

資料結構 HW 題 1

解題說明：

程式從堆疊中彈出一個 m ，根據遞迴的條件進行不同的處理：

- 如果 $m == 0$ ，則直接增加 n 。
- 如果 $m > 0$ 且 $n == 0$ ，則將 $m-1$ 壓入堆疊，並設置 $n = 1$ 。
- 如果 $m > 0$ 且 $n > 0$ ，則需要壓入兩次堆疊，一次是 m ，一次是 $m-1$ ，並將 n 減少 1，這模擬了遞迴的嵌套結構。

演算法設計與實作：

```
#include <iostream>
#include <stack>
using namespace std;

int AckermannNonRecursive(int m, int n) {
    stack<int> s;
    s.push(m);
    while (!s.empty()) {
        m = s.top();
        s.pop();
        if (m == 0) n = n + 1;
        else if (n == 0) {
            s.push(m - 1);
            n = 1;
        } else {
            s.push(m - 1);
            s.push(m);
            n = n - 1;
        }
    }
    return n;
}

int Ackermann(int m, int n) {
    if (m == 0) {
        return n + 1;
    }
    else if (n == 0) {
        return Ackermann(m - 1, 1);
    }
    else {
        return Ackermann(m - 1, Ackermann(m, n - 1));
    }
}
```

```
return Ackermann(m - 1, 1);
}
else {
    return Ackermann(m - 1, Ackermann(m, n - 1));
}
}

int main(void) {
    int m, n;
    while (true)
    {
        cout << "輸入值(m,n) : ";
        cin >> m >> n;
        cout << Ackermann(m,n) << endl; //遞迴
        cout << AckermannNonRecursive(m, n) << endl; //非遞迴
    }
}
```

效能分析：

時間複雜度

- 對於 $m=0$ ，時間複雜度為 $O(1)$ 。
- 對於 $m=1$ ，時間複雜度接近 $O(n)$ 。
- 對於 $m=2$ ，時間複雜度接近 $O(2n)$ 。
- 對於 $m=3$ ，時間複雜度接近 $O(2^{2^n})$ 。
- 對於 $m \geq 4$ ，時間複雜度變得非常巨大。

空間複雜度

- 當 $m=0$ ，空間複雜度為 $O(1)$ 。
- 當 $m=1$ ，空間複雜度為 $O(n)$ ，因為每次遞迴只需線性深度。
- 當 $m=2$ ，空間複雜度仍然是線性的，為 $O(n)$ 。
- 當 $m=3$ ，空間複雜度開始呈現指數增長，為 $O(2n)$ 。
- 當 $m=4$ 或更高時，遞迴深度變極深，進入雙指數級別。

測試與過程：

```
輸入值(m,n) : 3 3
61
61
輸入值(m,n) : |
```