

シミュレーションに基づく統計的推論を 利用した教材と授業実践

Jimmy Doi

Cal Poly San Luis Obispo



橋本三嗣

広島大学附属中・高等学校

中島康彦

群馬県立前橋高校



March 2024

Introduction

シミュレーションに基づく統計的**推論** (Simulation Based Inference, 以下, SBI)

シミュレーションに基づく統計的**推論** (Simulation Based Inference, 以下, SBI)

- SBI は、シミュレーションを通して、統計的推論を理解させる
ことを意図した指導法である。
- SBI の使用は、約 25 年前に始まった。

シミュレーションに基づく統計的推論 (Simulation Based Inference, 以下, SBI)

- SBI は、シミュレーションを通して、統計的推論を理解させることを意図した指導法である。
- SBI の使用は、約 25 年前に始まった。

SBI 講義

- 2017 年 7 月: 群馬県立高崎高等学校
 - 仮説検定: パラメーター / 母数 = 母比率 (二項分布)
 - ドイ・ジミー (2019 年) シミュレーションに基づく統計的推論とアクティブ・ラーニングの授業事例・日本数学教育学会誌 第 101 卷第 3 号

シミュレーションに基づく統計的推論 (Simulation Based Inference, 以下, SBI)

- SBI は、シミュレーションを通して、統計的推論を理解させることを意図した指導法である。
- SBI の使用は、約 25 年前に始まった。

SBI 講義

- 2017 年 7 月: 群馬県立高崎高等学校
 - 仮説検定: パラメーター / 母数 = 母比率 (二項分布)
 - ドイ・ジミー (2019 年) シミュレーションに基づく統計的推論とアクティブ・ラーニングの授業事例・日本数学教育学会誌 第 101 卷第 3 号
- 2023 年 11 月 : 2 つの新しい SBI 講義
 - 仮説検定: パラメーター / 母数 = 母平均の差
 - A: 対応のない 2 標本平均値の差の検定
 - B: 対応のある 2 標本平均値の差の検定

