3. 선형회귀분석(Linner Regression)

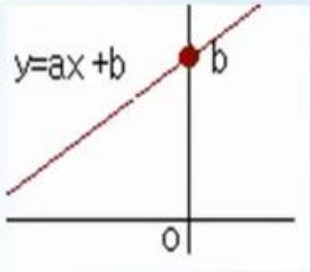
1. 머신러닝 수식
2. 선형회귀
3. 자동미분
4. 다중선형회
5. nn.Model로 선형 회귀 구현
6. 클래스로 선형회귀 모델 구현하기

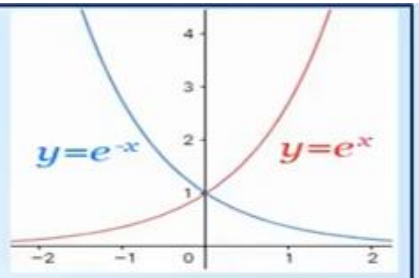
1. 머신러닝 수식

❖ 기본 수식

➢ 기본 수학 개념

$y = ax + b$ $y = e^x$





$$\sum_{k=1}^{2} A_k = A_1 + A_2 \qquad \prod_{k=1}^{2} A_k = A_1 \times A_2$$

➢ 행렬 (matrix) 연산

- 산술연산 (+, −, *, /)

$$\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2 & 2\\ 3 & 5\end{pmatrix}$$

(2 X 2) + (2 X 2) = (2 X 2)

- 행렬 곱 (dot product)

$$\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1 & 2 & 0\\ 3 & 4 & 0\end{pmatrix}$$

(2 X 2) · (2 X 3) = (2 X 3)

1. 머신러닝 수식

❖ 미분

미분 - derivative

미분을왜 하는가? 미분으로 얻을 수 있는 인사이트?

$$f'(x) = \frac{df(x)}{dx} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

f(x) 를 미분하라 ↓

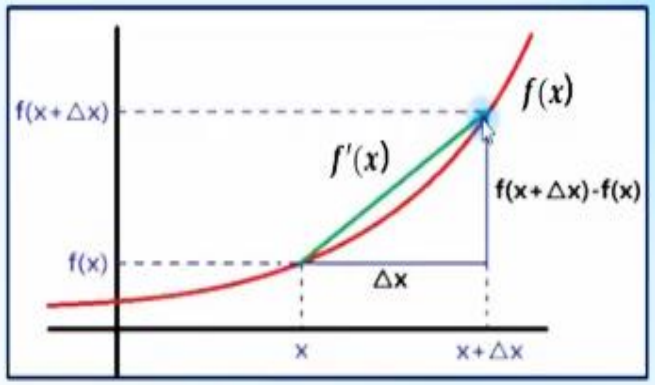
⇒ 입력변수 x 가 미세하게 변할때, 함수 f 가 얼마나 변하는지 알 수 있는 식을 구해라

⇒ 함수 f(x) 는 입력 x의 미세한 변화에 얼마나 민감하게 반응하는지 알 수 있는 식을 구해라

insight →

⇒ 입력 x 를 현재 값에서 아주 조금 변화시키면, 함수 f(x)는 얼마나 변하는가 ?

⇒ 함수 f(x)는 입력 x의 미세한 변화에 얼마나 민감하게 반응하는가 ?



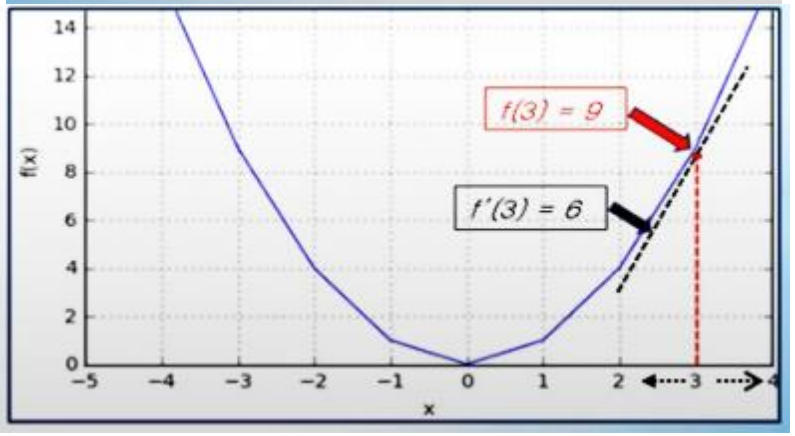
[예] 함수 $f(x) = x^2$ 일 경우, 미분 $f'(x) = 2x$

$f(3) = 9$ 해석

=> 입력 x = 3 에서 출력은 9 임을 의미

$f'(3) = 6$ 해석

=> 입력 x = 3 을 미세하게 변화시킬 때 함수는 현재 입력 값의 2배인 6 배 변화를 일으킴을 의미



1. 머신러닝 수식

❖ 머신러닝/딥러닝에 자주 사용되는 함수 미분

$f(x) = \text{상수} \Rightarrow f'(x) = 0$

$f(x) = ax^n \Rightarrow f'(x) = nax^{n-1}$

$f(x) = e^x \Rightarrow f'(x) = e^x$

$f(x) = \ln x \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{x}$

$f(x) = e^{-x} \Rightarrow f'(x) = -e^{-x}$

[예 1] $f(x) = 3x^2 + e^x + 7 \Rightarrow f'(x) = 6x + e^x$

[예 2] $f(x) = \ln x + \frac{1}{x} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}$

참고

$\frac{1}{x} = x^{-1}$

1. 머신러닝 수식

❖ 편미분-partial derivative

- 입력 변수가 하나 이상인 다 변수 함수에서 미분하고자하는 변수 하나를 제외한 나머지 변수들을 상수로 취급하고 해당 변수를 미분하는 것
- 예를 들어 f(x, y)를 변수 x에 대해 편미분 하는 경우 다음과 같이 나타냄

$$\frac{\partial f(x,y)}{\partial x}$$

[예1] $f(x,y) = 2x + 3xy + y^3$, 변수 x 에 대하여 편미분

$$\frac{\partial f(x,y)}{\partial x} = \frac{\partial(2x+3xy+y^3)}{\partial x} = 2 + 3y$$

[예2] $f(x,y) = 2x + 3xy + y^3$, 변수 y 에 대하여 편미분

$$\frac{\partial f(x,y)}{\partial y} = \frac{\partial(2x+3xy+y^3)}{\partial y} = 3x + 3y^2$$

[예3] 체중 함수가 '체중(야식, 운동)' 처럼 야식/운동에 영향을 받는 2변수 함수라고 가정할 경우, 편미분을 이용하면 각 변수 변화에 따른 체중 변화량을 구할 수 있음

