§12.5 气体分子的平均碰撞频率和平均自由程

☺ 为什么？

由 $\overline{v}=\sqrt{8RT/(\pi M)}$ 可知，常温下气体分子的平均速率 $\overline{v}\sim 10^2 m/s$，但打开香水瓶后，我们并不能立即闻到香水的香味，为什么？

➡ $1cm^3$的空气约有27亿亿个气体分子，香水分子碰撞极其频繁，如何衡量这种碰撞的频繁程度？

☺ 你知道吗？

一段时间后，热水瓶中的水温变低了。从能量的角度考虑，热水瓶中的能量是通过什么方式传到外界的?

➡瓶胆中仍有稀薄的空气。空气分子的频繁碰撞会将能量从一个地方传到另一个地方。考虑到保温性能，对瓶胆的厚度有何要求?

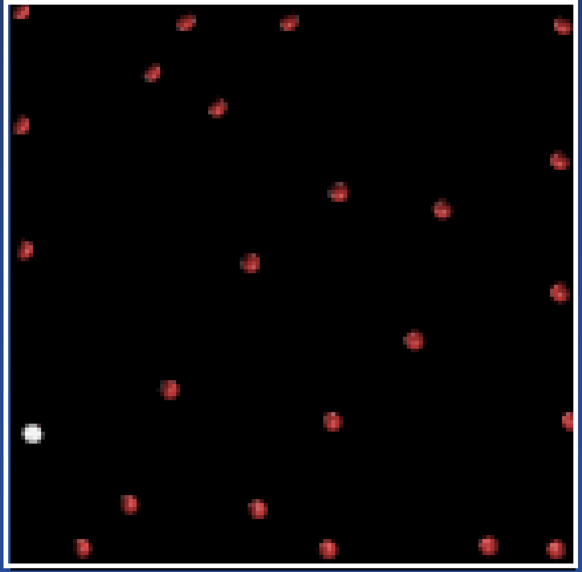
一、定义

▲平均自由程：分子在连续两次碰撞间所经过的平均路程。常用 $\overline{\lambda}$ 表示。

▲平均碰撞频率：分子在单位时间内的平均碰撞次数。常用 $\overline{z}$ 表示。

则，在 Δt 时间内，有：

$$\overline{\lambda}=\frac{\overline{v}\Delta t}{\overline{z}\Delta t}\longrightarrow\overline{\lambda}=\frac{\overline{v}}{\overline{z}}$$



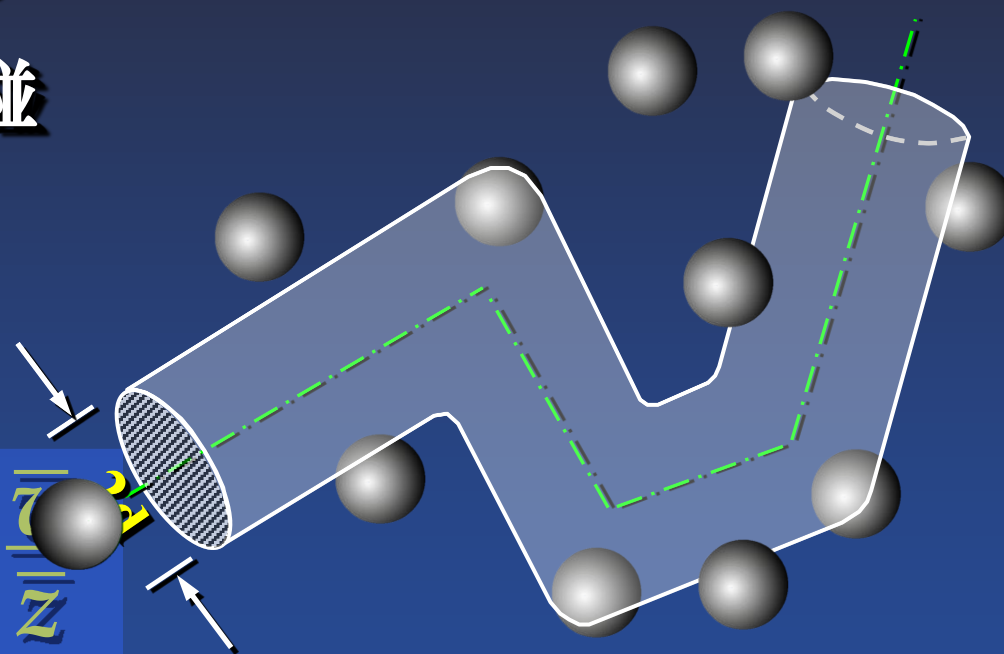
☻ $\overline{z}$、$\overline{\lambda}$ 与哪些因素相关 ？

