

2, 数组

2018年4月27日

15:32

- 数组简介
- 面试题总体分析
 - 选题原则
 - 难度
 - 经典(常见)
 - 新颖
- 一些例题
 - 例1 局部最小值
 - 例2 第一个缺失的正整数
 - 例3 元素间的最大距离
 - 例4 只出现一次的数
 - 例5 众数问题
 - 例6 “前缀和”的应用
- 总结
- 数组简介
- 数组(array)
 - java : [], ArrayList
 - C++ : STL **vector**, []
 - **C: 只有[]**
 - 理解: 输入的数组通常理解为集合, 我们自己可以**排序, 查找**
 - 注意
 - C++ STL中**vector的一种实现** (可以规定容量, 如果超过容量, 就扩大该容量至两倍, 重新开辟一块空间, 将之前的复制过去)
 - 数组下标是一种特殊的hash... 做计数 (数组下标可以用来做排序or计数)

- 理解数组与map
- 给数组“顺序”

- 面试题总体分析

- 查找和排序

- 二分查找
- 元素交换
- 排序，中位数
- 归并
- 位运算
- 前缀和的应用

- 动态规划

- 排列组合

- 一些例题

- 例1 局部最小值

/*

问题： 一个给定的不包含相同元素的整数数组，每个，局部极小值的定义是一个值比左右相邻的（如果存在）都小的值，求它的一个局部最小值

分析：首先，我们分析其是否存在？首先，全局最小值一定是一个局部极小值，因此一定存在。找最小值需整体扫一边，时间复杂度为 $O(n)$ 。

能不能更少一点呢？我们规定数组下标为 $a[1 \dots n]$ ，并定义 $a[0] = a[n+1] = \text{无穷大}$ ，因此，我们有 $a[1] < a[0]$ ， $a[n] < a[n+1]$ ，

则，我们得出结论， $a[x, y]$ ，若 $a[x] < a[x-1]$ ， $a[y] < a[y+1]$ ，则它包含一个局部极小值。

为什么这么说呢，首先 $a[x, y]$ 中一定有一个全局最小值，但如果在端点上，就需要结合上述条件限制，因此，只要保证有上述条件，局部最小一定存在

因此，我们用二分法来确定局部最小值所在的区间，取 $\text{mid} = (l+r)/2$ ，将数组分成 $a[1, \text{mid}]$ 和 $a[\text{mid}+1, r]$

若 $a[\text{mid}] < a[\text{mid}+1]$ ，那么在 $[1, \text{mid}]$ 满足条件，定存在一个局部极小值

若 $a[\text{mid}+1] < a[\text{mid}]$ ，那么 $[\text{mid}+1, r]$ 满足条件，一定存在一个局部最小值

时复 $\log n$

从这道题我们也了解到，二分不只可以超找有序的序列，其实是找逐步减小解空间的途径。

思考题

- 循环有序数组最小值、查找元素x （Leetcode 153, 154）
- 一个严格单增的数组，查找 $a[x] == x$ 的位置

```

*/
#include<bits/stdc++.h>
using namespace std;
class Solution
{
public:
    int solve(vector<int> &s, int n)
    {
        if(n == 0) return -1; //三种特殊情况
        if(n == 1 || s[0]<s[1]) return s[0];
        if(s[n-1]<s[n-2]) return s[n-1];
        int l = 1, r = n-2; //去除端点的区间，这里经过上面的特殊情况，已知s[1]>
s[0], s[n-2]>s[n-1]
        while(l<r)
        {
            int mid = (l+r)/2;
            if(arr[mid-1]<arr[mid])
                r = mid-1;
            else if(arr[mid]>arr[mid+1]) //不用考虑相等的情况，因为题目中说了没重复元
素
            {
                l = mid+1;
            }
            else //mid比两者都小
                return s[mid];
        }
        return s[1];
    }
};

int main()
{
    int a[7] = {5, 4, 7, 8, 5, 2, 3};
    vector<int> s(a, a+7);
    Solution so;
    cout<<so.solve(s, 7)<<endl;
    return 0;
}

```

来自 <<http://tool.oschina.net/highlight>>

○ 例2 第一个缺失的正整数

/*
<https://leetcode.com/problems/first-missing-positive/description/>
 问题： 给一个数组，找到从1开始，第一个不在里面的正整数。
 例如 [3, 4, -1, 1] 输出2。 (Leetcode 41)

分析：将每个数字放至它正确的位置，比如我们找到5, 将其和A[4]位置上的数交换。

最后，找出第一个数不对的位置，返回该位置+1, 即可，时复 $O(n)$

*/

```
class Solution {
public:
    int firstMissingPositive(vector<int>& nums) {
        int n = nums.size();
        for(int i = 0; i < n; i++)
        {
            while(nums[i] > 0 && nums[i] <= n && nums[nums[i]-1] != nums[i]) //需要交换要满足的
            条件, 1, 是1-n范围内的整数, 2, 该位置上放得不是对的数
                swap(nums[i], nums[nums[i]-1]);
        }

        for(int i = 0; i < n; i++)
        {
            if(nums[i] != i+1)
                return i+1;
        }
        return n+1;
    }
};
```