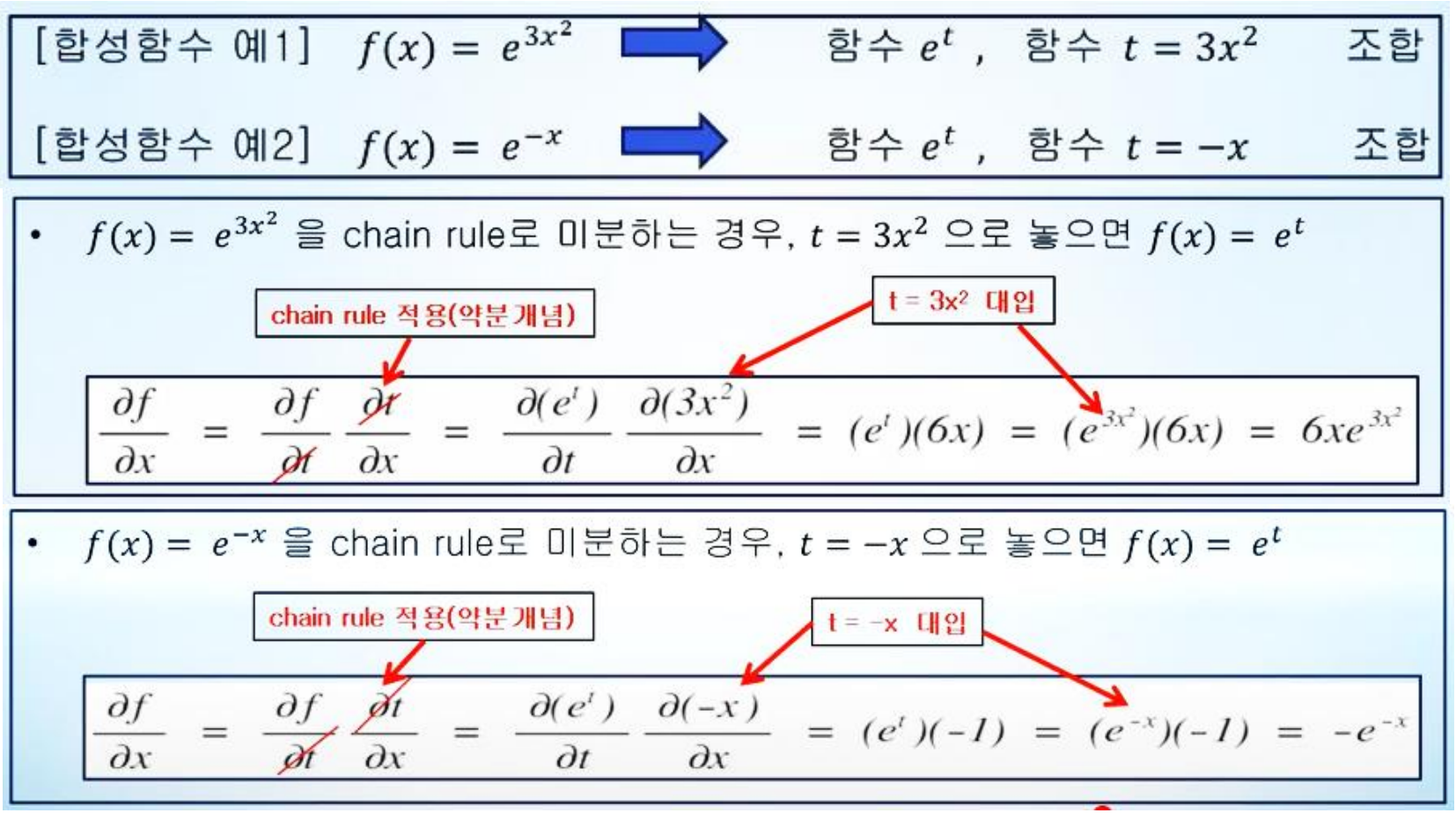
현재 먹는 야식의 양에서 조금 변화를 줄 경우 체중은 얼마나 변하는가 ? ⇨ $\frac{\partial 체중}{\partial 야식}$

현재 하고 있는 운동량에 조금 변화를 줄 경우 체중은 얼마나 변하는가 ? ⇨ $\frac{\partial 체중}{\partial 운동}$

1. 머신러닝 수식

❖ 연쇄법칙- chain rule

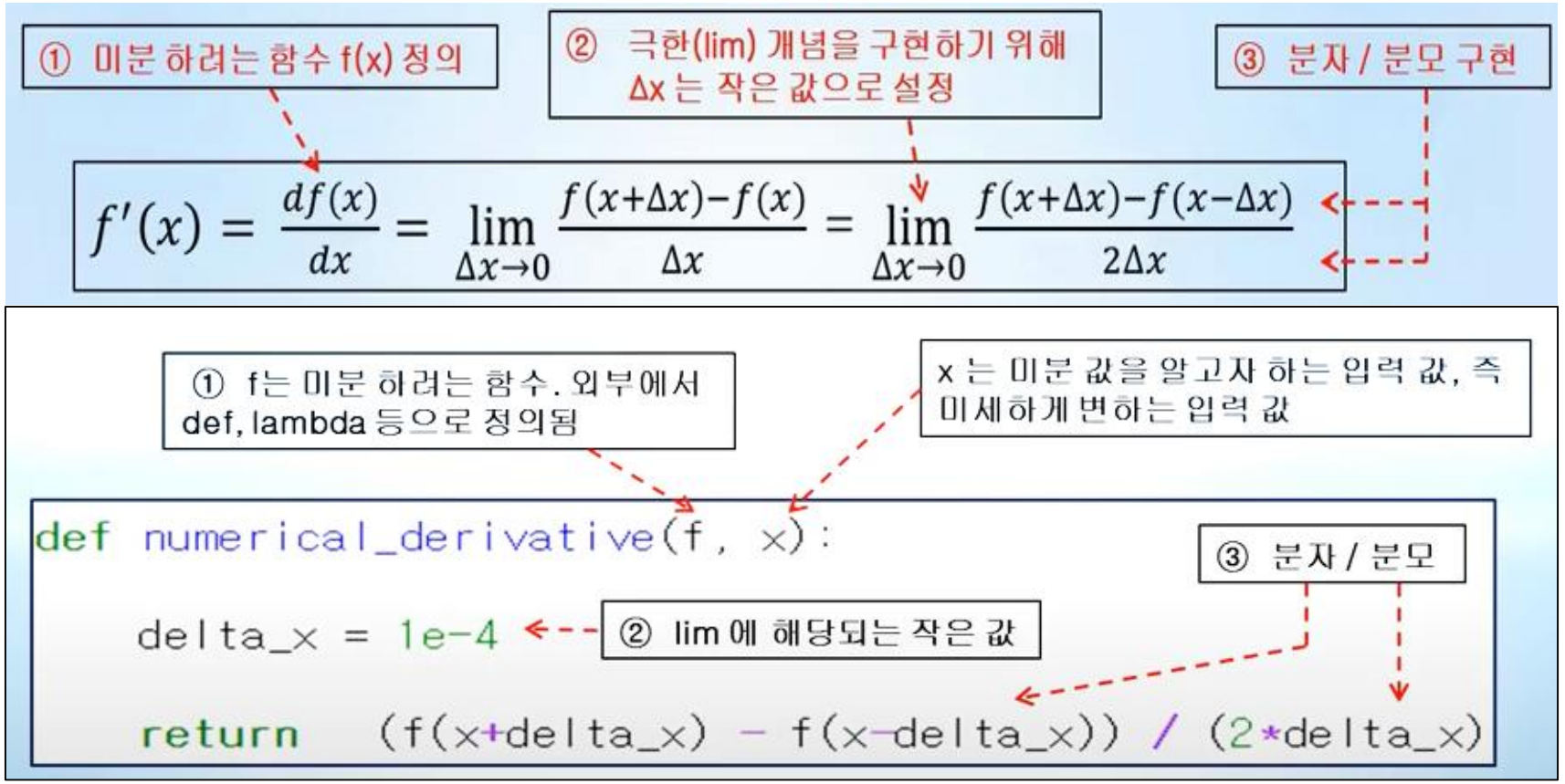
- 합성 함수란 여러 함수로 구성된 함수로서 합성 함수를 미분하려면 '합성함수를 구성하는 각 함수를 미분의 곱 ' 으로 나타내는 chain rule(연쇄법칙을 이용)



1. 머신러닝 수식

❖ 수치미분 1차 버전-numerical derivative

- 수치미분은 주어진 입력 값이 미세하게 변할 때 함수 값 f는 얼마나 변하는지를 계산하는 것



1. 머신러닝 수식

[예제 1] 함수 $f(x) = x^2$ 에서 미분계수 $f'(3)$ 을 구하기. 즉, x=3 에서 값이 미세하게 변할 때, 함수 f 는 얼마나 변하는지 계산하라는 의미

$f'(3)$ 계산 과정 (참고: $f'(x) = 2x$)

$$f'(3) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(3+\Delta x) - f(3-\Delta x)}{2\Delta x}$$

⬇ Δx 는 10^{-4} 대입

$$f'(3) = \frac{f(3+1e^{-4}) - f(3-1e^{-4})}{2 * 1e^{-4}}$$

⬇ $f(x) = x^2$

$$f'(3) = \frac{(3+1e^{-4})^2 - (3-1e^{-4})^2}{2 * 1e^{-4}}$$

⬇ result

$$f'(3) = 6.0$$

```
def my_func1(x):

    return  x**2

def numerical_derivative(f, x):

    delta_x = 1e-4

    return   (f(x+delta_x) - f(x-delta_x)) / (2*delta_x)

result = numerical_derivative(my_func1, 3)

print("result ==", result)
```

```
result == 6.000000000012662
```

1. 머신러닝 수식

❖ 수치미분-다변수

- 입력 변수가 하나 이상인 다 변수 함수의 경우 입력 변수는 서로 독립적이기 때문에 수치미분 또한 변수의 개수 만큼 개별적으로 계산하여야 함

[예] $f(x,y) = 2x + 3xy + y^3$ 라면, 입력 변수 x, y 두 개 이므로 $\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}$ 각각 수치미분 수행.

