2장. 일차원에서의 운동

(Motion in One Dimension)

- 2.1 위치, 속도 그리고 속력
- 2.2 순간 속도와 속력
- 2.3 분석 모형: 등속 운동하는 입자
- 2.4 가속도
- 2.5 분석모형: 등가속도 운동하는 입자
- 2.6 자유 낙하 물체

·고전역학을 공부하는 첫 번째 단계

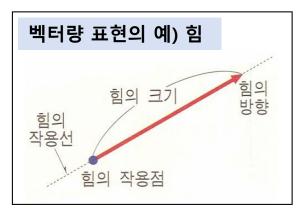
- 운동을 일으키는 원인(힘)을 고려하지 않고 공간과 시간으로 운동을 기술: 운동학(Kinematics)
- 운동하는 물체의 위치는 연속적으로 변화: 병진, 회전, 진동
- 우선, 병진 운동만 다룸
- 2 장에서는 1차원 운동, 즉 직선 운동만 고려
- 운동하는 물체를 입자(particle)로 가정: 질량만 있고 크기는 무시

☞ 스칼라와 벡터(scalar and vector)

벡터량(vector quantity)

- 크기와 방향을 함께 나타내는 물리량
- 예: 변위, 속도, 가속도, 힘, 운동량, 충격량...
- 표현방법: 화살표로 나타낸다.
 - · 화살표의 방향 : 물리량의 방향
 - · 화살표의 크기 : 물리량의 크기





스칼라량(scalar quantity)

- 크기만으로 나타내는 물리량
- 예: 이동 거리, 속력, 시간, 질량, 일, 에너지...
- 표현방법: 크기와 물리량에 맞는 단위로 나타낸다.
- ☞ 크기, 부호, 단위는 가질 수 있으나, 공간에서의 방향은 갖지 않는다.

2.1 위치, 속도 및 속력

(Position, Velocity and Speed)

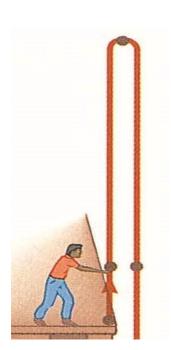
☞ 위치:좌표계의 원점으로부터의 거리

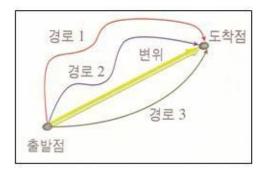
☞ 변위: 위치의 변화량

☞ 이동거리: 물체가 실제로 움직인 총 거리



변위는 벡터량이고, 이동 거리는 스칼라량이다.





이동	거리		

경로 1>경로 2>경로 3

로에 따라 이동 거리가 다르다.

경로 1=경로 2=경로 3

→ 출발점과 도착점이 같더라도 경 → 출발점과 도착점이 같으면 변위 는 모두 같다.

- 경로가 달라도 출발점과 도착점이 같으면 변위는 같다.
- •물체가 출발했다가 제자리로 돌아온 경우 변위는 0이다.
- 직선 운동이 아닌 경우 변위의 크기는 항상 이동 거리보다 작다.

예) 테니스 공을 20m 위로 던져 올렸다가 받은 경우를 생각해보자.

풀이 공의 이동거리는 최고 높이의 2배 만큼 움직였으므로 40m이다. 공의 처음 위치와 나중 위치가 같으므로 공의 변위는 0이다.

$$x_i = x_f \rightarrow \Delta x = x_f - x_i = 0$$

* 변위(displacement)

- 위치의 변화를 나타내며 벡터량이다.

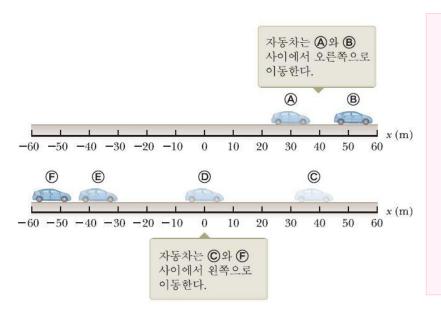
$$\Delta x \equiv x_f - x_i$$
 [m] x_i : 처음 위치 x_f : 나중(최종) 위치

 Δx

$$x = x_i$$
 at $t = t_i \rightarrow x = x_f$ at $t = t_f$

$$\Delta x \equiv x_f - x_i$$

☞ 변위는 벡터량으로 방향과 크기를 가지고 있다.



- 자동차가 A지점에서 B지점으로 움직이는 경우,

$$x_i = 30 \text{m}, x_f = 52 \text{m} \rightarrow \Delta x = x_f - x_i$$

= 52m - 30m = +22m

- 자동차가 C지점에서 F지점으로 움직이는 경우,

$$x_i = 38\text{m}$$
, $x_f = -53\text{m}$ $\rightarrow \Delta x = x_f - x_i$
= $-53\text{m} - 38\text{m} = -91 \text{ m}$

☞ (-)의 값은 변위의 방향이 음의 x 축 방향임을 의미한다.

* 평균 속력(average speed)

- 물체의 이동거리와 총 움직인 시간의 비
- 스칼라량

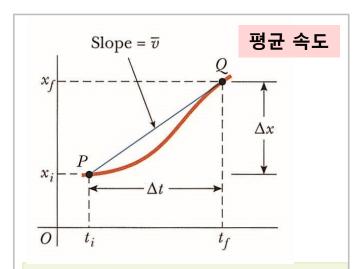
☞ 이동거리, 시간은 양의 값이므로 평균 속력은 항상 (+)의 값을 갖는다.

* 평균 속도(average velocity)

- 변위물체의 이동거리와 총 움직인 시간의 비
- 벡터량

$$\overline{v} \equiv \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i} \left[\text{m/s} \right]$$
 $\begin{array}{c} x_i : \text{처음 위치} & t_i : \text{처음 시간} \\ x_f : \text{나중(최종) 위치} & t_f : \text{나중(최종) 시간} \end{array}$

☞ 시간은 항상 양의 값이므로 평균 속도는 변위의 부호를 따른다.



시간 간격 Δt 동안 평균 속도 $\overline{\nu}$ 는 위치-시간 그래프에서 점 P와 점 Q를 잇는 직선의 기울기와 같다.

평균 속도는 벡터량이고, 평균 속력은 스칼라량이다.

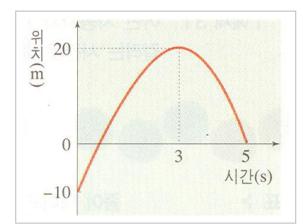
예) 직선 위에서 운동하는 물체의 위치가 오른쪽 그림과 같이 변하였다. 0~5초 동안의 평균 속력과 평균 속도의 크기는 각각 몇 m/s인가?

풀이

시간(s)	이동 거리(m)	변위(m)
0~3	30m	30m
0~5	50m	10m

평균 속도
$$\equiv \frac{\text{변위}}{\text{총 시간}} = \frac{10\text{m}}{5\text{s}} = \frac{2\text{m/s}}$$

평균 속력 ≡ 이동 거리 =
$$\frac{50\text{m}}{5\text{s}}$$
 = $\frac{10\text{m/s}}{5}$



토끼와 거북이는 4.00 km 거리를 시합하기로 했다.

토끼는 경기 중에 0.500 km 를 달리다가 90.0분 동안 잠을 잔다.

잠을 깬 토끼는 경기 중임을 깨닫고 이전보다 두 배의 속력으로 달린다.

경주는 1.75 h 만에 끝나고 토끼가 이긴다.

(a) 토끼의 평균 속력을 계산하라. (b) 그가 잠을 자기 전의 평균 속력은 얼마인가?