たい おう ひょう ほん けん てい

A. 対応のない 2 標本平均値の差の検定

たい おう ひょう ほん けん てい
対応のない2 標本平均値の差の検定

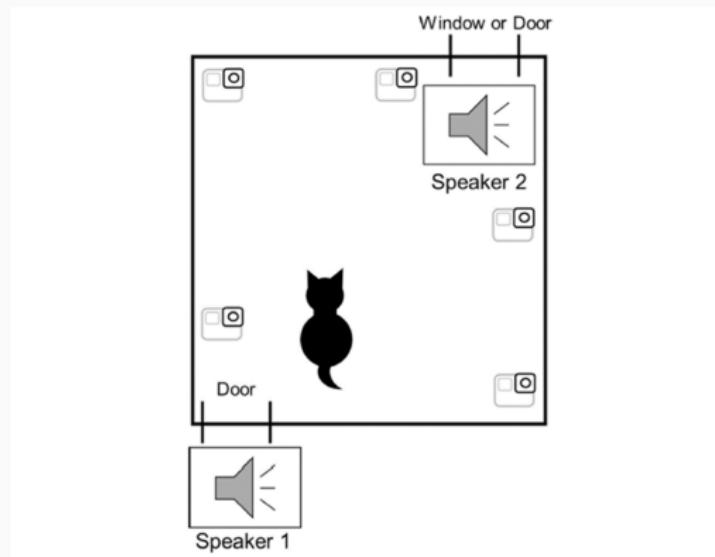
2023年11月: 広島大学附属中・高等学校

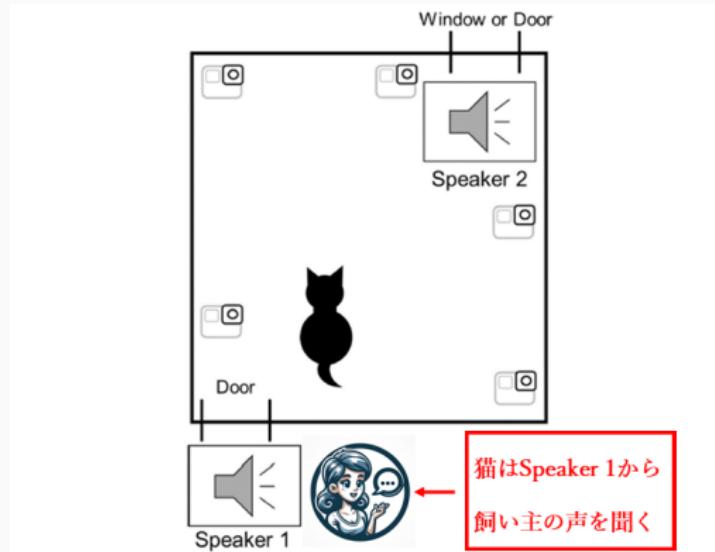
チーム・ティーチング: 橋本三嗣、土井ジミー

講義: ある実験のデータを分析します

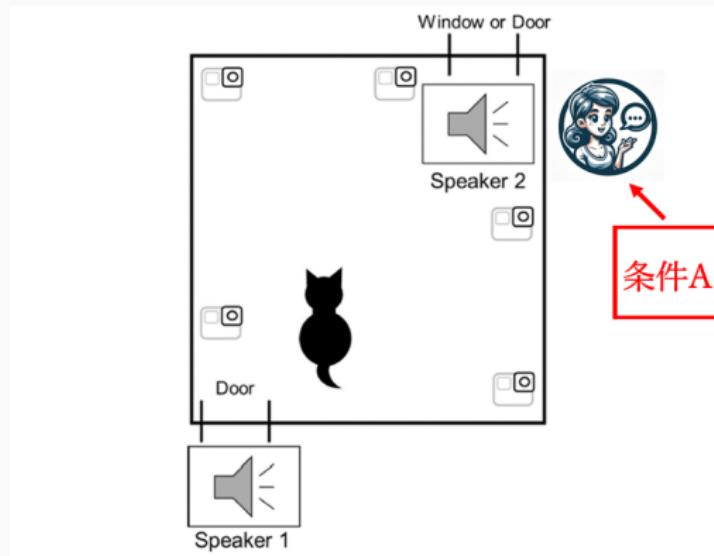
実験の説明

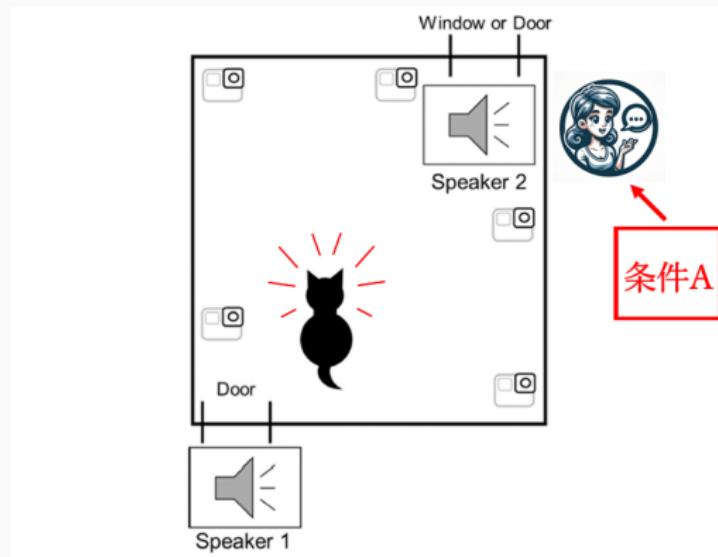
- 猫は 4 メートル離れた 2 つのスピーカーがある部屋に置かれる
- 1 つ目のスピーカーで猫の飼い主の声が流れる
- 2.5 秒の間を置いて、2 つ目のスピーカーで音が流れる
 - 条件A : 2 つ目のスピーカーで猫の飼い主の声が流れる
 - 条件B : 2 つ目のスピーカーで他の人の声が流れる
- 8 人の評価者がスピーカーの音に対する猫の反応を観察し、
反応評価 (0 から 4 点) を提供する
 - 0 点 = 驚きなし
 - 4 点 = 強い驚き
- 「驚きスコア」 = 評価の平均
- 研究問題: 飼い主の声と他の人の声は驚きスコアに影響する
のか？

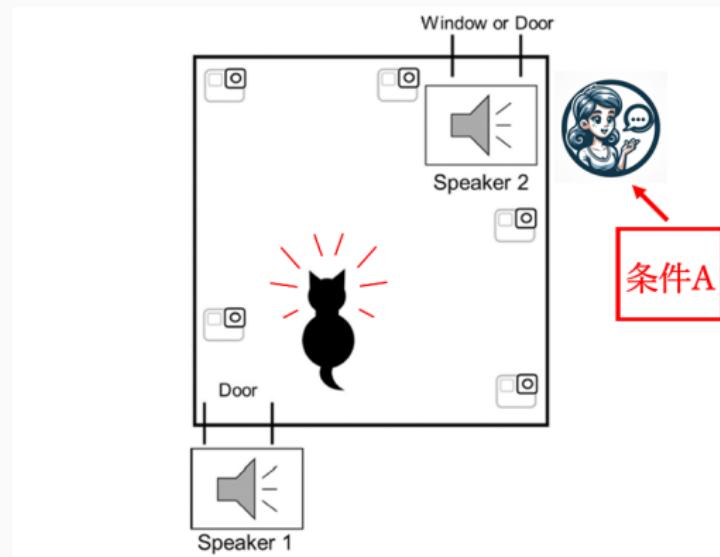




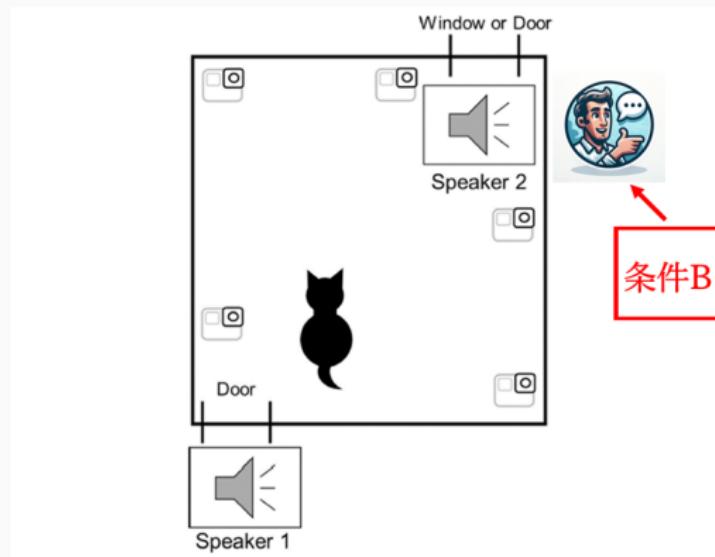


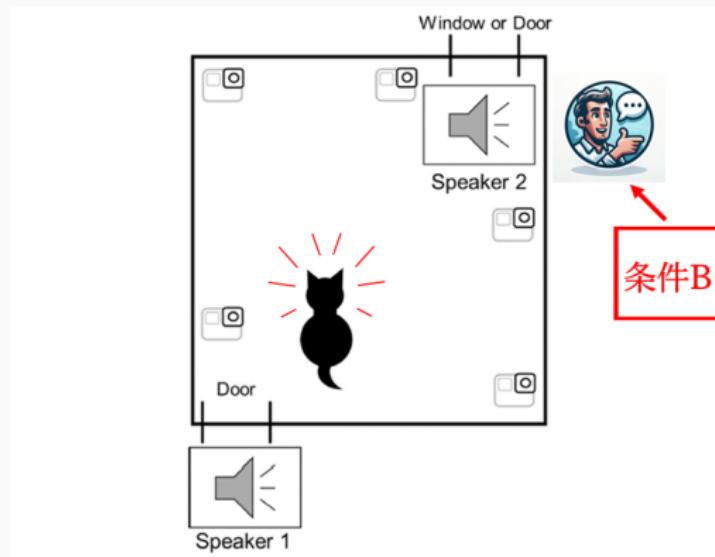


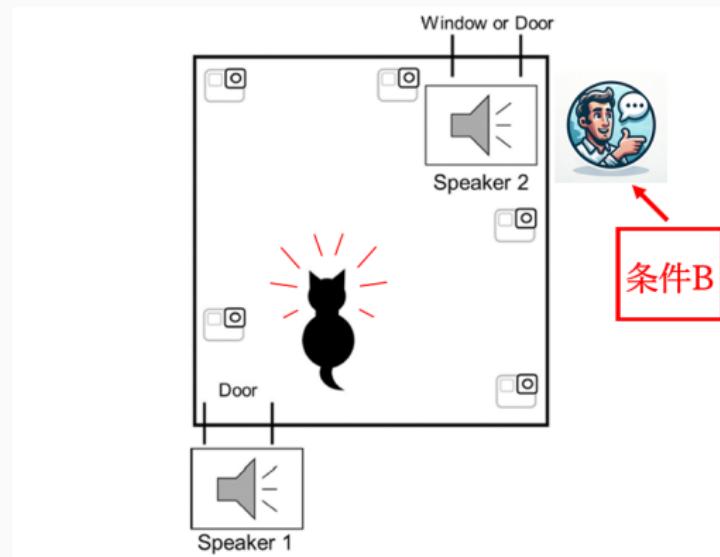




ひょうかしゃ
8人の評価者→反応評価（0から4点）: 0点 = 驚きなし, 4点 = 強い驚き
「驚きスコア」 = 評価の平均







8人の評価者→ 反応評価（o から 4 点）: o 点 = 驚きなし, 4 点 = 強い驚き
「驚きスコア」 = 評価の平均

研究問題: 飼い主の声と他の人の声は驚きスコアに影響するのか?

