제2장 리스트

배열, 연결리스트, 이중연결리스트, 원형리스트

리스트

- ▶ 리스트(List)는 일련의 동일한 타입의 항목(item)들
- 실생활의 예: 학생 명단, 시험 성적, 서점의 신간 서적, 상점의 판매 품목,실시간 급상승 검색어, 버킷 리스트 등
- ▶ 리스트의 구현:
 - ▶ 1차원 배열
 - ▶ 단순연결리스트
 - ▶ 이중연결리스트
 - ▶ 환형연결리스트

2.1 배열

- 동일한 타입의 원소들이 <u>연속적인</u> 메모리 공간에 할당되어
 각 항목이 하나의 원소에 저장되는 기본적인 자료구조
 - ▶ 특정 위치의 원소에 접근할 때에는 배열 인덱스를 이용하여 O(1)시간에 접근
 - 새 항목이 배열 중간에 삽입되거나 중간에 있는 항목을 삭제하면,
 뒤 따르는 항목들을 한 칸씩 뒤로 또는 앞으로 이동시켜야 하므로 삽입이나 삭제 연산은 항상 O(1) 시간에 수행할 수 없는 단점
 - ▶ 원하는 원소의 위치를 찿는 것도 O(1)의 시간에 수행할 수 없음

배열의 메모리 구조







- ▶ a가 배열 이름인 동시에 배열의 첫번째 원소의 레퍼런스를 저장
- ▶ a[i]는 인덱스 i를 가지는 원소를 가리키는 레퍼런스
- ▶ 동적배열(Dynamic Array): 프로그램이 실행되는 동안에 할당된 배열

배열의 인덱스 주소

- ▶ 각 원소 a[i]는 a가 가지고 있는 레퍼런스에 원소의 크기(바이트) x i 를 더하여 a[i]의 레퍼런스를 계산
 - ▶ a[i] = a + (원소의 크기 x i)
 - ▶ char 배열 원소 크기 = 2바이트, int 배열 원소 크기 = 4바이트

Overflow

- 배열은 미리 정해진 크기의 메모리 공간을 할당 받아 사용해야 하므로, 빈자리가 없어 새 항목을 삽입할 수 없는 상황(Overflow) 발생
- Overflow 가 발생하면 에러 처리를 하여 프로그램을 정지시키는 방법이 주로 사용. 하지만 프로그램의 안정성을 향상시키기 위해 다음과 같은 방법을 사용

[핵심 아이디어]

배열에 overflow가 발생하면 배열 크기를 2배로 확장한다. 또한 배열의 3/4이 비어 있다면 배열 크기를 1/2로 축소한다.

ArrList 클래스(1)

Vector나 ArrayList를 쓰면 되는데, 왜 ArrList를 직접 구현하는 걸 배우나요???

▶ 리스트를 배열로 구현: ArrList 클래스

- ▶Line 01: java.util 라이브러리에 선언되어 있는 NoSuchElementException 클래 스를 이용하여 리스트가 empty인 상황에서 항목을 읽으려고 하면(즉, underflow 가 발생하면) 프로그램을 정지시키는 예외처리
- ▶Line 06-98: ArrList 클래스의 생성자는 크기가 1인 generic 타입의 배열과 배열에 저장된 항목 수를 저장하는 size를 0으로 초기화
- ▶Line 02: ⟨E⟩로 generic type으로 어떤 타입도 저장할 수 있게
 - □ C++에서 template class와 같은 역할

ArrList 클래스(2)

```
public E peek(int k) { // k번째 항목을 리턴, 단순히 읽기만 한다.
   if (isEmpty() || k < 0 || k >= size )
        throw new NoSuchElementException(); // underflow 등의 예외적인 경우
   return a[k];
}
```

- ▶ peek() 메소드: k번째 저장된 항목을 탐색, k = 0, 1, ···.
 - ▶Line 04: a[k]를 리턴, k < size라고 가정

```
      01 public void insertLast(E newItem) { // 가장 뒤에 새 항목 삽입

      02 if (size == a.length) // 배열에 빈 공간이 없으면

      03 resize(2*a.length); // 배열 크기 2배로 확장

      04 a[size++] = newItem; // 새 항목 삽입

      05 }
```

