 使用相同的函數

© Vince Tsou, IDS, NTCB 100年度教育部補助技專校院建立特色典範計畫 2



母體比例值檢定

- 隨機從母體中抽查100人，有42位贊同你的論點，請問此項調查是否支持母體有50%的人贊成你的觀點呢？
- 要回答這問題，首先我們建立有關母體比例值的假說。
 - 虛無假設 H_0 為 $p=0.5$
 - 對立假設 H_1 為 p 不等於0.5，此即所謂的雙尾檢定。

© Vince Tsou, IDS, NTCB

100年度教育部補助技專校院建立特色典範計畫

3



母體比例值信賴區間或假說檢定R函數

指令：`prop.test(42,100,p=.5)`

1-sample proportions test with continuity correction

data: 42 out of 100, null probability 0.5
 X-squared = 2.25, df = 1, p-value = 0.1336
 alternative hypothesis: true p is not equal to 0.5
 95 percent confidence interval:
 0.3233236 0.5228954
 sample estimates:
 p
 0.42

單一樣本之母體比例值檢定
(連續校正量)

© Vince Tsou, IDS, NTCB

100年度教育部補助技專校院建立特色典範計畫

4



母體比例值檢定

- p-value為0.1336，其值代表虛無假說為真的情況下， $P(\hat{p} \leq 42 \text{ 或 } \hat{p} \geq 58)$ 的機率。
- p-value並不夠小，使得假設虛無假說為真的情況下，在100個樣本中觀察到42贊成者的結果不合理。因此我們會接受虛無假設。
- p-value > 0.05，也代表檢定統計量值落在接受域，因此結論為無法拒絕虛無假設。



母體比例值檢定

- 若調查1000個人，其中420贊同妳的論點，請問此項調查依然支持虛無假設 $H_0: p=0.5$ 嗎？

R指令

> prop.test(420,1000,p=.5)



母體比例值檢定

```
> prop.test(420,1000,p=.5)

1-sample proportions test with continuity correction

data: 420 out of 1000, null probability 0.5
X-squared = 25.281, df = 1, p-value = 4.956e-07
alternative hypothesis: true p is not equal to 0.5
95 percent confidence interval:
 0.3892796 0.4513427
sample estimates:
      p 
0.42
```

- p-value值非常的小(0.0000004956)，拒絕虛無假設。
- p-value值不僅取決於樣本比率值，還受到樣本大小n的影響。當樣本數越大，樣本比例值的標準差就會越小，抽樣分佈兩尾內縮，同樣的檢定統計量值當然落於拒絕域中。

© Vince Tsou, IDS, NTCB

100年度教育部補助技專校院建立特色典範計畫

7



平均數檢定

- 一汽車製造商宣稱說其汽車每加侖可行駛25英哩。消費者保護團體調查十位車主，計算出的平均值是22 mpg，標準差為1.5 mpg。請問汽車製造商的宣稱可以成立嗎？
- 假設mpg呈常態分配

$$H_0: \mu = 25$$

$$H_1: \mu < 25$$

© Vince Tsou, IDS, NTCB

100年度教育部補助技專校院建立特色典範計畫

8



計算p-value

指令(無原始數據，須自行計算檢定統計量與p-value)

```
## Compute the t statistic. Note we assume mu=25 under H_0
```

```
> xbar=22;s=1.5;n=10
```

```
> t = (xbar-25)/(s/sqrt(n))
```

```
> t
```

```
[1] -6.324555
```

使用T分配求p值

使用T檢定，在虛無假設之下， $\mu=25$

```
## use pt to get the distribution function of t
```

```
> pt(t,df=n-1)
```

```
[1] 6.846828e-05
```

計算出來的結果p-value值非常的小(0.000068)，因此製造商的宣稱是令人懷疑的。

© Vince Tsou, IDS, NTCB

100年度教育部補助技專校院建立特色典範計畫

9



中位數檢定

- 中位數(median)是衡量資料集中趨勢的統計值之一，其意義為資料中50%的觀測值會小於中位數。用中位數衡量集中趨勢的優點是不受離群值所影響。

- 例如：有一筆資料 1,2,3,4,100，其中位數為3，並未受到特大值“100”的影響。相對來說，平均值(mean)為22，嚴重受到離群值的影響。

© Vince Tsou, IDS, NTCB

100年度教育部補助技專校院建立特色典範計畫

10



中位數檢定

- 手機用戶通話時間如下

12.8 3.5 2.9 9.4 8.7 0.7 0.2
2.8 1.9 2.8 3.1 15.8



為何要用中位數檢定?

> x=c(12.8,3.5,2.9,9.4,8.7,.7,.2,2.8,1.9,2.8,3.1,15.8)

> stem(x)

The decimal point is 1 digit(s) to the right of the |

```
0 | 01233334
0 | 99
1 | 3
1 | 6
```

從枝葉圖看來，資料
分佈為右偏厚尾分佈，
不宜使用t-檢定，改用
中位數檢定。



虛無假設 vs. 對立假設

- 虛無假設 H_0 : 中位數=5
- 對立假設 H_1 : 中位數 > 5

指令 `wilcox.test(x, mu=5, alt="greater")`

```
Wilcoxon signed rank test with continuity correction

data:  x
V = 39, p-value = 0.5156
alternative hypothesis: true location is greater than 5

Warning message:
In wilcox.test.default(x, mu = 5, alt = "greater") :
cannot compute exact p-value with ties
```



Rank Test

- **Wilcoxon test** 為一符號等級檢定，是無母數的檢定方法。
- R 中另有 **simple.median.test** 可做符號檢定。

R 指令

```
> x = c(12.8, 3.5, 2.9, 9.4, 8.7, .7, .2, 2.8, 1.9, 2.8, 3.1, 15.8)
> simple.median.test(x, median=5)
[1] 0.3876953
> simple.median.test(x, median=10)
[1] 0.03857422
```