- ・帰無仮説: 飼い主の声と他の人の声は驚きスコアに影響はない
- ・対立仮説: 飼い主の声と他の人の声は驚きスコアに影響はある
りょう がわ けん てい
(両側検定を使用する)

研究問題: 飼い主の声と他の人の声は驚きスコアに影響するのか?

- 帰無仮説: 飼い主の声と他の人の声は驚きスコアに影響はない
- 対立仮説: 飼い主の声と他の人の声は驚きスコアに影響はある
りょう がわ けん てい
(両側検定を使用する)
- 帰無仮説は正しければ
 - 驚き度と同じ声を聞いたかどうかとの間に関連性はない
かん れん せい

研究問題: 飼い主の声と他の人の声は驚きスコアに影響するのか?

- 帰無仮説: 飼い主の声と他の人の声は驚きスコアに影響はない
- 対立仮説: 飼い主の声と他の人の声は驚きスコアに影響はある
りょう がわ けん てい
(両側検定を使用する)
- 帰無仮説は正しければ
 - 驚き度と同じ声を聞いたかどうかとの間に関連性はない
 - 同じ声を聞いても聞かなくても猫の反応は変わらなかったと
か てい
仮定することである

研究問題: 飼い主の声と他の人の声は驚きスコアに影響するのか?

- 帰無仮説: 飼い主の声と他の人の声は驚きスコアに影響はない
- 対立仮説: 飼い主の声と他の人の声は驚きスコアに影響はある
(りょう がわ けん てい)
(両側検定を使用する)
- 帰無仮説は正しければ
 - 驚き度と同じ声を聞いたかどうかとの間に関連性はない
 - 同じ声を聞いても聞かなくとも猫の反応は変わらなかったと
か てい
仮定することである
 - 例: 猫の「驚きスコア」 = 1.375 (飼い主の声聞いても、聞かなくても)

研究問題: 飼い主の声と他の人の声は驚きスコアに影響するのか?

- 帰無仮説: 飼い主の声と他の人の声は驚きスコアに影響はない
- 対立仮説: 飼い主の声と他の人の声は驚きスコアに影響はある
(りょう がわ けん てい)
(両側検定を使用する)

- 帰無仮説は正しければ

- 驚き度と同じ声を聞いたかどうかとの間に関連性はない
- 同じ声を聞いても聞かなくとも猫の反応は変わらなかったと
か てい
仮定することである
 - 例: 猫の「驚きスコア」 = 1.375 (飼い主の声聞いても、聞かなくても)
- 説明変数グループ (飼い主の声、他の人の声) について、目的変数
あたい
の値 (驚きスコア) は無作為に割り当てられることができる

研究問題: 飼い主の声と他の人の声は驚きスコアに影響するのか?

- 帰無仮説: 飼い主の声と他の人の声は驚きスコアに影響はない
- 対立仮説: 飼い主の声と他の人の声は驚きスコアに影響はある
(両側検定を使用する)

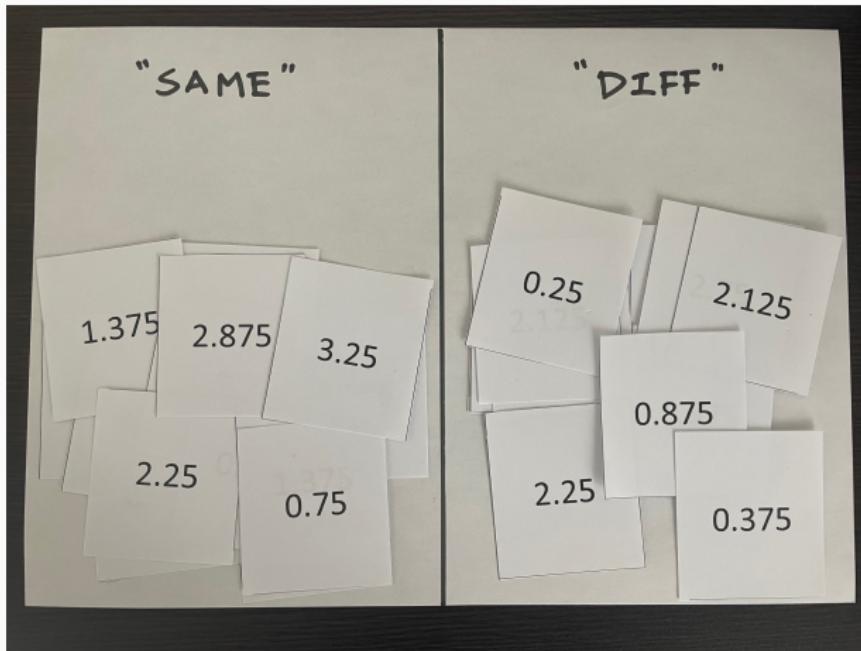
- 帰無仮説は正しければ

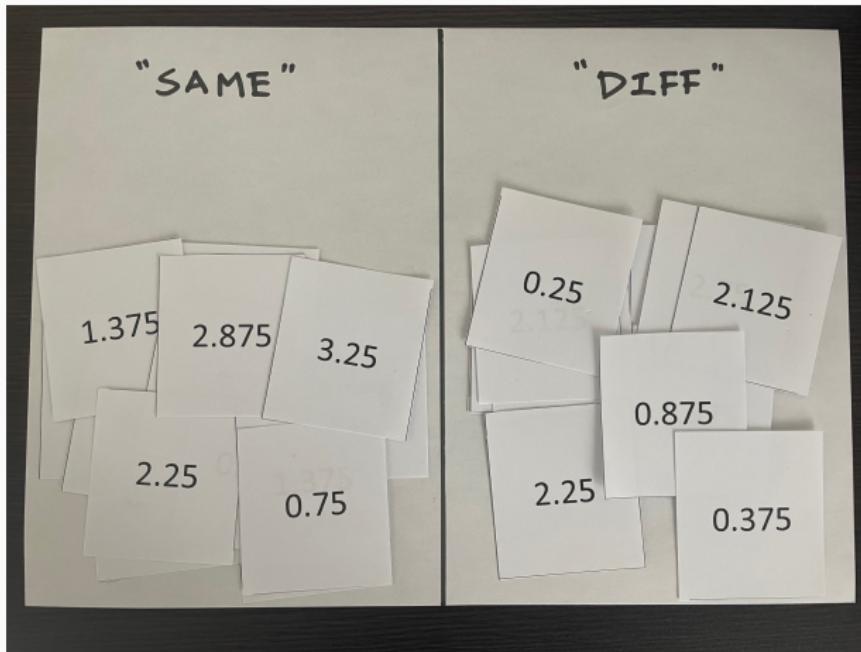
- 驚き度と同じ声を聞いたかどうかとの間に関連性はない
- 同じ声を聞いても聞かなくても猫の反応は変わらなかったと仮定することである
 - 例: 猫の「驚きスコア」 = 1.375 (飼い主の声聞いても、聞かなくても)
- 説明変数グループ (飼い主の声、他の人の声) について、目的変数の値 (驚きスコア) は無作為に割り当てられることができる
- シミュレーション: 驚きスコアをインデックスカードに書き、シャッフルして、飼い主/他の人グループに無作為に割り当てる