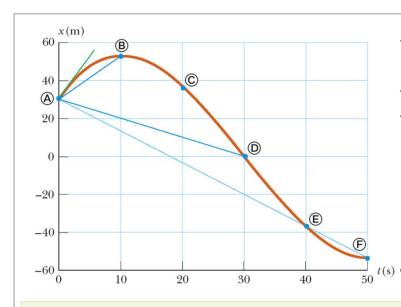
풀이

(a) 평균 속력
$$=$$
 $\frac{\text{전체 움직인 거리}}{\text{전체 걸린 시간}} = \frac{4.00 \text{km}}{1.75 \text{h}} = \frac{2.29 \text{ km/h}}{1.75 \text{h}}$

(b) 총 달린 시간 = 잠자기 전의 달린 시간 (t_1) + 잠잔 후 달린 시간 (t_2) = 0.25h

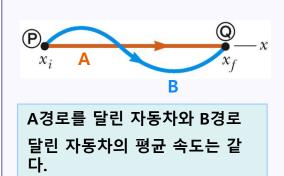
$$ightarrow$$
 $t_1+t_2=0.25 \mathrm{h}$ 잠자기 전의 속력 $\left(v_1\right)$, 잠잔 후의 속력 $\left(v_2=2v_1\right)$ 잠자기 전의 이동거리 $\left(d_1=0.500\mathrm{km}\right)$, 잠잔 후의 이동거리 $\left(d_2=3.50\mathrm{km}\right)$

$$v_1 = 9.00 \text{km/h}$$



자동차의 시간 변화에 따른 위치

Position	$t(\mathbf{s})$	<i>x</i> (m)
A	0	30
B	10	52
©	20	38
(D)	30	0
E	40	-37
F	50	- 53



(두 자동차의 변위가 같으므로) 이동거리는 B경로가 크므로 평균 속력은 큰 값을 갖는다.

ightharpoonup 시간 간격 Δt 동안 평균 속도 \overline{v} 는 시간-위치 그래프에서 시점과 종점을 잇는 직선의 기울기와 같다.

자동차는 B지점으로 이동하는 동안엔 +x 방향으로 움직였고 그 이후에는 반대 방향으로 움직였다.

A지점과 B지점 사이의 평균 속도
$$\Rightarrow \bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{52\text{m} - 30\text{m}}{10\text{s} - 0\text{s}} = 2.2\text{ m/s}$$

A지점과 E지점 사이의 평균 속도
$$\Rightarrow \bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-37 \, \text{m} - 30 \, \text{m}}{40 \, \text{s} - 0 \, \text{s}} = -1.7 \, \text{m/s}$$

예제 2.1 평균속도와 평균 속력 구하기

그림 2.1a 에서 위치 @에서 ① 사이를 움직인 자동차의 변위, 평균 속도, 평균 속력을 구하라

변위

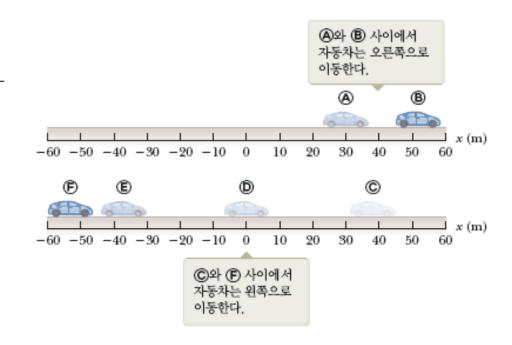
$$\Delta x = x_{\odot} - x_{\odot} = -53 \text{ m} - 30 \text{ m} = -83 \text{ m}$$

평균 속도

$$v_{x, \text{ avg}} = \frac{x_{\text{\textcircled{E}}} - x_{\text{\textcircled{A}}}}{t_{\text{\textcircled{E}}} - t_{\text{\textcircled{A}}}} = \frac{-53 \,\text{m} - 30 \,\text{m}}{50 \,\text{s} - 0 \,\text{s}}$$
$$= \frac{-83 \,\text{m}}{50 \,\text{s}} = \boxed{-1.7 \,\text{m/s}}$$

평균 속력

$$v_{\text{avg}} = \frac{127 \text{ m}}{50 \text{ s}} = 2.5 \text{ m/s}$$



2.2 순간 속도와 속력

(Instantaneous Velocity and Speed)

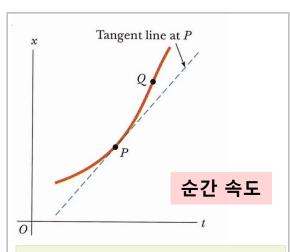
- * 순간 속도(instantaneous velocity)
- 시간 간격 Δt 가 무한히 짧아짐에 따라 평균 속도가 접근하는 극한값
- 벡터량

$$v \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} \left[\text{m/s} \right]$$

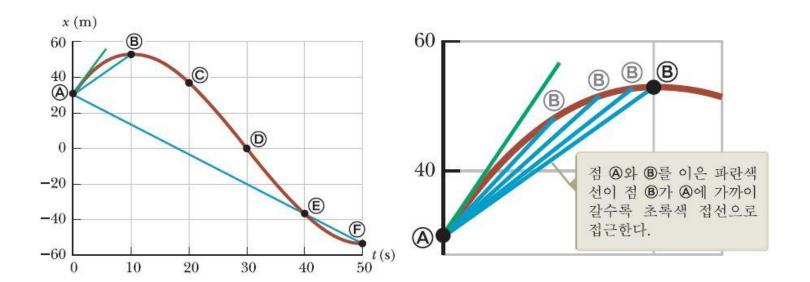


스칼라량인 순간 속력은 순간 속도의 크기로 정의되며, 항상 양의 값을 가진다.

☞ 위치-시간 그래프에서 순간 속도는 어떤 순간에 곡선의 접선의 기울기와 같다.



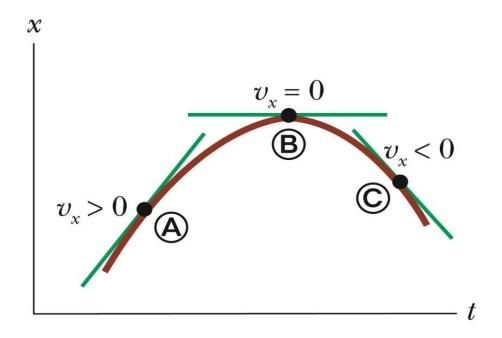
시간 간격 Δt 동안 순간 속도 ν 는 위치-시간 그래프에서 그 점에서의 접선의 기울기와 같다.



(순간)속도:
$$v_x = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$
 미분(접선의 기울기)

순간속력: 순간속도의 크기

순간속력= 순간속되 평균 속력≠ 평균속되



위치-시간 (x-t) 그래프의 기울기:

 $\mathscr{G}(+)$: V_x 는 $\mathscr{G}(+)$ 이고 자동차는 x 가 증가하는 방향으로 움직임

음(-): v_x 는 음(-)이고 자동차는 x 가 작아지는 방향으로 움직임

0: 순간 속도는 영이고 자동차는 순간적으로 정지

일 차원 운동에서 운동의 방향이 바뀔 때 속도는 0이다.

예) 직선 상에서 입자의 위치가 다음과 같이 표현된다고 하자.

$$x = 5[m] + 2[m/s] \times t - 3[m/s^{2}] \times t^{2}$$

(a) 시간 $t_1 = 2s$ 와 $t_2 = 4s$ 사이에서의 평균 속도를 구하여라.

풀이
$$t_1 = 2s$$

$$t_1 = 2s \rightarrow x_1 = 5 + 2 \times 2 - 3 \times 2^2 = -3m$$

$$t_2 = 4s \rightarrow x_1 = 5 + 2 \times 4 - 3 \times 4^2 = -35m$$

$$\vec{x} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{-16 \text{m/s}}{1}$$

(b) $t_1 = 2s$ 에서의 순간 속도를 구하라.

풀이

$$v = \frac{dx}{dt} = 2 - 6 \times t$$

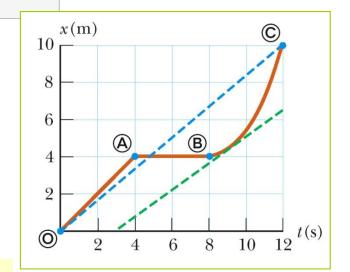
$$\left| \frac{dx}{dt} \right|_{t=t} = 2 - 6 \times 2 = \frac{-10 \text{m/s}}{2}$$

기차가 위치-시간 그래프에서 트랙의 직선 부분을 따라 천천히 움직인다.

