

Задание для лабораторного практикума по теме «Решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений и систем»

Напишите программу, реализующую алгоритм решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений и систем методом Рунге-Кутты 2-го, 3-го и 4-го порядков. При разработке алгоритма необходимо предусмотреть возможность:

- изменения области интегрирования,
- задания других начальных условий,
- проведения расчетов на последовательно удваиваемых сетках,
- вывода в одиннадцати равноудаленных точках, расположенных равномерно на отрезке интегрирования, значений сеточных функций, полученных на сетках с шагами h и $h/2$, а также их разности в тех же точках.

Отладьте программу и проведите расчеты для задачи из таблицы 1 при разной величине шага интегрирования, оцените порядок сходимости по величине погрешности. Подготовьте отчет, содержащий постановку задачи, описание метода решения, результаты численных экспериментов в виде таблиц и графиков, анализ результатов, выводы и листинг кода.

Таблица 1. Варианты заданий

Исполнитель	Задача Коши для ОДУ 1-го порядка	Задача Коши для ОДУ 2-го порядка
Аракелов Артур	$y' = \frac{2y}{x} + 2x^3, x \in [1, 2], y(1) = 2$	$y'' - 2y' + y = 0, x \in [2, 3], y(2) = 1, y'(2) = -2$
Беззубов Дмитрий	$y' = \frac{4x + 2y}{2x + 1} + 2x^3, x \in [0, 1], y(0) = 1$	$y'' + y = 4e^x, x \in [0, 1], y(0) = 4, y'(0) = -3$
Белов Артем	$y' = \frac{1}{\cos(x)} - y \tan(x), x \in [0, \frac{\pi}{2}], y(0) = 1$	$y'' - 2y' = 2e^x, x \in [1, 2], y(1) = -1, y'(1) = 0$
Васяев Андрей	$y' = y + \frac{e^x}{x}, x \in [1, 2], y(1) = 0$	$y'' + 2y' + 2y = xe^{-x}, x \in [0, 1], y(0) = 0, y'(0) = 0$
Воробьева Арина	$y' = \frac{1 + xy}{x^2}, x \in [1, 2], y(1) = 2$	$y'' - y = -2, x \in [0, 1], y(0) = 3, y'(0) = -1$
Губа Александр	$y' = \frac{y}{x} + x \cos(x), x \in [\pi, \frac{3\pi}{2}], y(\pi) = 0$	$\begin{cases} y' = xy + z, \\ z' = y - z, \end{cases} x \in [0, 1], y(0) = 1, z(0) = 0$
Ильичев Виктор	$y' = 2x(x^2 + y), x \in [0, 1], y(0) = 0$	$\begin{cases} y' = x^2 + z, \\ z' = y - z, \end{cases} x \in [0, 1], y(0) = 1, z(0) = 0$
Калинин Евгений	$y' = \frac{2y}{x \ln(x)} + \frac{1}{x}, x \in [2, 3], y(2) = -\ln(2)$	$\begin{cases} y' = z^2 + x, \\ z' = xy, \end{cases} x \in [0, 1], y(0) = 1, z(0) = -0.5$