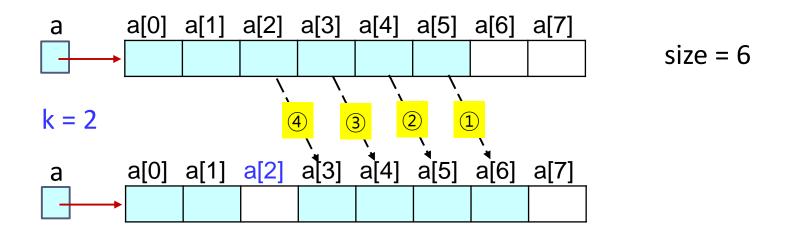
- ▶ insertLast() 메소드: 새 항목(newItem)을 가장 뒤에 삽입
 - ▶Line 03: overflow가 발생하면 resize() 메소드를 호출하여 배열 크기를 2배로 확 장

ArrList 클래스(3)

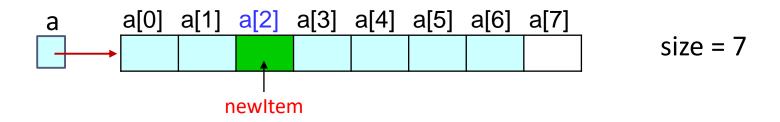
- ▶ insert() 메소드: 새 항목을 k-1 번째 항목 다음에 삽입
 - ▶Line 08: overflow 발생시 resize() 메소드를 호출하여 배열 크기를 2배로 확장
 - ▶ Line 09: 새 항목을 위한 항목 이동

ArrList 클래스(4)

k번째 항목부터 마지막 항목까지 한 칸씩 이동



새 항목 a[k]에 삽입



ArrList 클래스(5)

- ▶ resize() 메소드: 배열의 크기를 확대 또는 축소
 - ▶Line02: newSize 크기의 배열 t를 동적으로 생성
 - ▶ Line 03 ~ 04: 배열 a의 원소들을 배열 t로 복사
 - ▶Lline 05: a가 t를 참조
 - ▶기존의 배열 a는 가비지 컬렉션에 의해 처리

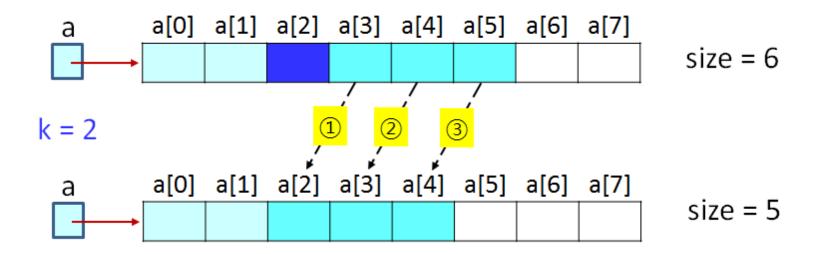
ArrList 클래스(6)

```
public E delete(int k) { // k번째 항목 삭제
       if (isEmpty()) throw new NoSuchElementException(); // underflow 경우에 프로그램 정지
02
       E item = a[k];
03
       for (int i = k; i <size; i++) a[i] = a[i+1]; // 한 칸씩 앞으로 이동
04
       size--;
05
      if (size > 0 && size == a.length/4) // 배열에 항목들이 1/4만 차지한다면
06
           resize(a.length/2);
97
                                    // 배열을 1/2 크기로 축소
      return item;
80
09 }
```

- ▶ delete(): k번째 항목을 삭제
 - ▶ Line 02: underflow를 검사
 - ▶ Line 03: 삭제되는 항목을 지역변수인 item에 저장
 - ▶Line 04: a[k+1]부터 a[size-1]까지 한 칸씩 앞으로 이동하여 a[k]의 빈칸을 메움

ArrList 클래스(7)