実験結果 → 目的変数の値：40匹の猫からの驚きスコア あたい

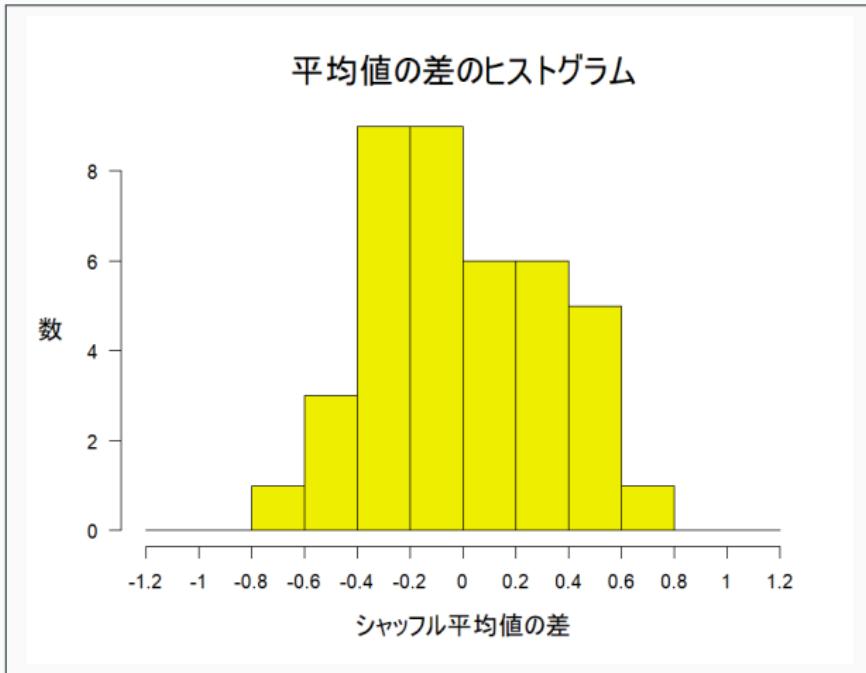
0.375	0.25	0.75	1	3.5	0.625	3.25	0.625
1.875	4	1.5	1.375	2	1	2.25	1
2.375	2.125	0.875	0.375	0.5	2.5	0.375	0.625
0.75	0.875	1.375	2.25	2.125	2.75	2.875	2
1.375	1.375	2.25	1.375	2.25	2.75	2.75	1.125



