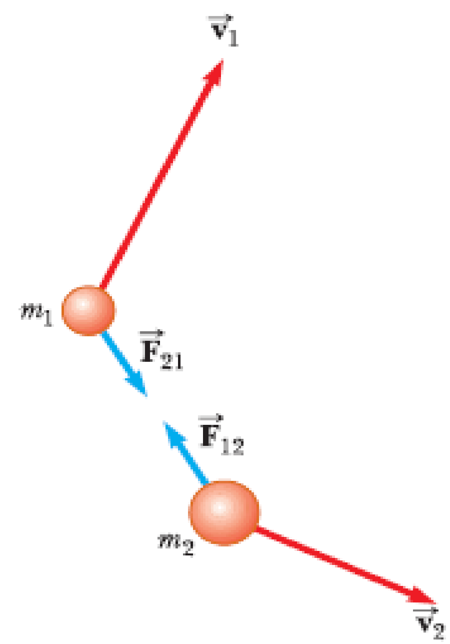
9장. 선운동량과 충돌
(Linear Momentum and Collision)

9.1 선운동량
9.2 분석 모형:고립계(운동량)
9.3 분석 모형: 비고립계(운동량)
9.4 일차원 충돌
9.5 이차원 충돌
9.6 질량 중심
9.7 다입자계
9.8 변형 가능한 계
9.9 로켓의 추진력

9.1 선운동량 (Linear Momentum)

오른쪽 그림에서 Newton의 제3법칙을 적용하면,

$$\mathbf{F}_{12} + \mathbf{F}_{21} = 0 \qquad m_1\mathbf{a}_1 + m_2\mathbf{a}_2 = 0$$



$$m_1 \frac{d\mathbf{v}_1}{dt} + m_2 \frac{d\mathbf{v}_2}{dt} = 0$$

$$\frac{d(m_1\mathbf{v}_1)}{dt} + \frac{d(m_2\mathbf{v}_2)}{dt} = 0$$

$$\frac{d}{dt}(m_1\mathbf{v}_1 + m_2\mathbf{v}_2) = 0$$

시간에 대한 미분이 0이므로 괄호 안에 있는 물리량은 일정해야 한다. 이 양을 계의 <u>선운동량</u>이라고 한다.

속도 v로 움직이는 질량 *m*인 입자나 물체의 선운동량(linear momentum)은 질량과 속도의 곱으로 정의된다.

$$\boxed{\mathbf{p} \equiv m\mathbf{v}}$$ (벡터량) 단위: kg · m/s

뉴턴은 질량과 속도의 곱 *mv*를 운동의 양(quantity of motion)이라고 표현했다. 이는 운동을 멈추게 하기 어려운 정도를 가리킨다.

입자의 선운동량과 입자에 작용하는 힘 사이의 관계를 생각하면,

$$\sum \mathbf{F} = m\mathbf{a} = m\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{d(m\mathbf{v})}{dt} = \frac{d\mathbf{p}}{dt}$$

$$\boxed{\therefore \sum \mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt}}$$ (제2법칙의 일반화된 형태)

입자의 선운동량의 시간 변화율이 그 입자에 작용하는 전체 합력 즉, 알짜힘과 같다.

9.2 분석 모형: 고립계(운동량)
(Analysis Model: Isolated System(Momentum))

즉, $\dfrac{d}{dt}(m_1\mathbf{v}_1 + m_2\mathbf{v}_2) = 0$ ⇨ $\therefore \dfrac{d}{dt}(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2) = 0$

$$\mathbf{p}_{tot} = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 = \text{일정}$$

$$\mathbf{p}_{1i} + \mathbf{p}_{2i} = \mathbf{p}_{1f} + \mathbf{p}_{2f}$$

전체 (선)운동량이 보존되므로 각 성분별로도 보존된다.

$$p_{1ix} + p_{2ix} = p_{1fx} + p_{2fx} \quad p_{1iy} + p_{2iy} = p_{1fy} + p_{2fy} \quad p_{1iz} + p_{2iz} = p_{1fz} + p_{2fz}$$

고립된 계에 있는 두 입자 이상의 입자가 상호 작용할 때, 이들 계의 전체 (선)운동량은 항상 일정하게 유지된다:
고립계 모형의 운동량

예제 9.1 활 쏘는 사람

60 kg의 궁수가 마찰이 없는 얼음 위에 서서 0.50 kg의 화살을 수평 방향으로 50 m/s로 쏘았다. 화살을 쏜 후에 반대 방향으로 궁수가 얼마의 속도로 얼음 위에서 미끄러지는가?

풀이

$$m_1\mathbf{v}_{1f} + m_2\mathbf{v}_{2f} = 0$$

$$\mathbf{v}_{1f} = -\frac{m_2}{m_1}\mathbf{v}_{2f} = -\left(\frac{0.50\text{kg}}{60\text{kg}}\right)(50\hat{\mathbf{i}}\ \text{m/s})$$

$$= -0.42\hat{\mathbf{i}}\ \text{m/s}$$

만일 화살을 수평선상에서 각 θ인 방향으로 쏘았다면 궁수의 반동 속도는 어떻게 될까?

x- 방향에서 운동량 보존을 고려하면

$$m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f}\cos\theta = 0$$

$$v_{1f} = -\frac{m_2}{m_1} v_{2f}\cos\theta$$

9.3 분석 모형: 비고립계(운동량)
(Analysis Model: Nonisolated System(Momentum))