Картомина Дарья	$x' = \frac{x+y^2}{y}, y \in [1,2], x(1) = 2$	$\begin{cases} y' = x + y + z, \\ z' = y - z, \end{cases} x \in [0,1], y(0) = 1, \\ z(0) = -1$
Ковшов Степан	$x' = \frac{3x-y^2}{y}, y \in [1,2], x(1) = 4$	$\begin{cases} y' = xy + z, \\ z' = y + xz, \end{cases} x \in [0,1], y(0) = 1, \\ z(0) = 0.5$
Корчева Полина	$x' = 2ye^y + x, y \in [0,1], x(0) = 2$	$\begin{cases} y' = x^2 - z, \\ z' = y + x, \end{cases} x \in [0,1], y(0) = 1, \\ z(0) = 1$
Курагина Надежда	$x' = -\frac{x}{y}(y^3 + \ln(x)), y \in [1,2], \\ x(1) = 1$	$\begin{cases} y' = y - z, \\ z' = yz, \end{cases} x \in [0,1], y(0) = 0.5, \\ z(0) = 0$
Матвеева Варвара	$y' = \frac{1+y^2 \sin(2x)}{2y \cos^2(x)}, x \in [\pi, \frac{3\pi}{2}], \\ y(\pi) = \sqrt{\pi}$	$\begin{cases} y' = -xz, \\ z' = \frac{y}{x}, \end{cases} x \in [0,1], y(0) = 1, \\ z(0) = 0$
Миронов Иван	$x' = \frac{xy+x^3}{y^2}, y \in [1,2], x(1) = 1$	$\begin{cases} y' = (y+z)x, \\ z' = (-y+z)x, \end{cases} x \in [0,1], y(0) = 1, \\ z(0) = 1$
Мухин Дмитрий	$y' = \frac{y}{x} - y^2, x \in [1,2], y(1) = 2$	$\begin{cases} y' = -yz + \frac{\cos(x)}{x}, \\ z' = -z^2 + \frac{2.5}{1+x^2}, \end{cases} x \in [0,1], y(0) = 1 \\ , z(0) = -0.2$
Пименова Светлана	$y' + 2xy^2 = 0, x \in [0,1], y(0) = 1$	$\begin{cases} y' = z - (2y + 0.25z)y, \\ z' = e^y - (2 + 2z)y, \end{cases} x \in [0,1], \\ y(0) = 0.5, z(0) = 0.5$
Полусмак Сергей	$y' - y = x^2, x \in [1,2], y(1) = 1$	$\begin{cases} y' = z + 0.5, \\ z' = y - x, \end{cases} x \in [0,1], y(0) = 0.5, \\ z(0) = 0.5$
Пуль Даниил	$y' + y^2 + \frac{y}{x} = \frac{1}{x^2}, x \in [1,2], y(1) = -1$	$\begin{cases} y' = \cos(y + 2z) + 2, \\ z' = \frac{2}{x + 6y^2} + x + 1, \end{cases} x \in [0,1], \\ y(0) = 0.1, z(0) = 0.5$
Сажура Салах-Эддин	$y' - (1-y)(4-y) = 0, x \in [0,1], \\ y(0) = 0$	$\begin{cases} y' = \sin(x^2) + y + z, \\ z' = x + y - z^2 + 1, \end{cases} x \in [0,1], \\ y(0) = 0.5, z(0) = 1$

Сергеев Дмитрий	$y' = \frac{\cos(x)}{1+y^2}, x \in [0,4], y(0) = 0$	$\begin{cases} y' = \ln(2x+y), \\ z' = \sqrt{4x^2+y^2}, \end{cases} x \in [0,4], y(0) = 1.0, z(0) = 1$
Синицын Никита	$y' = e^{-x}(y^2+1.04), x \in [0,1], y(0) = 0$	$\begin{cases} y' = \cos(y+2z)+4, \\ z' = \frac{2}{x+4y}+x+1, \end{cases} x \in [0,1], y(0) = 0.1, z(0) = 0.5$
Смирнова Елена	$y' = -\frac{y}{x} - y^2 \ln(x), x \in [1,2], y(1) = 2$	$\begin{cases} y' = \sqrt{x^2+2y^2}+z, \\ z' = \cos(2z)+x, \end{cases} x \in [0,1], y(0) = 0.4, z(0) = 0.4$
Чучков Александр	$y' = \frac{1}{\cos(x)} - y \tan(x), x \in [0,1], y(0) = 2$	$\begin{cases} y' = e^{-(y+z)}+2x, \\ z' = x^2+y, \end{cases} x \in [0,1], y(0) = 1, z(0) = 1$
Юрков Максим	$y' = 2y+3e^x, x \in [0,1], y(0) = 0$	$y'' = y+xy', x \in [0,1], y(0) = 1, y'(0) = 1$