Exercices Séquence 1, partie 3 : représentation virgule flottante et propagation d'erreurs

1. Écrivez les nombres suivants en mode virgule flottante en base 10 avec $r = 3$ et $s = 2$. Tronquez la mantisse au 3e chiffre.
    a. 4238
    b. 3,6
    c. 1,2332
    d. 0,0003569
    e. 100,02
    f. 62,48

2. Écrivez les nombres suivants en mode virgule flottante en base 10 avec $r = 3$ et $s = 2$. Arrondissez la mantisse au 3e chiffre.
    a. 22,35
    b. 4,6973
    c. 3,01092
    d. 8496,2
    e. 0,0022748
    f. 3,99999

3. Calculez l'erreur absolue E_a et l'erreur relative E_r, occasionnées par la troncature des nombres du numéro 1.

4. Calculez l'erreur absolue E_a et l'erreur relative E_r, occasionnées par l'arrondi des nombres du numéro 2.

5. La représentation décimale en mode virgule flottante, avec $r = 3$ et $s = 2$ du nombre 79300 est exacte. Quel est le premier nombre réel plus grand que 79300 qui est représenté de manière exacte dans ce format? *Indice : utilisez le concept de distance entre les nombres.*

6. La représentation binaire en mode virgule flottante, avec $r = 6$ et $s = 4$ du nombre 252 est exacte. Quel est le premier nombre réel plus grand que 252 qui est représenté de manière exacte dans ce format? *Indice : utilisez le concept de distance entre les nombres.*

7. Dans la représentation des réels en mode virgule flottante en décimal, quel est le plus grand nombre positif et le plus petit nombre positif non-nul que l'on peut représenter si :
    a. $r = 6 \; et \; s = 2$
    b. $r = 8 \; et \; s = 3$

8. Calculez l'erreur absolue E_a et l'erreur relative E_r survenant lors de la codification en mode virgule flottante en base 10 avec $r = 6$ chiffres et $s = 2$ chiffres pour les nombres ci-dessous. Supposez tour à tour que la mantisse est tronquée ou qu'elle est arrondie.
   a. π
   b. $\sqrt{2}$
   c. $\frac{3}{7}$
   d. $\frac{7}{13}$

9. a) Le nombre x est représenté en mode virgule flottante (base 10) par +4687+05 après troncature de la mantisse. Donnez le plus petit intervalle contenant la valeur exacte de x.
   b) Même question qu'en a), mais supposez que la mantisse a été arrondie.

10. Comparez l'erreur relative survenant lors de la codification en mode virgule flottante (base 10, $r = 4$ avec arrondissement, $s = 2$) du nombre $x = \sqrt{7}$ et l'erreur relative sur le résultat y du calcul $y = x^2 + 3x$.

11. Même question que le numéro 10, mais avec $x = 5/11$ et $y = \frac{1}{x^2}$

12. Même question que le numéro 10, mais avec $x = 5/11$ et $y = x^5$

Corrigé

1. a) +423+04 b) +360+01 c) +123+01
   d) +356-03 e) +100+03 f) +624+02

2. a) +224+02 b) +470+01 c) +301+01
   d) +850+04 e) +227-02 f) +400+01

3. a) $E_A = 8$ $E_r = 0{,}19\%$
   b) E_A =0 $E_r = 0\%$
   c) E_A =0,0032 $E_r = 0{,}26\%$
   d) $E_A = 9 \times 10^{-7}$ $E_r = 0{,}25\%$
   e) $E_A = 0{,}02$ $E_r = 0{,}02\%$
   f) $E_A = 0{,}08$ $E_r = 0{,}13\%$

4. a) $E_A = 0{,}05$ $E_r = 0{,}22\%$
   b) $E_A = 0{,}0027$ $E_r = 0{,}057\%$
   c) $E_A = 0{,}00092$ $E_r = 0{,}03\%$
   d) $E_A = 3{,}8$ $E_r = 0{,}045\%$
   e) $E_A = 4{,}8 \times 10^{-6}$ $E_r = 0{,}21\%$
   f) $E_A = 0{,}00001$ $E_r = 0{,}00025\%$

5. Prochain entier exact : +794+05 = 79 400

6. 256

7. a) $9{,}99999 \times 10^{98}$ et 1×10^{-100}
   b) $9{,}9999999 \times 10^{998}$ et 1×10^{-1000}

8. **a)** $E_A = 2{,}7 \times 10^{-6}$ $E_r = 0{,}85 \times 10^{-4}\%$ si troncature
   $E_A = 2{,}7 \times 10^{-6}$ $E_r = 0{,}85 \times 10^{-4}\%$ si arrondi
   b) $E_A = 3{,}6 \times 10^{-6}$ $E_r = 2{,}5 \times 10^{-4}\%$ si troncature
   $E_A = 3{,}6 \times 10^{-6}$ $E_r = 2{,}5 \times 10^{-4}\%$ si arrondi
   c) $E_A = 4{,}3 \times 10^{-7}$ $E_r = 1 \times 10^{-4}\%$ si troncature
   $E_A = 4{,}3 \times 10^{-7}$ $E_r = 1 \times 10^{-4}\%$ si arrondi
   d) $E_A = 5{,}4 \times 10^{-7}$ $E_r = 10^{-6}\%$ si troncature
   $E_A = 4{,}6 \times 10^{-7}$ $E_r = 8{,}6 \times 10^{-7}\%$ si arrondi

9. a) 46 870 ≤ x ≤ 46 879 b) 46 865 ≤ x ≤ 46 874

10. Sur x $E_r = 0{,}0094\ \%$, sur y $E_r = 0{,}018\%$

11. Sur x $E_r = 0{,}01\ \%$, sur y $E_r = 0\%$

12. Sur x $E_r = 0{,}01\ \%$, sur y $E_r = 0{,}071\%$