科目 機率

長庚大學期中、期末考試答案用紙

學年度 第 學期 考 資工 系 姓名 黃建銘 學號 B07201014

[1]

(1) $\frac{10}{x=0} b(x;10;\frac{1}{10}) \cdot C_x^{10}(\frac{1}{10})^x(\frac{9}{10})^{10-x}$

$f_x(0) = 0.3487$ $f_x(5) = 0.0015$

$f_x(1) = 0.3874$ $f_x(6) = 0.0001$

$f_x(2) = 0.1937$ $f_x(7) = 8.748e-06$

$f_x(3) = 0.0574$ $f_x(8) = 3.645e-07$

$f_x(4) = 0.0112$ $f_x(9) = 9e-09$

$f_x(10) = 1e-10$

(2) $n \cdot p = \mu = 10 \cdot \frac{1}{10} = 1$

(3) $\sigma^2 = n \cdot p \cdot (1-p) = 10 \times \frac{1}{10} \times \frac{9}{10} = \frac{9}{10}$

$\sigma = \sqrt{\frac{9}{10}} = 0.9487$

(4) $f_y(k) = \frac{C_k^{10} \cdot C_{10-k}^{90}}{C_{10}^{100}}$ ⇒

$f_y(0) = 0.3305$ $f_y(5) = 6.398e-4$ $f_y(10) = 5.179e-14$

$f_y(1) = 0.4080$ $f_y(6) = 3.1e-5$

$f_y(2) = 0.2015$ $f_y(7) = 8.144e-7$

$f_y(3) = 0.0518$ $f_y(8) = 1.0411e-8$

$f_y(4) = 0.0076$ $f_y(9) = 5.1992e-11$

(5)

(5)

[4]

$b(x;n,p) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x} \xrightarrow[p \to 0]{n \to \infty} p(x;\mu) = \frac{\mu^x}{x!} e^{-\mu}$

$n \cdot p = \mu$

↳ $\frac{n!}{x!(n-x)!} p^x (1-p)^{n-x} = \frac{n(n-1)(n-2)\cdots(n-x+1)}{x!} (\frac{\mu}{n})^x (1-\frac{\mu}{n})^{n-x}$

$= (1-\frac{1}{n})(1-\frac{2}{n}) \cdots (1-\frac{x-1}{n}) \frac{1}{x!} \mu^x ((1-\frac{\mu}{n})^{-\frac{n}{\mu}})^{-\mu} (1-\frac{\mu}{n})^{-x}$

當 μ 不變, $n \to \infty$ ⇒ $(1-\frac{1}{n})(1-\frac{2}{n}) \cdots (1-\frac{x-1}{n}) \to 1$

$(1-\frac{\mu}{n})^{-\frac{n}{\mu}} \to e$

$(1-\frac{\mu}{n})^{-x} \to 1$

So $b(x;n,p) \to \frac{\mu^x e^{\mu}}{x!}$

because $\sum_{x=0}^{\infty} p(x;\mu) = e^{\mu} \sum_{x=0}^{\infty} \frac{\mu^x}{x!} = e^{-\mu} e^{\mu} = 1$

（請翻面繼續作答）

長庚大學期中、期末考試答案用紙

科目

學年度 第 學期 考 系 姓名 學號

[2]

(1) $f(w) = p(w; 1) = \frac{e^{-1} 1^{100}}{100!} = 3.9917E-157$

(2) $E[x] = \lambda t = 100 \times 1 = 100$

$\mu = \sigma^2 = 100 \quad \sigma^2 = 100 \Rightarrow \sigma = \sqrt{100} = 10$

$E[W] + std[W] = 100 + 10 = 110$

(4) $p(W > 120) = 0.9819$

(5) 接受，因為在現實中時常發生不代表每一天都會發生，因此就常態分布的机率而言，平均一天會有一次火災是合理的，火災可能在某一段期間很集中，也可能一段時間內都未發生，從長遠來看可看作平均一天發一次火災。

[3]

(1) no more than 5% defective

(5) 接受，因為在現實中時常發生不代表每一天都會發生，因此就常態分布的机率而言，平均一天會有一次火災是合理的，火災可能在某一段期間很集中，也可能一段時間內都未發生，從長遠來看可看作平均一天發一次火災。

[3]

(1) no more than 5% defective

$p(X=10) = \binom{100}{10} (0.05)^{10} (0.95)^{90}$

$= 1.6715 \times 10^{-2}$

(2) A buyer would suspect the claim isn't correct because assuming a correct claim, probability of having 10 defective item in sample is 1.6715×10^{-2} and event would occur only 1.6715% of time.