来自 <<http://tool.oschina.net/highlight>>

○ 例3 元素间的最大距离

/*

<https://leetcode.com/problems/maximum-gap/description/>

问题：给定一个整数数组 ($n > 1$)，求把这些整数表示在数轴上，相邻两个数差的最大值。（Leetcode 164）

分析：首先，最简单的思路是排序，那么有没有更好的思路呢？

1 首先，我们找到最小值x 最大值y，若两者相等，返回0

2 然后把数放进n+1个桶，每个桶的大小为double d = (x-y)/n+1

每个桶区间为[x+i*d, x+(i+1)*d), i取0-n，是左闭右开区间，最后一个桶是双闭区间

最小值在0号桶，最大值在n号桶，

如，数r，放进((r-x)/d), 这里进行下取整。注意r == y时，答案取n（即最大值特殊处理

下）

3 我们容易知道n个数，n+1个桶，定有一个桶非空，明显非0, n号桶，那么其一定在中间，

中间有空桶，那么最大值的间隔是一定大于d的，这说明最大间隔的两个数定不出现在一个桶内。

而是出现在一个非空桶的最大值和下一个非空桶的最小值之间。

因此，我们记录每个桶的最大值和最小值即可。

时间复杂度为 $O(n)$ 。

*/

#include<bits/stdc++.h>

using namespace std;

```

class Solution {
public:
    int maximumGap(vector<int>& nums) {

        int n = nums.size();

        if (n == 0 || n == 1) return 0; //特殊情况，0个值or1个值无法求gap

        int x = nums[0], y = nums[0]; //遍历，求得数组最小x最大值y
        for (auto num: nums)
        {
            x = min(x, num);
            y = max(y, num);
        }

        double d = double(y - x) / (n + 1); //求桶距d
        vector<int> bucketsMin(n + 1, INT_MAX); //存贮每号桶的最小值，初始化size，并且设置初始值
        vector<int> bucketsMax(n + 1, INT_MIN);

        for (auto num: nums) //统计每号桶的最大值和最小值
        {
            int idx = n; //桶号，最大值的特殊情况为n
            if (num != y) //非最大值的情况
                idx = (num - x) / d; //正常向下取整
            bucketsMin[idx] = min(num, bucketsMin[idx]);
            bucketsMax[idx] = max(num, bucketsMax[idx]);
        }

        int maxGap = INT_MIN;
        int pre = x; //前一个桶的最大值，先随便初始化为数组最小值
        for (int i = 0; i <= n; i++)
        {
            if (bucketsMin[i] == INT_MAX && bucketsMax[i] == INT_MIN) //桶空
                continue;
            maxGap = max(maxGap, bucketsMin[i] - pre);
            pre = bucketsMax[i];
        }

        return maxGap;
    }
};

```

来自 <<http://tool.oschina.net/highlight>>

○ 例4 只出现一次的数

/*

问题： 一个数组，所有元素都出现了两次，只有两个数只出现了一次，求这两个数。

分析：所有数做亦或，得到的结果为这俩数亦或的结果。然后我们找到这个结果中二进制表示第一个非0的位，

然后将所有数根据该位是否为1分开，分别做亦或，得到的结果即为这两个数。

```
*/
#include<bits/stdc++.h>
using namespace std;

class Solution
{
public:
    void solve(vector<int> a)
    {
        int res = 0;
        for(int i = 0;i<a.size();i++)
        {
            res ^= a[i];
        }

        int temp = res;
        int flag = 0;//哪一位非0

        for(int i = 0;i<32;i++)
        {
            if((temp>>i) & 1 == 1)
            {
                flag = i;
                break;
            }
        }
        int res1 = 0;
        for(int i = 0;i<a.size();i++)
        {
            if((a[i]>>flag)&1 == 1)//只处理flag位为0的值
                res1^=a[i];
        }
        res = temp^res1;
        cout<<res<<" "<<res1<<endl;
    }
};

int main()
{
    int arr[6] = {1,2,4,5,2,1};
    vector<int> a(arr,arr+6);
    Solution so;
    so.solve(a);
    return 0;
}
```

}

来自 <<http://tool.oschina.net/highlight>>

• 思考题

- Leetcode 137 除一个外，所有数出现了3次，求那个数 * (难)
- 1-100，缺少了两个数，求这两个数？ 位运算？ 解方程？

○ 例5 众数问题

/*

问题：找出超过一半的数

分析：众数出现的次数大于所有其余数出现次数之和。因此，当你每次删除两个不同的数，众数不变

为什么呢？如果扔掉一个众数一个非众，不变。扔掉两个非众，仍不变。

整体的思想就是，维护一个x，再来一个y，不同，则都丢掉。相同，则记录x出现的次数

```
int count = 0, x;
```

```
for(int i = 0; i < n; i++) //士兵守阵地的思想
```

```
{
```

```
    if(count == 0) { x = a[i], count = 1; } //count为0了，更新x
```

```
    else if(x == a[i]) ++count; //相同，则计数++
```

```
    else --count; //不相同，则count--，表示丢掉了x，同时a[i]也没存贮
```

```
} //最后x就是我们想要的
```