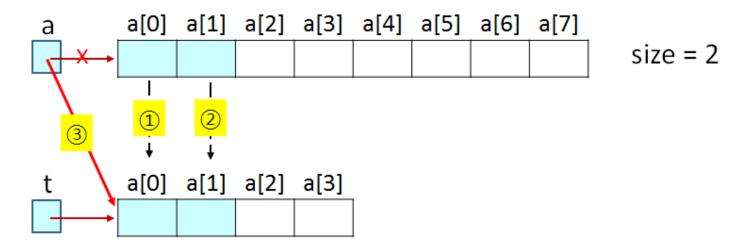
▶삭제된 원소의 공간 메우기



- □ Line 05: size를 1 감소시키고,
- □ Line 06~07: 항목 수가 배열 크기의 1/4이 되면 배열 크기를 1/2로 축소
- □ 축소된 배열에서 앞쪽의 1/2은 항목들로 차있고 뒤쪽 1/2은 비어있음

ArrList 클래스(8)

배열의 크기 축소



- ▶배열 크기가 8이고, 실제 두 개의 항목만 있는 경우, 배열 크기를 4로 축소
- ▶ 항목 수가 배열 크기의 1/4일 때 배열 크기를 1/2로 축소시키는 것은 축소된 배열 에 1/2은 항목들로 차있고, 나머지 1/2은 비어있는 상태로 만들기 위해

ArrList 클래스(9)

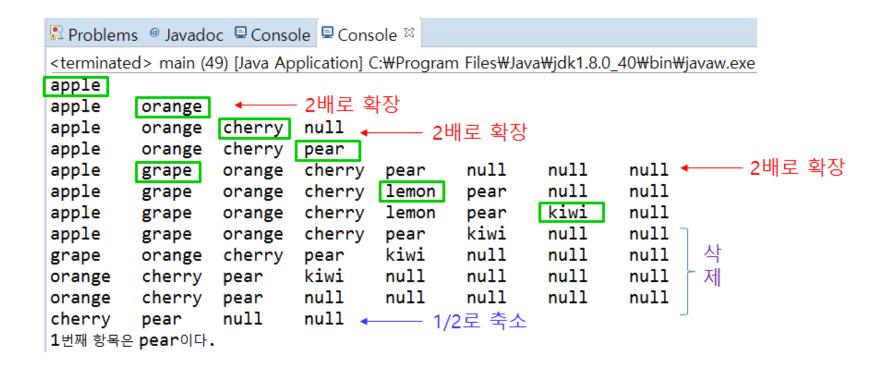
▶ 실행 예제

```
public class main {
      public static void main(String[] args) {
          ArrList<String> s = new ArrList<String>();
 3
          s.insert("apple"); s.print();
                                             s.insert("orange"); s.print();
5
          s.insert("cherry"); s.print();
                                             s.insert("pear"); s.print();
          s.insert("grape",1); s.print();
                                             s.insert("lemon",4); s.print();
          s.insert("kiwi"); s.print();
                                             s.delete(0);
8
          s.delete(4);
                               s.print();
                                                                  s.print();
                               s.print();
          s.delete(0);
                                             s.delete(3);
                                                                  s.print();
9
10
          s.delete(0);
                              s.print();
11
12
          System.out.println("1번째 항목은 "+s.peek(1)+"이다."); System.out.println();
13
14 }
```

- ▶ 7개의 항목을 insertLast()와 insert()로 항목들을 삽입하여 배열의 크기가 2배로 확장
- ▶ 항목을 연속적으로 삭제하며 배열 축소
- 마지막으로 첫번째 항목을 탐색.

ArrList 클래스(10)

프로그램 실행 결과



ArrList 클래스(11) - C++

```
template <class T>
class ArrList
public:
    ArrList(int n = 10);
    void peek(int k);
    void insertLast(T newItem) ;
    void insertElement(T newItem, int k);
    T deleteElement(int k);
private:
    T *array;
    int size;
    int capacity;
    void resize(int newSize);
}
ArrList::ArrList(int n = 8)
    if (n < 1) throw "Size must be > 0";
    capacity = n;
    size = 0;
    array = new int[n];
```

```
void ArrList::peek(int k)
    if (size == 0)
        throw "Array has no elements";
    if (k > size)
        throw "Index is larger than the size of array";
    return array[k];
template <class T>
void ArrList::insertLast(T newItem)
    if (size == capacity)
        resize(2*capacity);
    a[size++] = newItem;
```

