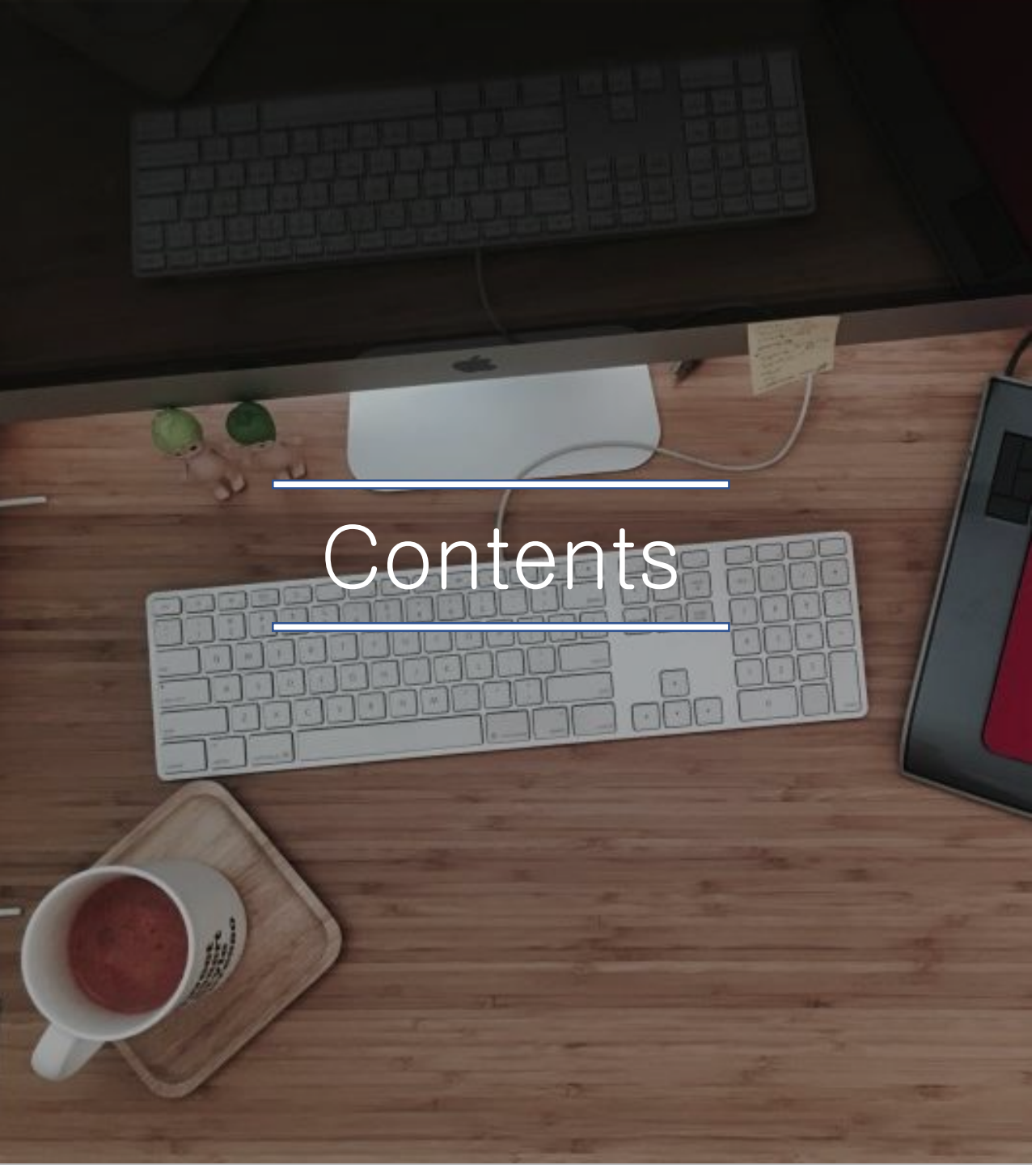
선형대수 기본

인하대학교



Contents

목 차

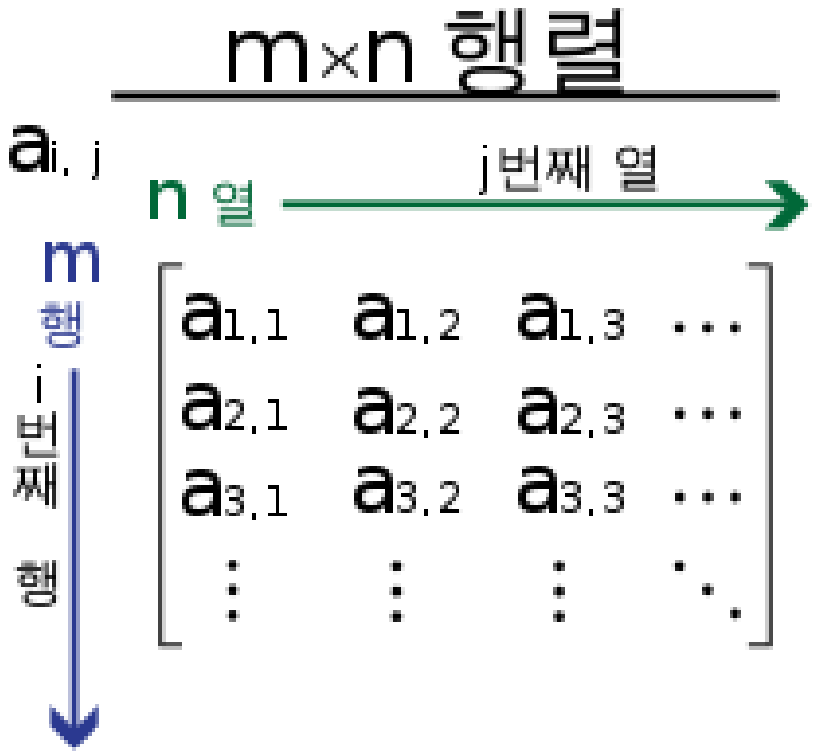
1 행렬의 정의 및 기본연산

행렬

행렬(行列, 영어: matrix)은 수 또는 다항식 등을 직사각형 모양으로 배열한 것

$$A=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1j} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & \ddots & & \vdots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots & & \vdots \\ a_{i1} & \cdots & \cdots & a_{ij} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & & & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & \cdots & a_{mj} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}=[a_{ij}]_{m\times n}=[a_{ij}]$$

예) $\begin{pmatrix} 1 & 9 & -13 \\ 20 & 5 & -16 \end{pmatrix}$