二、平均碰撞频率与平均自由程

设分子的有效直径为d，某分子以 $\overline{u}$ 相对于其他分子运动(其他分子静止)。

则：Δt 时间内与该分子碰撞的分子个数为：

$$\Delta N = n\pi d^2 \overline{u} \Delta t$$



$$\overline{\lambda} = \frac{\overline{v}\Delta t}{\overline{z}\Delta t} \longrightarrow \overline{\lambda} = \frac{\overline{v}}{\overline{z}}$$

☻ $\overline{z}$、$\overline{\lambda}$ 与哪些因素相关？

分子数密度：n

二、平均碰撞频率与平均自由程

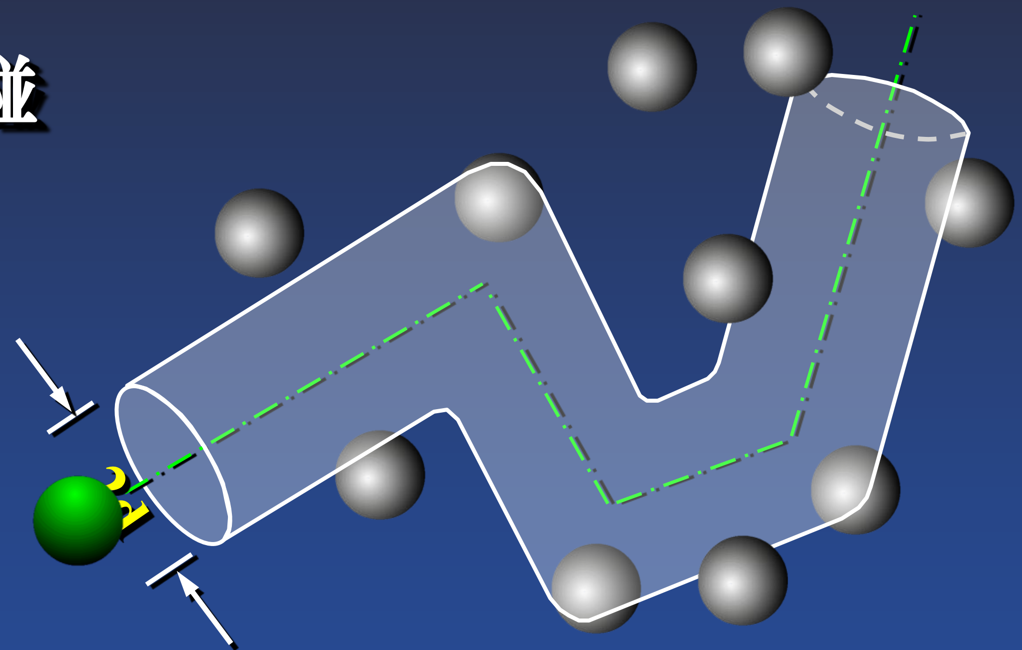
设分子的有效直径为d，某分子以 $\overline{u}$ 相对于其他分子运动（其他分子静止）。