$f'(1.0, 2.0)$ 값을 계산하기 위해서는,

$f(x,2) = 2x + 6x + 8$

⇒ x = 1.0 에서의 미분계수는 변수 y = 2.0 을 상수로 대입하여 $\frac{\partial f(x, 2)}{\partial x}$ 를 수행

$f(1,y) = 2 + 3y + y^3$

⇒ y = 2.0 에서의 미분계수 또한 변수 x = 1.0 인 상수로 대입하여 $\frac{\partial f(1, y)}{\partial y}$ 를 수행

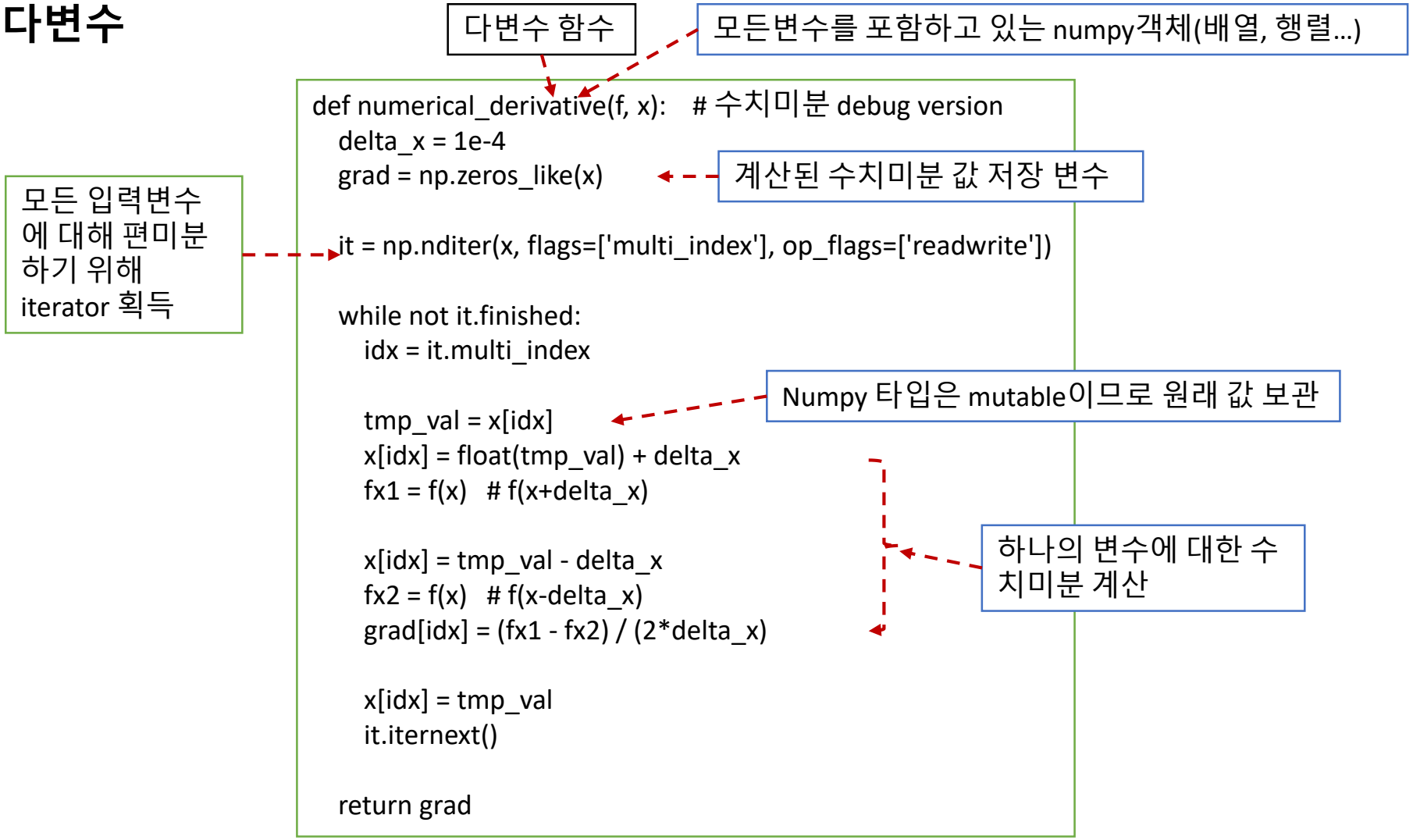
[insight] $f(x,y) = 2x + 3xy + y^3$,인 경우 $f'(1.0, 2.0) = (8.0, 15.0)$ 직관적 이해

⇒ x = 1.0 에서 미분 값을 구한다는 것은, y 값은 2.0 으로 고정한 상태에서, x = 1.0 을 미세하게 변화시킬 때 f(x, y) 는 얼마나 변화는지 알아보겠다는 의미. 즉, y = 2.0 으로 고정된 상태에서 x = 1.0 을 미세하게 변화시키면 f(x, y) 는 8.0 만큼 변한다는 의미

⇒ y = 2.0 에서 미분 값을 구한다는 것은, x 값은 1.0 으로 고정한 상태에서, y = 2.0 을 미세하게 변화시킬 때 f(x, y) 는 얼마나 변화는지 알아보겠다는 의미. 즉, x = 1.0 으로 고정된 상태에서 y = 2.0 을 미세하게 변화시키면 f(x, y) 는 15.0 만큼 변한다는 의미

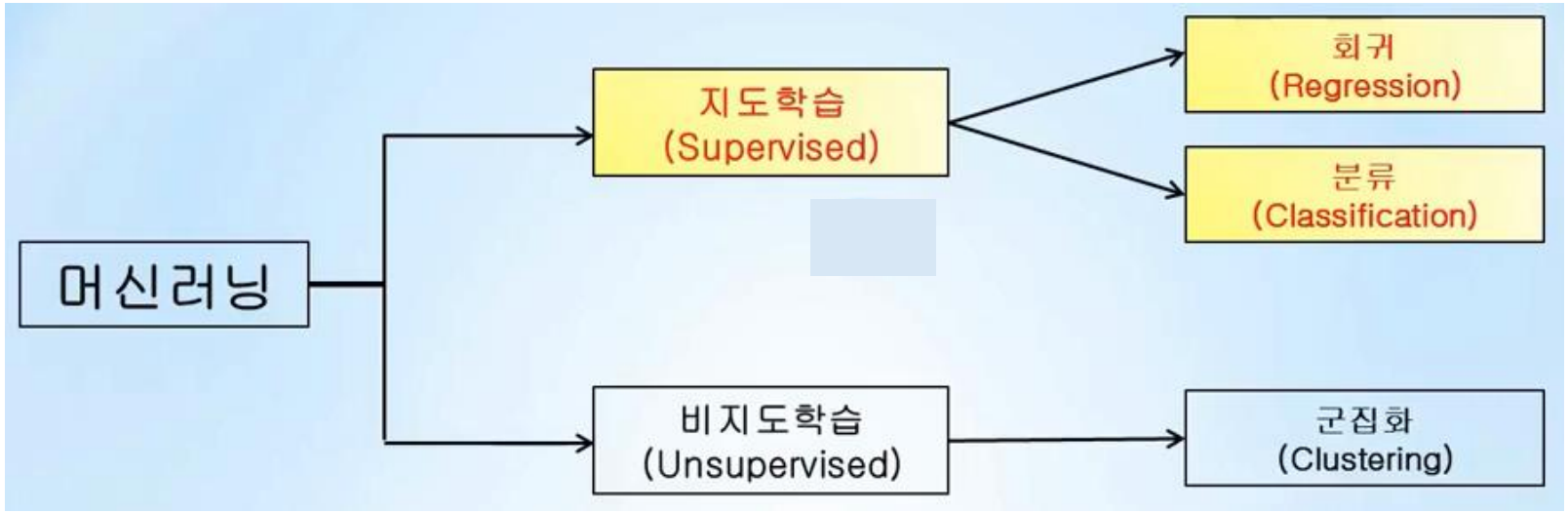
1. 머신러닝 수식

❖ 수치미분 – 다변수



1. 선형회귀

❖ **Machin Learning Type**



1. 선형회귀

❖ 지도학습

- 입력 값(x)과 정답(t, label)을 포함하는 Training Data를 이용하여 학습을 하고, 그 학습된 결과를 바탕으로 미지의 데이터(Test Data)에 대해 미래 값을 예측(predict)하는 방법 -> 대부분의 머신러닝 문제는 지도학습에 해당됨
- 회귀(Regression)
  - Training Data를 이용하여 연속적인(숫자) 값을 예측하는 것,
  - 예:공부 시간(입력)과 시험 성적 (정답)을 이용하여 임의의 공부시간에 대한 성적 예측
  - 예 : 집 평수(입력)와 가격 데이터(정답)을 이용하여 임의의 평수 가격 예측
- 분류(Classification)
  - Training Data를 이용하여 주어진 입력 값이 어떤 종류 값인지 구별하는 것
  - 예:시험공부 시간(입력)과 Pass/Fail(정답)을 이용하여 당락 여부를 예측
  - 예: 집 평수(입력)와 가격 데이터(정답)을 이용하여 가격 분류(Low, Medium, High) 예측