- (a) 전체 여정에 대한 평균속도를 구하시오.
- 풀이 그래프에서 C(끝점)와 O(출발점)를 잇는 점선(파란)의 기울기는 평균 속도가 된다.

$$\overline{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{10.0 \text{ m}}{12.0 \text{ s}} = +0.833 \text{m/s}$$

- (b) 운동의 처음 4.00s 동안의 평균 속도를 구하여라.
- 풀이 출발점과 t = 4.00s 일 때의 점을 잇는 직선의 기울기가 평균 속도가 된다. $\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{4.00 \text{m}}{4.00 \text{s}} = +1.00 \text{m/s}$



- (c) 다음 4.00s 동안의 평균 속도를 구하여라.
- 풀이 점 A와 점 B사이의 기울기가 0이므로 <mark>평균 속도는 0이다</mark>. 기차는 출발점으로부터 4m 떨어진 곳에 정지해 있다.

(d) t = 2.00s 에서의 순간 속도를 구하여라.

풀이 t = 2.00s일 때의 접선의 기울기는 (b)에서의 직선의 기울기와 같다.

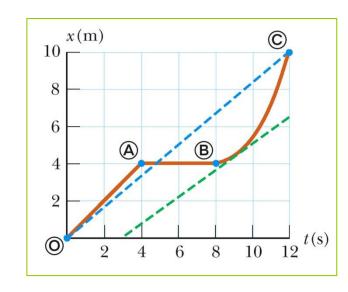
따라서 순간 속도는 1.00 m/s 이다.

$$\overline{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{4.00 \text{m}}{4.00 \text{s}} = 1.00 \text{ m/s}$$

(e) t = 9.00s 에서의 순간 속도를 구하여라.

풀이 t = 9.00s 에서의 순간 속도는 점선(초록)의 기울기와 같다.

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{4.5 \text{m} - 0 \text{m}}{9.0 \text{s} - 3.0 \text{s}} = \frac{0.75 \text{m/s}}{0.00 \text{m/s}}$$



예제 2.2 평균 속도와 순간 속도

한 입자가 x축을 따라 움직인다. 입자의 위치는 시간에 따라 $x = -4t + 2t^2$ 의 식과 같이 변한다. 여기서 x의 단위는 m, t의 단위는 s이다. 3 이 운동에 대한 위치-시간 그래 프는 그림 2 2.4a로 주어진다. 입자의 위치가 수학적인 함수로 주어졌으므로, 그림 2 2.1에 서의 자동차 운동과는 달리, 이 입자의 운동은 어떤 순간이라도 완전히 알고 있다. 이 입자는 운동의 처음 2 1s 2 8 동안 2 8 방향으로 움직이고, 2 1s 2 8 에서 2 8 장이서 2 8 장이어 2 8 장이어

(A) t = 0에서 t = 1 s까지의 시간 간격과 t = 1 s에서 t = 3 s까지의 시간 간격에서 입자의 변위를 구하라.

(B) 두 시간 간격 동안의 평균 속도를 구하라.

(C) t = 2.5 s에서 입자의 순간 속도를 구하라.

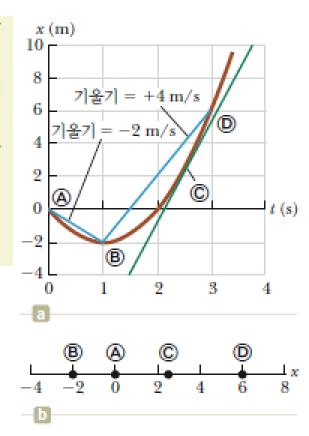


그림 2.4 (예제 2.2) (a) $x = -4t + 2t^2$ 과 같이 시간에 따라서 변하는 x 좌표를 갖는 입자에 대한 위치-시간 그래프 (b) 입자는 x축을 따라서 일차원 운동을 한다.

2.3 분석 모형: 등속 운동하는 입자

(Analysis Models: Particle Under Constant Velocity)

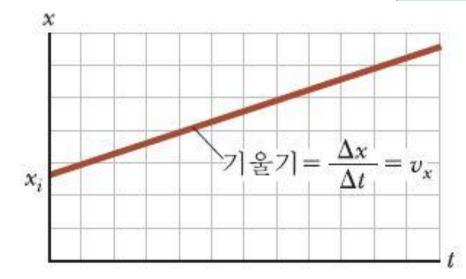
$$v_{x,avg} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{\Delta t}$$

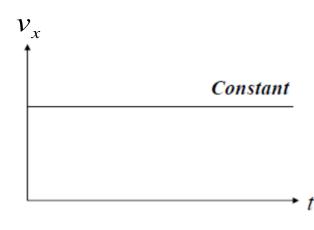
등속도 운동: 순간속도=일 정

입자의 속도가 일정(등속)하다면 시간 간격 내 어떤 순간에 서의 순간속도는 이 구간에서의 평균속도와 같다. 즉, 순간속도 = 평균속도

$$\Delta t = t, \ v_{x,avg} = v_x \implies x_f = x_i + v_x t$$

$$x_f = x_i + v_x t$$





예제 2.3 달리는 사람을 입자로 모형화

과학자가 인간의 생체 역학을 연구하기 위해 어떤 남자가 일정한 비율로 직선을 따라서 달리는 동안 실험 대상의 속도를 측정한다. 신체 운동학자는 달리는 사람이 어떤 주어진 지점을 통과할 때 초시계를 작동하고 20 m를 달린 시점에 초시계를 멈춘다. 초시계에 기록된 시간 간격은 4.0 s이다.

(A) 달리는 사람의 속도를 구하라.

$$v_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{\Delta t} = \frac{20 \text{ m} - 0 \text{ m}}{4.0 \text{ s}} = 5.0 \text{ m/s}$$

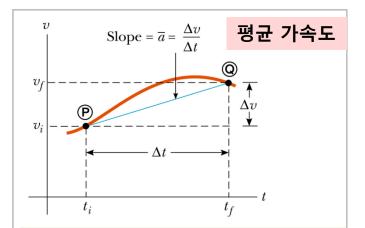
(B)초시계가 멈춘 후에도 사람이 계속 달린다면, 처음부터 10 s 후의 위치는 어디인가? $x_f = x_i + v_x t = 0 + (5.0 \text{ m/s})(10 \text{ s}) = 50 \text{ m}$

2.4 가속도

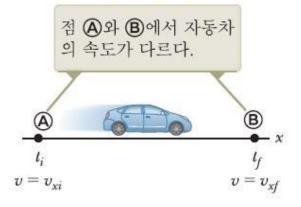
(Acceleration)

- 가속운동 : 속도가 시간에 따라 변할 때 물체의 운동
- * 평균 가속도(average acceleration)
- 속도의 변화량 (Δv) 과 시간 간격 $\left(\Delta t = t_f t_i\right)$ 의 비
- 벡터량

$$\overline{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i} \left[\text{m/s}^2 \right] \quad \begin{array}{ll} v_i : \text{처음 속도} & t_i : \text{처음 시간} \\ v_f : \text{나중(최종) 속도} & t_f : \text{나중(최종) 시간} \end{array}$$



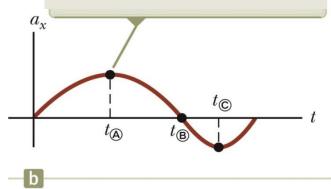
시간 간격 Δt 동안 평균 가속도 \bar{a} 는 위치-시간 그래프에서 점 P와 점 Q를 잇는 직선의 기울기와 같다.