则：Δt 时间内与该分子碰撞的分子个数为：

$$\Delta N = n\pi d^2 \overline{u} \Delta t$$

$$\overline{z} = \frac{\Delta N}{\Delta t} = n\pi d^2 \overline{u}$$

理论修正：　$\overline{u} = \sqrt{2}\,\overline{v}$



分子数密度：n

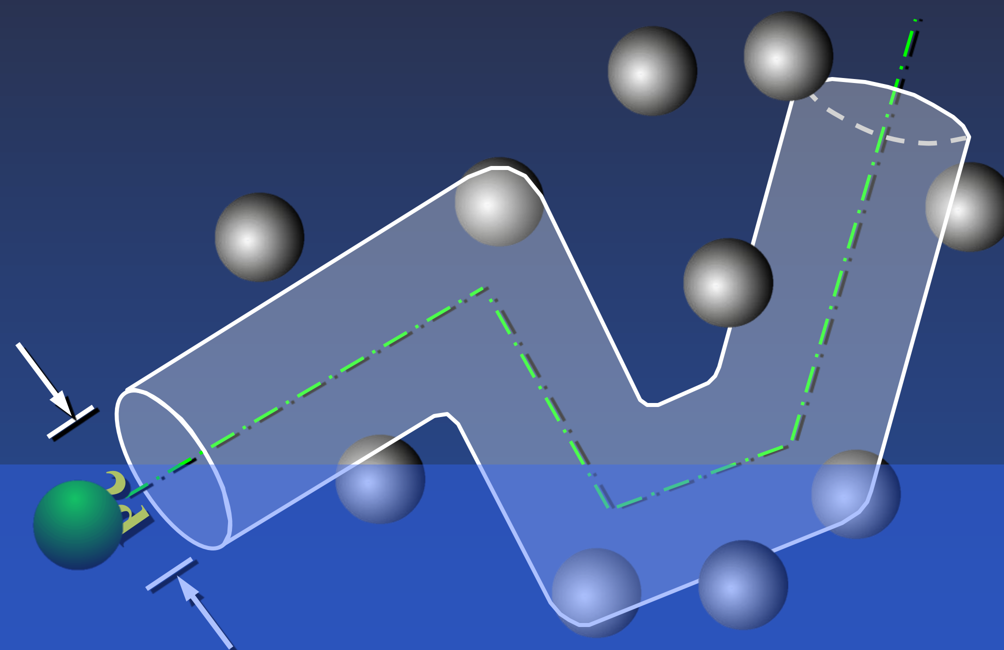
$\therefore\quad \bar{z}=\sqrt{2}n\pi d^2\bar{v}\sim 10^9\ (\mathrm{s}^{-1})$ 可知：$\bar{z}\propto n,\ d^2,\ \bar{v}$

则，平均自由程为：

$$\bar{\lambda}=\frac{\bar{v}}{\bar{z}}=\frac{1}{\sqrt{2}\,\pi d^2\cdot n}$$

而：$p=nkT$

$$\bar{z}=\frac{\Delta N}{\Delta t}=n\pi d^2\bar{u}$$



理论修正：$\bar{u}=\sqrt{2}\,\bar{v}$

分子数密度：n

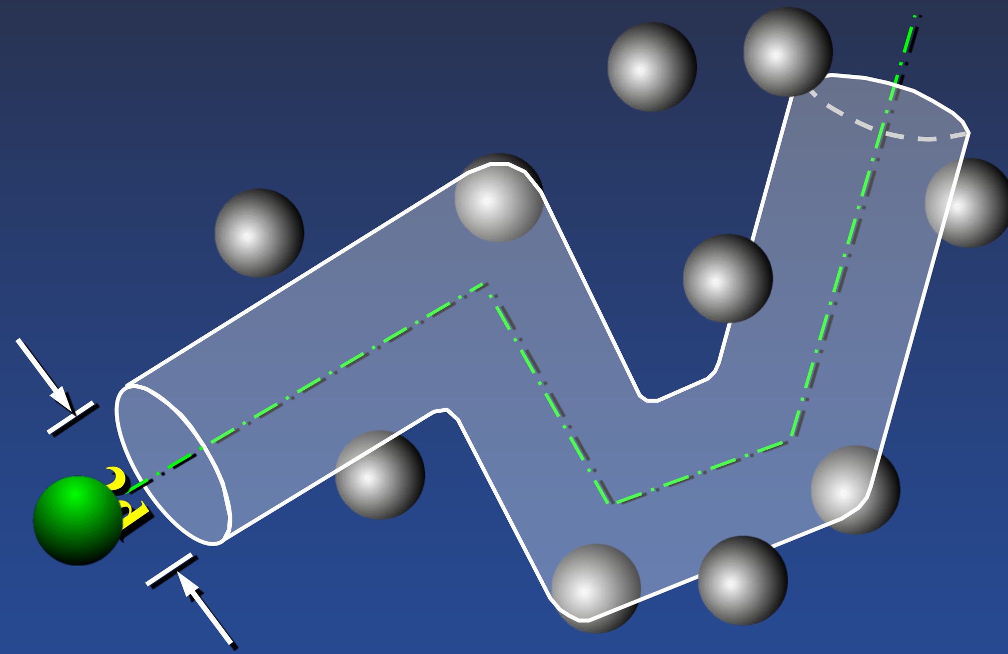
$\therefore\quad \bar{z} = \sqrt{2}\, n\pi d^2 \bar{v} \sim 10^9\ (\mathrm{s}^{-1})$　　**可知：** $\bar{z} \propto n,\ d^2,\ \bar{v}$