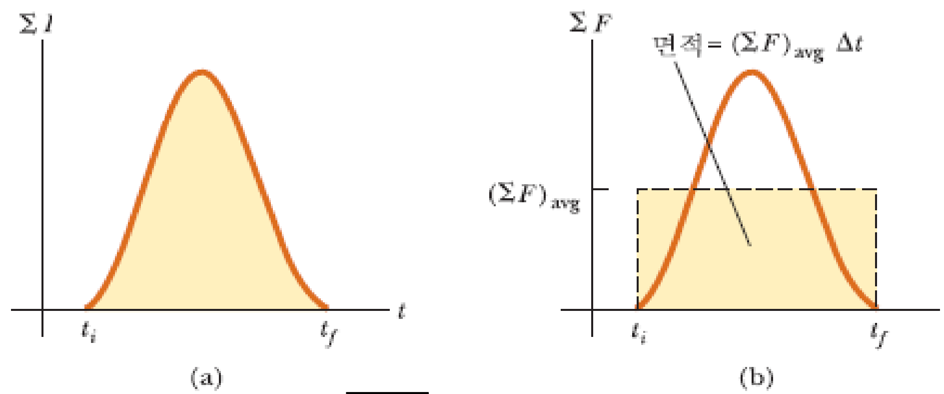
$$\sum \mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt}$$ 에서 $$d\mathbf{p} = \sum \mathbf{F}dt$$

양변을 적분하면

$$\Delta \mathbf{p} = \mathbf{p}_f - \mathbf{p}_i = \int_{t_i}^{t_f} \sum \mathbf{F}dt \equiv \mathbf{I}$$ 충격량 이라 부른다.

입자의 운동량의 변화는 입자에 작용하는 알짜힘의 충격량과 같다.

$$\Delta \mathbf{p} = \mathbf{I}$$ (충격량-운동량 정리)



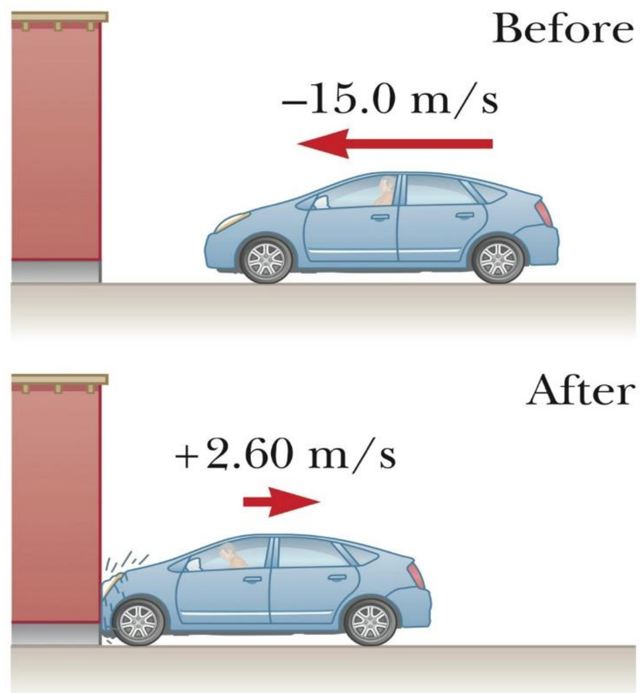
$$(\sum \mathbf{F})_{avg} \equiv \frac{1}{\Delta t}\int_{t_i}^{t_f} \sum \mathbf{F}dt$$ 로 표현하면 $$\mathbf{I} = (\sum \mathbf{F})_{avg}\Delta t$$

작용하는 힘이 시간에 대해 일정한 경우 $$\mathbf{I} = \sum \mathbf{F}\Delta t$$

예제 9.3 범퍼가 얼마나 좋은가

자동차 충돌 실험에서 질량 1500 kg인 자동차가 그림과 같이 벽과 충돌한다. 충돌전 후 자동차의 속도는 각각 $\vec{v}_i = 15.0\hat{\imath}$ m/s와 $\vec{v}_f = 2.6\hat{\imath}$ m/s이다. 충돌이 0.15 s 동안에 일어난다면, 이 때 충돌에 의한 충격량과 자동차에 가해지는 평균 힘은 얼마인가?

풀이



식 9.13을 사용하여 자동차에 가해지는 충격량을 구한다.

$$\vec{\mathbf{I}} = \Delta\vec{\mathbf{p}} = \vec{\mathbf{p}}_f - \vec{\mathbf{p}}_i = m\vec{\mathbf{v}}_f - m\vec{\mathbf{v}}_i = m(\vec{\mathbf{v}}_f - \vec{\mathbf{v}}_i)$$

$$= (1\,500\text{ kg})[2.60\hat{\mathbf{i}}\text{ m/s} - (-15.0\hat{\mathbf{i}}\text{ m/s})]$$

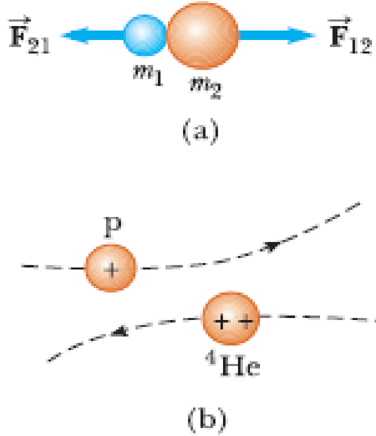
$$= \boxed{2.64 \times 10^4\hat{\mathbf{i}}\text{ kg}\cdot\text{m/s}}$$

식 9.11을 사용하여 자동차에 작용하는 평균 알짜힘을 계산한다.

$$\left(\sum \vec{\mathbf{F}}\right)_{\text{avg}} = \frac{\vec{\mathbf{I}}}{\Delta t} = \frac{2.64 \times 10^4\hat{\mathbf{i}}\text{ kg}\cdot\text{m/s}}{0.150\text{ s}}$$

$$= \boxed{1.76 \times 10^5\hat{\mathbf{i}}\text{ N}}$$

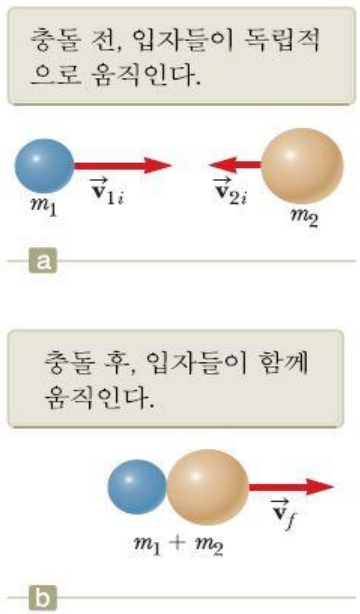
9.4 일차원 충돌
(Collisions in One Dimension)