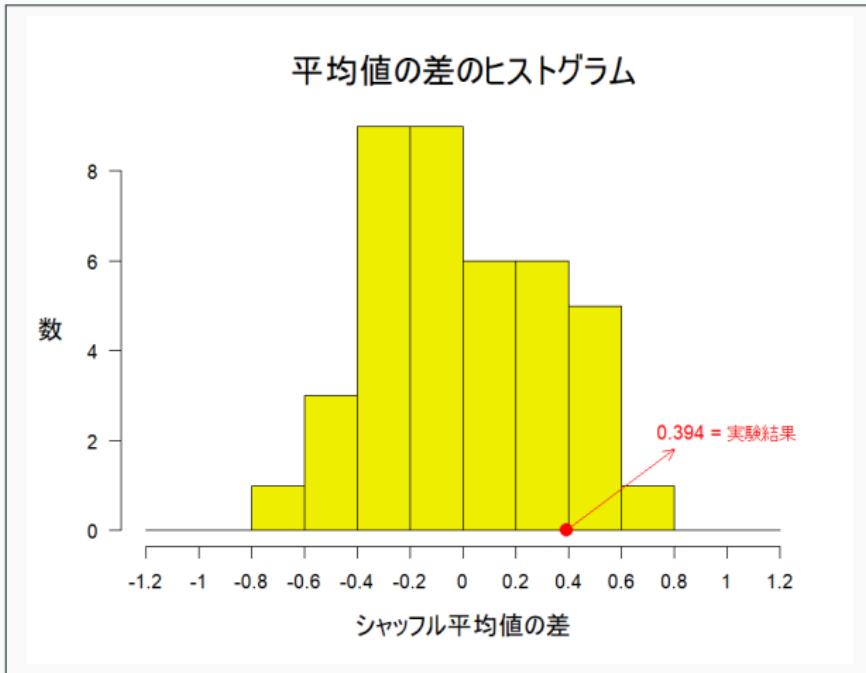




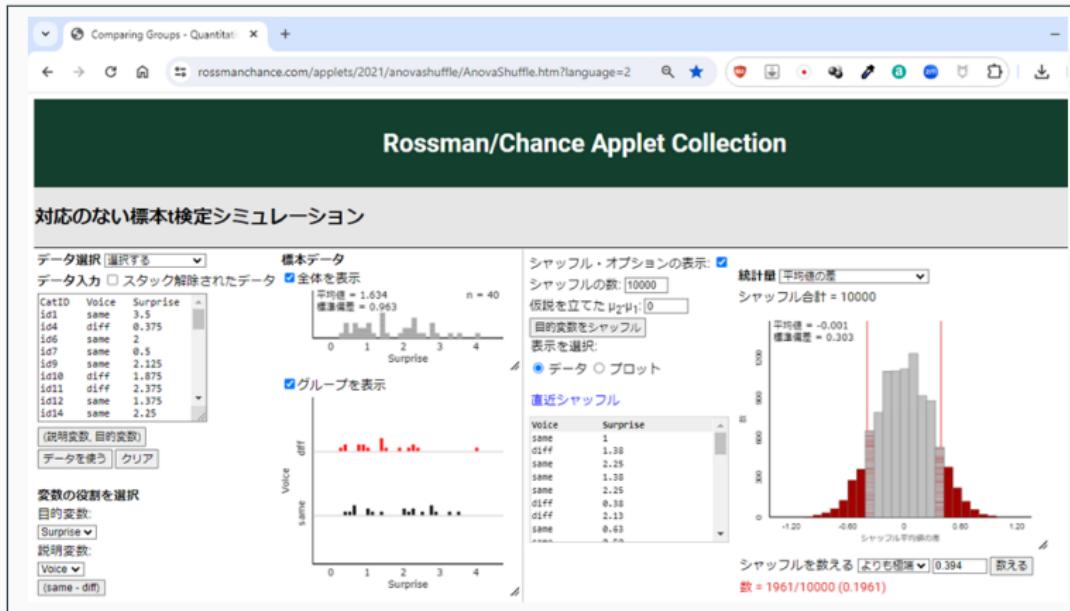
あたい ほう こく
同じ声の平均から異なる声の平均を引いた値を報告する

$n = 40$ 

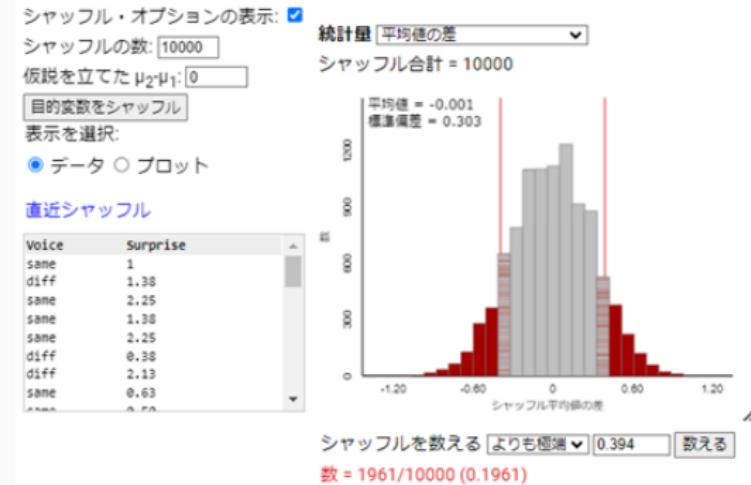
帰無仮説が正しければ、こういう分布を期待できる

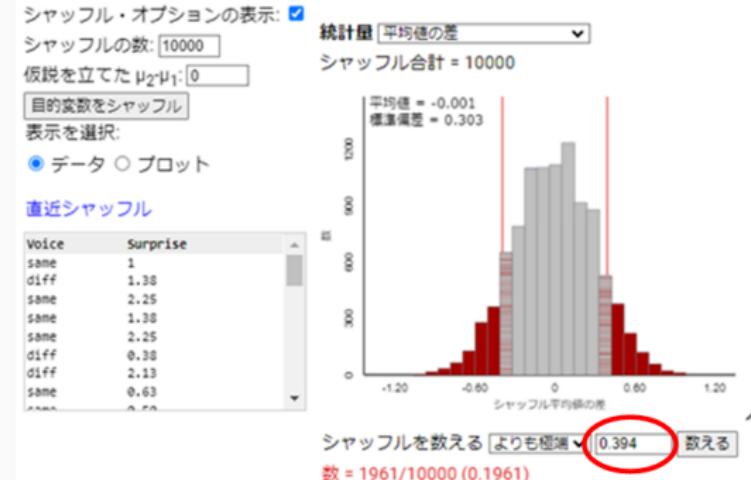
$n = 40$ 

帰無仮説が正しければ、こういう分布を期待できる

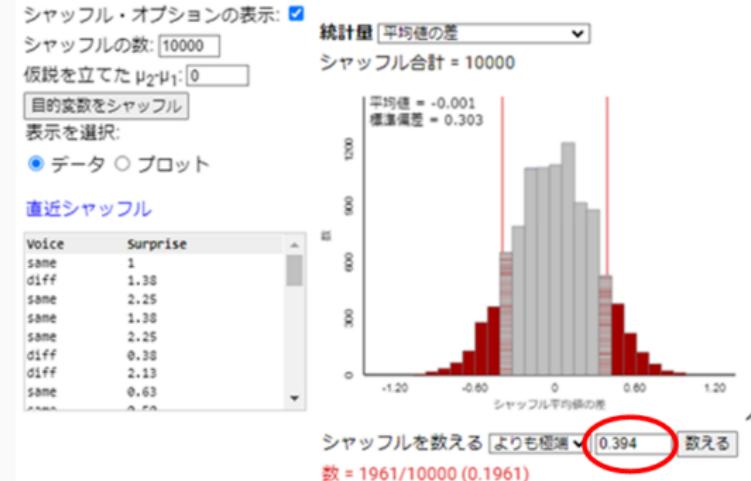


<https://bit.ly/applet-means>





- 帰無仮説：飼い主の声と他の人の声は驚きスコアに影響はない
- 対立仮説：飼い主の声と他の人の声は驚きスコアに影響はある
(両側検定を使用する)



- 帰無仮説: 飼い主の声と他の人の声は驚きスコアに影響はない
- 対立仮説: 飼い主の声と他の人の声は驚きスコアに影響はある
(両側検定を使用する)
- 近似p-値 = 0.1961 → 帰無仮説棄却しない *

* 論文では、研究者たちはより大きなデータセットを分析し、帰無仮説を棄却した。

たい おう ひょう ほん けん てい

B. 対応のある 2 標本平均値の差の検定

たい おう ひょう ほん けん てい
対応のある2標本平均値の差の検定

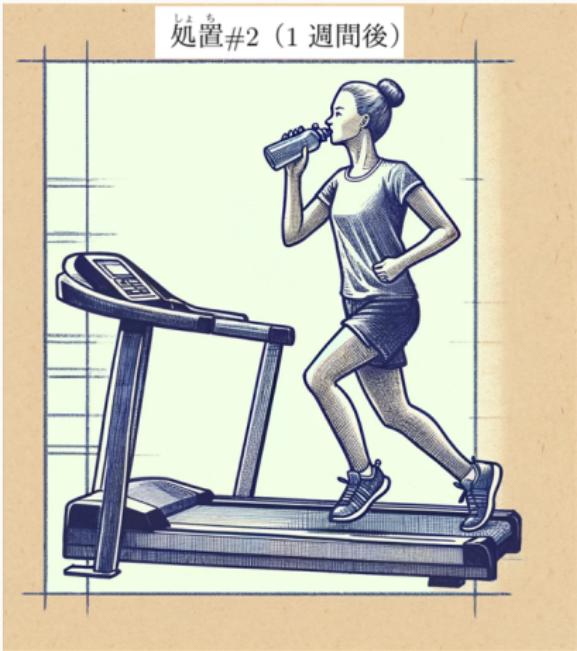
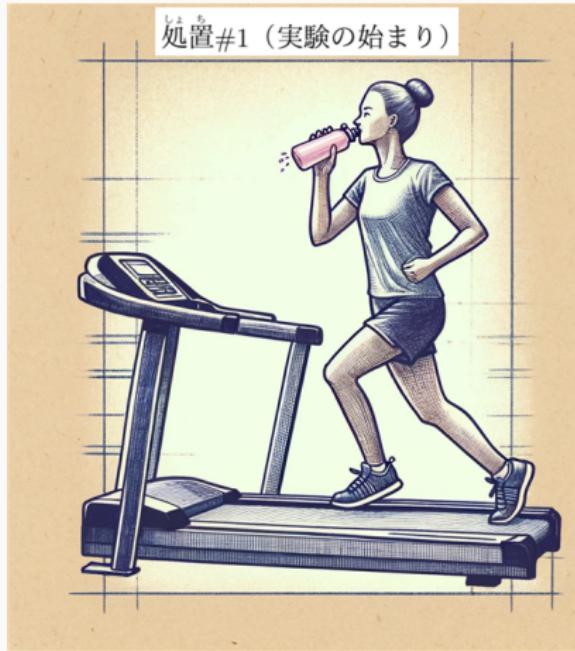
2023年11月: 群馬県立前橋高校