Regression

공부시간 (x)	시험성적 (t)	집평수 (x)	가격 (t)
9	74	20	98
14	81	25	119
21	86	30	131
27	90	40	133
32	88	50	140
37	92	55	196

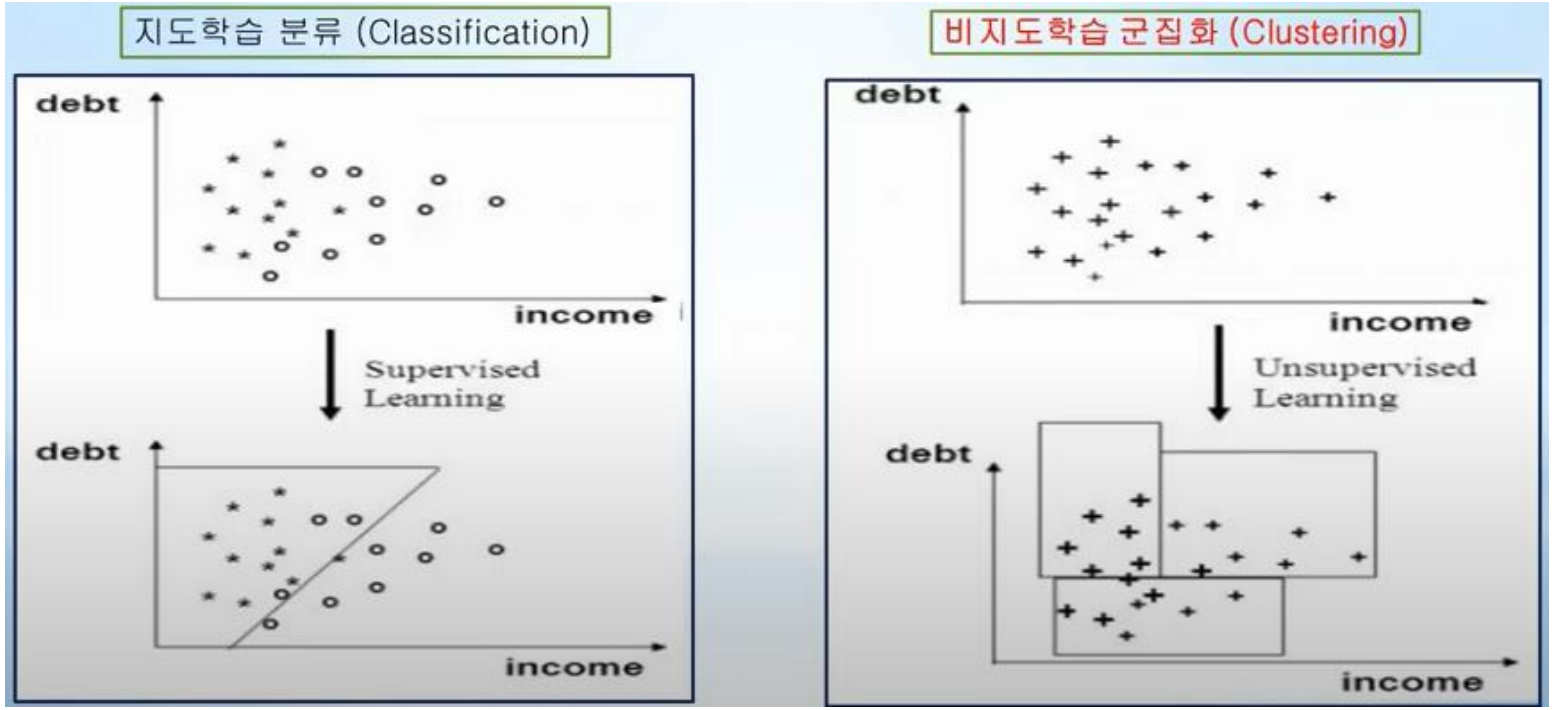
Classification

공부시간 (x)	시험성적 (t)	집평수 (x)	가격 (t)
9	Fail	20	Low
14	Fail	25	Low
21	Pass	30	Medium
27	Pass	40	Medium
32	Pass	50	Medium
37	Pass	55	High

1. 선형회귀

❖ 비지도 학습

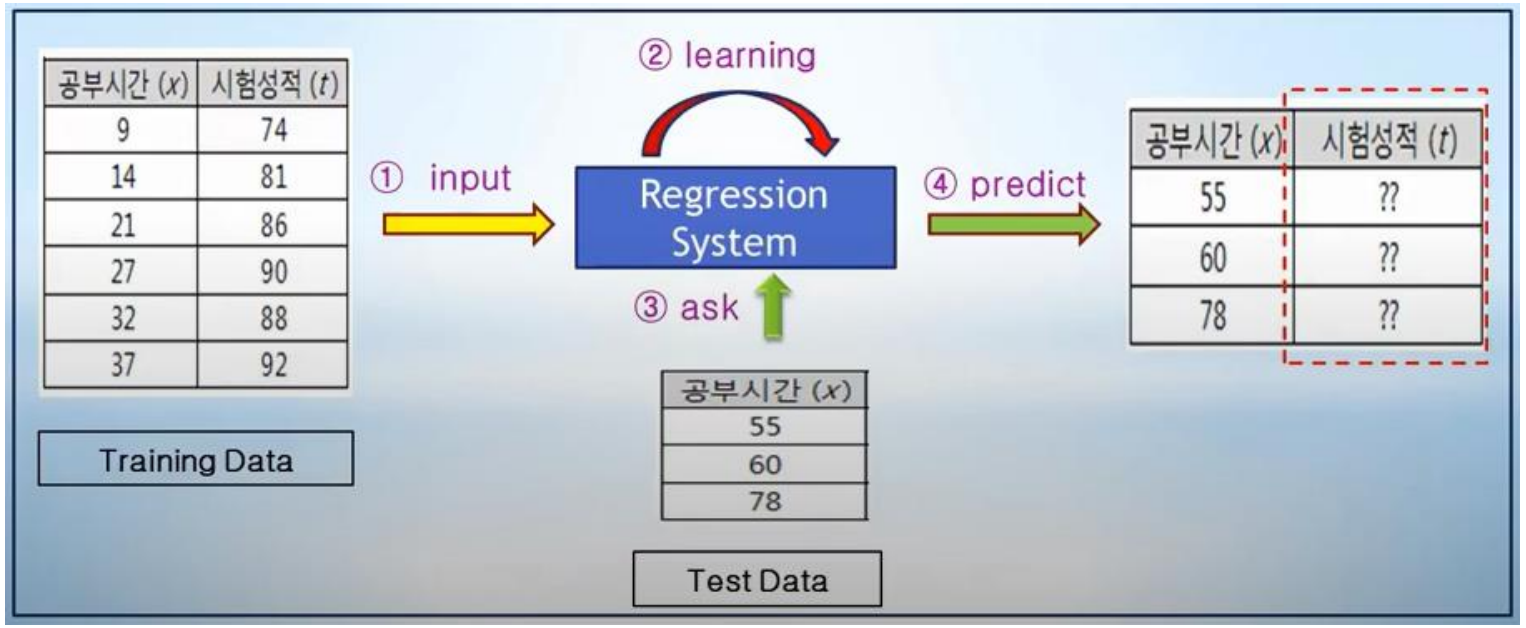
- 트레이닝 데이터에 정답은 없고 입력 데이터만 있기 때문에, 입력에 대한 정답을 찾는 것이 아닌 입력데이터의 패턴, 특성 등을 학습을 통해 발견하는 방법
- 예 : 군집화(Clustering) 알고리즘을 이용한 뉴스 그룹핑, 백화점의 상품 추천 시스템 등