행렬의 덧셈

$$(A+B)_{ij} = A_{ij} + B_{ij}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 7 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 5 \\ 7 & 5 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+0 & 3+0 & 7+5 \\ 1+7 & 0+5 & 0+0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 12 \\ 8 & 5 & 0 \end{pmatrix}$$

스칼라와 행렬의 곱셈

$$(Ar)_{ij} = A_{ij}r$$

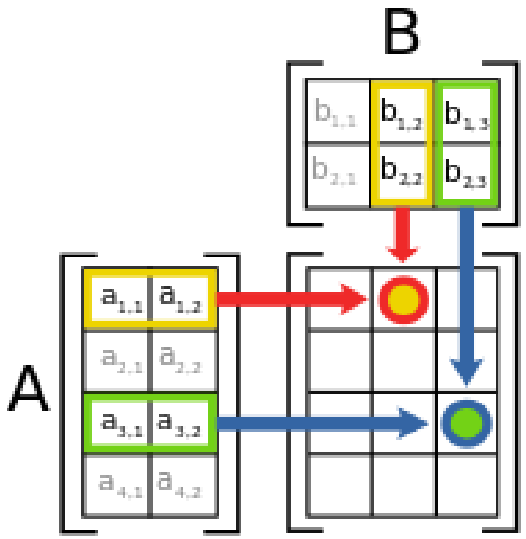
$$2\begin{pmatrix} 1 & 8 & -3 \\ 4 & -2 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \cdot 1 & 2 \cdot 8 & 2 \cdot -3 \\ 2 \cdot 4 & 2 \cdot -2 & 2 \cdot 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 16 & -6 \\ 8 & -4 & 10 \end{pmatrix}$$