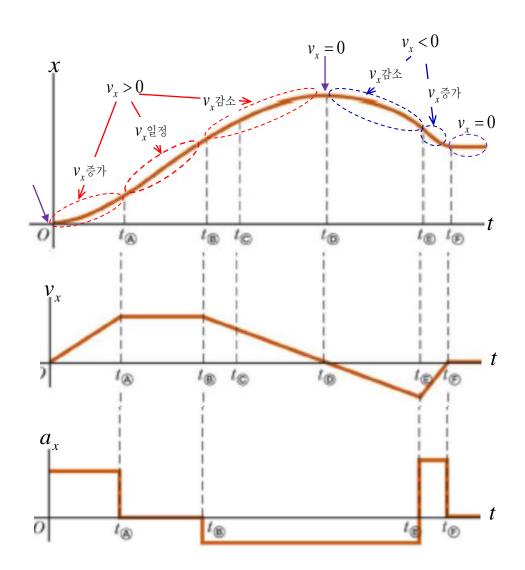
물체의 속도와 가속도의 방향이 같으면, 물체의 속도는 시간에 따라 증가한다. 물체의 속도와 가속도의 방향이 반대이면, 물체의 속도는 시간에 따라 감소한다.

$t_{\mathbb{A}}$ $t_{\mathbb{B}}$ $t_{\mathbb{C}}$

임의의 시간에서 가속도는 그 시간에 v_x -t의 곡선에서 접선 의 기울기와 같다.



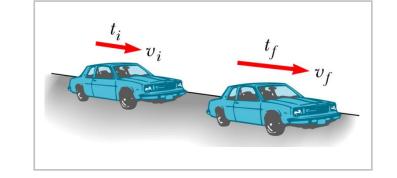
x, v_x 및 a_x 사이의 그래프관계



- 자동차가 시간 간격 2s 동안에 처음 속도 +10 m/s 에서 +20 m/s 로 가속된다.

평균 가속도는 얼마인가?

$$\overline{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{+20 \,\text{m/s} - 10 \,\text{m/s}}{2 \text{s}} = +5 [\text{m/s}^2]$$



- 자동차가 시간 간격 2 s 동안에 처음 속도 -10 m/s 에서 -20 m/s 로 가속된다. 평균 가속도는 얼마인가?

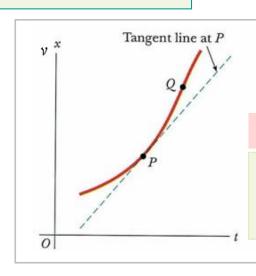
$$\overline{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-20 \text{ m/s} + 10 \text{ m/s}}{2\text{s}} = -5 \text{ [m/s}^2\text{]}$$

☞ 가속도의 (-)의 값은 가속되는 방향을 결정하며 감속을 의미하지 않는다.

- * 순간 가속도(instantaneous acceleration)
 - 평균 가속도의 극한 값 $(\Delta t \rightarrow 0)$

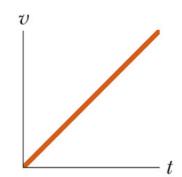
$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} \left[\text{m/s}^2 \right]$$

☞ 가속도는 '순간 가속도'를 의미한다.



순간 가속도

시간 간격 △t 동안 순간 가속도 a는 속도-시간 그래프에서 그 시각에서의 접선의 기울기와 같다.



속도-시간 일정한 기울기를 가진 그래프인 경우,

- ☞ 어떤 점에서 물체의 순간 가속도와 평균 가속도가 같다.
- ☞ 물체의 가속도가 일정하다(등가속도 운동).

야구 선수가 외야로 날아오는 뜬 공을 잡기 위해 직선 경로로 움직이고 있다.

시간에 대한 그의 속도는 그림과 같다. 점 A, B, C 에서의 순간 가속도를 구하라.

풀이 점 A에서의 순간 가속도는 점 A에서의 접선을 기울기와 같다.

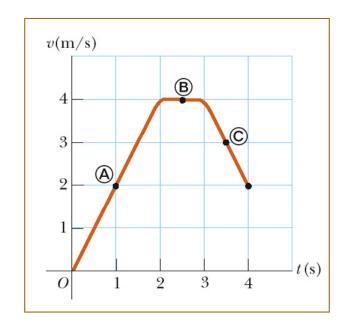
$$a_A = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{4.0 \text{ m/s} - 0 \text{ m/s}}{2.0 \text{ s} - 0 \text{ s}} = +2.0 \text{ m/s}^2$$

점 B에서의 순간 가속도

 $\Delta v = 0$ 이므로 <mark>순간 가속도는 0이다</mark>.

점 C에서의 순간 가속도는 점 C에서의 접선의 기울기와 같다.

$$a_C = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{2.0 \,\text{m/s} - 4.0 \,\text{m/s}}{4.0 \,\text{s} - 3.0 \,\text{s}} = \frac{-2.0 \,\text{m/s}^2}{2.0 \,\text{m/s}}$$



예제 2.4 x, v_x, a_x의 관계를 나타내는 그래프

x축을 따라서 움직이는 물체의 위치는 시간에 다라서 그림2.8a에서와 같이 변한다. 물체의 속도-시간 그래프와 가속도-시간 그래프를 그려라

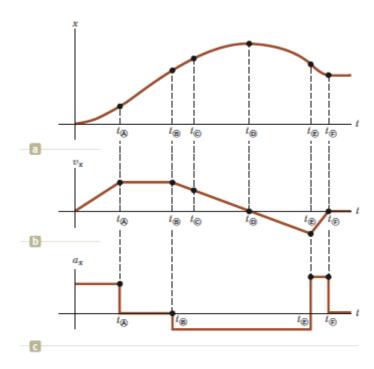


그림 2.8 (예제 2.4) (a) x축을 따라서 움직이는 물체의 위치-시간 그래프 (b) 물체의 속도-시간 그래프는 위치-시간 그래프의 기울기를 측정하여 얻는다. (c) 물체의 가속도-시간 그래프는 각각의 순간에 속도-시간 그래프의 기울기를 측정하여 얻는다.

예제 2.5 평균가속도와 순간가속도

X축을 따라서 운동하는 입자의 속도가 $\mathbf{v}_{\mathbf{x}}$ $-(\mathbf{40}-\mathbf{5t}^2)$ m/s 로 시간에 따라 변한다. 여기서 t의 단위는 s 이다.

(A) t=0 s에서 t=2.0 s 까지의 시간 간격 동안 평균 가속도를 구하라

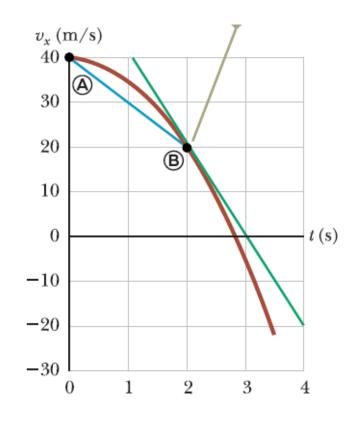
$$a_{\mathrm{x,avg}} = \frac{v_{\mathrm{x}f} - v_{\mathrm{x}i}}{t_f - t_i} = \frac{v_{\mathrm{x}\, \circledR} - v_{\mathrm{x}\, \circledR}}{t_{\circledR} - t_{\circledR}} = \frac{20\ \mathrm{m/s} - 40\ \mathrm{m/s}}{2.0\ \mathrm{s} - 0\ \mathrm{s}}$$

(B)t=2.0 s 에서의 가속도를 구하라

$$a_x = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \left(-10t - 5\Delta t \right) = -10t$$

 $t = 2.0 \, \text{s}$ 를 대입한다.

$$a_x = (-10) (2.0) \text{ m/s}^2 = -20 \text{ m/s}^2$$



2.5 분석모형: 등가속도 운동하는 입자

(Analysis Model: Particle Under Constant Acceleration)

- * 등가속도 1차원 운동
- ☞ 물체가 등가속도 운동을 하면 평균 가속도와 순간 가속도가 항상 같다 $(\overline{a} = a)$
- ☞ 물체의 속도가 일정한 비율로 증가하거나 감소한다.
- ☞ 자유낙하 운동, 연직 위로 던져 올린 공의 운동 ...