1. 선형회귀

❖ 선형회귀(Linear Regression)

- Training Data를 이용하여 데이터의 특성과 상관관계 등을 파악하고, 그 결과를 바탕으로 Training Data에 없는 미지의 데이터가 주어졌을 경우에, 그 결과를 연속적인 (숫자) 값으로 예측하는 것
- 예: 공부 시간과 시험성적 관계, 집 평수와 집 가격 관계 등



1. 선형회귀

❖ 선형회귀(Linear Regression) 이해

- 데이터에 대한 이해(Data Definition)
- 가설(Hypothesis) 수립
- 손실 계산하기(Compute loss)
- 경사 하강법(Gradient Descent)

2. 선형회귀

❖ 데이터의 이해(Data Definition)

- 공부한 시간과 점수에 대한 상관관계에 대한 선형회귀분석
- **훈련 데이터셋과 테스트 데이터셋**
  - **훈련 데이터 셋 :** 예측을 위한 모델을 학습에 사용되는 데이터셋
  - **테스트 데이터 셋:** 학습이 끝난 후 모델의 성능을 테스트 하기 위한 데이터셋
  - 어떤 학생이 1시간 공부를 했더니 2점, 다른 학생이 2시간 공부를 했더니 4점, 또 다른 학생이 3시간을 공부했더니 6점을 맞았습니다. 그렇다면, **내가 4시간을 공부한다면 몇 점을 맞을 수 있을까요?**

Hours (x)	Points (y)
1	2
2	4
3	6
4	?

Training dataset

Test dataset

2. 선형회귀

❖ 데이터의 이해(Data Definition)

▪ 훈련 데이터셋의 구성

- 모델을 학습시키기 위한 데이터는 파이토치의 텐서의 형태(torch.tensor)를 가지고 있어야 함
- 입력(문제)과 출력(정답)을 각기 다른 텐서에 저장, 보편적으로 입력은 x, 출력은 y를 사용하여 표기
- x_train은 공부한 시간, y_train은 그에 맵핑되는 점수를 의미

```
x_train = torch.FloatTensor([[1], [2], [3]])
y_train = torch.FloatTensor([[2], [4], [6]])
```

$$X_{\text{train}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad Y_{\text{train}} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix}$$

2. 선형회귀

❖ 가설(Hypothesis) 수립

- 머신러닝에서 입력(x)과 출력(y)로 y=Wx+b 식을 세울 때 이 식을 가설(Hypothesis)라고 함
- 선형 회귀의 가설(직선의 방정식), y 대신 H(x)를 사용하기도 함.

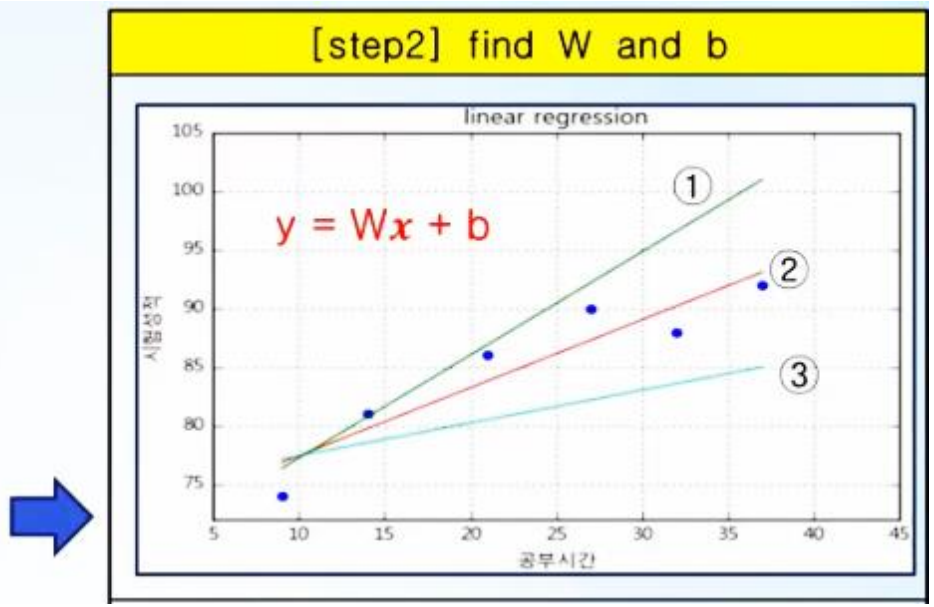
$y = Wx + b, \qquad H(x) = Wx + b$

W : 가중치(Weight), b : 편향(bias)

- Trainig data의 특정을 가장 잘 표현할 수 있는 가중치 W와 바이어스 b를 찾는 것이 선형회귀 학습의 목적임

[step1] analyze training data

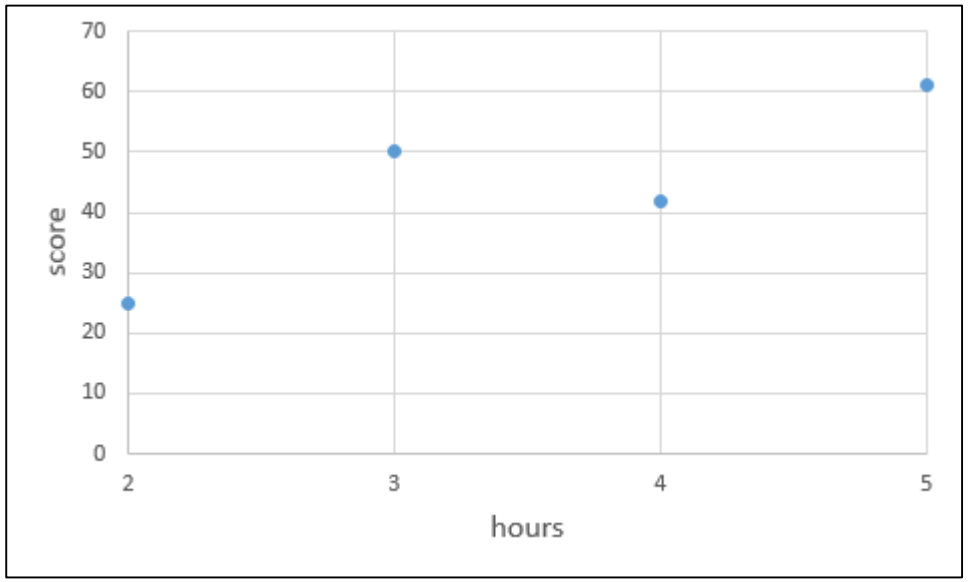
공부시간 (x)	시험성적 (t)
9	74
14	81
21	86
27	90
32	88
37	92

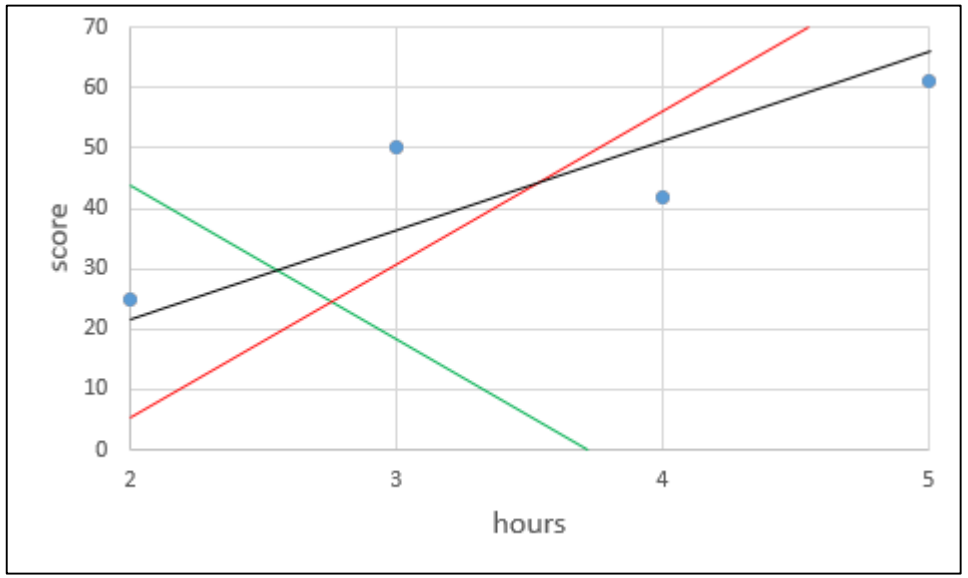


2. 선형회귀

❖ 비용 함수(Cost function)