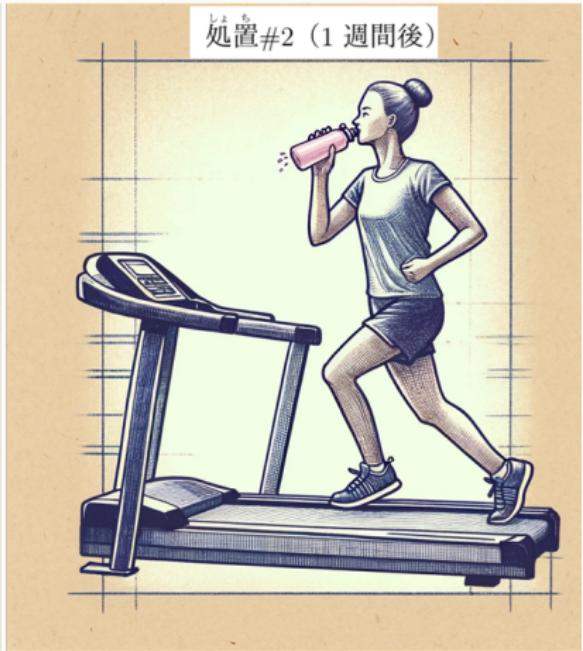
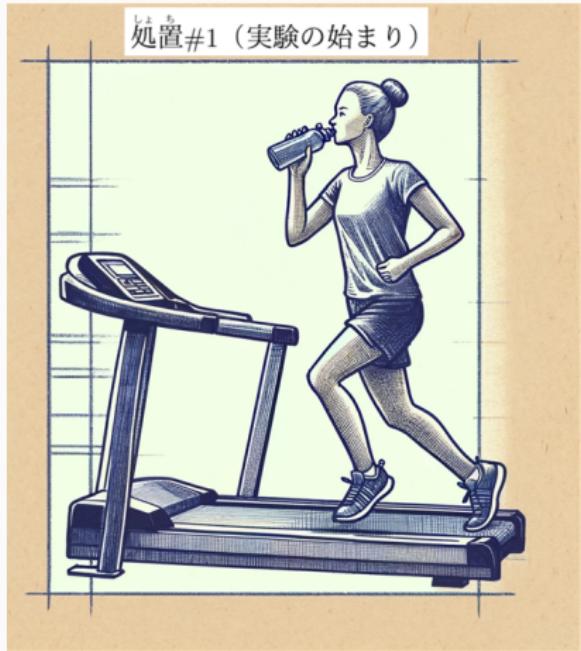
チーム・ティーチング: 中島康彦、土井ジミー

ぶん せき
講義: ある実験のデータを分析します

実験の説明

- 測定: 参加者がランニングマシンで30分走行した距離
- 手順: ランナーは無作為に指定された溶液（ピンク色または透明）で口をすぎ、吐き出す
- 繰り返し: 1週間後、異なる色の溶液（ピンク色または透明）で手順を再実施





距離=メートル (m)

参加者	ピンク溶液距離	透明清液距離
1	4105	3483
2	4361	3862
3	4105	4172
4	4828	4758
5	4845	4791
6	4845	4995
7	5205	5062
8	5912	5443
9	5827	5702
10	6440	6086

グループA(ピンク色)の距離はグループB(透明)の距離とは
関係ある → 「対応のある2標本」

距離=メートル (m)

参加者	ピンク溶液距離	透明清液距離
1	4105	3483
2	4361	3862
3	4105	4172
4	4828	4758
5	4845	4791
6	4845	4995
7	5205	5062
8	5912	5443
9	5827	5702
10	6440	6086

グループA(ピンク色)の距離はグループB(透明)の距離とは
関係ある → 「対応のある2標本」

猫の実験：

グループA(飼い主の声)の結果はグループB(他の人の声)の結果とは
関係ない → 「対応のない2標本」

距離 = メートル (m)

参加者	ピンク溶液距離	透明清液距離	ピンク色 - 透明
1	4105	3483	622
2	4361	3862	499
3	4105	4172	-67
4	4828	4758	70
5	4845	4791	54
6	4845	4995	-150
7	5205	5062	143
8	5912	5443	469
9	5827	5702	125
10	6440	6086	354
			平均差 = 211.9

「対応のある2標本」 → 2つの距離の差の平均を計算する

実験結果 = 211.9m

研究問題: 溶液の色は距離に影響するのか?

- ・帰無仮説: 溶液の色は距離に影響しない
- ・対立仮説: 溶液の色は距離に影響する
りょう がわ けん てい
(両側検定を使用する)

研究問題: 溶液の色は距離に影響するのか?

- ・帰無仮説: 溶液の色は距離に影響しない
- ・対立仮説: 溶液の色は距離に影響する
りょう がわ けん てい
(両側検定を使用する)
- ・帰無仮説は正しければ
 - ・距離と溶液の色の間に関連性はない
かん れん せい

研究問題: 溶液の色は距離に影響するのか?

- ・帰無仮説: 溶液の色は距離に影響しない
- ・対立仮説: 溶液の色は距離に影響する
(りょう がわ けん つい)
(両側検定を使用する)
- ・帰無仮説は正しければ
 - ・距離と溶液の色の間に関連性はない
 - ・溶液の色はピンク色か ていでも透明でもランナーの距離は変わらなかつたと仮定することである

研究問題: 溶液の色は距離に影響するのか?

- ・帰無仮説: 溶液の色は距離に影響しない
- ・対立仮説: 溶液の色は距離に影響する
りょう がわ けん てい
(両側検定を使用する)
- ・帰無仮説は正しければ
 - ・距離と溶液の色の間に関連性はない
 - ・溶液の色はピンク色か ていでも透明でもランナーの距離は変わらなかつたと仮定することである
 - ・例: ランナーの距離 = 5205m (ピンク色でも、透明でも)

研究問題: 溶液の色は距離に影響するのか?

