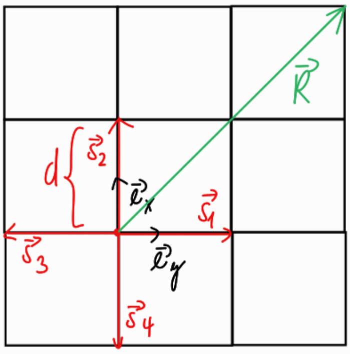
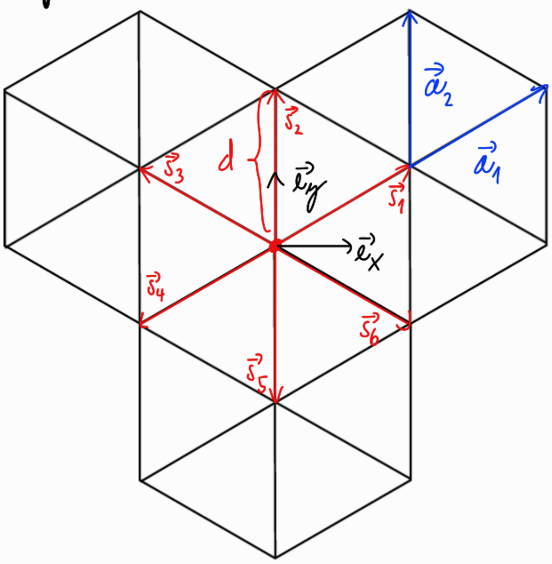
ZÚ 1 – Náhodné procházky – výpočet vzdálenosti a označení s

Čtvercová mříž



- 4 možné směry $\vec{s}_i$, $i=1,2,3,4$
- polohový vektor: $\vec{R} = \sum_{i=1}^{4} \underset{\substack{\uparrow \\ \text{(počet kroků ve směru } \vec{s}_i)}}{n_i} \vec{s}_i = \underbrace{d(n_1-n_3)}_{R_x}\vec{e}_x + \underbrace{d(n_2+n_3)}_{R_y}\vec{e}_y$
- označme: $\boxed{\begin{aligned} &\bullet\ n_x = n_1 - n_3 \\ &\bullet\ n_y = n_2 - n_4 \end{aligned}}$ $\Rightarrow R_x = d n_x$, $\Rightarrow R_y = d n_y$
- vzdálenost: $\boxed{R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = d\sqrt{n_x^2 + n_y^2}}$

Trojúhelníková mříž



- 6 možných směrů $\vec{s}_1, \dots, \vec{s}_6$:

$$\boxed{\begin{array}{lll} \vec{s}_1 = \vec{a}_1 & \vec{s}_3 = \vec{a}_2 - \vec{a}_1 & \vec{s}_5 = -\vec{a}_2 \\ \vec{s}_2 = \vec{a}_2 & \vec{s}_4 = -\vec{a}_1 & \vec{s}_6 = \vec{a}_1 - \vec{a}_2 \end{array}}$$

… $\vec{a}_1, \vec{a}_2$ = mřížové vektory: • $\vec{a}_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} d\,\vec{e}_x + \frac{d}{2}\vec{e}_y$
• $\vec{a}_2 = d\,\vec{e}_y$

- polohový vektor:

$$\vec{R} = \sum_{i=1}^{6} n_i \vec{s}_i = n_1\vec{a}_1 + n_2\vec{a}_2 + n_3(\vec{a}_2 - \vec{a}_1) - n_4\vec{a}_1 - n_5\vec{a}_2 + n_6(\vec{a}_1 - \vec{a}_2) =$$

$$= (n_1 - n_3 - n_4 + n_6)\vec{a}_1 + (n_2 + n_3 - n_5 - n_6)\vec{a}_2 =$$

$$= (n_1 - n_3 - n_4 + n_6)\left(\frac{\sqrt{3}d}{2}\vec{e}_x + \frac{d}{2}\vec{e}_y\right) + (n_2 + n_3 - n_5 - n_6)d\,\vec{e}_y =$$