등가속도 1차원 운동에서 위치와 속도, 가속도의 관계(I)

$$\overline{a} = a = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i}$$

 $t_i = 0, t_f = t, v_i = v_0, v_f = v$ 라고 하면,

$$\overline{a} = a = \frac{v - v_0}{t}$$
 혹은 $v = v_0 + at$ - (1)

속도는 일정한 비율로 증가하거나 감소하므로 평균 속도는 다음과 같이 주어진다.

$$\overline{v} = \frac{v_0 + v}{2} \qquad - \textbf{(2)}$$

$$t_i = 0, t_f = t, \Delta x = x_f - x_i = x - x_0$$
 라고 하면,

$$\overline{v} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta x}{t}$$

식 (2)에 의해서 식 (1)에 의해서

등가속도 1차원 운동에서 위치와 속도, 가속도의 관계(II)

식 (1)에 의하여

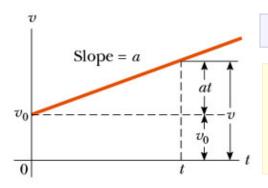
$$v = v_0 + at \rightarrow t = \frac{v - v_0}{a}$$

식 (3)에 t를 대입하면,

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

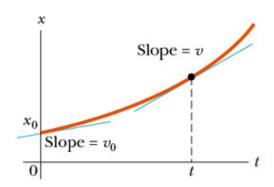
$$= \left(\frac{v - v_0}{a}\right) \left(\frac{v + v_0}{2}\right) = \frac{v^2 - {v_0}^2}{2a}$$

$$\therefore v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x - (4)$$



$$v = v_0 + at$$

등가속도로 1차원 운동하는 입자의 경우, 시간-속도 그래프에서 그래프 아래 면적은 물체의 변위 Δx 와 같다.



$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

등가속도로 1차원 운동하는 입자의 경우, 시간에 따른 변위 그래프

* 등가속도 직선 운동의 운동 방정식

$$v = v_0 + at$$

 $x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$
 $v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$ $(\Delta x = x - x_0)$

 $x_0: t=0$ 일 때의 위치

 v_0 : t=0일 때의 위치

a : 가속도



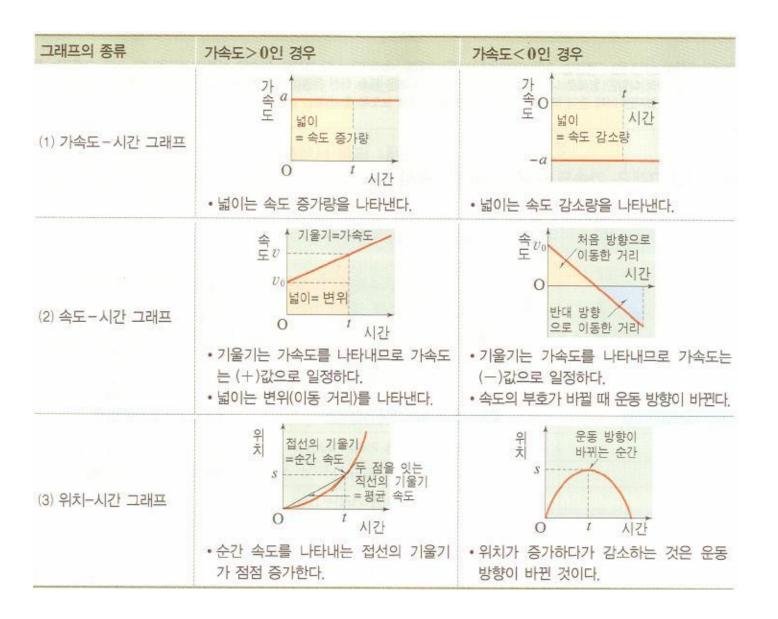
예) 자유낙하의 경우 $(g = 9.80 \text{m/s}^2)$

$$a = -g \rightarrow v = v_0 - gt$$

 $y = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$
 $v^2 = v_0^2 - 2gh \qquad (h = y - y_0)$

등가속도 운동 문제풀이 전략

- 1. 문제를 읽고 알맞은 좌표를 선택하고 도표를 그린다.
- 2. 주어진 물리량의 단위를 일관성이 있도록 MKS 단위계 혹은 cgs 단위계로 고친다.
- 3. 좌표계를 설정한다.
- 4. 주어진 물리량과 미지의 물리량을 구별하여 정리, 나 열한다.
- 5. 운동 방정식들 중에서 미지의 물리량을 계산할 수 있는 방정식을 결정한다.
- 6. 방정식으로부터 미지의 물리량을 계산하여 구한다. 결과값과 단위가 정확한지 확인하다.



예제 2.6 제한 속도 엄수

45.0 m/s 의 일정한 속력으로 달리는 자동차가 광고 게시판 뒤에 숨어 있던 교통 경찰을 지나쳤다. 자동차가 광고 게시판을 지나친 지 1 s 후 교통 경찰은 가속도 $3.00 \, \text{m/s}^2$ 로 추격을 시작하였다. 경찰이 과속 차량을 따라잡을 때까지 걸린 시간은 얼마인가?

풀이 추격을 시작한 시간을 t=0 이라 놓자.

t=0 일 때 자동차의 경우,

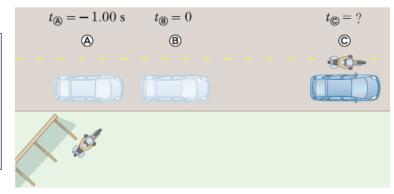
 $x_{_{_{> 10}}} = 45.0 \text{m}, v_{_{> 10}} = 45.0 \text{m/s}, 등속 운동하므로 가속도가<math>a_{_{> 10}} = 0$ 이다.

t=0일 때 원점에서 출발한 경찰차의 경우,

 $x_{\ensuremath{\beta}\ensuremath{\delta}\ensuremath{\delta}} = 0, \ v_{\ensuremath{\beta}\ensuremath{\delta}\ensuremath{\delta}} = 0, \ a_{\ensuremath{\beta}\ensuremath{\delta}} = 3.00 \,\mathrm{m/s^2}$ 이다.

$$x_{3} = x_{30} + v_{30}t + \frac{1}{2}a_{3}t^{2} = 45.0\text{m} + (45.0\text{m/s})t$$

$$x_{3} = x_{320} + v_{320}t + \frac{1}{2}a_{32}t^{2} = \frac{1}{2} \times (3.00\text{m/s}^{2})t^{2}$$



☞예제 활주로 길이

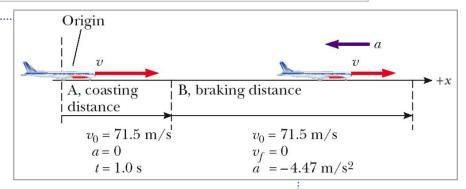
보통 제트 비행기는 1.6×10² mi/h의 속도로 착륙하여 (10mi/h)/s 비율로 감속한다. 만약 착륙 후 브레이크를 밟기 전에 1.00 s 동안 1.6×10² mi/h의 등속도로 움직였다면 활주로에 착륙하여 정지할 때까지 움직인 변위는 얼마인가?

풀이

$$1mi = 1609m$$
, $1h = 3600s$

$$\rightarrow v_0 = 160 \text{ mi/h} = \frac{160 \times 1609 \text{m}}{3600 \text{s}} = 71.5 \text{ m/s}$$

$$a = (-10 \text{ mi/h})/\text{s} = \frac{10 \times 1609 \text{m}}{3600 \text{s}^2} = -4.47 \text{ m/s}$$



감속 전
$$(a=0)$$
 $\Delta x_1 = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 = (71.5 \text{ m/s}) \times 1.00 \text{s} = 71.5 \text{ m}$

감속 후
$$(v=0)$$
 $v_0^2 = v_0^2 + 2a\Delta x_2 \rightarrow \Delta x_2 = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{0 - (71.5 \,\mathrm{m/s})^2}{2 \times (-4.47 \,\mathrm{m/s})} = 572 \,\mathrm{m}$

$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 = 71.5 \text{m} + 572 \text{m} = \frac{644 \text{m}}{3}$$

예제 미국의 초고속 열차 아셀라(Acela) (1)

아셀라라고 하는 초고속 전기 열차가 현재 워싱턴, 뉴욕, 보스턴을 오가며 운행되고 있다. 이 열차는 2량의 동력 기관차와 6량의 여객 수송 칸으로, 304명의 승객을 태울 수 있으며, 최대 170 mi/h로 달린다. 고속에서 커브를 편안하게 돌기 위하여 열차는 6° 의 각을 기울여 승객들이 한쪽으로 쏠리는 것을 방지한다. 이 열차의 속도-시간 그래프를 그림에 나타내었다.