ArrList 클래스(12) - C++

delete [] array;

array = newArray;

```
template <class T>
void ArrList::insertElement(T newItem, int k)
                                               template <class T>
    if (size == capacity)
                                               T ArrList::deleteElement(int k)
        resize(2*capacity)
    for (int i = size - 1; i >= k; i --)
                                                   if (size == 0) throw "ArrList has no element";
        array[i+1] = array[i];
                                                   T item = a[k];
    array[k] = newItem;
                                                   for (int i = k; i < size; i++) a[i] = a[i+1];
    size ++;
                                                   size --:
                                                   if (size > 0 \&\& size == capacity/4)
                                                       resize(capacity/2)
template <class T>
                                                   return item;
void ArrList::resize(int newSize)
    if (newSize < 0 ) throw "New Size should be >= 0"
    T *newArray = new T[newSize];
    for (i = 0; i < size; i ++)
        newArray[i] = array[i]
```

수행시간

- ▶ peek() 메소드
 - ▶ 인덱스를 이용하여 배열 원소를 직접 접근하므로 O(1)
- ▶ 삽입이나 삭제
 - 새 항목을 중간에 삽입하거나 중간에 있는 항목을 삭제한 후에 뒤 따르는 항목들을 한 칸씩 앞이나 뒤로 이동해야
 - ▶ 각각 최악의 경우는 O(N) 시간 소요
- ▶ 새 항목을 가장 뒤에 삽입하는 경우는 O(1) 시간
- ▶ 배열의 크기를 확대 또는 축소시키는 것도 최악경우는 O(N) 시간
- ▶ 상각분석에 따르면 삽입이나 삭제의 평균 수행시간은 O(1)

배열 응용 문제 - 다항식 (polynomial)

- $a(x)=3x^2+2x-4$, $b(x)=x^8-10x^5-3x^3+1$
 - ▶ 계수(coefficient) : 3, 2, -4
 - ▶ 지수(exponent) : 2, 1, 0
 - ▶ 변수(variable) : x
- ▶ 차수(degree): 0이 아닌 제일 큰 지수
- ▶ 다항식의 합과 곱
 - $a(x) + b(x) = \sum (a^i + b^i)xi$
 - $a(x) \cdot b(x) = \sum (a^{i}x^{i} \cdot \sum (b^{j}x^{j}))$

 $A(x) = \sum a_i x^{e_i} : 항의 합$

a_i: 계수(coefficient), a_i≠ 0

eⁱ : 지수(exponent), unique,≥0

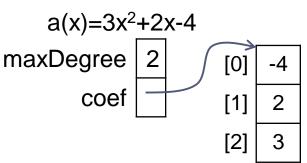
x: 변수(variable)

다항식 표현

 $b(x)=x^8-10x^5-3x^3+1$

[표현 1] Polynomial의 전용 데이타 멤버 선언

class Polynomial { int maxDegree; float coef[];



▶ 장점: 대부분 다항식의 연산(덧셈, 뺄셈, 계산, 곱셈 등)을 위한 알고리즘을 간단하게 구성할 수 있음

- 단점 : 희소 다항식에서 기억 공간 낭비

 - ▶ (예) 다항식 $x^{1000}+1$ → coef에서 999개의 엔트리는 0
 - → 표현 2방법(클래스 term) 이용

maxDegree coef [0] [1] 0 [2] 0 [3] -3 [4] 0 [5] -10 [6] 0

[7]

[8]