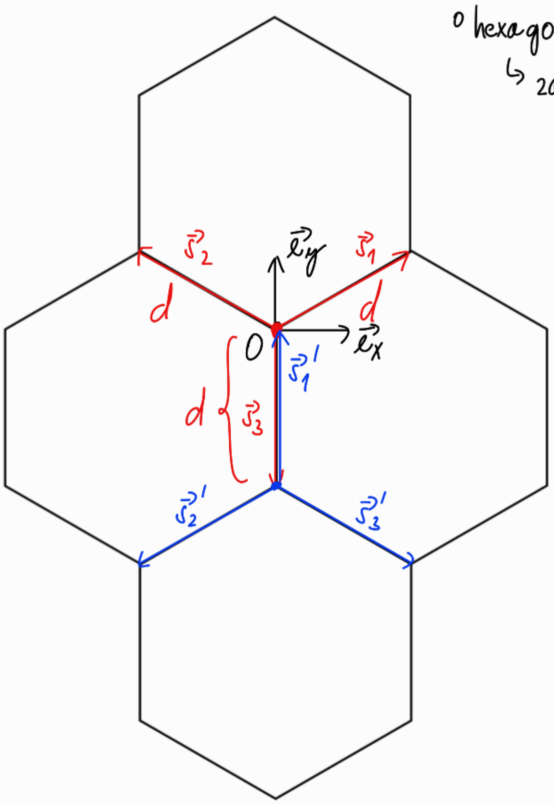
$$= \frac{\sqrt{3}}{2}d(n_1 - n_3 - n_4 + n_6)\vec{e}_x + \frac{d}{2}(n_1 + 2n_2 - n_3 + 2n_3 - n_4 - 2n_5 + n_6 - 2n_6)\vec{e}_y =$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2}d\underbrace{(n_1 - n_3 - n_4 + n_6)}_{\equiv n_x}\vec{e}_x + \frac{d}{2}\underbrace{(n_1 + 2n_2 + n_3 - n_4 - 2n_5 - n_6)}_{\equiv n_y}\vec{e}_y$$

- vzdálenost:

$\boxed{R = \sqrt{\vec{R}\cdot\vec{R}} = \frac{d}{2}\sqrt{3n_x^2 + n_y^2}}$, kde: $\boxed{\begin{aligned} &\bullet\ n_x = n_1 - n_3 - n_4 + n_6 \\ &\bullet\ n_y = n_1 + 2n_2 + n_3 - n_4 - 2n_5 - n_6 \end{aligned}}$

Hexagonální mříž



◦ hexagonální mříž je tvořena dvěma podmřížemi

↳ začneme-li v počátku O:

- dostupné směry v lichém kroku: $\vec{s}_1, \vec{s}_2, \vec{s}_3$
- ——‖—— v sudém kroku: $\vec{s}_1\,', \vec{s}_2\,', \vec{s}_3\,'$

- $\vec{s}_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} d\vec{e}_x + \frac{d}{2}\vec{e}_y$
- $\vec{s}_2 = -\frac{\sqrt{3}}{2} d\vec{e}_x + \frac{d}{2}\vec{e}_y$
- $\vec{s}_3 = -d\vec{e}_y$

- $\vec{s}_1\,' = d\vec{e}_y$
- $\vec{s}_2\,' = -\frac{\sqrt{3}}{2} d\vec{e}_x - \frac{d}{2}\vec{e}_y$
- $\vec{s}_3\,' = \frac{\sqrt{3}}{2} d\vec{e}_x - \frac{d}{2}\vec{e}_y$

- označení: • n_i = počet kroků ve směru $\vec{s}_i$
  - • m_i = ——‖—— $\vec{s}_i\,'$

◦ polohový vektor:

$$\vec{R} = \sum_{i=1}^{3} n_i \vec{s}_i + \sum_{i=1}^{3} m_i \vec{s}_i\,' = \frac{\sqrt{3}}{2} d\underbrace{(n_1 - n_2 - m_2 + m_3)}_{\equiv n_x}\vec{e}_x + \frac{d}{2}\underbrace{(n_1 + n_2 - 2n_3 + 2m_1 - m_2 - m_3)}_{\equiv n_y}\vec{e}_y$$

◦ vzdálenost:

$$\boxed{R = \sqrt{\vec{R}\cdot\vec{R}} = \frac{d}{2}\sqrt{3n_x^2 + n_y^2}}$$

... kde: $\boxed{\begin{array}{l} \bullet\ n_x = n_1 - n_2 - m_2 + m_3 \\ \bullet\ n_y = n_1 + n_2 - 2n_3 + 2m_1 - m_2 - m_3 \end{array}}$