(a) 각 구간에서 열차의 운동을 설명하라.

풀이 속도-시간 그래프에서 접선의 기울기는 가속도이다.

 $-50 \sim 50 s$: x 축 양의 방향으로 등속도로 운행

 $50 \sim 200 s$: x 축 양의 방향으로 가속되어

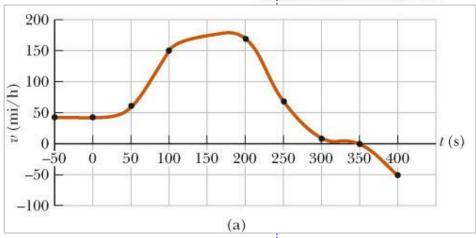
약170 mi/h 의 속력이 된다.

 $200_{\,S}$: 약 200s 에서 브레이크로 감속

350 s : 350 s 에서 정지한다.

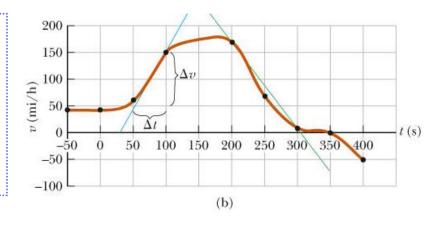
350 s ~: 350 s 후에 운동방향이 바뀌어

x 축 음의 방향으로 계속 가속된다.



풀이 그래프에서 기울기가 최대인 점을 찾는다.

$$a = 7 \left| \frac{\Delta v}{\Delta t} \right| = \frac{\left(1.5 \times 10^2 - 5.0 \times 10^1\right) mi/h}{\left(1.0 \times 10^2 - 5.0 \times 10^1\right) s}$$
$$= \frac{2.0 \left(mi/h\right)/s}{s}$$

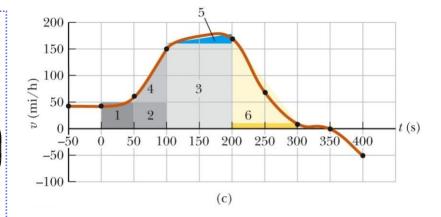


풀이 주어진 시간 동안 이동 거리를 구하려면 곡선 아래 넓이 (어림 계산)를 구한다.

$$\Delta x_{0\to 200s} = Area_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5$$

$$\approx 2.4 \times 10^4 (mi/h)/s = 2.4 \times 10^4 \left(\frac{mi \cdot s}{h}\right) \left(\frac{1h}{3600 \, s}\right)$$

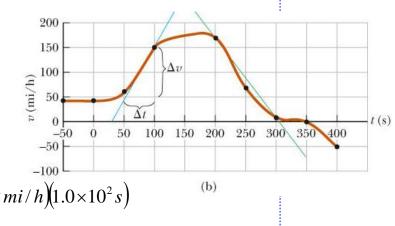
$$= 6.7mi$$



- (d) $200 \sim 300 s$ 동안에 열차의 평균 가속도와 이동 거리를 마일(mile) 단위로 구하라. (열차는 에너지 재활용 브레이크를 사용한다. 즉, 정지할 때 마다 에너지를 전기로 되돌린다.)
- 풀이 그래프에서 기울기를 구한다.

$$\overline{a} = 7 \left| \frac{\Delta v}{\Delta t} \right| = \frac{(1.0 \times 10^{1} - 1.7 \times 10^{2}) mi/h}{(1.0 \times 10^{2}) s}$$
$$= -1.6 \left(\frac{mi/h}{s} \right) / s$$

변위는 $200 \sim 300 s$ 사이의 넓이()이다.



$$\Delta x_{200 \to 300s} = A_6 \approx \frac{1}{2} \left(1.0 \times 10^2 \, s \right) \left(1.7 \times 10^2 - 1.0 \times 10^2 \right) mi / h + \left(1.0 \times 10^1 \, mi / h \right) \left(1.0 \times 10^2 \, s \right)$$
$$= 9.0 \times 10^3 \left(mi / h \right) / s = 2.5 mi$$

- $0 \sim 400$ s 동안 전체 이동 거리를 구하시오
- 풀이 전체 변위는 각각 변위의 합이다.

$$\Delta x_{0 \to 400s} = \Delta x_{0 \to 200s} + \Delta x_{200 \to 300s} + \Delta x_{300 \to 350s} + \Delta x_{350 \to 400s}$$

$$\approx \left(2.4 \times 10^4 \, mi \, / \, h\right) \left(s\right) + \left(9.0 \times 10^3 \, mi \, / \, h\right) \left(s\right) + \frac{1}{2} \left(5.0 \times 10^1 \, s\right) \left(1.0 \times 10^1 \, mi \, / \, h\right) + \frac{1}{2} \left(5.0 \times 10^1 \, s\right) \left(-5.0 \times 10^1 \, mi \, / \, h\right)$$

$$= 8.9 mi$$

2.6 자유 낙하 물체

(Freely Falling Objects)

* 만유인력

- 만유인력의 법칙: 질량이 m_1, m_2 인 두 물체 사이에는 다음의 힘이 존재한다.

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$
 $G = 6.673 \times 10^{-11} \,\mathrm{N \cdot m^2/kg^2}$: 만유인력 상수 r : 두 물체 사이의 거리

* 중력가속도

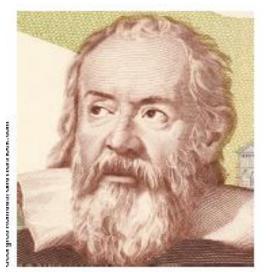
$$g = G \frac{M_{|\gamma| + 2}}{R_{|\gamma| + 2}}$$

$$= \frac{(6.673 \times 10^{-11} \,\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^2/\mathrm{kg}^2) \times (5.98 \times 10^{24} \,\mathrm{kg})}{(6.37 \times 10^6 \,\mathrm{m})^2}$$

- ☞ 중력가속도 g 의 크기는 고도가 증가함에 따라 감소하고, 위도에 따라서도 그 값이 변한다.
- ☞ 지표면에서 근사적으로 $g = 9.80 \text{m/s}^2$ 의 값을 사용하며, 방향은 지구 중심을 향하는 수직 아래 방향이다.

 $= 9.80 \,\mathrm{N/kg} = 9.80 \,\mathrm{m/s}^2$

- ☞ 자유 낙하하는 물체는 물체의 처음 운동 상태와 관계없이 중력의 영향으로만 자유로이 낙하하는 물체를 말한다.
- ☞ 위 또는 아래로 던진 물체, 또는 정지 상태에서 낙하하는 물체는 모두 손을 떠난 순간부터 자유 낙하한다.
- ▼ 자유 낙하하는 모든 물체에는 수직 아래 방향으로의 중력가속도
 가 생긴다.



<mark>갈릴레이</mark> Galileo Galilei, 1564~1642 이탈리아의 물리학자 겸 천문학자

지구상에서 운동하는 모든 물체는 지구의 중력에 의해 힘을 받는다.

지구의 중력에 의해 발생하는 가속도는 물체의 질량과 무관하게 일정하며, 이를 중력가속도(g = 9.80 m/sec²)라고 한다. <= 아리스토텔레스의 직관적 가르침과 다르다. 갈릴레오의 사고실험: 물체를 둘로 나눠보아라!

공기와의 마찰을 무시하면 낙하하는 물체는 중력가속도에 의해서만 움직이며, 이런 경우를 <u>자유낙하</u>라고 한다.