- **비용 함수(cost function) = 손실 함수(loss function) = 오차 함수(error function) = 목적 함수(objective function)**
- 선형회귀 학습의 목적 도달 : 비용함수(cost function)이 최소 값(0에 가까운)인 y(H : Hypothesis)를 구함
- 어떤 4개의 훈련 데이터가 있고, 이를 2차원 그래프에 4개의 점으로 표현한 상태(왼쪽)
- 선형회귀분석의 목적은 4개의 점을 가장 잘 표현하는 직선 찾는 것

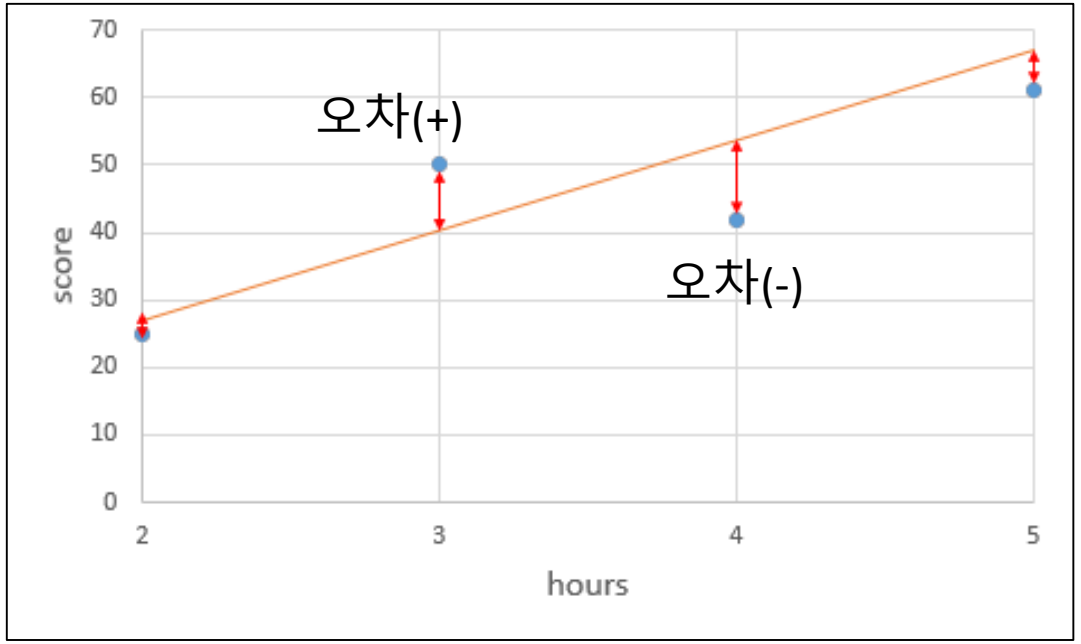




2. 선형회귀

❖ 비용 함수(Cost function)

- 오차(error) = 실제값(정답)- 예측된 값(H(x) 식에 의해 예측된 값)



y=13x+1에 대한 실제값, 예측 값, 오차

hours(x)	2	3	4	5
실제값	25	50	42	61
예측값	27	40	53	66
오차	-2	10	-9	-5

2. 선형회귀

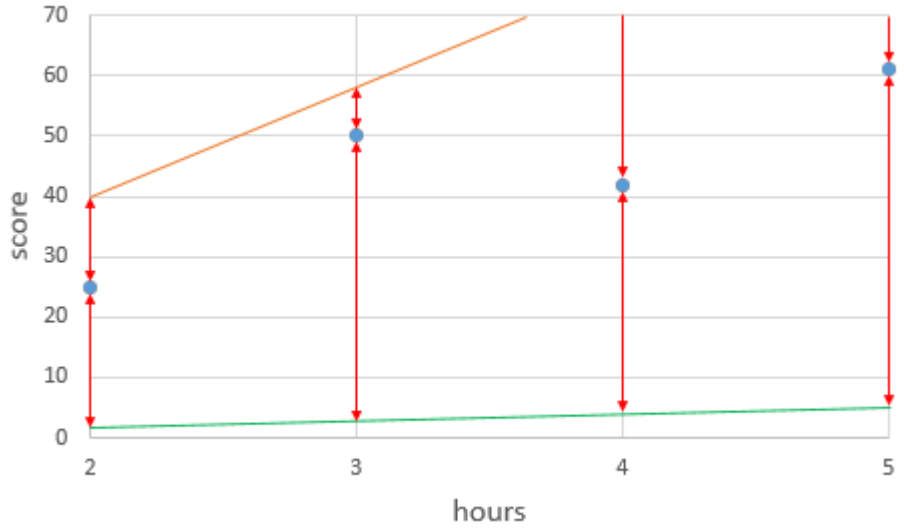
❖ 비용 함수(Cost function)

- 총 오차(total error)
  - 오차들의 합 = (-2) + 10 + (-9) + (-5)= - 6 => 문제점 : 오차 값 부호(+, -)에 의해 0 에 가까운 값 구해 짐
  - 오차 값을 제곱하여 더함 $\sum_{i=1}^{n}\left[y^{(i)}-H(x^{(i)})\right]^2=(-2)^2+10^2+(-9)^2+(-5)^2=210$
  - 평균 제곱 오차(Mean Squared Error, MSE) $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left[y^{(i)}-H(x^{(i)})\right]^2=210/4=52.5$
    - 비용 함수(Cost function)로 사용
  - 평균 제곱 오차를 W와 b에 의한 비용 함수(Cost function)로 재정의 $cost(W,b)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left[y^{(i)}-H(x^{(i)})\right]^2$
- Cost(W,b)를 최소가 되게 W와 b를 구하면 훈련데이터를 잘 나타내는 직선을 구할 수 있음

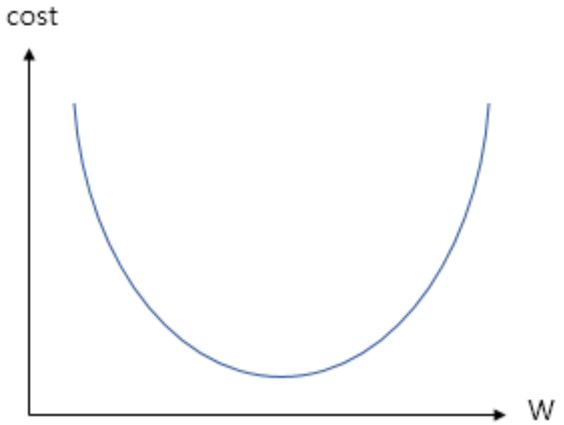
2. 선형회귀

❖ 옵티마이저 - 경사 하강법(Gradient Descent)

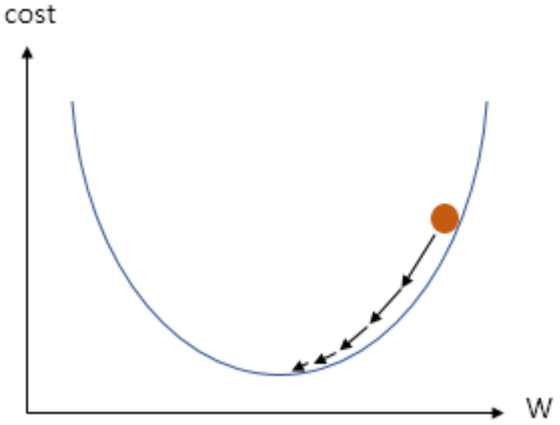
- 비용 함수(Cost Function)의 값을 최소로 하는 W와 b를 찾는 방법
- H(x)=Wx (b=0)로 cost(W) 계산하여 경사 하강법 적용