행렬의 곱셈 (1)

$$(AB)_{ij} = \sum_{k=1}^{n} A_{ik} B_{kj} = A_{i1} B_{1j} + A_{i2} B_{2j} + \cdots A_{in} B_{nj}$$

AB의 곱은
(A의 i행의 성분)X(B의 j열의성분)의 합
= AB의 i행 j열의 성분

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1\cdot 3 + 0\cdot 2 + 2\cdot 1 & 1\cdot 1 + 0\cdot 1 + 2\cdot 0 \\ -1\cdot 3 + 3\cdot 2 + 1\cdot 1 & -1\cdot 1 + 3\cdot 1 + 1\cdot 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$$



첫째 행렬의 행과 둘째 행렬의 열이 만나
행렬곱의 성분이 형성됨

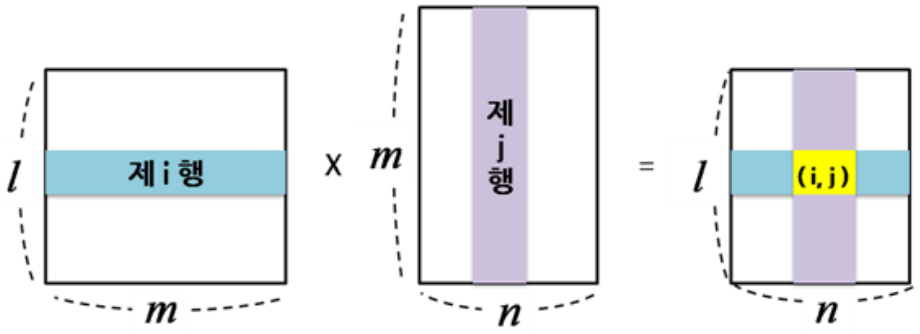
행렬의 곱셈 (2)

행렬의 곱셈 특징

✓ 행렬의 곱셈은 첫째 행렬의 열 개수와 둘째 행렬의 행 개수가 동일해야 연산이 가능함

✓ 곱셈의 결과 새롭게 만들어진 행렬은 첫째 행렬의 행 개수와 둘째 행렬의 열 개수를 가짐

- 즉, 첫째 행렬이 m x n 크기이고, 둘째 행렬이 n x r 크기인 경우, 곱은 m x r 크기의 행렬이 됨



A행렬	X	B행렬	=	AB행렬
$l \times m$		$m \times n$		$l \times n$

일치할 때 행렬의 곱셈이 가능

$(1,2,3) \times (1,2,3)$:행렬의 곱셈이 성립하지 않음

1 x 3 1 x 3

일치하지 않음

$(1,2,3) \times \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$:행렬의 곱셈이 성립하지 않음

1 x 3 2 x 2

일치하지 않음

전치행렬

✓ **전치행렬**: 행렬의 행과 열의 위치를 바꿔놓은 것

$$(A^\top)_{ij} = A_{ji}$$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 9 & 4 \\ 7 & 5 & 3 \end{pmatrix} \rightarrow A^T = \begin{pmatrix} 2 & 7 \\ 9 & 5 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$$

✓ 전치행렬의 성질

$$(A^T)^T = A$$

$$(AB)^T = B^T A^T$$

$$\begin{pmatrix} 9 & 8 & 7 \\ -1 & 3 & 4 \end{pmatrix}^\top = \begin{pmatrix} 9 & -1 \\ 8 & 3 \\ 7 & 4 \end{pmatrix}$$

영행렬

영행렬(zero matrix): 모든 성분이 0인 행렬

$$0_{m\times n} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix} \in \mathrm{Mat}(m, n; R)$$

- m행 n열의 **영행렬** O와 m행 n열 **임의의 행렬** A의 **합**은 A + O = O + A = A가 되고, **차**는 A - O = A, O - A = -A가 됨
- L행 m열의 **영행렬** O와 m행 n열 **임의의 행렬** A의 **곱** OA는 l행 n열의 **영행렬**
- l행 m열의 **임의의 행렬** B와 m행 n열의 **영행렬** O의 **곱** BO는 l행 n열의 **영행렬**