탄성 충돌(elastic collision): 충돌 과정에서 계의 전체 운동 에너지가 보존

비탄성 충돌(inelastic collision): 충돌 과정에서 계의 전체 운동 에너지가 보존되지 않음

◆완전 비탄성 충돌(perfectly inelastic collisions)



충돌한 후 서로 붙어서 함께 운동하는 경우

$$m_1\mathbf{v}_{1i} + m_2\mathbf{v}_{2i} = (m_1 + m_2)\mathbf{v}_f$$

$$\mathbf{v}_f = \frac{m_1\mathbf{v}_{1i} + m_2\mathbf{v}_{2i}}{m_1 + m_2}$$

◆탄성 충돌(Elastic Collisions)

운동량 보존 법칙에 따라서

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f} \quad (9.16)$$

탄성 충돌에서는 운동 에너지도 보존되므로

$$\frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2i}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2 \quad (9.17)$$

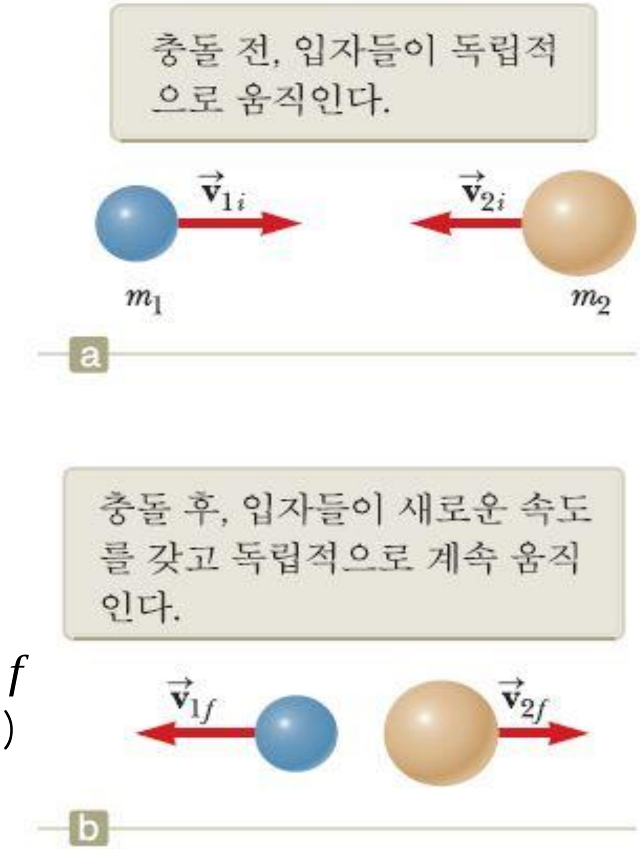
에너지 관련식을 변형하면

$$m_1 (v_{1i}^2 - v_{1f}^2) = m_2 (v_{2f}^2 - v_{2i}^2)$$

$$m_1 (v_{1i} - v_{1f})(v_{1i} + v_{1f}) = m_2 (v_{2f} - v_{2i})(v_{2f} + v_{2i}) \quad (9.18)$$

운동량 보존식에서

$$m_1 (v_{1i} - v_{1f}) = m_2 (v_{2f} - v_{2i}) \quad (9.19)$$



(9.18)/(9.19)

$$v_{1i} + v_{1f} = v_{2f} + v_{2i}$$

$$v_{1i} - v_{2i} = -(v_{1f} - v_{2f})$$ 상대속도가 반대로 됨 (9.20)

(9.16)과 (9.20)식을 이용하면

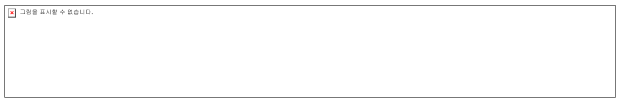
$$v_{1f} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right) v_{1i} + \left(\frac{2m_2}{m_1 + m_2}\right) v_{2i}, \quad v_{2f} = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\right) v_{1i} + \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\right) v_{2i}$$

특별한 경우로서, m_2가 정지해 있던 경우

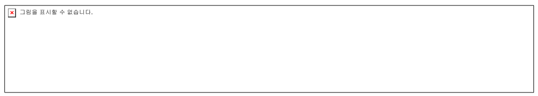
$$v_{1f} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right) v_{1i}, \quad v_{2f} = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\right) v_{1i}$$

A) $m_1 = m_2$인 경우,

B) $m_1 >> m_2$인 경우,



C) $m_1 << m_2$인 경우,



예제 9.6 탄동진자

질량 m_1인 총알이 가벼운 줄에 매달려 있는 질량 m_2 인 커다란 나무 토막에 발사되었다. 총알이 나무 토막에 박힌 채로 높이 h 만큼 끌려 올라갔다. h 의 값을 측정하여 총알의 속력을 구하라.

