Exercices systèmes de numération décimal et binaire.

1. Convertir en binaire les nombres suivants à l'aide de la représentation polynomiale.
   a) 77
   b) 97
   c) 115
   d) 0.5
   e) 0.75

2. Faites les calculs suivants.
   a) 76 div 14
   b) 103 mod 7
   c) -45 mod 4
   d) 55 div (-3)
   e) -55 div 3

3. Convertir en binaire les nombres décimaux suivants à l'aide de la procédure des divisions ou des multiplications successives.
   a) 77
   b) 187
   c) 0.75
   d) 0.32
   e) 0.4
   f) 51.375
   g) 132.85

4. Convertir en décimal les nombres binaires suivants à l'aide de la procédure appropriée.
   a) 10011
   b) 0.1101
   c) $0.\overline{0011}$
   d) 11001.001
   e) $11100.0010\overline{011}$

Corrigé

1.

a) La représentation polynomiale du nombre est :

$77 = 64 + 8 + 4 + 1 = 1 \times 2^6 + 0 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$.

En ne retenant que les coefficients des différentes puissances, on a $(77)_{10} = (100\ 1101)_2$.

b) La représentation polynomiale du nombre est :

$97 = 64 + 32 + 1 = 1 \times 2^6 + 1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$.

En ne retenant que les coefficients des différentes puissances, on a $(97)_{10} = (110\ 0001)_2$.

c) La représentation polynomiale du nombre est :

$115 = 64 + 32 + 16 + 2 + 1 = 1 \times 2^6 + 1 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0$.

En ne retenant que les coefficients des différentes puissances, on a $(115)_{10} = (111\ 0011)_2$.

d) La représentation polynomiale du nombre est $0,5 = 1 \times 2^{-1}$ et $(0,5)_{10} = (0,1)_2$.

e) La représentation polynomiale du nombre est $0,75 = 0,5 + 0,25 = 1 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2}$, on a donc $(0,75)_{10} = (0,11)_2$.

2.

a) 5
b) 5
c) 3
d) -18
e) -19

3.

a)

Quotient	Reste
77	2
38	1
19	0
9	1
4	1
2	0
1	0
0	1

Premier chiffre à droite du nombre en binaire

$(77)_{10} = (100\ 1101)_2$

b)

Quotient	Reste
187	2
93	1
46	1
23	0
11	1
5	1
2	1
1	0
0	1

Premier chiffre à droite du nombre en binaire

$(257)_{10} = (1011\ 1011)_2$

c)

Multiplication de la partie fractionnaire

2	0,75
1	,5
1	,0

Premier chiffre à droite de la virgule en binaire

$(0,75)_{10} = (0,11)_2$

Arrêt de la procédure lorsque la partie fractionnaire est nulle.

d)

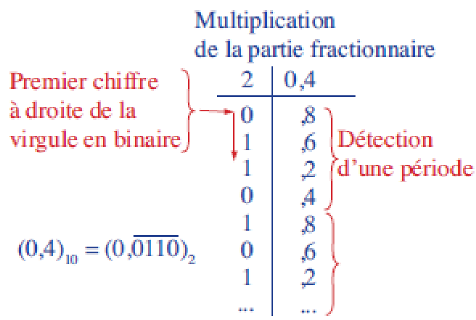
Multiplication de la partie fractionnaire

2	0,32
0	,64
1	,28
0	,56
1	,12
0	,24
0	,48
0	,96
1	,92
1	,84
1	,68
1	,36
0	,72
...	...

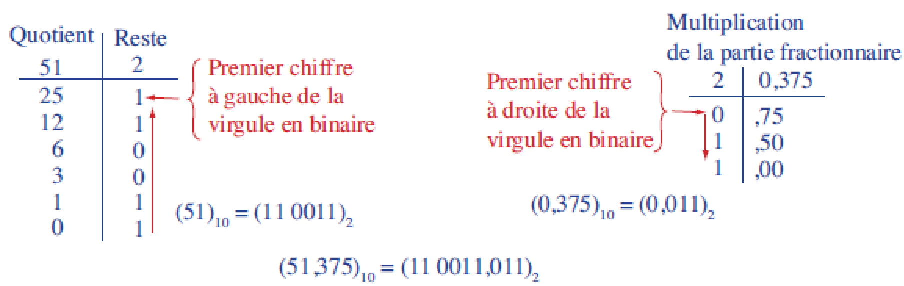
Premier chiffre à droite de la virgule en binaire

$(0,32)_{10} = (0,0101\ 0001\ 1110....)_2$

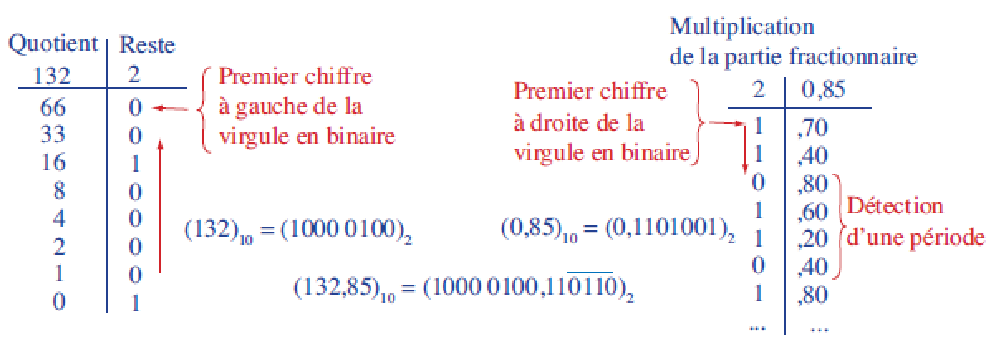
e)



f)



g)



4.

a)

$(1\ 0011)_2 = 1\times2^4 + 0\times2^3 + 0\times2^2 + 1\times2^1 + 1 \times 2^0 = 16 + 2 + 1 = 19$, d'où $(1\ 0011)_2 = (19)_{10}$.

b)

$(0,1101)_2 = 1\times2^{-1} + 1\times2^{-2} + 0\times2^{-3} + 1 \times 2^{-4} = 0,5 + 0,25 + 0 + 0,0625 = 0,8125_{10}$.

c)

$$0,\overline{0011} = \underbrace{0\times2^{-1}+0\times2^{-2}+1\times2^{-3}+1\times2^{-4}}_{\text{Période}} \underbrace{+0\times2^{-5}+0\times2^{-6}+1\times2^{-7}+1\times2^{-8}}_{\text{Période}}\ldots$$
$$= 0 + 0 + 0,125 + 0,0625 + 0 + 0 + 0,007\,812\,5 + 0,003\,906\,25 + \ldots$$
$$\approx 0,199\,218\,75.$$

d)

$$(1\,1001,001)_2 = 1\times2^4+1\times2^3+0\times2^2+0\times2^1+1\times2^0+0\times2^{-1}+0\times2^{-2}+1\times2^{-3}$$
$$= 16+8+0+0+0+1+0+0+0,125 = (25,125)_{10}.$$

e)

$$1\,1100,0010\,\overline{011} = 1\times2^4+1\times2^3+1\times2^2+0\times2^1+0\times2^0+0\times2^{-1}+0\times2^{-2}+1\times2^{-3}+0\times2^{-4}+0\times2^{-5}$$
$$+1\times2^{-6}+1\times2^{-7}+0\times2^{-8}+1\times2^{-9}+1\times2^{-10}+\ldots$$
$$= 16+8+4+,125+,015\,625+,0078125+,001953125+,0009765625+\ldots$$
$$\approx (28,151\,367\,187\,5)_{10}.$$