注意，有些题目要数一下x的出现次数是否真的大于1/2，

拓展题：如何找到出现次数严格大于1/k的数？（众数是1/2）

提示：保留k-1个数，来一个数，和这k-1个数比较，相同的话，对应count+1，不同，每个数出现的次数减1。

如何维持这k-1个数，用hash or map?

*/

```
#include <bits/stdc++.h>
```

```
using namespace std;
```

```
class Solution
```

```
{
```

```
public:
```

```
    int solution(vector<int> a)
```

```
    {
```

```
        int res, count = 0;
```

```
        for(int i = 0; i < a.size(); i++)
```

```
        {
```

```
            if(count == 0)
```

```
            {
```

```
                res = a[i];
```

```
                count = 1;
```

```
            }
```

```
        }
```

```

        else if(a[i] == res)
            count++;
        else
            count--;
    }

    return res;
}

};

int main()
{
    int arr[6] = {1, 2, 2, 1, 1, 3};
    vector<int> a(arr, arr+6);
    Solution so;
    cout<<so.solution(a)<<endl;

    return 0;
}

```

来自 <<http://tool.oschina.net/highlight>>

○ 例6 “前缀和” 的应用

/*

问题：给定浮点数组a, 求一个数组

b, $b[i] = a[0] * a[1] * \dots * a[i-1] * a[i+1] * \dots * a[n-1]$, 跳过a[i]

不能使用除法, 不允许再开数组

分析：先求后缀积, 从 $a[i] * \dots * a[n-1]$

```
for(int i = n-1; i >= 0; i--)
```

```
    b[i] = a[i] * ((i == n-1) ? 1 : b[i+1]); //注意, 这里用了迭代的思想, 乘的是b[i+1]
```

顺便求前缀积,

顺便求前缀积

```
for(int i = 0, j = 1; i < n; j *= a[i++]) // j初始化为1, 是因为累乘
```

```
    b[i] = j * ((i == n-1) ? 1 : b[i+1]); //注意, 这里是先执行这个, 然后才j *= a[i++]的, 因此此时
b[i] 就是b[i+1] * (前缀和a[i-1]), *a[i]还没来得及算
```

拓展: $a[i] + a[i+1] + \dots + a[j] = \text{sum}[j] - \text{sum}[i-1]$, 易知, sum为前缀和

思考题：给定数组, 求连续子数组和, 绝对值最小, 即和越接近0.

结合上面, 只需两两求前缀和的差, 排个序

思考题2: 把一个数组从中间p位置分开, 使得 $a[0] + \dots + a[p-1]$ 与 $a[p] + a[p+1] + \dots + a[n-1]$ 差值最小?

提示: 前缀和, 与总和减去该前缀和 (后面部分), 的差最小, 枚举

*/

```
#include<bits/stdc++.h>
```

```
using namespace std;
```

```
class Solution
```

```
{
```

```
public:
```



```

vector<int> solution(vector<int> a)
{

    vector<int> b(4, 0); //这里一定要初始化
    int n = a.size();

    for(int i = n-1; i>=0; i--) //求后缀和
    {
        if(i == n-1)
            b[i] = a[i];
        else
            b[i] = a[i]*b[i+1];
        //b[i] = a[i]*((i == n-1)?1:b[i+1]);
    }

    //更新b
    for(int i = 0, j=1; i<n; j*=a[i++])
    {
        b[i] = j*((i == n-1)?1:b[i+1]);
    }
    return b;
}
};

int main()
{
    int arr[4] = {1, 2, 3, 4};
    vector<int> a(arr, arr+4);
    Solution so;
    vector<int> b;
    b = so.solution(a);
    for(int i = 0; i<4; i++)
        cout<<b[i]<<endl;
    return 0;
}

```

来自 <<http://tool.oschina.net/highlight>>

- 总结
- 利用序
 - 理解二分查找
- 利用前缀和
 - 查找、计算、排序
- 理解数组
 - map

- 用数组实现高级数据结构
 - 一般树： 存每个节点的父亲 （并查集）
 - 二叉树： 下标从1开始 $a[i]$ 的儿子是 $a[i * 2]$ 和 $a[i * 2 + 1]$ (堆)
- 抓住简单题
 - 分治法求逆序对数
 - 有序数组归并 leetcode做过
 - 两个有序数组的中位数 leetcode做过
 - 两头扫的方法 (2-SUM, 3-SUM)