단위행렬, 대각행렬

단위행렬: 주대각성분이 1이고 나머지 성분이 0인 행렬로 기호는, I혹은 E등으로 적음

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

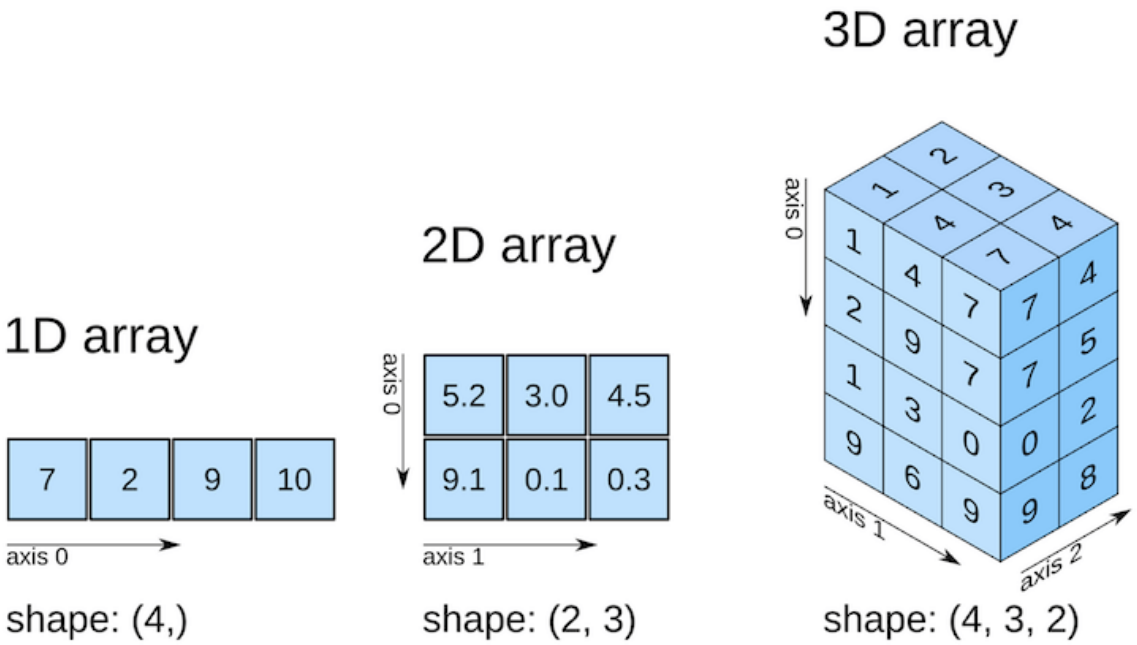
$$\Rightarrow \quad \mathbf{IA} = \mathbf{AI} = \mathbf{A}$$

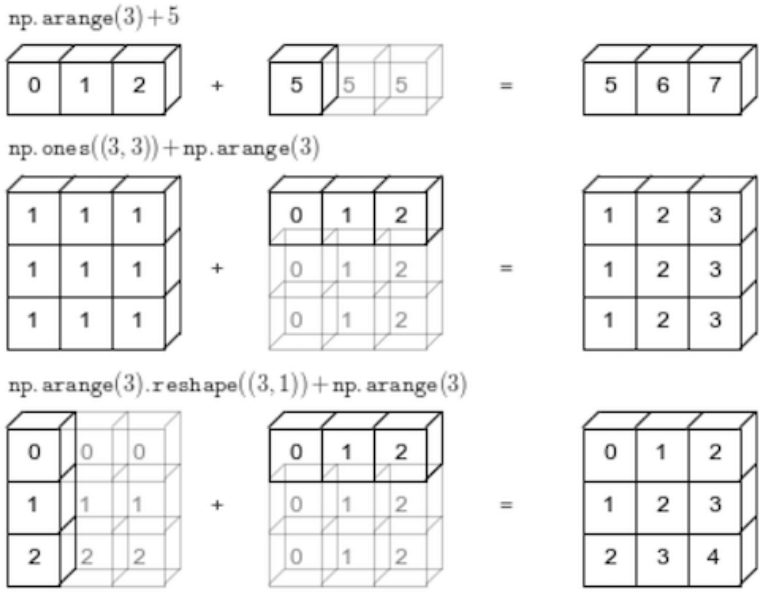
대각 행렬(diagonal matrix) D는 주대각선을 제외한 성분이 모두 0인 행렬을 말함

$$\mathbf{D} = \mathrm{diag}\,(d_1, d_2, \cdots, d_N) = \begin{bmatrix} d_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & d_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & d_N \end{bmatrix}$$