이때 a = -g(연직 상방을 양의 방향으로 정할 때)이므로 앞의 일차원 직선 운동식에 대입하여 사용할 수 있다.

$$v_{xf} = v_{xi} - gt$$

$$x_f = x_i + v_{xi}t - \frac{1}{2}gt^2$$

예제 초보치고는 잘 던졌어!

지상에서 높이 50.0 m의 건물의 옥상에서 돌을 처음 속도 20.0 m/s 로 수직 윗방향으로 던진다. 돌은 그림과 같이 건물 지붕 가장 자리 바로 엮을 지나 아래로 떨어진다.

(a) 돌이 최고점에 도달하는 데 걸린 시간

풀이

$$v_0 = 20.0 \,\mathrm{m/s}$$
, $y_0 = 0$, $g = -9.80 \,\mathrm{m/s^2}$, $v_{top} = 0$

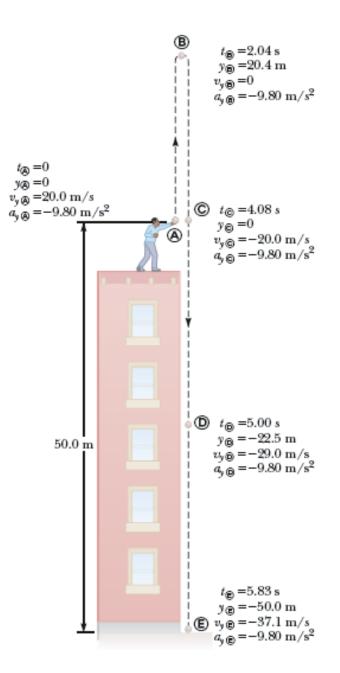
$$v = v_0 + at \rightarrow 20.0 \text{m/s} + (-9.80 \text{m/s}^2)t = 0$$

$$\therefore t = \frac{20.0 \text{m/s}}{9.80 \text{m/s}^2} = \frac{2.04 \text{s}}{10.00 \text{s}}$$

(b) 최고 높이

풀이
$$y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$\rightarrow y_{\text{max}} = (20.0 \text{m/s}) \times (2.04 \text{s}) + \frac{1}{2} \times (-9.80 \text{m/s}^2) \times (2.04 \text{s})^2 = \frac{20.4 \text{m}}{2}$$



(c) 돌을 던진 원래 위치에 다시 돌아오는데 걸리는 시간과 이 순간 돌의 속도

$$∃$$
0| $y_0 = y = 0$ $→ Δy = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 = (20.0 \text{m/s}) t + \frac{1}{2} \times (-9.80 \text{m/s}^2) t^2 = 0$

$$\rightarrow t(20.0 \text{m/s} - 4.90 \text{m/s}^2 \times t) = 0$$
 $\therefore t = 0, t = 4.08 \text{s}$

t=0은 돌을 던질 때의 시간이므로 t=4.08s

$$v = v_0 + at = 20.0 \text{m/s} + (-9.80 \text{m/s}^2) \times (4.08 \text{s}) = \frac{-20.0 \text{m/s}}{2}$$

☞ 돌이 던진 위치로 다시 되돌아 왔을 때,

속도의 크기는 처음 속도와 같고 방향은 반대이다.

(d) 돌이 지상에 도달할 때까지 걸린 시간

置り
$$y_0 = 0$$
, $y = -50.0$ m $\rightarrow \Delta y = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$

$$-50.0$$
m $= (20.0$ m/s $)t + \frac{1}{2} \times (-9.80$ m/s $^2)t^2 = 0$

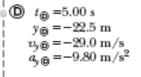
$$\therefore t = 5.83$$
s

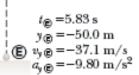
 $t_{\odot} = 2.04 \text{ s}$ $y_{\odot} = 20.4 \text{ m}$ $v_{y\odot} = 0$ $a_{y\odot} = -9.80 \text{ m/s}^2$



 $y_{(2)} = 0$

50.0 m





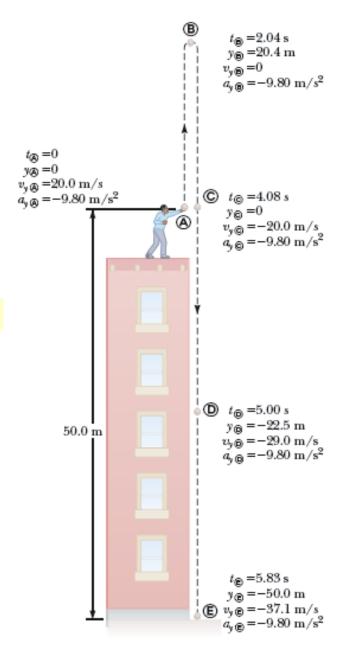
(e) t=5.00 s 에서 돌의 속도와 위치를 구하라.

풀이 $v = v_0 + at$

$$\rightarrow v = 20.0 \text{m/s} + (-9.80 \text{m/s}^2) \times (5.00 \text{s}) = \frac{-29.0 \text{m/s}}{2}$$

$$y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

$$\rightarrow y = (20.0 \text{m/s}) \times (5.00 \text{s}) + \frac{1}{2} \times (-9.80 \text{m/s}^2) \times (5.00 \text{s})^2 = -22.5 \text{m}$$



예제 로켓발사 (1)

정지해 있던 로켓이 $+29.4 \,\mathrm{m/s}^2$ 의 가속도로 $4.00 \,\mathrm{s}$ 동안 수직 윗방향으로 발사되었다. 로켓은 $4.00 \,\mathrm{s}$ 후에 연료가 떨어지지만 계속해서 얼마간 더 상승한 후 최고점에 도달하며 그 후 지표로 자유 낙하한다.

(a) 4.00 s 에 로켓의 위치와 속도를 구하시오.

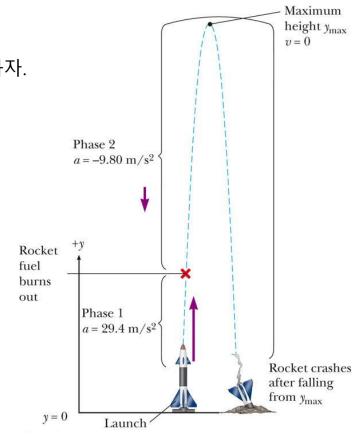
풀이 단계 1.(phase 1) 초기 조건을 살펴본다.

4s 후 연료가 소진된 시점의 로켓의 속도와 위치를 $v_b,\ y_b$ 라 하자.

$$v_0 = 0 \text{ m/s}, \ y_0 = 0, \ a = 29.4 \text{ m/s}^2$$

$$v_b = (29.4 \text{ m/s}^2) \ t = (29.4 \text{ m/s}^2)(4.00 \text{ s}) = \frac{118 \text{ m/s}}{3}$$

$$y_b = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} (29.4 m/s^2) (4.00 s)^2$$
$$= 235 m$$



예제 로켓발사 (2)

정지해 있던 로켓이 $+29.4 \,\mathrm{m/s}^2$ 의 가속도로 $4.00 \,\mathrm{s}$ 동안 수직 윗방향으로 발사되었다. 로켓은 $4.00 \,\mathrm{s}$ 후에 연료가 떨어지지만 계속해서 얼마간 더 상승한 후 최고점에 도달하며 그 후 지표로 자유 낙하한다.

(b) 최고점의 높이를 구하시오.