0

다항식 표현

▶ [표현 2] 모든 다항식은 배열 termArray를 이용해 표현

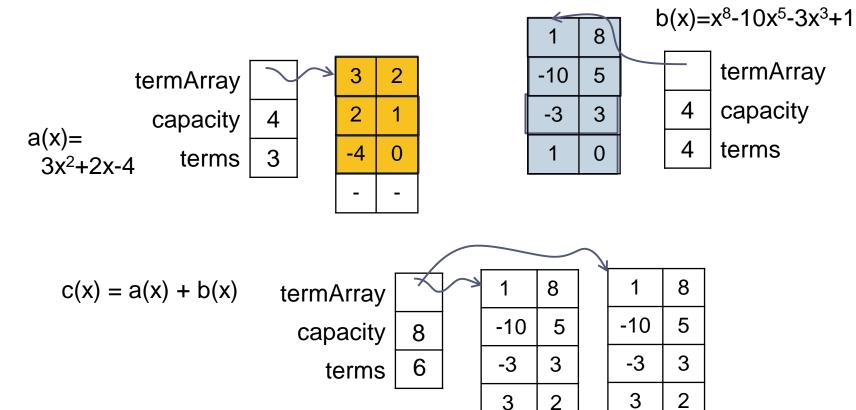
- 계수가 0이 아닌 항만 저장.
- ▶ termArray의 각 원소는 term 타입
- ▶ Polynomial의 정적 클래스 데이터 멤버

```
class Term
{
    float coef; // 계수
    int exp; // 지수
};
```

▶ Polynomial의 전용 데이타 멤버 선언

```
class Polynomial
{
    Term *termArray ; // 0이 아닌 항의 배열
    int capacity; // termArray의 크기
    int terms; // 0이 아닌 항의 수
```

다항식 표현과 덧셈 Add()



2

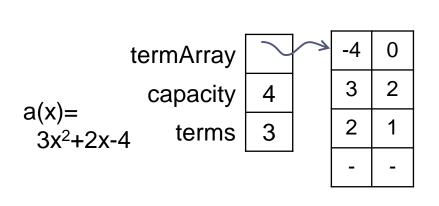
-3

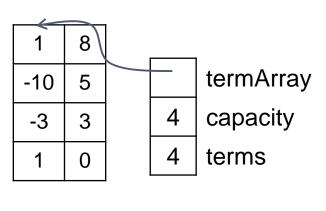
0

다항식 덧셈

▶ Add 의 분석:

- ▶ a와 b에서의 0이 아닌 항의 수(m, n)로 분석
- ▶ 전체 실행 시간: O(m+n)
 - ▶배열을 두배 늘리는 것은 Add의 전체 실행 시간에 대해 기껏해야 상수 승의 영향을 줌. 즉 배열 두배 확장은 Add 전체 실행 시간의 아주 작은 부분이 됨
- ▶ v.s. 배열 표현시 실행시간은 O(max(m,n))
- ▶ 만일 지수의 내림차순으로 정렬되어 있지 않다면 O(m*n)





배열 응용 문제 - 희소 행렬(Sparse matrics)

a[m][n]

- ▶ m × n 행렬 a
 - ▶ m : 행의 수
 - ▶n: 열의 수
 - ▶ m × n : 원소의 수
- ▶ 희소 행렬(sparse matrix)
 - ▶ 0이 아닌 원소수 / 전체 원소수 〈〈 small
 - → 0이 아닌 원소만 저장할 필요 있으므로 시간/공간 절약
- ▶ 행렬에 대한 연산
 - ▶ Creation(생성)
 - ▶ Transpose(전치)
 - ▶ Addition(덧셈)
 - ▶ Multiplication(곱셈)

일반적인 행렬의 표현 및 연산

2차원 배열으로 표현

	0	1	2	3	4	5
0	15	0	0	22	0	-15
1	0	11	3			-15
2	0	0	0	-6	0	0
3	0	0	0	0	0	0
4	91	0	0	0	0	0
5	0	0	28	0	0	0

- ▶ 우측 행렬과 같은 형태를 희소행렬(sparse matrix)라고 함
- ▶ 곱셈 알고리즘

```
for (int i = 0; i < a.rows; i++)
  for (int j = 0; j < b.cols; j++)
  {
     sum = 0;
     for (int k = 0; k < A.Cols; k++)
          sum += (a[i][k] * b[k][j]);
     c[i][j] = sum;
  }</pre>
```