주황색 직선 : y=20x, 초록색 직선 : y=x



H(x)=Wx (b=0)일 때 W와 cost(W)사이 관계 그래프



cost가 가장 최소값을 가지게 하는 W를 찾기, W가 무한대로 크거나 작으면 cost 값이 무한대로 커짐

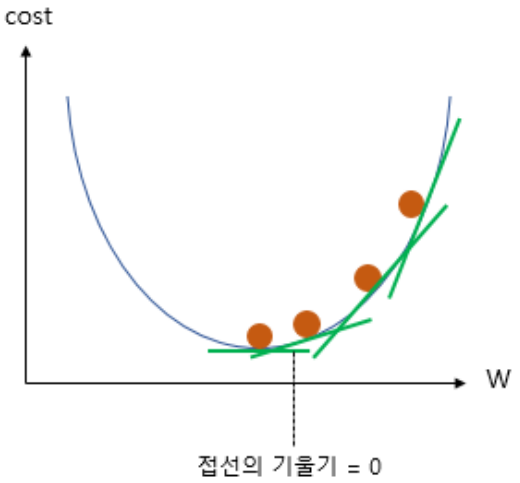
2. 선형회귀

❖ 옵티마이저 - 경사 하강법(Gradient Descent)

- 최소 cost를 찾는 경사 하강법(Gradient Descent)
  - 임의의 초기값 W값을 정한 뒤에, 맨 아래의 볼록한 부분을 향해 점차 W의 값을 수정
  - 임의의 W에서 미분을 하여 기울기를 구하고 기울기를 따라 하강함
  - 기울기가 수평(0)이 되는 지점이 cost가 최소 값을 가짐
  - 현재 W에 접선의 기울기를 구해 특정 숫자 α를 곱한 값을 빼서 새로운 W로 업데이트

$$기울기 = \frac{\partial cost(W)}{\partial W}$$

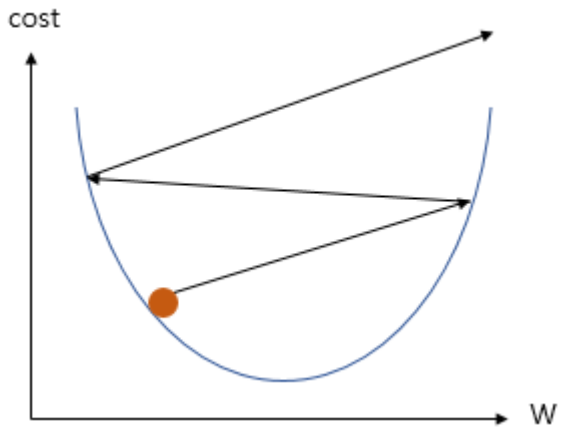
  - **기울기가 음수일 때 : W의 값이 증가 :** $W := W - \alpha \times (음수기울기) = W + \alpha \times (양수기울기)$
  - **기울기가 양수일 때: W의 값의 감소 :** $W := W - \alpha \times (양수기울기)$
  - cost가 최소인 W 업데이트 식 : $W := W - \alpha \frac{\partial}{\partial W} cost(W)$



2. 선형회귀

❖ 옵티마이저 - 경사 하강법(Gradient Descent)

- 경사 하강법에서 학습률(learning rate)
  - 학습률 α는 W의 값을 변경할 때, 얼마나 큰폭 변경할지를 결정
  - 학습률이 너무 크면 최소 값을 찾지 못하고 발산(오버슈팅)이 발생
  - 학습률이 너무 작으면 학습속도가 느려 짐, 적절한 학습률 선택 중요함.



2. 선형회귀

❖ 파이토치로 선형회귀 구현

```
# 1. 기본세팅
import torch
import torch.nn as nn
import torch.nn.functional as F
import torch.optim as optim

# 현재 실습하고 있는 파이썬 코드를 재실행해도 다음에도 같은 결과가 나오도록 랜덤 시드(random seed) 설정.

torch.manual_seed(1)
```

```
# 2. 변수 선언
x_train = torch.FloatTensor([[1], [2], [3]])
y_train = torch.FloatTensor([[2], [4], [6]])

print(x_train)
print(x_train.shape)
print(y_train)
print(y_train.shape)
```

 # 3. 가중치와 편향의 초기화

가중치 W와 편향 b를 0으로 초기화하고 학습을 통해 값이 변경되는 변수임을 명시함.

$$y = 0 \times x + 0$$

```
W = torch.zeros(1, requires_grad=True)
print(W)

b = torch.zeros(1, requires_grad=True)
print(b)
```

2. 선형회귀

❖ 파이토치로 선형회귀 구현

 # 4. 가설 세우기

직선의 방정식에 해당되는 가설을 선언.

$$H(x) = Wx + b$$

```
hypothesis = x_train * W + b
print(hypothesis)
```

#5. 비용 함수 선언하기

```
# 선형 회귀의 비용 함수에 해당되는 평균 제곱 오차를 선언.
cost = torch.mean((hypothesis - y_train) ** 2)
print(cost)
```

6. 경사 하강법 구현하기

```
# 'SGD'는 경사 하강법의 종류, lr은 학습률(learning rate)를 의미
# 학습 대상인 W와 b가 SGD의 입력됨.

optimizer = optim.SGD([W, b], lr=0.01)

# gradient를 0으로 초기화
optimizer.zero_grad()

# 비용 함수를 미분하여 gradient 계산
cost.backward()

# W와 b를 업데이트
optimizer.step()
```

2. 선형회귀

```
# 데이터
x_train = torch.FloatTensor([[1], [2], [3]])
y_train = torch.FloatTensor([[2], [4], [6]])
# 모델 초기화
W = torch.zeros(1, requires_grad=True)
b = torch.zeros(1, requires_grad=True)
# optimizer 설정
optimizer = optim.SGD([W, b], lr=0.01)

nb_epochs = 1999 # 원하는만큼 경사 하강법을 반복
for epoch in range(nb_epochs + 1):

    # H(x) 계산
    hypothesis = x_train * W + b
    …
```

계속

```
…
# cost 계산
 cost = torch.mean((hypothesis - y_train) ** 2)

 # cost로 H(x) 개선
 optimizer.zero_grad()
 cost.backward()
 optimizer.step()

 # 100번마다 로그 출력
 if epoch % 100 == 0:
    print('Epoch {:4d}/{} W: {:.3f}, b: {:.3f} Cost: {:.6f}'.format(
        epoch, nb_epochs, W.item(), b.item(), cost.item()
    ))
```

2. 선형회귀

❖ optimizer.zero_grad()가 필요한 이유

- 파이토치는 미분을 통해 얻은 기울기를 이전에 계산된 기울기 값에 누적시키는 특징이 있음

```
import torch
w = torch.tensor(2.0, requires_grad=True)
print(w)

nb_epochs = 20
for epoch in range(nb_epochs + 1):

  z = 2*w

  z.backward()
  print('수식을 w로 미분한 값 : {}'.format(w.grad))
```

```
tensor(2., requires_grad=True)
수식을 w로 미분한 값 : 2.0
수식을 w로 미분한 값 : 4.0
수식을 w로 미분한 값 : 6.0
수식을 w로 미분한 값 : 8.0
수식을 w로 미분한 값 : 10.0
수식을 w로 미분한 값 : 12.0
수식을 w로 미분한 값 : 14.0
수식을 w로 미분한 값 : 16.0
수식을 w로 미분한 값 : 18.0
수식을 w로 미분한 값 : 20.0
수식을 w로 미분한 값 : 22.0
수식을 w로 미분한 값 : 24.0
수식을 w로 미분한 값 : 26.0
수식을 w로 미분한 값 : 28.0
수식을 w로 미분한 값 : 30.0
수식을 w로 미분한 값 : 32.0
수식을 w로 미분한 값 : 34.0
수식을 w로 미분한 값 : 36.0
수식을 w로 미분한 값 : 38.0
수식을 w로 미분한 값 : 40.0
수식을 w로 미분한 값 : 42.0
```

❖ torch.manual_seed()를 하는 이유

- torch.manual_seed()를 사용한 프로그램의 결과는 다른 컴퓨터에서 실행시켜도 동일한 결과를 얻을 수 있음

```
torch.manual_seed(3)
print('랜덤 시드가 3일 때')
for i in range(1,3):
  print(torch.rand(1))
```

✓ 0.6s

```
랜덤 시드가 3일 때
tensor([0.0043])
tensor([0.1056])
```

```
torch.manual_seed(5)
print('랜덤 시드가 5일 때')
for i in range(1,3):
  print(torch.rand(1))
```

✓ 0.3s

```
랜덤 시드가 5일 때
tensor([0.8303])
tensor([0.1261])
```

```
torch.manual_seed(3)
print('랜덤 시드가 다시 3일 때')
for i in range(1,3):
  print(torch.rand(1))
```

