

## Contrôle terminal du 12 janvier 2011

*Durée : 2h. Documents autorisés : notes de cours et de TD. Expliquez et commentez bien vos programmes. Le sujet est sur 2 pages. Barème à titre indicatif : 1 (10), 2 (5+2), 3 (5).*

**Exercice 1** Un carré est magique si les sommes des éléments de chaque ligne, chaque colonne et chacun des deux diagonaux sont identiques. On représente une matrice  $n \times m$  par une liste de longueur  $n$  dont chaque élément est une liste d'entiers de longueur  $m$ , qui représente une ligne de la matrice. Une matrice est un carré si  $n = m$ .

Chacune des questions suivantes peut être traitée indépendamment en supposant faites les questions précédentes.

1. Ecrivez un prédicat *matrice*(+C) qui réussit si la liste C est une matrice.
2. Ecrivez un prédicat *carre*(+C) qui réussit si C est un carré.
3. Ecrivez un prédicat *somme*(+L, ?S) qui définit que S est la somme des éléments de la liste L.
4. Ecrivez un prédicat *msl*(+M, +S) qui réussit si la somme de chaque ligne de la matrice M vaut S.
5. Ecrivez un prédicat *premiere\_col*(+M, -Col, -Reste) qui, étant donnée la matrice M, calcule la première colonne dans une liste d'entiers Col et la matrice Reste qui est M tronquée de la première colonne.
6. En utilisant des prédicats précédents, écrivez un prédicat *msc*(+M, +S) qui réussit si la somme de chaque colonne de M vaut S.
7. Ecrivez un prédicat *diagonal*(+M, -D) qui, étant donnée la matrice  $M = (m_{ij})_{1 \leq i, j \leq n}$ , calcule le diagonal  $D = (m_{ii})_{1 \leq i \leq n}$ .
8. L'autre diagonal du carré M est au fait le diagonal D calculé par *diagonal*(R, D), avec R est la matrice obtenue en inversant l'ordre des lignes de M (la ligne n de M est la ligne 1 de R, la ligne n - 1 de M est la ligne 2 de R, etc.). Ecrivez donc un prédicat *inverser*(+M, -R) qui calcule R en inversant l'ordre des lignes de M.
9. Ecrivez le prédicat *msd*(+M, +S) qui réussit si la somme de chaque diagonal de M vaut S.
10. En utilisant des prédicats précédents, écrivez un prédicat *carre\_magique*(+C) qui réussit si C est un carré magique.

**Exercice 2** Les *termes* représentant un arbre binaire de recherche sont soit *vide* soit *ab*(N, T1, T2), où N est un entier et T1 et T2 sont des termes représentant des arbres binaires de taille plus petite, tels que les entiers de T1 sont strictement plus petits que N et ceux de T2 sont strictement plus grands que N. Par exemple

- *ab*(5, *ab*(3, *vide*, *vide*), *ab*(6, *vide*, *vide*)) et
- *ab*(2, *ab*(1, *vide*, *vide*), *ab*(5, *ab*(3, *vide*, *vide*), *ab*(6, *vide*, *vide*)))

sont des arbres binaires de recherche.

1. Écrivez un prédicat *cherche*(+N, +T) qui réussit si l'entier N est dans l'arbre binaire T.  

```
| ?- cherche(3, ab(2, vide, ab(3, vide, vide))).  
yes  
| ?- cherche(3, vide).  
no  
| ?- cherche(3, ab(2, vide, vide)).  
no
```

2. (Bonus) Écrivez un prédicat *ajoute(+N,+T,-R)* qui crée le terme *R* en ajoutant l'entier *N* dans le terme *T*. Par exemple

```
| ?- ajoute(3,vide,T).
T = ab(3,vide,vide) ? ;
no
| ?- ajoute(3,ab(2,vide,vide),T).
T = ab(2,vide,ab(3,vide,vide)) ? ;
no
| ?- ajoute(3,ab(2,vide,vide),T),ajoute(1,T,R).
R = ab(2,ab(1,vide,vide),ab(3,vide,vide))
T = ab(2,vide,ab(3,vide,vide)) ? ;
no
| ?- ajoute(3,ab(3,vide,vide),T).
T = ab(3,vide,vide)
yes
```

**Exercice 3** Pour rénover une maison on prévoit :

- 1100 euros pour payer le papier peint et la peinture,
- 1100 euros pour la plomberie et l'électricité,
- 3300 euros pour l'électricité et les fenêtres,
- 5300 euros pour les fenêtres et l'isolation,
- 3200 euros pour l'isolation et la peinture,
- si on dépense plus de 500 euros pour les fenêtres alors on dépensera moins de 2500 euros pour l'isolation.

Ecrivez un programme avec des contraintes pour savoir combien on prévoit pour chaque type dans la rénovation.