효율적인 희소 행렬 표현

▶ 표현 방법

- ▶ <행, 열, 값> 3원소 쌍(triple)으로 유일하게 식별 가능
- ▶ 행 우선 표기법을 선택
 - ▶첫번째 행의 3원소 쌍들은 행 순서로 저장한 뒤 두번째 행의 3원소 쌍을 순서대로 저장하는 방식
 - ▶ 한행에서 모든 3원소 쌍들은 열 인덱스가 오름차순
- ▶ 연산 종료를 보장하기 위해 행렬의 행과 열의 수와 0이 아닌 항의 수를 알아 야 함.

```
class MatrixTerm
{
    int row;
    int col;
    int value;
};
```

효율적인 희소 행렬 표현

▶ 클래스 SparseMatrix 내부 정의

▶ rows : 행의 수

▶ cols : 열의 수

▶ terms: 0이 아닌 항의 총 수

▶ capacity: smArray의 크기

▶ 연산의 구현을 위해서는 일관성 있는 smArray의 표현이 필요

```
-15^{-}
15
        0 22
      3 0
    11
                      0
        0
            -6 	 0
0
        0 0
                 0
                      0
91
0
    0
        28
                 0
                      0
```

class SparseMatrix
{
 int rowSize;
 int colSize;
 int termSize;
 int capacity;
 MatrixTerm smArray[];

		•
rowSize	6	
colSize	6	
termSize	8	
capacity	10	
smArray	/	

0 0 15 0 3 22 0 5 -15 1 1 11 1 2 3 2 3 -6 4 0 91 5 2 28
0 5 -15 1 1 11 1 2 3 2 3 -6 4 0 91
1 1 11 1 2 3 2 3 -6 4 0 91
1 2 3 2 3 -6 4 0 91
2 3 -6 4 0 91
4 0 91
5 2 28

원소 쌍으로 저장된 희소행렬과 전치행렬

[15	0	0	22	0	-15
0	11	3	0	0	0
0	0	0	-6	0	0
0	0	0	0	0	0
91	0	0	0	0	0
0	0	28	0	0	0

		행	렬	값
smArray	[0]	0	0	15
	[1]	0	3	22
	[2]	0	5	-15
	[3]	1	1	11
	[4]	1	2	3
	[5]	2	3	-6
	[6]	4	0	91
	[7]	5	2	28

15	0	0	0	91	$0 \rceil$
0	11	0	0	0	0
0	3	0	0	0	28
22	0	-6	0	0	0
0	0	0	0	0	0
$\lfloor -15 \rfloor$	0	0	0	0	$0 \rfloor$

[-13	U	U U	U	υJ
전치행렬		행	렬	값
smArray	[0]	0	0	15
	[1]	0	4	91
	[2]	1	1	11
	[3]	2	1	3
	[4]	2	5	28
	[5]	3	0	22
	[6]	3	2	-6
	[7]	5	0	-15

행렬의 전치

- 원래의 행렬 각 행 i에 대해서 원소 (i, j, 값) 을 가져와서
 전치행렬의 원소 (j, i, 값) 으로 저장
 - ▶ (예) (0, 0, 15) → (0, 0, 15) (0, 3, 22) → (3, 0, 22) (0, 5, -15) → (5, 0, -15) (1, 1, 11) → (1, 1, 11)
 - ▶ 올바른 순서 유지 위해 기존원소 이동시켜야 하는 경우 발생

		행	렬	값	전치행렬		행	렬	값
smArray	[0]	0	0	15	smArray	[0]	0	0	15
	[1]	0	3	22		[1]	3	0	22
	[2]	0	5	-15		[2]	5	0	-15
	[3]	1	1	11		[3]	1	1	11
	[4]	1	2	3		[4]	2	1	3
	[5]	2	3	-6		[5]	3	2	-6
	[6]	4	0	91		[6]	0	4	91
	[7]	5	2	28		[7]	2	5	28

