

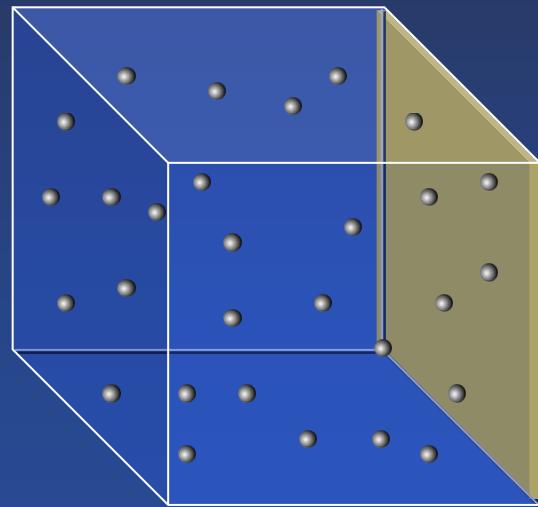
A large, orange hot air balloon with dark stripes is centered in the background, floating above a green grassy field and some buildings. The title text is overlaid on the balloon.

§12.2 理想气体的压强 及温度的微观意义

一、理想气体的压强公式

压强：大量分子作用的平均效果。

$$p = \frac{F}{S}, \quad F = ? \quad \frac{\Delta I}{\Delta t}$$



一、理想气体的压强公式

压强: 大量分子作用的平均效果。

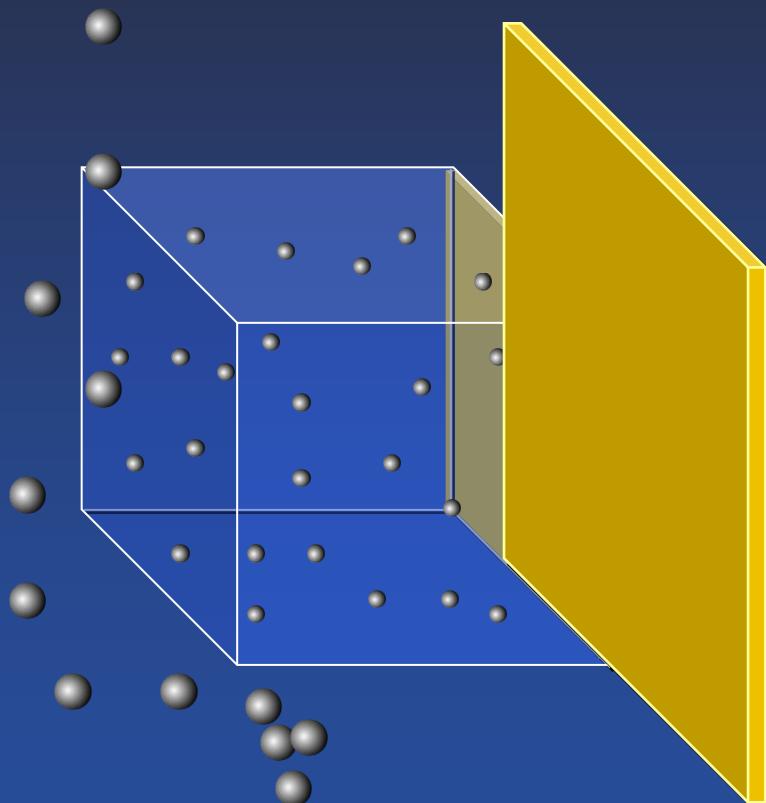
$$p = \frac{F}{S}, \quad F = ? \quad \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

设单位体积内速度为:

$$\vec{v}_i \sim \vec{v}_i + d\vec{v}_i$$

的分子数共有 n_i 个;