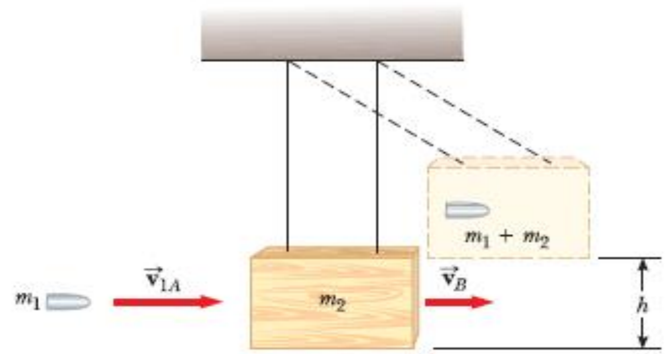
풀이

완전 비탄성 충돌이므로

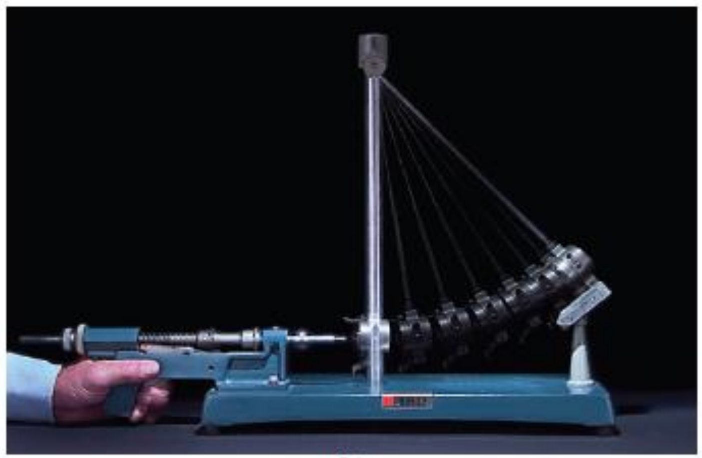
$$v_B = \frac{m_1 v_{1A}}{m_1 + m_2}$$

$$K_B = \tfrac{1}{2}(m_1 + m_2)v_B^2$$

$$K_B = \frac{m_1^2 v_{1A}^2}{2(m_1 + m_2)}$$



(a)


(b)

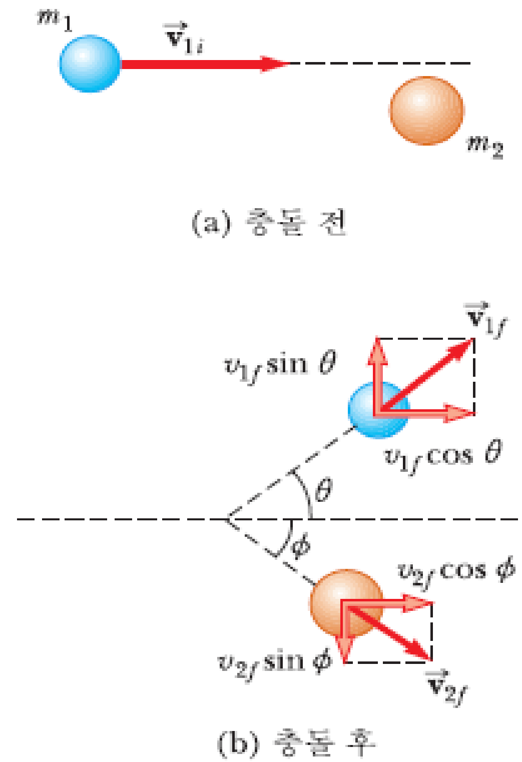
충돌 후, 에너지 보존 법칙을 적용하면

$$\frac{m_1^2 v_{1A}^2}{2(m_1 + m_2)} + 0 = 0 + (m_1 + m_2)gh$$

$$v_{1A} = \left(\frac{m_1 + m_2}{m_1}\right)\sqrt{2gh}$$

9.5 이차원 충돌
(Collisions in Two Dimension)

2차원 충돌 과정에서도 운동량은 보존되므로



$$m_1\mathbf{v}_{1i} + m_2\mathbf{v}_{2i} = m_1\mathbf{v}_{1f} + m_2\mathbf{v}_{2f}$$

$$m_1 v_{1ix} + m_2 v_{2ix} = m_1 v_{1fx} + m_2 v_{2fx}$$

$$m_1 v_{1iy} + m_2 v_{2iy} = m_1 v_{1fy} + m_2 v_{2fy}$$

오른쪽 그림처럼 m_2가 정지해있는 경우

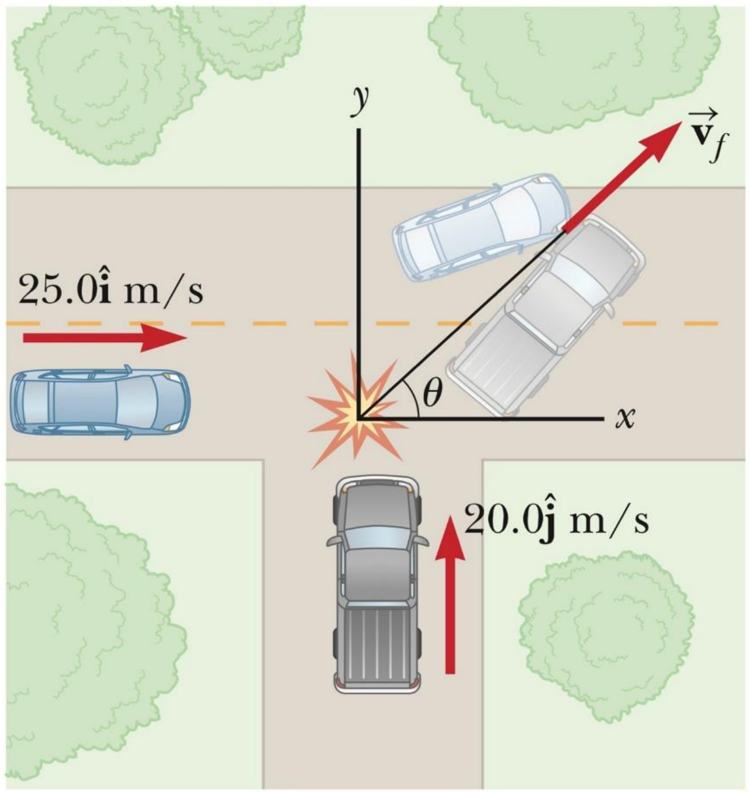
$$m_1 v_{1i} = m_1 v_{1f}\cos\theta + m_2 v_{2f}\cos\phi$$

$$0 = m_1 v_{1f}\sin\theta - m_2 v_{2f}\sin\phi$$

탄성충돌 경우는 운동에너지가 보존되므로 $\frac{1}{2}m_1 v_{1i}^2 = \frac{1}{2}m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2}m_2 v_{2f}^2$

예제 9.7 교차로에서의 충돌

그림에서와 같이 1500 kg의 승용차가 25.0 m/s의 속력으로 동쪽으로 달리다가 북쪽으로 20.0 m/s의 속력으로 달리는 2500 kg인 트럭과 교차로에서 충돌하였다.
충돌 후 두 자동차의 속도의 크기와 방향을 구하라. 두 자동차는 충돌 후에 서로 붙어 있다고 가정한다.