则，平均自由程为：

$$\bar{\lambda} = \frac{\bar{v}}{\bar{z}} = \frac{1}{\sqrt{2}\,\pi d^2 \cdot n}$$

而： $p = nkT$

$$\boxed{\bar{\lambda} = \frac{kT}{\sqrt{2}\,\pi d^2 \cdot p}}$$



常温常压下： $\bar{\lambda}$ 约 $10^{-8} \sim 10^{-7}\ (\mathrm{m})$

分子数密度： n

例 试计算0℃时，不同压强下空气分子的平均自由程。

解：空气分子的有效直径 $d = 3.5\times10^{-10}$m，则

p (Pa)	$\bar{\lambda}$ (m)
1.01×10^{5}	6.9×10^{-8}
1.33×10^{2}	5.2×10^{-5}

$$\bar{\lambda} = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 \cdot p}$$

常温常压下：$\bar{\lambda}$ 约 $10^{-8} \sim 10^{-7}$ (m)

例 试计算0℃时，不同压强下空气分子的平均自由程。

解： 空气分子的有效直径 $d = 3.5 \times 10^{-10}\,\mathrm{m}$，则

p (Pa)	$\bar{\lambda}$ (m)
1.01×10^{5}	6.9×10^{-8}
1.33×10^{2}	5.2×10^{-5}
1.33	5.2×10^{-3}
1.33×10^{-2}	5.2×10^{-1}
1.33×10^{-4}	52

例 热水瓶瓶胆厚度为1.5cm，开水 $t = 100$ ℃ ，考虑到保温性能，抽真空后，胆内压强应为多少?

解: 空气分子的有效直径 $d = 3.5\times10^{-10}\text{m}$，$T = 373\text{K}$

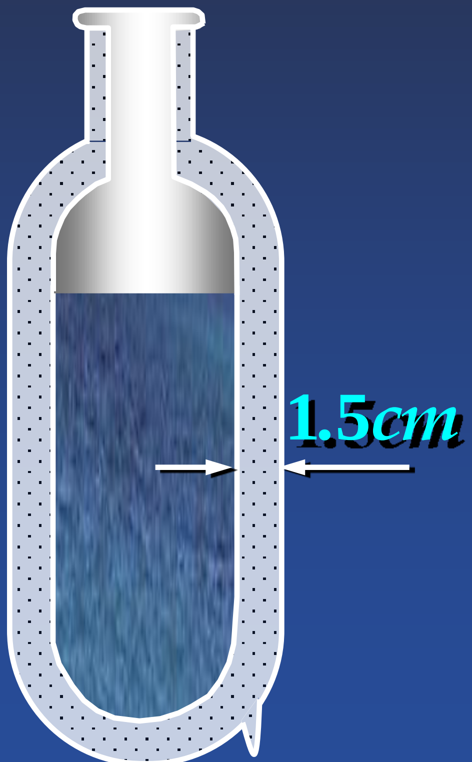
考虑到保温性能，应取:

$$\bar{\lambda} = 1.5\text{cm} = 1.5\times10^{-2}\text{m}$$

$$\bar{\lambda} = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 \cdot p} \longrightarrow$$

$$p = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 \cdot \bar{\lambda}} \approx 0.63\,(\text{Pa}) \approx 6.22\times10^{-6}\ \text{atm}$$

瓶胆承受的压力~$1.01\times10^4\text{kg/m}^2$!



归纳:

1. 平均碰撞频率: $\bar{z} = \sqrt{2} n \pi d^2 \bar{v}$

2. 平均自由程: $\bar{\lambda} = \dfrac{kT}{\sqrt{2} \pi d^2 \cdot p}$

$$p = \frac{kT}{\sqrt{2} \pi d^2 \cdot \bar{\lambda}} \approx 0.63\,(\mathrm{Pa}) \approx 6.22 \times 10^{-6}\ \mathrm{atm}$$

瓶胆承受的压力~1.01×10⁴kg/m²!

(The end)