总分子数密度: $n = \sum_i n_i$



dt 内速度为 \vec{v}_i 与面元 dS 碰撞的分子个数为：

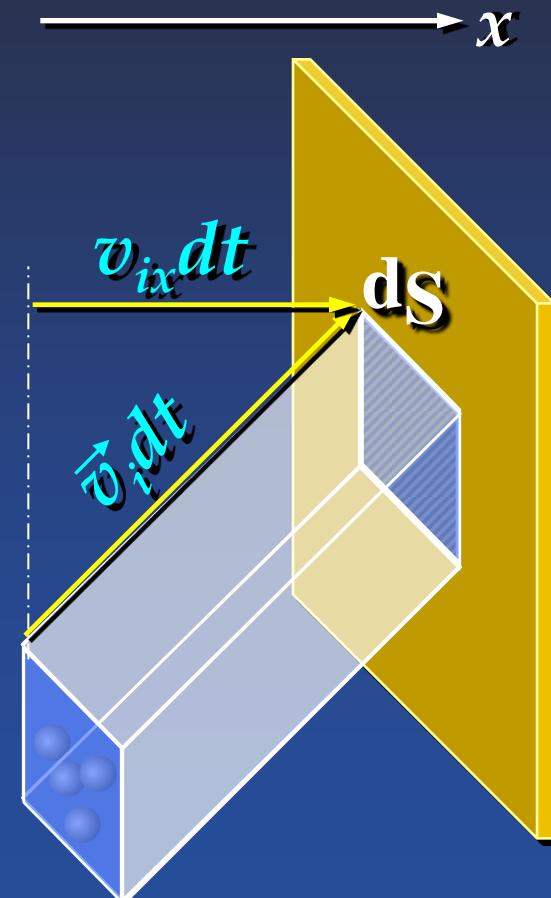
$$\Delta N_i = n_i \cdot v_{ix} dt \cdot dS$$

一个分子在一次碰撞过程中给容器壁的冲量为：

$$-[m(-v_{ix}) - mv_{ix}] = 2mv_{ix}$$

dt 内速度为 \vec{v}_i 分子给器壁的冲量：

$$\Delta N_i \cdot 2mv_{ix} = 2m \cdot n_i v_{ix}^2 \cdot dt \cdot dS$$



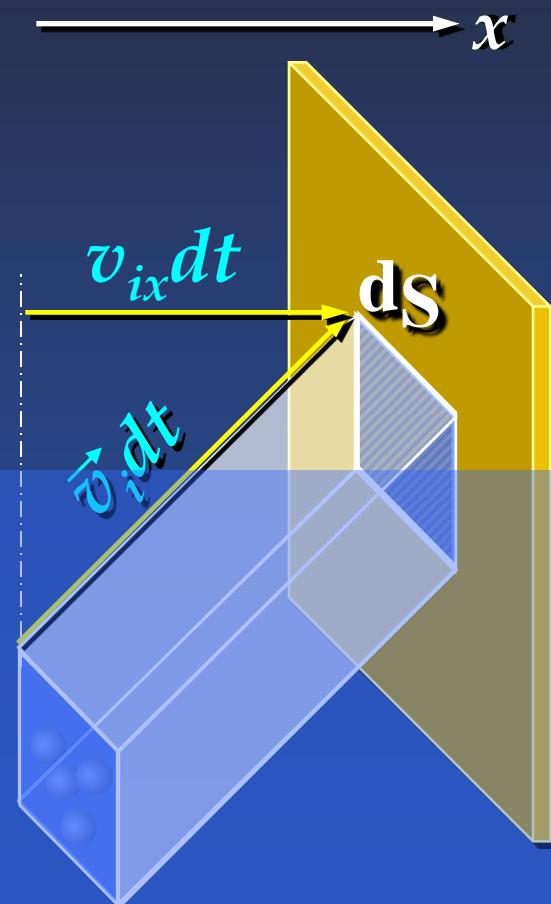
dt 内所有分子给器壁的冲量:

$$dI = \sum_{(v_{ix} > 0)} (2m \cdot n_i v_{ix}^2 \cdot dt \cdot dS)$$

$$= \frac{1}{2} \sum_i (2m \cdot n_i v_{ix}^2 \cdot dt \cdot dS)$$

dt 内速度为 \vec{v}_i 分子给器壁的冲量:

$$\Delta N_i \cdot 2mv_{ix} = 2m \cdot n_i v_{ix}^2 \cdot dt \cdot dS$$



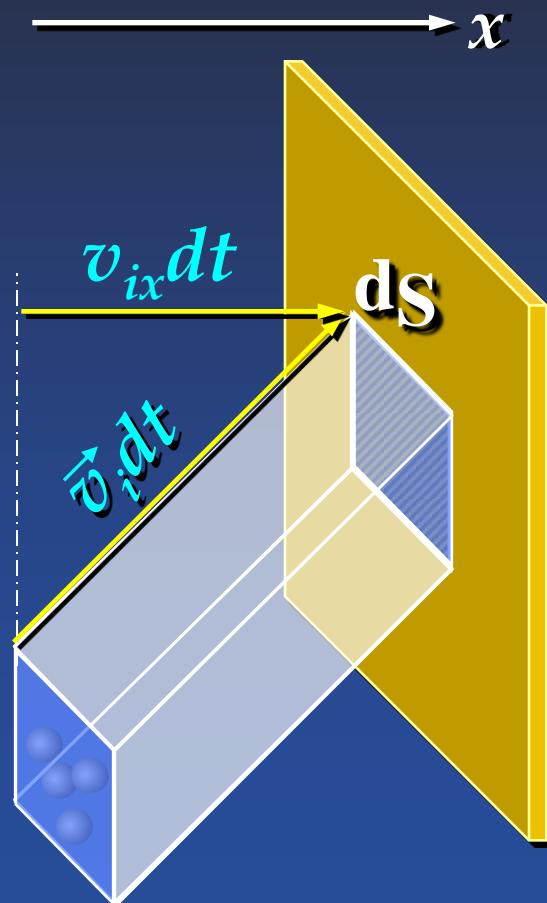
dt 内所有分子给器壁的冲量：

$$dI = \sum_{(v_{ix} > 0)} (2m \cdot n_i v_{ix}^2 \cdot dt \cdot dS)$$

$$= \frac{1}{2} \sum_i (2m \cdot n_i v_{ix}^2 \cdot dt \cdot dS)$$

大量分子频繁碰撞，器壁受持续压力！

$$p = \frac{dF}{dS} = \frac{dI/dt}{dS} = m \sum_i n_i v_{ix}^2$$



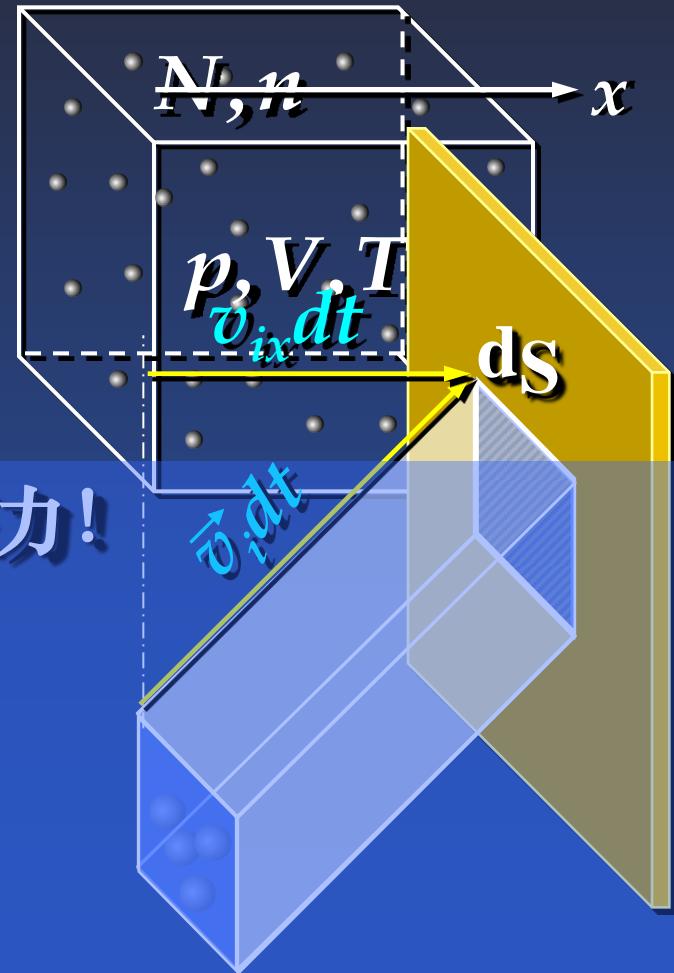
$$\overline{v_x^2} = \frac{\sum_i N_i v_{ix}^2}{N} = \frac{\sum_i n_i v_{ix}^2}{n} = \frac{1}{3} \overline{v^2} \longrightarrow p = \frac{1}{3} n m \overline{v^2}$$

[定义] 分子平均平动动能:

$$\bar{\epsilon}_{kt} = \frac{1}{2} m \overline{v^2}$$

大量分子频繁碰撞，器壁受持续压力！

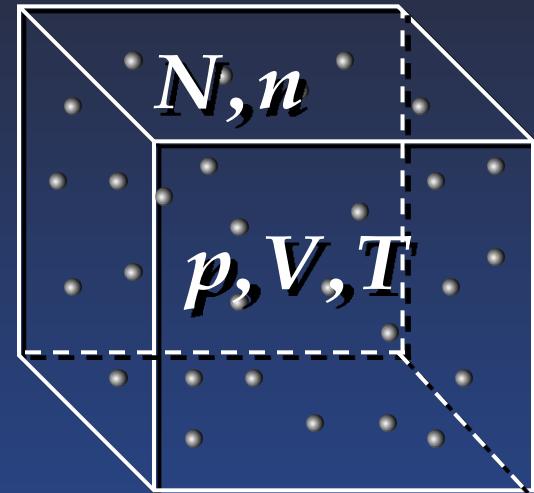
$$p = \frac{dF}{dS} = \frac{dI/dt}{dS} = m \sum_i n_i v_{ix}^2$$



$$\overline{v_x^2} = \frac{\sum_i N_i v_{ix}^2}{N} = \frac{\sum_i n_i v_{ix}^2}{n} = \frac{1}{3} \overline{v^2} \longrightarrow p = \frac{1}{3} n m \overline{v^2}$$