행렬의 전치 - 열우선 검색 방법

알고리즘

▶ for (열 j에 있는 모든 원소에 대해) ▶원소(i, j, 값)을 원소(j, i, 값)으로 저장

```
SparseMatrix trasMatrix(colSize, rowSize, termSize);
4 if (termSize > 0)
5 {// nonzero 행렬에 대해서
6
      int currentB = 0;
      for (int c = 0; c < colSize; c++) // 각 열에 대해서 처리
         for (int i = 0; i < termSize; i++)
8
            // 작은 열부터의 원소를 전치된 행렬에 하나씩 복사
9
10
            if (smArray[i].col == c)
11
12
               transMatrix.smArray[currentB].row = c;
               transMatrix.smArray[currentB].col = smArray[i].row;
13
               transMatrix.smArray[currentB++].value = smArray[i].value;
14
15
16
17
    return transMatrix;
```

행렬의 전치 - 열우선 검색 방법

▶ Transpose의 분석

- ▶ 총 실행시간: O(terms cols)
- ▶ *this와 b가 필요로 하는 공간 외에 이 함수는 변수 c, i, currentB를 위한 고 정된 공간만을 추가로 필요로 한다.
- ▶ 최악의 경우 실행시간은 O(rows cols cols)
 - ▶ 공간 절약을 위해 시간을 희생한 결과

단순 2차원 배열 표현되는 경우

- ▶ O(rows·cols)시간내의 rows cols크기 행렬의 전치를 얻을 수 있음.
- 가장 단순한 형태의 알고리즘

```
for (int j = 0; j < columns; j++)
  for (int i = 0; i < rows; i++)
    b[j][i] = a[i][j];</pre>
```

행렬의 전치 - FastTranspose

▶ 메모리를 조금 더 사용한 개선 알고리즘 : FastTranspose

of b's row

- ▶ 먼저 행렬 *this의 각 열에 대한 원소 수를 구함 ▶전치 행렬 b의 각 행의 원소 수를 결정
- for (i = 0; i < terms; i++) rowSize[smArray[i].col]++;
- ▶ 이 정보에서 전치행렬 b의 각행의 시작위치 구함
- ▶ 원래 행렬 a에 있는 원소를 하나씩 전치 행렬 b의 올바른 위치로 옮김

	ROW_SIZE	ROW_START
[0]	2	0
[1]	1	2
[2]	2	3
[3]	2	5
[4]	0	7
[5]	1	7
	\uparrow	\uparrow
	# of terms	starting position

	행	렬	<u> 값</u>		행	렬	<u> 값</u>
[0]	0	0	15	 [0]	0	0	15
[1]	0	3	22	[1]	0	4	91
[2]	0	5	-15	[2]	1	1	11
[3]	1	1	11	[3]	2	1	3
[4]	1	2	3	[4]	2	5	28
[5]	2	3	-6	[5]	3	0	22
[6]	4	0	91	[6]	3	2	-6
[7]	5	2	28	[7]	5	0	-15

▶ 실행시간: O(columns+terms)

in b's row (a's col)

```
SparseMatrix SparseMatrix::FastTranspose()
2 {
3
    SparseMatrix b(cols,rows,terms);
    if (terms > 0)
4
    {// nonzero 행렬에 대해서
5
      int *rowSize = new int[cols];
6
      int *rowStart = new int[cols];
        // rowSize에 원본 행렬의 각 열의 원소 또는 전치행렬의 각 행의 원소 개수 계산하여 저장
8
9
      fill(rowSize, rowSize+cols,0); // initialize
10
      for (i = 0; i < terms; i++) rowSize[smArray[i].col]++;
        // rowStart에 전치행렬의 각 열의 시작 위치 계산하여 저장
11
12
       rowStart[0] = 0;
13
       for (i = 1; i < cols; i++) rowStart[i] = rowStart[i-1] + rowSize[i-1];
14
       for (i = 0 : i < terms : i++)
       {// 원본 행렬에서 결과 전치 행렬 b에 각 원소를 저장
15
         int j = rowStart[smArray[i].col];
16
         b.smArray[j].row = smArray[i].col;
17
18
         b.smArray[j].col = smArray[i].row;
19
         b.smArray[i].value = smArray[i].value;
20
         rowStart[smArray[i].col]++;
21
22
       delete [] rowSize;
23
       delete [] rowStart;
24 }
25 return b;
26 }
```