풀이

x 방향에 운동량 고립계 모형을 적용한다.

$$\Delta p_x = 0 \quad \rightarrow \quad \sum p_{xi} = \sum p_{xf}$$

$$\rightarrow \quad (1) \quad m_1 v_{1i} = (m_1 + m_2) v_f \cos\theta$$

y 방향에 운동량 고립계 모형을 적용한다.

$$\Delta p_y = 0 \quad \rightarrow \quad \sum p_{yi} = \sum p_{yf}$$

$$\rightarrow \quad (2) \quad m_2 v_{2i} = (m_1 + m_2) v_f \sin\theta$$

식 (2)를 식 (1)로 나눈다.

$$\frac{m_2 v_{2i}}{m_1 v_{1i}} = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \tan\theta \qquad \theta = \tan^{-1}\left(\frac{m_2 v_{2i}}{m_1 v_{1i}}\right) = \tan^{-1}\left[\frac{(2\,500\ \mathrm{kg})(20.0\ \mathrm{m/s})}{(1\,500\ \mathrm{kg})(25.0\ \mathrm{m/s})}\right]$$

$$= \boxed{53.1°}$$

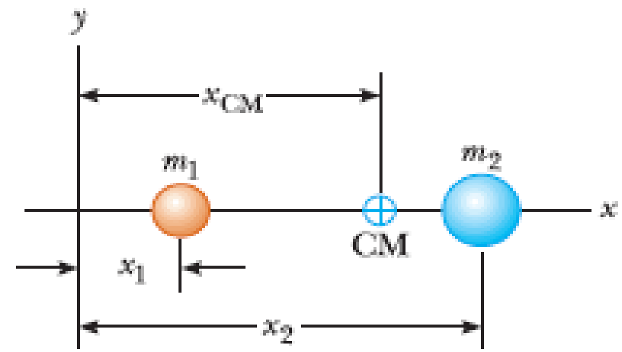
v_f 값을 구하기 위하여 식 (2)를 사용하고 주어진 값들을 대입한다.

$$v_f = \frac{m_2 v_{2i}}{(m_1 + m_2)\sin\theta} = \frac{(2\,500\ \mathrm{kg})(20.0\ \mathrm{m/s})}{(1\,500\ \mathrm{kg} + 2\,500\ \mathrm{kg})\sin 53.1°}$$

$$= \boxed{15.6\ \mathrm{m/s}}$$

9.6 질량 중심
(The Center of Mass)

질량 중심은 둘 이상의 입자로 이루어진 계를 다시 하나의 입자로 다룰 수 있도록 해준다. 두 입자로 이루어진 계의 경우



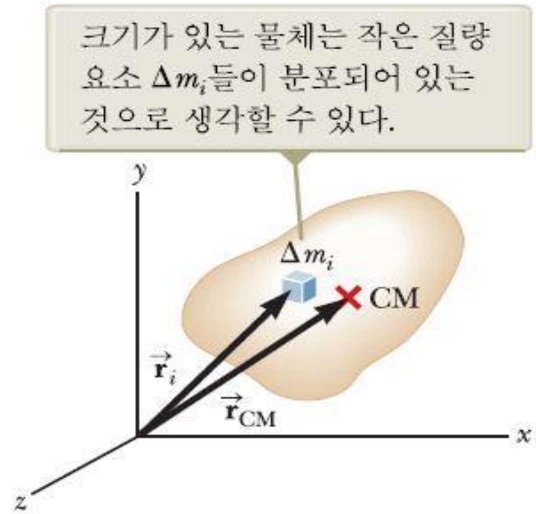
$$x_{\mathrm{CM}} \equiv \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$

여러 개의 입자로 이루어진 3차원 계의 경우

$$x_{\mathrm{CM}} \equiv \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3 + \cdots + m_n x_n}{m_1 + m_2 + m_3 + \cdots + m_n}$$

$$x_{CM} = \frac{\sum_i m_i x_i}{\sum_i m_i} = \frac{\sum_i m_i x_i}{M} = \frac{1}{M}\sum_i m_i x_i$$

$$y_{\mathrm{CM}} \equiv \frac{1}{M}\sum_i m_i y_i \qquad z_{\mathrm{CM}} \equiv \frac{1}{M}\sum_i m_i z_i$$



질량 중심을 가리키는 위치 벡터를 $\mathbf{r}_{\mathrm{CM}}$으로 나타내면

$$\mathbf{r}_{\mathrm{CM}} = x_{CM}\hat{\mathbf{i}} + y_{CM}\hat{\mathbf{j}} + z_{CM}\hat{\mathbf{k}}$$
$$= \frac{1}{M}\sum_i m_i x_i\hat{\mathbf{i}} + \frac{1}{M}\sum_i m_i y_i\hat{\mathbf{j}} + \frac{1}{M}\sum_i m_i z_i\hat{\mathbf{k}}$$

$$\mathbf{r}_{\mathrm{CM}} \equiv \frac{1}{M}\sum_i m_i \mathbf{r}_i \qquad (\mathbf{r}_{\mathrm{i}} \equiv x_i\hat{\mathbf{i}} + y_i\hat{\mathbf{j}} + z_i\hat{\mathbf{k}})$$