[定义] 分子平均平动动能:

$$\bar{\epsilon}_{kt} = \frac{1}{2} m \overline{v^2}$$



则:

$$p = \frac{1}{3} n m \overline{v^2} = \frac{2}{3} n \bar{\epsilon}_{kt} \quad (\text{压强公式})$$

有时: $p = \frac{1}{3} \rho \overline{v^2}$ ($\rho = nm$) (气体质量密度)



说明

- 压强 p 是大量气体分子碰撞器壁产生的，是对大量分子统计平均的结果。单个分子压强无意义。
- 压强公式建立起宏观量压强 p 与微观气体分子运动之间的关系。

则：

$$p = \frac{1}{3} n m \bar{v^2} = \frac{2}{3} n \bar{\epsilon}_{kt}$$

(压强公式)

有时： $p = \frac{1}{3} \rho \bar{v^2}$ ($\rho = nm$) (气体质量密度)

说明

- 压强 p 是大量气体分子碰撞器壁产生的，是对大量分子统计平均的结果。单个分子压强无意义。
- 压强公式建立起宏观量压强 p 与微观气体分子运动之间的关系。
- 由 $p = \frac{2}{3}n\bar{\varepsilon}_{kt} \propto n$ 可知：分子数密度越大，压强越大；
 $p = \frac{2}{3}n\bar{\varepsilon}_{kt} \propto \bar{\varepsilon}_{kt}$ ：分子运动得越激烈，压强越大。

二、温度公式

将状态方程 $p = nkT$ 代入压强公式：

$$p = \frac{1}{3} n m \bar{v}^2 = \frac{2}{3} n \bar{\varepsilon}_{kt} = nkT \longrightarrow$$

$$\bar{\varepsilon}_{kt} = \frac{3}{2} kT \quad (\text{温度公式})$$

由 $p = \frac{2}{3} n \bar{\varepsilon}_{kt} \propto n$ 可知：分子数密度越大，压强越大；

$p = \frac{2}{3} n \bar{\varepsilon}_{kt} \propto \bar{\varepsilon}_{kt}$ ：分子运动得越激烈，压强越大。

二、温度公式

将状态方程 $p = nkT$ 代入压强公式：

$$p = \frac{1}{3} n m \bar{v}^2 = \frac{2}{3} n \bar{\varepsilon}_{kt} = nkT \longrightarrow$$

$$\bar{\varepsilon}_{kt} = \frac{3}{2} kT \quad (\text{温度公式})$$

气体分子的方均根速率： $\sqrt{\bar{v}^2} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$

温度的微观意义：温度是气体分子平均平动动能的量度，反映物体内分子无规则热运动的剧烈程度。

- 温度是对大量分子热运动的统计平均结果，对个别分子温度无意义。
- 不同气体温度相同，平均平动动能 $\bar{\varepsilon}_{kt}$ 相同。

$$\bar{\varepsilon}_{kt} = \frac{3}{2}kT$$

(温度公式)

• 气体分子的方均根速率： $\sqrt{\bar{v^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$

- 温度的微观意义：温度是气体分子平均平动动能的量度，反映物体内分子无规则热运动的剧烈程度。

- 温度是对大量分子热运动的统计平均结果，对个别分子温度无意义。
- 不同气体温度相同，平均平动动能 $\bar{\varepsilon}_{kt}$ 相同。

例 求 27 °C 时空气的方均根速率（空气的摩尔质量为 29 g/mol）。

解：

$$\sqrt{v^2} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = \sqrt{\frac{3 \times 8.31 \times 300}{29 \times 10^{-3}}} = 507.8 \text{ m/s}$$

(The end)



归纳

1. 压强公式: $p = \frac{1}{3} n m \overline{v^2} = \frac{2}{3} n \bar{\varepsilon}_{kt}$

2. 温度公式: $\bar{\varepsilon}_{kt} = \frac{3}{2} kT$

$$\sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = \sqrt{\frac{3 \times 8.31 \times 300}{29 \times 10^{-3}}} = 507.8 \text{m/s}$$

(The end)

归纳

1. 压强公式: $p = \frac{1}{3} n m \overline{v^2} = \frac{2}{3} n \bar{\varepsilon}_{kt}$

2. 温度公式: $\bar{\varepsilon}_{kt} = \frac{3}{2} kT$

方均根速率: $\sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$

((The end))