- 帰無仮説 : 溶液の色は距離に影響しない
- 対立仮説 : 溶液の色は距離に影響する
(りょう がわ けん てい)
(両側検定を使用する)
- 帰無仮説は正しければ
 - 距離と溶液の色の間に関連性はない
 - 溶液の色はピンク色か ていでも透明でもランナーの距離は変わらなかつたと仮定することである
 - 例 : ランナーの距離 = 5205m (ピンク色でも、透明でも)
 - 説明変数グループ (ピンク色、透明) について、目的変数の値あたい
(各ランナーの距離) は無作為 わ あに割り当てられることができる

- ・シミュレーション: 公正なコインを投げる
 - ・表: ランナーの 2 つの距離を入れ替える
 - ・裏: ランナーの 2 つの距離を入れ替えない

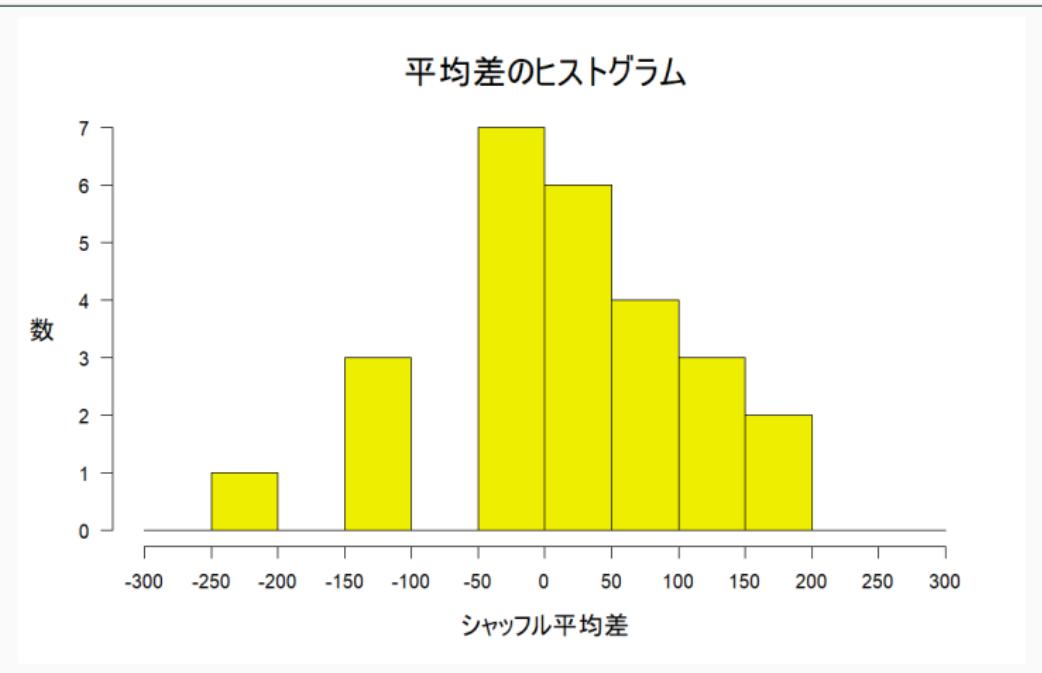
参加者	オリジナル・データ			(表=交換)	シミュレーション・データ		
	ピンク溶液距離	透明清液距離	ピンク色 - 透明		ピンク溶液距離	透明清液距離	ピンク色 - 透明
1	4105	3483	622	表	3483	4105	-622
2	4361	3862	499	裏	4361	3862	499
3	4105	4172	-67	裏	4105	4172	-67
4	4828	4758	70	表	4758	4828	-70
5	4845	4791	54	表	4791	4845	-54
6	4845	4995	-150	表	4995	4845	150
7	5205	5062	143	裏	5205	5062	143
8	5912	5443	469	裏	5912	5443	469
9	5827	5702	125	表	5702	5827	-125
10	6440	6086	354	表	6086	6440	354
			平均差 = 211.9				平均差 = 67.7

- ・シミュレーション: 公正なコインを投げる
 - ・表: ランナーの2つの距離を入れ替える
 - ・裏: ランナーの2つの距離を入れ替えない

参加者	オリジナル・データ			(表=交換)	シミュレーション・データ		
	ピンク溶液距離	透明清液距離	ピンク色 - 透明		ピンク溶液距離	透明清液距離	ピンク色 - 透明
1	4105	3483	622	表	3483	4105	-622
2	4361	3862	499	裏	4361	3862	499
3	4105	4172	-67	裏	4105	4172	-67
4	4828	4758	70	表	4758	4828	-70
5	4845	4791	54	表	4791	4845	-54
6	4845	4995	-150	表	4995	4845	150
7	5205	5062	143	裏	5205	5062	143
8	5912	5443	469	裏	5912	5443	469
9	5827	5702	125	表	5702	5827	-125
10	6440	6086	354	表	6086	6440	354
			平均差 = 211.9				平均差 = 67.7