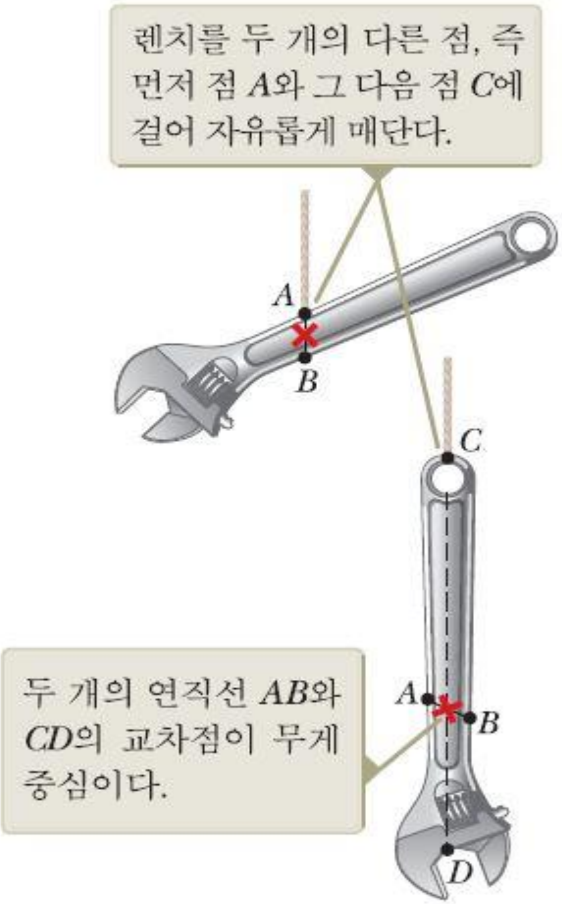
질량의 분포가 연속적인 경우, 질량 요소들에 의한 합으로 표현하면

$$x_{\mathrm{CM}} \approx \frac{1}{M}\sum_i x_i \Delta m_i$$

$$x_{\mathrm{CM}} = \lim_{\Delta m_i \to 0} \frac{1}{M}\sum_i x_i \Delta m_i = \frac{1}{M}\int x\,dm$$

$$y_{\mathrm{CM}} = \frac{1}{M}\int y\,dm \qquad z_{\mathrm{CM}} = \frac{1}{M}\int z\,dm$$

$$\boxed{\mathbf{r}_{\mathrm{CM}} = \frac{1}{M}\int \mathbf{r}\,dm}$$

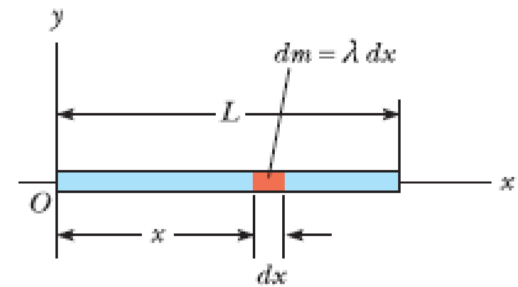


대칭성을 갖고 있는 물체의 질량 중심은 **대칭축과 대칭면** 위에 놓인다.

크기가 있는 물체는 질량이 연속으로 분포되어 있어서 각각의 작은 질량 요소에 중력이 작용한다. 이들 힘의 알짜 효과는 **무게 중심(center of gravity)**이라 하는 한 점에 작용하는 단일 힘 Mg의 효과와 같다.

예제 9.9 막대의 질량 중심

(A) 질량이 M이고, 길이가 L인 막대의 질량 중심은 양 끝 사이의 중간에 있음을 보여라. 단, 막대의 단위 길이당 질량이 균일하다고 가정한다.



풀이

연속적인 질량 분포의 경우이므로

$$x_{\mathrm{CM}} = \frac{1}{M}\int x\,dm = \frac{1}{M}\int_0^L x\lambda\,dx = \frac{\lambda}{M}\left.\frac{x^2}{2}\right|_0^L = \frac{\lambda L^2}{2M}$$

$$x_{\mathrm{CM}} = \frac{L^2}{2M}\left(\frac{M}{L}\right) = \boxed{\frac{L}{2}}$$

(B) 만일 막대가 균일하지 않아서 단위 길이당 질량이 λ=α*x* (*α*는 상수)로 변할 때, 질량 중심의 x 좌표를 L값으로 구하라.

$$x_{\mathrm{CM}} = \frac{1}{M}\int x\,dm = \frac{1}{M}\int_0^L x\lambda\,dx = \frac{1}{M}\int_0^L x\alpha x\,dx = \frac{\alpha}{M}\int_0^L x^2\,dx = \frac{\alpha L^3}{3M}$$

$$M = \int dm = \int_0^L \lambda\,dx = \int_0^L \alpha x\,dx = \frac{\alpha L^2}{2}\text{이므로}$$

$$x_{\mathrm{CM}} = \frac{\alpha L^3}{3\alpha L^2/2} = \boxed{\tfrac{2}{3}L}$$

9.7 다입자계
(Systems of Many Particles)

입자계의 질량 M이 일정한 경우, 계의 질량 중심의 속도는

$$\mathbf{v}_{CM} = \frac{d\mathbf{r}_{CM}}{dt} = \frac{1}{M}\sum_i m_i \frac{d\mathbf{r}_i}{dt} = \frac{1}{M}\sum_i m_i \mathbf{v}_i \quad \left(\mathbf{r}_{\mathrm{CM}} \equiv \frac{1}{M}\sum_i m_i \mathbf{r}_i\right)$$

$$\therefore M\mathbf{v}_{CM} = \sum_i m_i \mathbf{v}_i = \sum_i \mathbf{P}_i = \mathbf{P}_{tot}$$

(계의 선운동량은 전체 질량에 질량 중심의 속도를 곱한 것과 같다)

계의 질량 중심의 가속도는

$$\mathbf{a}_{CM} = \frac{d\mathbf{v}_{CM}}{dt} = \frac{1}{M}\sum_i m_i \frac{d\mathbf{v}_i}{dt} = \frac{1}{M}\sum_i m_i \mathbf{a}_i$$

$$\therefore M\mathbf{a}_{CM} = \sum_i m_i \mathbf{a}_i = \sum_i \mathbf{F}_i$$

계의 어떤 입자에 작용하는 힘은 외력(계의 외부로부터)과 내력(계의 내부로부터)을 둘 다 포함할 수 있다.
그러나 뉴턴의 제3법칙에 의하면 내력은 쌍으로 서로 상쇄되어 계에 작용하는 알짜힘은 단지 외력에 의한 것 뿐이다

$$\therefore \sum \mathbf{F}_{ext} = M\mathbf{a}_{CM}$$

이 식을 유한한 시간간격에서 적분하자.

