

TD ALIA

Exercice 1 : Système Formel

Soit $L = \{ a, b, c \}$. On cherche à définir le système formel décrivant l'ordre alphabétique sur les mots composés des lettres de L . Cette définition s'élargirait, bien sûr, aux lettres d'un alphabet plus étendu !

Le système formel S est défini par :

- le vocabulaire $V = L \cup \{ < \}$,
- les formules bien formées de S sont les mots contenant une et une seule fois le symbole $<$,
- l'ensemble des axiomes est constitué de
 - $< a ; < b ; < c$ (pour tout x de L , le mot vide est inférieur à x)
 - $a < b ; a < c ; b < c$ (l'ordre alphabétique sur les lettres de L),
- les règles d'inférence sont définies pour tout énoncé bien formé $\alpha < \beta$ par :
 - R1 :
 $\alpha < \beta \Rightarrow a\alpha < a\beta ; \alpha < \beta \Rightarrow b\alpha < b\beta ; \alpha < \beta \Rightarrow c\alpha < c\beta$
 - R2 :
 $\alpha < \beta \Rightarrow \alpha < \beta a ; \alpha < \beta \Rightarrow \alpha < \beta b ; \alpha < \beta \Rightarrow \alpha < \beta c$
 - R3 :
 si $\text{longueur}(\alpha) \geq \text{longueur}(\beta)$,
 $\alpha < \beta \Rightarrow \alpha a < \beta ; \alpha < \beta \Rightarrow \alpha b < \beta ; \alpha < \beta \Rightarrow \alpha c < \beta$

1/ Donner une preuve pour les deux théorèmes suivants : $baba < babac ; bacba < bacc$.

2/ Donner quatre théorèmes de S qui ne sont pas des axiomes.

Exercice 2 : Résolution en logique d'ordre 0

Soit le raisonnement suivant : « Si Pierre assiste au cours, écoute le professeur et cesse de parler avec sa voisine, on peut espérer qu'il réussira. Or si Pierre écoute le professeur, c'est qu'il assiste au cours et cesse de parler avec sa voisine. Donc si Pierre écoute le professeur, on peut espérer qu'il réussira. » **Formaliser ce raisonnement en logique d'ordre 0. Montrer qu'il est valide par la méthode de résolution.**

Exercice 3 : Résolution en logique d'ordre 1

Démontrer que les hellénistes sont roux à partir des axiomes suivants :

1. Aucun enfant de moins de douze ans n'est accepté dans cette école en tant qu'interne
2. Tous les enfants studieux ont les cheveux roux
3. Aucun des externes n'apprend le grec
4. Seuls les élèves de moins de douze ans sont paresseux

Exercice 4 : Résolution en logique d'ordre 1

Etablir la conclusion :

C : Certains douaniers étaient motorisés.

à partir des axiomes suivants :

A1 : Les douaniers refoulent toute personne entrée dans le pays et non munie d'un passeport ;

A2 : Des personnes motorisées sont entrées dans le pays et ont été refoulées uniquement par d'autres personnes motorisées ;

A3 : Aucune personne motorisée n'était porteuse d'un passeport.

Exercice 5 : Système flou pour un dispositif d'arrosage automatique

Il s'agit d'automatiser le système d'arrosage des espaces verts (!) de l'INSA de Lyon. Le débit d'eau étant préréglé, la commande ne porte que sur la variable « durée d'arrosage ». L'intervalle de temps choisi pour la durée d'arrosage va de 0 à 30 minutes. La durée de l'arrosage est fonction du taux d'humidité relative, de la température de l'air, de l'état de la nappe phréatique. Grosso modo, la durée d'arrosage croît quand la température croît et décroît quand l'humidité croît. Le dispositif de commande est constitué des trois capteurs d'entrée, de deux contrôleurs flous et du timer de sortie. Une première couche calcule, grâce à des règles empiriques [voir § Règles], une durée théorique d'arrosage en fonction de la température et de l'humidité du sol. Une deuxième couche combine – selon les règles en vigueur [voir § Règles] – cette durée théorique avec le niveau de la nappe phréatique pour en déduire une durée effective d'arrosage.

Définition des ensembles flous

La gamme des températures traitées est 0° à 45° et les termes linguistiques caractérisant la température sont : *Froide*, *Douce*, *Normale*, *Chaude*, *Caniculaire*. Chacun de ces termes correspond à un ensemble flou dont le noyau (K) et le support (S) sont définis par :

| | |
|--|--|
| $K(\text{Froide}) : [0, 5]^\circ$ | $S(\text{Froide}) : [0, 13]^\circ$ |
| $K(\text{Douce}) : 13^\circ$ | $S(\text{Douce}) : [5, 18]^\circ$ |
| $K(\text{Normale}) : [18, 22]^\circ$ | $S(\text{Douce}) : [13, 26]^\circ$ |
| $K(\text{Chaude}) : [26, 30]^\circ$ | $S(\text{Chaude}) : [22, 38]^\circ$ |
| $K(\text{Caniculaire}) : [38, 45]^\circ$ | $S(\text{Caniculaire}) : [30, 45]^\circ$ |

Le degré d'humidité du sol s'étend de 0% à 100%. Les termes linguistiques associés *Sec*, *Humide*, *Trempé* sont caractérisés par :

| | |
|-----------------------------------|-----------------------------------|
| $K(\text{Sec}) : [0, 40] \%$ | $S(\text{Sec}) : [0, 60] \%$ |
| $K(\text{Humide}) : [60, 70] \%$ | $S(\text{Humide}) : [40, 80] \%$ |
| $K(\text{Trempé}) : [80, 100] \%$ | $S(\text{Trempé}) : [70, 100] \%$ |