풀이 단계 2.(phase 2)

초기 조건을 다시 살펴본다.

$$v_0 = v_b \text{ m/s}, y_0 = y_b, a = -9.80 \text{m/s}^2$$

$$v = v_0 + at = 118m/s + (-9.80m/s^2)t$$

$$y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 = 235m + (118m/s)t + \frac{1}{2} (-9.80m/s^2)(t)^2$$

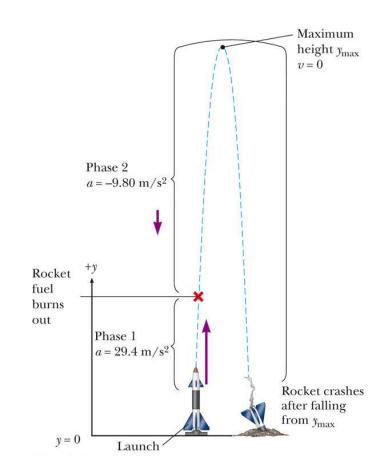
최고점에서 속도 v=0

$$v = v_0 + at = 118m/s + (-9.80m/s^2)t = 0$$

$$\therefore t = 12.0s$$

$$y = 235m + (118m/s)(12.0s) + \frac{1}{2}(-9.80m/s^2)(12.0s)^2$$

= 945m



예제 로켓발사 (3)

정지해 있던 로켓이 $+29.4 \, \text{m/s}^2$ 의 가속도로 $4.00 \, \text{s}$ 동안 수직 윗방향으로 발사되었다. 로켓은 $4.00 \, \text{s}$ 후에 연료가 떨어지지만 계속해서 얼마간 더 상승한 후 최고점에 도달하며 그 후 지표로 자유 낙하한다.

(c) 로켓이 떨어져서 땅에 부딪히기 직전의 속도를 구하시오.

풀이 단계 2.(phase 2)

초기 조건을 다시 살펴본다.

$$v_0 = v_b \text{ m/s}, \ y_0 = y_b, \ a = -9.80 \text{m/s}^2$$

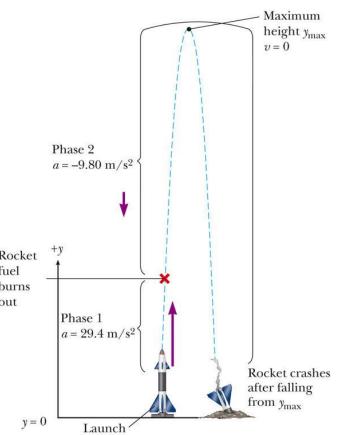
$$v = v_0 + at = 118 m/s + \left(-9.80 m/s^2\right) t$$

$$y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 = 235 m + \left(118 m/s\right) t + \frac{1}{2} \left(-9.80 m/s^2\right) (t)^2$$
지면의 높이는 $y = 0$

$$y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 = 235 m + \left(118 m/s\right) t + \frac{1}{2} \left(-9.80 m/s^2\right) (t)^2 = 0$$

$$t = 25.9 s$$

$$v = v_0 + at = 118 m/s + \left(-9.80 m/s^2\right) (25.9 \text{s}) = -136 m/s$$



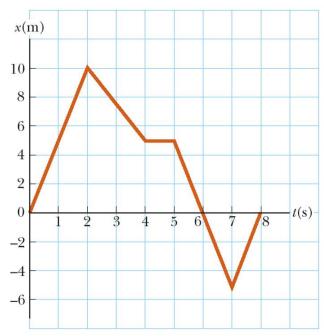
- 1. 수영 선수가 50.0m 되는 수영장을 20.0s만에 수영장 끝에 닿았고 다시출발점에는 22.0s만에 닿았다.
- ①처음 절반동안 수영한 평균 속도를 구하고
- ②그 다음 절반의 평균 속도
- ③왕복 평균 속도를 구하라.

2. 어떤 입자가 x축을 따라 움직이면서 그림과 같은 시간-위치 그래프를 나타낸다고 한다.

다음 시간에서의 순간 속도를 구하라.

① t=1.00 s ② t=3.00 s ③ t=4.50 s ④ t=7.50 s 또한 다음 시간 간격 동안의 평균속도를 구하라

⑤ 0~2s ⑥ 0~4 s ⑦ 2~4s ⑧ 4~7s ⑨ 0~9s (P40.1번)



3. 50.0 g의 공이 25.0 m/s로 움직이다가 벽돌 벽에 부딪혀반대 방향으로 22.0 m/s로 되튀어 나가는 것을 고속 카메라로 촬영한다. 만일 공이 벽과 접촉하는데 걸린 시간이 3.50 ms라면, 이 시간 간격동안 공의 평균 가속도 크기는 얼마인가?(P41.13번)

4. 35.0 mi/h의 속력으로 이동하는 자동차를 멈추게 하는 데 필요한 최소 거리가 40.0 ft이다. 70.0 mi/h로 이동하는 같은 자동차의 최소 제동 거리는 얼마인가? 이때 두 자동차의 가속도는 같다고 가정하자. (P41.20번)

5. 트럭이 부드럽게 속력이 줄면서 8.50 s 동안에 거리 40.0 m를 움직여 나중 속력이 2.80 m/s로 된다. (a) 처음 속력은 얼마인가? (b) 가속도는 얼마인가? (P42.23번)

6. 직선 도로에 있는 트럭이 정지 상태에서 출발해서 20.0 m/s의 속력에 도달하기까지 2.00 m/s²로 가속된다. 그 다음 20.0 s 동안 일정한 속력으로 이동하다가 브레이크를 밟아 추가로 5.00 s 동안 균일하게 속력을 줄여 정지한다. (a) 그 동안 트럭은 얼마의 거리를 이동하는가? (b) 기술한 운동 동안 트럭의 평균 속도는 얼마인가?(P42.27번)

7. 길을 막고 있는 나무를 본 순간 운전자가 급브레이크를 밟았다. 자동차는 4.20 s 동안 -5.60 m/s²의 가속도로 일정하게 감속하여 나무에 부딪쳐 멈출 때까지 62.4 m의 스키드 마크를 남겼다. 자동차가 나무를 들이받을 때의 속력은 얼마인가?(P42.29번)

8. 등가속도 4.00 m/s²으로 움직이는 물체가 일정한 시간 후 12.0 m/s의나중 속도에 도달한다. (a) 처음 속도가 6.00 m/s라면 이 시간 간격 동안물체의 변위는 얼마인가? (b) 이 시간 간격 동안물체가 실제 움직인거리는 얼마인가? (c) 처음 속도가 -6.00 m/s라면 이 시간 간격 동안물체의 변위는 얼마인가? (d) (c)의 시간 간격 동안물체가 실제 움직인거리는 얼마인가? (P42.33번)

9. 직선 도로상에서 한 점 P를 6m/s로 통과한 자동차가 등가속도 운동을 하여 점 P에서 100m떨어진 점 Q까지 가는데 10초가 걸렸다면 점 Q를 지날 때 순간 속도는 얼마인가?

10. 시각 0초에서 출발한 물체가 등가속도 운동을 하여 시각 5초와 6초 사이에 33m를 진행하였다면 이 물체의 가속도는 얼마인가?

11. 야구공이 방망이에 맞은 후에 수직 위 방향으로 올라간다. 공이 올라가는데 걸리는 시간이 3.0초 임이 한 관중에 의해 측정되었다. 공의 처음 속도와 공이 올라가는 최대 높이를 구하라.(p43, 38번)

12. 자유 낙하하는 물체가 지상에 떨어지기 전에 30.0 m를 1.50초 동안 낙하한다. 얼마의 높이에서 물체가 떨어지는가?

- 13. 1.5m/s의 속력으로 하강하는 헬리콥터에서 작은 우편 가방을 던졌다. 2.00s후
- ① 우편가방의 속력은 얼마인가?
- ② 가방과 헬리콥터 사이의 거리는?
- ③헬리콥터가 1.5 m/s 로 상승한다면 (a)와 (b)의 답은 어떻게 달라지겠는 가?

- 14. 한 학생이 4.0m 위의 창문에 있는 형에게 열쇠를 던져서 형이 1.5s후에 이 열쇠를 받았다.
- ① 학생이 처음 열쇠를 던진 속도는 얼마인가?
- ② 열쇠를 받기 직전의 이 열쇠의 속도는 얼마인가?

15. 30.0 m 높이에서 처음 속력 8.00 m/s로 아래 방향으로 공을 던진다. 몇 초 후에 공은 지면에 도달하는가? (p43, 40번)