$$\int \sum \mathbf{F}_{ext} dt = \int M\mathbf{a}_{CM}\, dt = \int M \frac{d\mathbf{v}_{CM}}{dt} dt = M \int d\mathbf{v}_{CM} = M\Delta\mathbf{v}_{CM}$$

$$\therefore \mathbf{I} = \Delta\mathbf{p}_{tot}$$

이 식은 입자에 대한 충격량-운동량 정리(식 9-10, $\Delta\mathbf{p} = \mathbf{I}$)를 입자 계에 대해서 일반화한 것.
알짜 외력을 받아 운동하는 전체 질량 *M*인 계의 질량 중심의 궤적은 같은 힘을 받는 질량 *M*인 단일 입자의 궤적과 동일하다.

또 계에 작용하는 알짜 외력이 0이면

$$Ma_{CM} = M\frac{d\mathbf{v}_{CM}}{dt} = 0 \qquad M\mathbf{v}_{CM} = \mathbf{P}_{tot} = \text{상수} \quad (\sum \mathbf{F}_{ext} = 0\text{일 때})$$

입자계에 작용하는 알짜 외력이 없다면 입자계의 전체 선운동량은 보존된다.

9.8 변형 가능한 계 (Deformable Systems)

여러분이 스케이트보드 위에서 벽을 밀어 벽에서 멀어지는 운동을 하는 경우, 이 운동은 에너지 보존 식(식 8-2)과 충격량-운동량 정리(식 9-40)을 도입하여 분석한다. 체내의 화학위치에너지가 벽을 밀고, 운동에너지로 바뀜.

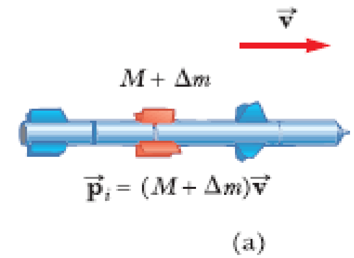
$$\Delta E_{system} = \sum T \rightarrow \Delta K + \Delta U$$

$$\Delta \mathbf{p}_{tot} = \mathbf{I} \rightarrow m\Delta v = \int \mathrm{F}_{\mathrm{wall}} dt$$

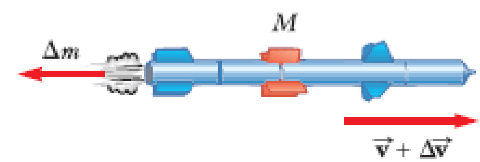
9.9 로켓의 추진력
(Rocket Propulsion)

로켓의 작동 원리는 로켓과 분사된 연료로 구성된 입자계의 선운동량 보존 법칙에 의존한다.

우주 공간에서의 추진을 고려해보자.



(a)



(b)

$$(M + \Delta m)v = M(v + \Delta v) + \Delta m(v - v_e)$$

$$\therefore M\Delta v = v_e \Delta m$$

분사된 질량의 증가 *dm*은 로켓의 질량이 감소한 것과 같으므로 *dm*=-*dM*이다. *dM*은 질량의 감소를 나타내므로 음이며 따라서 -*dM*은 양수이다.

또 시간 t가 0이 되는 극한을 취하면 위 식은

$$Mdv = v_e dm = -v_e dM \qquad \int_{v_i}^{v_f} dv = -v_e \int_{M_i}^{M_f} \frac{dM}{M}$$

$$\therefore v_f - v_i = v_e \ln\left(\frac{M_i}{M_f}\right)$$

로켓 추진의 기본식:

1) 로켓 속력의 증가는 분사된 개스의 분사 속력 v_e에 비례

2) 로켓 속력의 증가는 $\left(\frac{M_i}{M_f}\right)$의 로그 값에 비례 (많은 연료)

로켓의 추진력:

$$\text{추진력} = M\frac{dv}{dt} = \left| v_e \frac{dM}{dt} \right|$$

연습문제

1. 다음의 경우에 대해 선운동량의 크기를 계산하라.
   (a) 질량이 1.67×10^{-27} kg이고 속력이 5.00×10^{6} m/s인 양성자,
   (b) 300 m/s의 속력으로 움직이는 15.0 g의 총알,
   (c) 10.0 m/s 의 속력으로 달리는 75.0 kg의 달리기 선수,
   (d) 2.98×10^{4} m/s 의 공전 속력으로 움직이는 지구(질량 5.98×10^{24} kg)

연습문제

2. 어떤 물체의 운동 에너지가 275 J이고 운동량의 크기가 25.0 kg·m/s일 때, 이 물체의 속력과 질량을 구하라.(P223.2번)

연습문제

3. 45.0 m/s 속력의 야구공이 홈 플레이트로 향하여 수평으로 날아오고 있다. 이 공을 야구방망이로 때려서 수직으로 55.0 m/s로 날려 보내려 한다. 이때 공과 방망이의 접촉 시간은 2.00 ms이고 야구공의 질량은 145 g이다. 이 충돌이 일어나고 있는 동안, 공이 방망이에 작용하는 평균 힘 벡터를 구하라.(P223.4번)

연습문제

4. 질량이 m과 $3m$인 두 물체가 마찰이 없는 수평면 위에 놓여 있다. 가벼운 용수철이 무거운 물체에 붙어 있고, 이들 물체를 서로 밀어서 용수철을 압축시켜 줄로 연결한다(그림 P9.9). 두 물체를 붙들고 있던 줄이 불에 타서 질량 $3m$의 물체가 2.00 m/s의 속력으로 오른쪽으로 움직인다.

(a) 질량 m인 물체의 속도는 얼마인가?

(b) m = 0.350 kg이라면, 이 계가 원래 가지고 있는 탄성 퍼텐셜 에너지를 구하라.