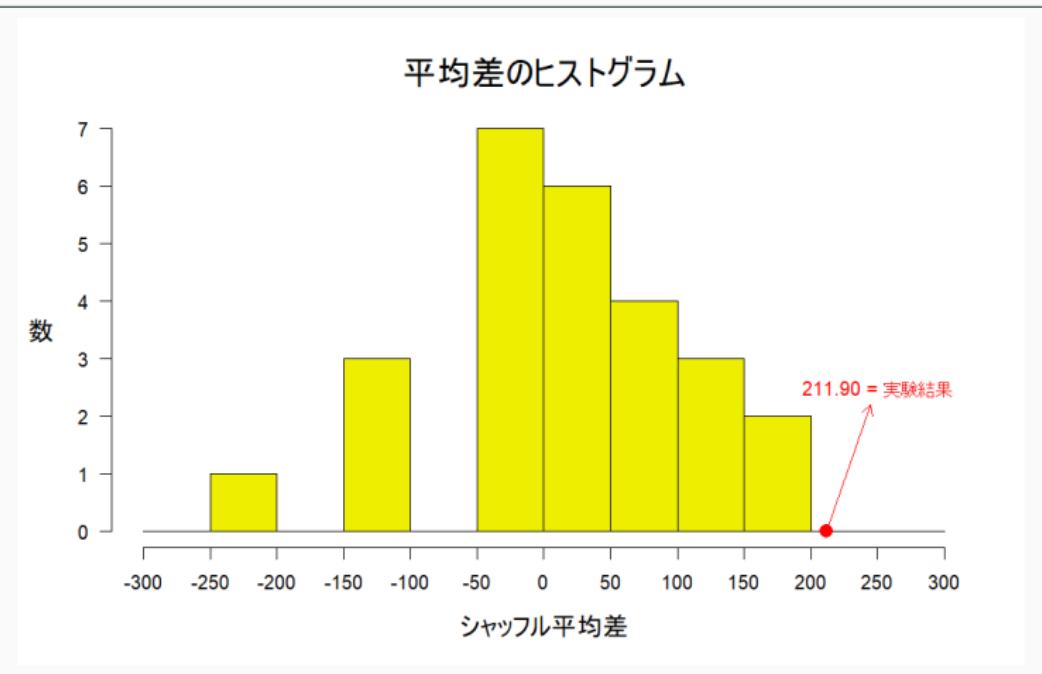
あたい ほう こく
2つの距離の差の平均の値を報告する

$$n = 26$$

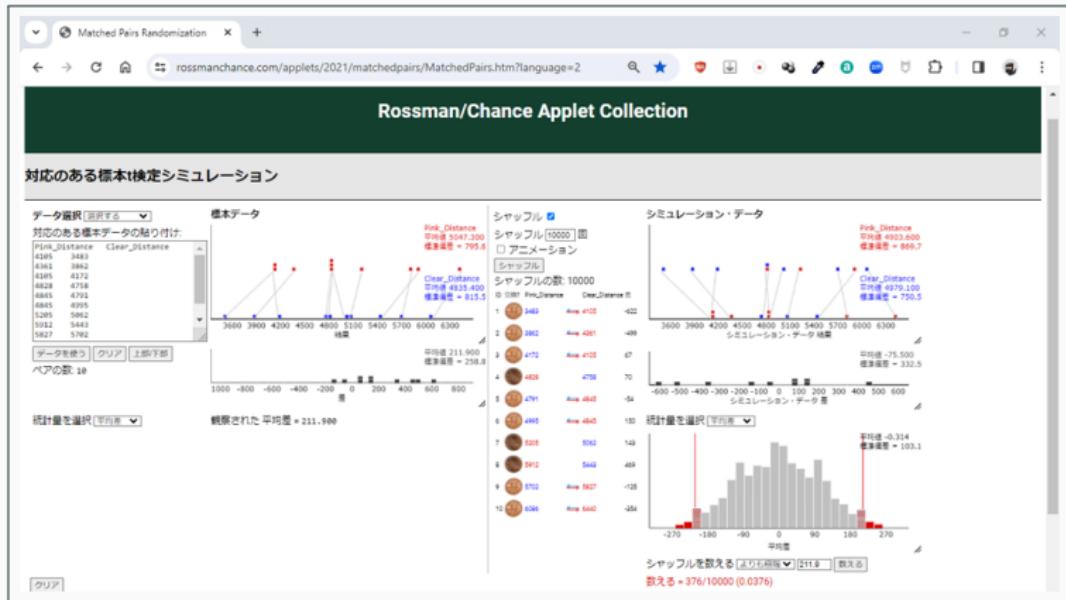


帰無仮説が正しければ、こういう分布を期待できる

$$n = 26$$



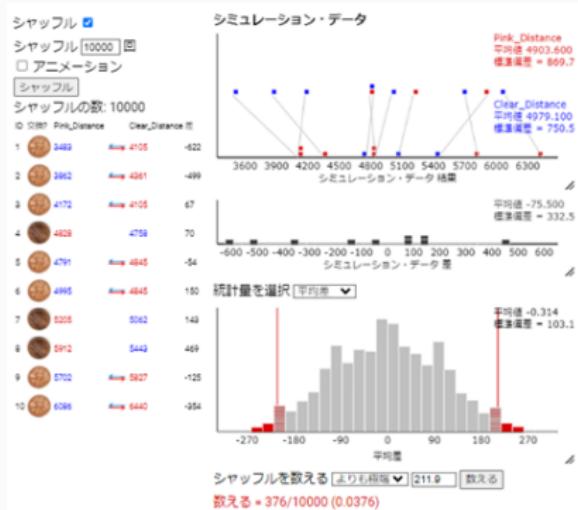
帰無仮説が正しければ、こういう分布を期待できる

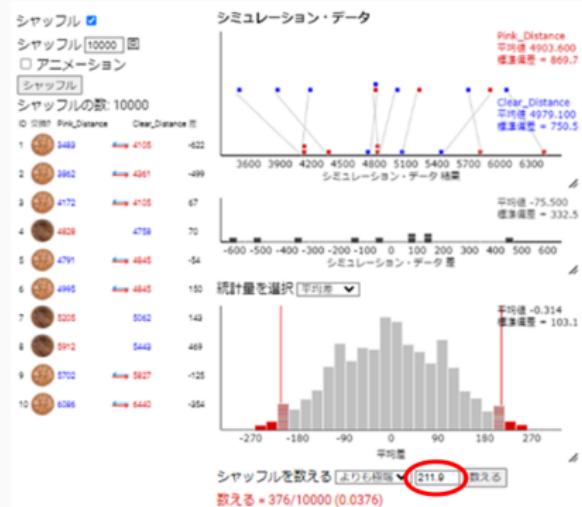


<https://bit.ly/applet-pairs>

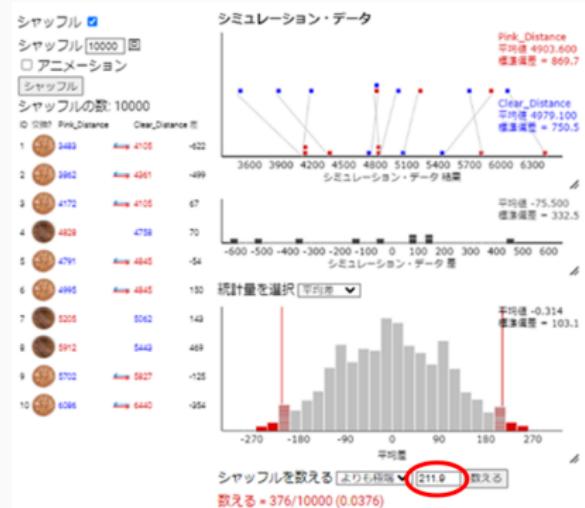
シミュレーションに基づく統計的推論 (SBI)

B. 対応のある 2 標本





- 帰無仮説: 溶液の色は距離に影響しない
- 対立仮説: 溶液の色は距離に影響する
りょう がわ けん つい
(両側検定を使用する)



- 帰無仮説: 溶液の色は距離に影響しない
- 対立仮説: 溶液の色は距離に影響する
りょう がわ けん つい
(両側検定を使用する)
- 近似p-値 = 0.0376 → 帰無仮説棄却する

教材

- A. 対応のない 2 標本平均値の差の検定 : ZIP アーカイブ 
- B. 対応のある 2 標本平均値の差の検定 : ZIP アーカイブ 

各アーカイブの内容

- 講義ノート
- 解答ファイル
- 画像フォルダ (講義で使用できる画像)
- 日本語翻訳シミュレーション・アプレット (URL)
- 学習指導案 (Teaching Plan) - 【準備中】
がくしゅうしどうあん

Final Notes

- プレゼン資料ダウンロード・リンク
 - 教材アーカイブ・ファイル
 - プrezen・スライド
 - <https://bit.ly/SENDAI-2024-SBI>
- Email
 - Jimmy Doi, Cal Poly San Luis Obispo
 - jdoi@calpoly.edu
 - 橋本三嗣 広島大学附属中・高等学校
 - mhashimo@hiroshima-u.ac.jp
 - 中島康彦 群馬県立前橋高校
 - nakajima-yshk@edu-g.gsn.ed.jp