L'état de la nappe phréatique parmi *Insuffisant*, *Faible* et *Suffisant* se définit d'après la hauteur d'eau selon :

$K(\text{Insuffisant}) : [0, 1] m$

$S(\text{Insuffisant}) : [0, 1.5] m$

$K(\text{Faible}) : 1.5 m$

$S(\text{Faible}) : [1, 2] m$

$K(\text{Suffisant}) : [2, 10] m$

$S(\text{Suffisant}) : [1.5, 10] m$

La durée d'arrosage parmi *Courte*, *Moyenne* et *Longue* se définit par :

$K(\text{Courte}) : [0, 5] min$

$S(\text{Courte}) : [0, 10] min$

$K(\text{Moyenne}) : 10 min$

$S(\text{Moyenne}) : [5, 30] min$

$K(\text{Longue}) : 30 min$

$S(\text{Longue}) : [10, 30] min$

Règles

Les règles de commande Température*Humidité → Durée théorique sont :

| | <i>Froide</i> | <i>Douce</i> | <i>Normale</i> | <i>Chaude</i> | <i>Caniculaire</i> |
|---------------|---------------|----------------|----------------|----------------|--------------------|
| <i>Sec</i> | <i>Courte</i> | <i>Moyenne</i> | <i>Moyenne</i> | <i>Longue</i> | <i>Longue</i> |
| <i>Humide</i> | – | <i>Courte</i> | <i>Moyenne</i> | <i>Moyenne</i> | <i>Longue</i> |
| <i>Trempé</i> | – | – | – | – | <i>Courte</i> |

tandis que les règles Etat de la Nappe* Durée théorique → Durée effective d'arrosage sont :

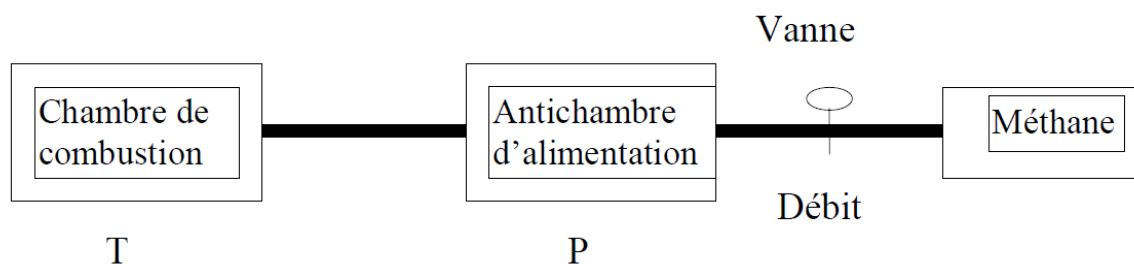
| | <i>Insuffisant</i> | <i>Faible</i> | <i>Suffisant</i> |
|----------------|--------------------|----------------|------------------|
| <i>Courte</i> | – | – | <i>Courte</i> |
| <i>Moyenne</i> | – | <i>Courte</i> | <i>Moyenne</i> |
| <i>Longue</i> | – | <i>Moyenne</i> | <i>Longue</i> |

Il s'agit de calculer la durée effective d'arrosage pour une température de 6°, un degré d'humidité de 50% et un niveau de nappe phréatique de 1.4 m.

Exercice 6 : Système de commande floue pour le débit de méthane

Soit un système constitué d'un ensemble chambre de combustion, antichambre d'alimentation géré par une vanne d'alimentation en méthane.

Le but du système est de contrôler le débit de méthane (par ouverture ou fermeture de la vanne) en fonction de la température dans la chambre de combustion et de la pression dans l'antichambre d'alimentation.



La gamme des températures traitées est 200° à 1000° et les termes linguistiques caractérisant la température sont : Basse, Moyenne, Elevée, Très Elevée.

Chacun de ces termes correspond à un ensemble flou :

Basse : Noyau = [200,400] ; Support = [200,550]

Moyenne : Noyau = {550} ; Support = [400,700]

Elevée : Noyau = {700} ; Support = [550,850]

Très Elevée : Noyau = [850,1000] ; Support = [700,1000]

La gamme des pressions traitées est 36 bars à 44 bars et les termes linguistiques caractérisant la pression sont : Sous-normale, Normale, Sur-normale.

Chacun de ces termes correspond à un ensemble flou :

Sous-normale : Noyau = [36,39] ; Support = [36,40]

Normale : Noyau = {40} ; Support = [39,41]

Sur-normale : Noyau = [41,44] ; Support = [40,44]

La gamme des débits traités est 0 m³/s à 15 m³/s et les termes linguistiques caractérisant le débit sont : Vanne Fermée, Mi-fermée, Mi-ouverte, Ouverte.

Chacun de ces termes correspond à un ensemble flou :

Fermée : Noyau = {0} ; Support = [0,4]

Mi-fermée : Noyau = {4} ; Support = [0,8]

Mi-ouverte : Noyau = {8} ; Support = [4,12]

Ouverte : Noyau = [12,15] ; Support = [8,15]

Les règles de commande sont :

- R1 : Si la température est très élevée *ou* la pression est supérieure à la valeur normale Alors fermer l'arrivée du méthane.
- R2 : Si la température est élevée *et* la pression est normale Alors mi-fermer l'arrivée du méthane.

1/ Donner les représentations graphiques des ensembles flous (sous-ensembles flous triangulaires) associés aux variables d'entrée et de sortie.

2/ Si Température = 810° et Pression = 40.5 bars, quel doit être le débit de méthane ? (Utiliser la méthode de Mamdani en détaillant le raisonnement utilisé et les règles utilisées).