(c) 원래 가지고 있는 에너지는 용수철과 줄 중에 어느 것이 가지고 있는가?

(d) (c)에 대한 답을 설명하라.

(e) 서로 분리되는 과정에서 계의 운동량은 보존되는가?

(f) 큰 힘이 작용하고

(g) 처음에는 운동이 없다가 나중에 큰 운동이 일어남을 고려하여
(e)의 답이 어떻게 가능한지를 설명하라.(P224.9번)

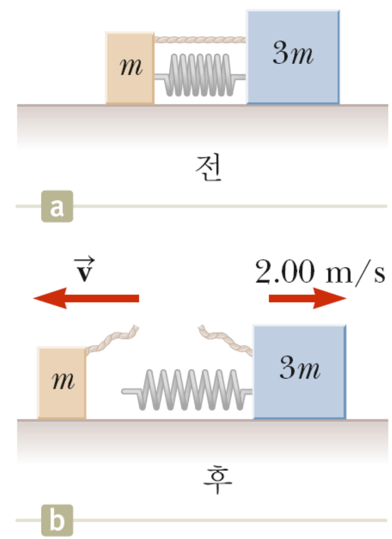


그림 P9.9

연습문제

5. 10.0 g의 총알이 정지해 있는 m = 5.00 kg의 나무토막에 박힌다. 박힌 직후에 총알과 나무토막의 속력이 0.600 m/s이라면, 총알의 원래 속력은 얼마인가?
(P225.15번)

연습문제

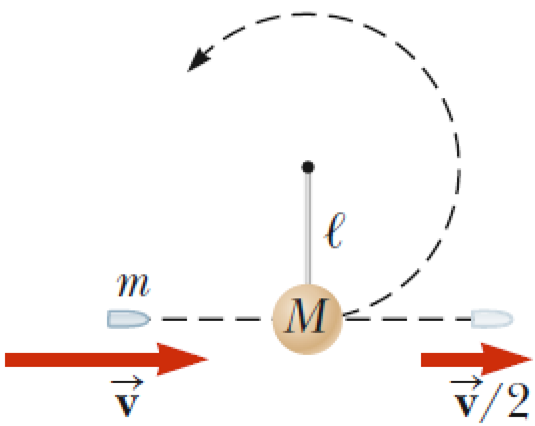
6. 질량이 2.50×10^4 kg인 철도차량이 4.00 m/s 속력으로 움직인다. 이 차량이 2.00 m/s로 움직이는 다른 열차와 충돌한 뒤 붙어서 운동한다. 충돌 전 열차는 처음 차량과 동일한 차량 세 대가 연결되어 있다.

(a) 충돌 후 차량 네 대의 속력은 얼마인가?

(b) 충돌 시 잃은 역학적 에너지는 얼마인가?(P225.16번)

연습문제

7. 그림에서와 같이 질량 m 이고 속력 v 인 총알이 질량 M 인 단진자 추를 관통하여 지나간다. 관통 후 총알의 속력은 v/2 이다. 단진자의 추는 길이 ℓ이고 질량을 무시할 수 있는 딱딱한 막대기(줄이 아님)에 붙어 있다. 단진자의 추가 연직면에서 간신히 원운동을 할 수 있을 속력 v 의 최솟값은 얼마인가?
(P225.19번)



연습문제

8. 마찰이 없는 수평면에서 정지 상태에 있는 0.300 kg의 퍽이 x 축을 따라 2.00 m/s의 속력으로 이동하는 0.200 kg의 퍽과 충돌한다. 충돌 후, 0.200 kg의 퍽은 +x 축으로 부터 $\theta = 53.0°$의 각도에서 1.00 m/s의 속력을 갖는다
(a) 충돌 후 0.300 kg인 퍽의 속도를 결정하라.
(b) 충돌 과정에서 전달되거나 다른 형태로 변환된 운동 에너지의 비율을 구하라(P225.22번)

연습문제

9. 5.00 m/s로 움직이는 당구공이 정지해 있는 같은 질량의 당구공과 부딪혔다. 충돌 후 첫 번째 공이 원래 움직이던 방향과 30.0°의 각도로 4.33 m/s로 움직인다. 탄성 충돌이라고 가정할 때 (마찰과 회전 운동을 무시하라), 충돌 후 두 번째 공의 속도를 구하라.
(P226.25번)

연습문제

10. 그림 P9.29와 같은 모양의 균일한 철판 조각이 있다. 판의 질량 중심의 *x*와 *y* 좌표를 구하라.(P226.29번)

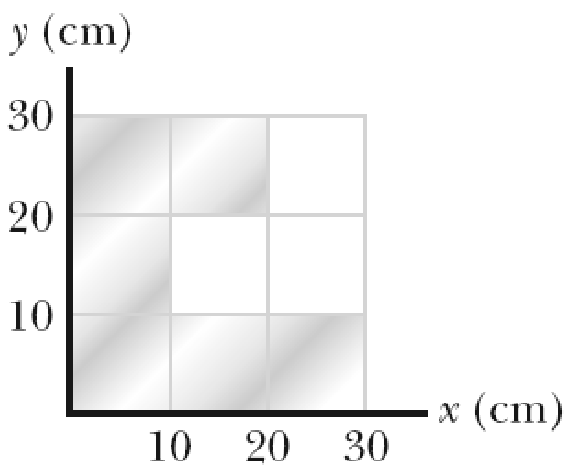


그림 P9.29

연습문제

11. 평균 추진력이 5.26 N인 로켓 엔진 모형이 있다. 엔진의 처음 질량은 12.7 g의 연료를 포함해서 25.5 g이다. 연료가 타는 시간은 1.90 s이다.
(a) 엔진의 평균 배기 속도는 얼마인가?
(b) 엔진이 53.5 g의 로켓 본체에 탑재되어 있다. 우주에서 유영 중인 우주인에 의하여 로켓이 정지 상태에서 발사된다면, 로켓의 나중 속도는 얼마인가? 연료는 일정한 비율로 탄다고 가정하자.(P227.38번)