Vector, Tensor, Matrix

- **벡터(Vector), 행렬(Matrix), 텐서(Tensor)**
  - ✓ 1차원 배열(Array)은 벡터, 2차원 배열은 행렬, 3차원 행렬은 텐서라고 부름

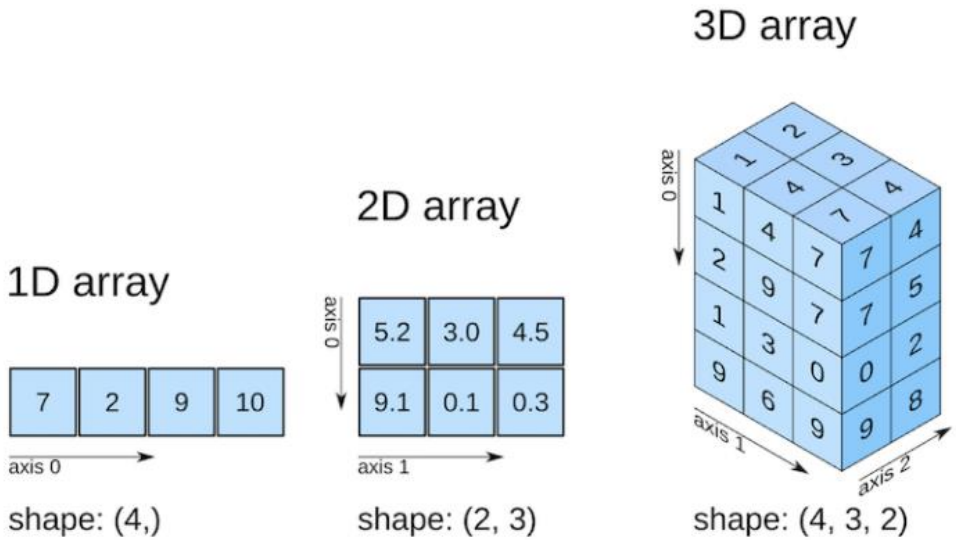


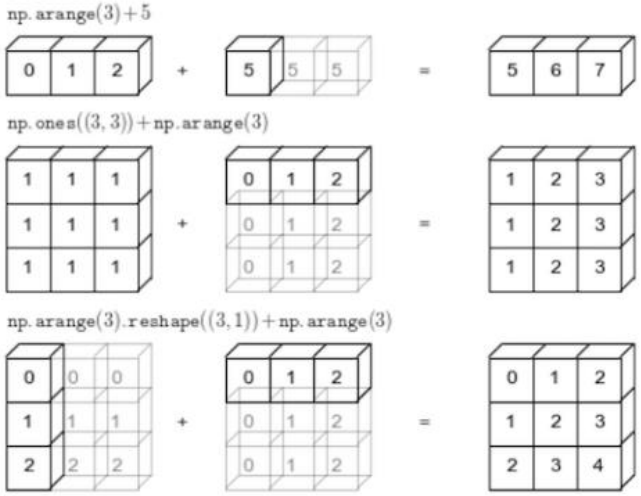


3 Numpy 소개

Numpy Tutorials

파이썬과 Numpy를 이용한 산술연산





본 장에서는 다음과 같은 주제를 다룹니다:

1. *파이썬에서 수치 데이터 다루기*
2. *파이썬 리스트에서 넘파이 배열(Numpy Array)로*
3. *다차원 넘파이 배열과 장점의 소개*
4. *배열 연산, 브로드캐스팅(broadcasting), 인덱싱(indexing), 슬라이싱(slicing)*
5. *넘파이를 사용해서 CSV 파일 다루기*

Thank you