

Exercices systèmes de numération décimal et binaire.

1. Convertir en binaire les nombres suivants à l'aide de la représentation polynomiale.
 - a) 77
 - b) 97
 - c) 115
 - d) 0.5
 - e) 0.75

2. Faites les calculs suivants.
 - a) $76 \text{ div } 14$
 - b) $103 \text{ mod } 7$
 - c) $-45 \text{ mod } 4$
 - d) $55 \text{ div } (-3)$
 - e) $-55 \text{ div } 3$

3. Convertir en binaire les nombres décimaux suivants à l'aide de la procédure des divisions ou des multiplications successives.
 - a) 77
 - b) 187
 - c) 0.75
 - d) 0.32
 - e) 0.4
 - f) 51.375
 - g) 132.85

4. Convertir en décimal les nombres binaires suivants à l'aide de la procédure appropriée.
 - a) 10011
 - b) 0.1101
 - c) $\overline{0.0011}$
 - d) 11001.001
 - e) $\overline{11100.0010011}$

Corrigé

1.

a) La représentation polynomiale du nombre est :

$$77 = 64 + 8 + 4 + 1 = 1 \times 2^6 + 0 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0.$$

En ne retenant que les coefficients des différentes puissances, on a $(77)_{10} = (100\ 1101)_2$.

b) La représentation polynomiale du nombre est :

$$97 = 64 + 32 + 1 = 1 \times 2^6 + 1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0.$$

En ne retenant que les coefficients des différentes puissances, on a $(97)_{10} = (110\ 0001)_2$.

c) La représentation polynomiale du nombre est :

$$115 = 64 + 32 + 16 + 2 + 1 = 1 \times 2^6 + 1 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0.$$

En ne retenant que les coefficients des différentes puissances, on a $(115)_{10} = (111\ 0011)_2$.

d) La représentation polynomiale du nombre est $0,5 = 1 \times 2^{-1}$ et $(0,5)_{10} = (0,1)_2$.

e) La représentation polynomiale du nombre est $0,75 = 0,5 + 0,25 = 1 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2}$, on a donc $(0,75)_{10} = (0,11)_2$.

2.

- a) 5
- b) 5
- c) 3
- d) -18
- e) -19

3.

a)

Quotient	Reste	
77	2	
38	1	$\left\{ \begin{array}{l} \text{Premier chiffre} \\ \text{à droite du nombre} \\ \text{en binaire} \end{array} \right.$
19	0	
9	1	
4	1	
2	0	
1	0	
0	1	$(77)_{10} = (100\ 1101)_2$

b)

Quotient	Reste	
187	2	
93	1	Premier chiffre à droite du nombre en binaire
46	1	
23	0	
11	1	
5	1	
2	1	
1	0	
0	1	

$(257)_{10} = (1011\ 1011)_2$

c)

	Multiplication de la partie fractionnaire	
	2	0,75
Premier chiffre à droite de la virgule en binaire	1	,5
	1	,0

$(0,75)_{10} = (0,11)_2$

Arrêt de la procédure
lorsque la partie
fractionnaire est nulle.

d)

	Multiplication de la partie fractionnaire	
	2	0,32
Premier chiffre à droite de la virgule en binaire	0	,64
	1	,28
	0	,56
	1	,12
	0	,24
	0	,48
	0	,96
	1	,92
	1	,84
	1	,68
	1	,36
	0	,72

$(0,32)_{10} = (0,0101\ 0001\ 1110...)_2$

e)

Multiplication de la partie fractionnaire		
	2	0,4
Premier chiffre à droite de la virgule en binaire	0	,8
	1	,6
	1	,2
	0	,4
	1	,8
	0	,6
	1	,2

Détection d'une période

$(0,4)_{10} = (0,0\overline{110})_2$

f)

Quotient	Reste	Multiplication de la partie fractionnaire		
	2		2	0,375
51	1	Premier chiffre à gauche de la virgule en binaire	0	,75
25	1		1	,50
12	0		1	,00
6	0			
3	1			
1	1			
0	1			

$(51)_{10} = (11\ 0011)_2$

$(0,375)_{10} = (0,011)_2$

$(51,375)_{10} = (11\ 0011,011)_2$

g)

Quotient	Reste	Multiplication de la partie fractionnaire		
	2		2	0,85
132	0	Premier chiffre à gauche de la virgule en binaire	1	,70
66	0		1	,40
33	1		0	,80
16	0		1	,60
8	0		1	,20
4	0		0	,40
2	0		1	,80
1	0	
0	1			

Détection d'une période

$(132)_{10} = (1000\ 0100)_2$

$(0,85)_{10} = (0,1101001)_2$

$(132,85)_{10} = (1000\ 0100,110\overline{110})_2$

4.

a)

$$(1\ 0011)_2 = 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 16 + 2 + 1 = 19, \text{ d'où } (1\ 0011)_2 = (19)_{10}.$$

b)

$$(0,1101)_2 = 1 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2} + 0 \times 2^{-3} + 1 \times 2^{-4} = 0,5 + 0,25 + 0 + 0,0625 = 0,8125_{10}.$$

c)

$$\begin{aligned}
 \overline{0,0011} &= 0 \times 2^{-1} + 0 \times 2^{-2} + \overbrace{1 \times 2^{-3} + 1 \times 2^{-4}}^{\text{Période}} + \overbrace{0 \times 2^{-5} + 0 \times 2^{-6} + 1 \times 2^{-7} + 1 \times 2^{-8}}^{\text{Période}} + \dots \\
 &= 0 + 0 + 0,125 + 0,0625 + 0 + 0 + 0,007\,812\,5 + 0,003\,906\,25 + \dots \\
 &\approx 0,199\,218\,75.
 \end{aligned}$$

d)

$$\begin{aligned}
 (1\,1001,001)_2 &= 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 + 0 \times 2^{-1} + 0 \times 2^{-2} + 1 \times 2^{-3} \\
 &= 16 + 8 + 0 + 0 + 0 + 1 + 0 + 0 + 0,125 = (25,125)_{10}.
 \end{aligned}$$

e)

$$\begin{aligned}
 1\,1100,0010\,\overline{011} &= 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 0 \times 2^0 + 0 \times 2^{-1} + 0 \times 2^{-2} + 1 \times 2^{-3} + 0 \times 2^{-4} + 0 \times 2^{-5} \\
 &\quad + 1 \times 2^{-6} + 1 \times 2^{-7} + 0 \times 2^{-8} + 1 \times 2^{-9} + 1 \times 2^{-10} + \dots \\
 &= 16 + 8 + 4 + ,125 + ,015\,625 + ,007\,8125 + ,001953125 + ,0009765625 + \dots \\
 &\approx (28,151\,367\,187\,5)_{10}.
 \end{aligned}$$