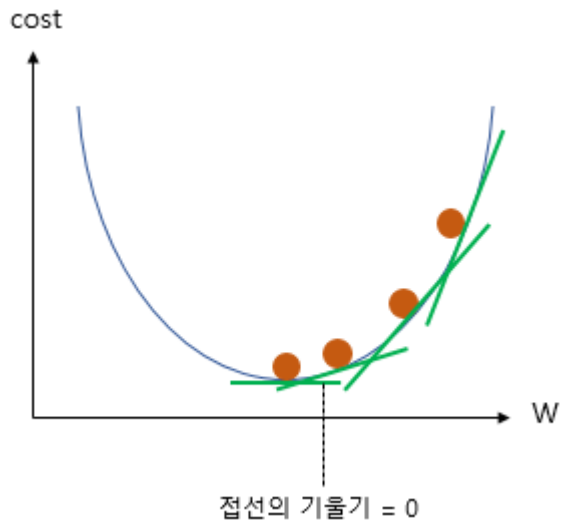
✓ 0.3s

```
랜덤 시드가 다시 3일 때
tensor([0.0043])
tensor([0.1056])
```

3. 자동 미분(Autograd)

❖ 경사 하강법 리뷰

- 경사 하강법은 비용 함수를 미분하여 이 함수의 기울기(gradient)를 구해서 비용이 최소화 되는 방향을 찾아내는 알고리즘
- **비용 함수(=손실 함수, 오차 함수)는 비용이 최소화 되는 방향이라는 표현 대신 손실이 최소화 되는 방향 또는 오차를 최소화 되는 방향임**
- 모델이 복잡해질수록 경사 하강법을 넘파이 등으로 직접 코딩하는 것은 까다로움
- 파이토치에서는 이런 수고를 하지 않도록 자동 미분(Autograd)을 지원



3. 자동 미분(Autograd)

❖ 자동 미분(Autograd) 실습

$2w^2 + 5$ 자동미분하기

```
#자동 미분(Autograd) 실습하기

w = torch.tensor(2.0, requires_grad=True)
y = w**2
z = 2*y + 5

z.backward() # 기울기 계산

# w.grad를 출력하면 w가 속한 수식을 w로 미분한 값이 저장
print('수식을 w로 미분한 값 : {}'.format(w.grad)) #
```

✓ 0.3s

```
수식을 w로 미분한 값 : 8.0
```

4. 다중선형회귀(Multivariable Linear regression)

❖ 다중선형회귀 데이터

- 독립변수가 다수(예: 3)인 것

Quiz 1 (x1)	Quiz 2 (x2)	Quiz 3 (x3)	Final (y)
73	80	75	152
93	88	93	185
89	91	80	180
96	98	100	196
73	66	70	142

가설: $H(x) = w_1x_1 + w_2x_2 + w_3x_3 + b$

```
# 훈련 데이터
x1_train = torch.FloatTensor([[73], [93], [89], [96], [73]])
x2_train = torch.FloatTensor([[80], [88], [91], [98], [66]])
x3_train = torch.FloatTensor([[75], [93], [90], [100], [70]])
y_train = torch.FloatTensor([[152], [185], [180], [196], [142]])
```

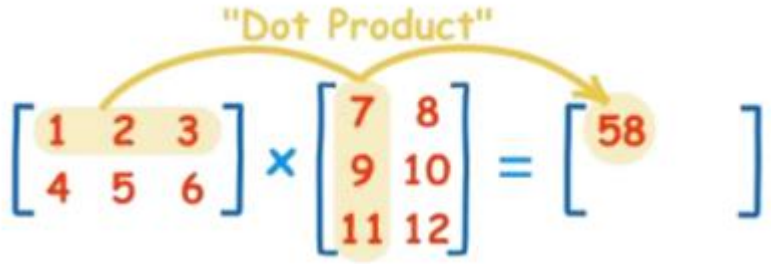
```
# 가중치 w와 편향 b 초기화
w1 = torch.zeros(1, requires_grad=True)
w2 = torch.zeros(1, requires_grad=True)
w3 = torch.zeros(1, requires_grad=True)
b = torch.zeros(1, requires_grad=True)
```

```
# optimizer 설정
optimizer = optim.SGD([w1, w2, w3, b], lr=1e-5)
```

```
# H(x) 계산
hypothesis = x1_train * w1 + x2_train * w2 + x3_train * w3 + b
```

4. 다중선형회귀(Multivariable Linear regression)

- 행렬의 곱벡터와 행렬 연산으로 바꾸기



벡터 연산으로 이해하기

$H(X) = w_1x_1 + w_2x_2 + w_3x_3$ 식을

$$\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1w_1 + x_2w_2 + x_3w_3 \end{pmatrix}$$

$H(X) = XW$ 변환

4. 다중선형회귀(Multivariable Linear regression)

❖ 행렬의 연산으로 변경

Quiz 1 (x1)	Quiz 2 (x2)	Quiz 3 (x3)	Final (y)
73	80	75	152
93	88	93	185
89	91	80	180
96	98	100	196
73	66	70	142

$$X = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \\ x_{41} & x_{42} & x_{43} \\ x_{51} & x_{52} & x_{53} \end{pmatrix}$$

$$H(X) = XW$$

$$\begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \\ x_{41} & x_{42} & x_{43} \\ x_{51} & x_{52} & x_{53} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{11}w_1 + x_{12}w_2 + x_{13}w_3 \\ x_{21}w_1 + x_{22}w_2 + x_{23}w_3 \\ x_{31}w_1 + x_{32}w_2 + x_{33}w_3 \\ x_{41}w_1 + x_{42}w_2 + x_{43}w_3 \\ x_{51}w_1 + x_{52}w_2 + x_{53}w_3 \end{pmatrix}$$

$$H(X) = XW + B$$

$$\begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \\ x_{41} & x_{42} & x_{43} \\ x_{51} & x_{52} & x_{53} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b \\ b \\ b \\ b \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{11}w_1 + x_{12}w_2 + x_{13}w_3 + b \\ x_{21}w_1 + x_{22}w_2 + x_{23}w_3 + b \\ x_{31}w_1 + x_{32}w_2 + x_{33}w_3 + b \\ x_{41}w_1 + x_{42}w_2 + x_{43}w_3 + b \\ x_{51}w_1 + x_{52}w_2 + x_{53}w_3 + b \end{pmatrix}$$

```
x_train  =  torch.FloatTensor([[73,  80,  75],
                               [93,  88,  93],
                               [89,  91,  80],
                               [96,  98,  100],
                               [73,  66,  70]])
y_train  =  torch.FloatTensor([[152],  [185],  [180],  [196],  [142]])

# 모델 초기화
W = torch.zeros((3, 1), requires_grad=True)
b = torch.zeros(1, requires_grad=True)
# optimizer 설정
optimizer = optim.SGD([W, b], lr=1e-5)

nb_epochs = 20
for epoch in range(nb_epochs + 1):
```

for문 내부

```
# H(x) 계산
# 편향 b는 브로드 캐스팅되어 각 샘플에 더해짐.
hypothesis = x_train.matmul(W) + b

# cost 계산
cost = torch.mean((hypothesis - y_train) ** 2)

# cost로 H(x) 개선
optimizer.zero_grad()
cost.backward()
optimizer.step()

print('Epoch {:4d}/{} hypothesis: {} Cost: {:.6f}'.format(
    epoch, nb_epochs, hypothesis.squeeze().detach(), cost.item()
))
```

5. nn.Module로 구현하는 선형 회귀

❖ nn.Module

- 파이토치에서 이미 구현되어 제공되고 있는 함수들을 불러올 수 있음
- nn.Linear() : 선형 회귀 모델을 구현함수
- nn.functional.mse_loss() : 평균 제곱오차 구현 함수
- 실습 : 단순선형회귀 분석, 다중 선형회귀 분석

6. 클래스로 파이토치 모델 구현하기

❖ 단순선형회귀 구현

```
class LinearRegressionModel(nn.Module):
    def __init__(self):
        super().__init__()
        self.linear = nn.Linear(1, 1) # 단순 선형 회귀 input_dim=1, output_dim=1

    def forward(self, x):
        return self.linear(x)
```

❖ 다중선형회귀 구현

```
class MultivariateLinearRegressionModel(nn.Module):
    def __init__(self):
        super().__init__()
        self.linear = nn.Linear(3, 1) # 다중 선형 회귀 input_dim=3, output_dim=1

    def forward(self, x):
        return self.linear(x)
```