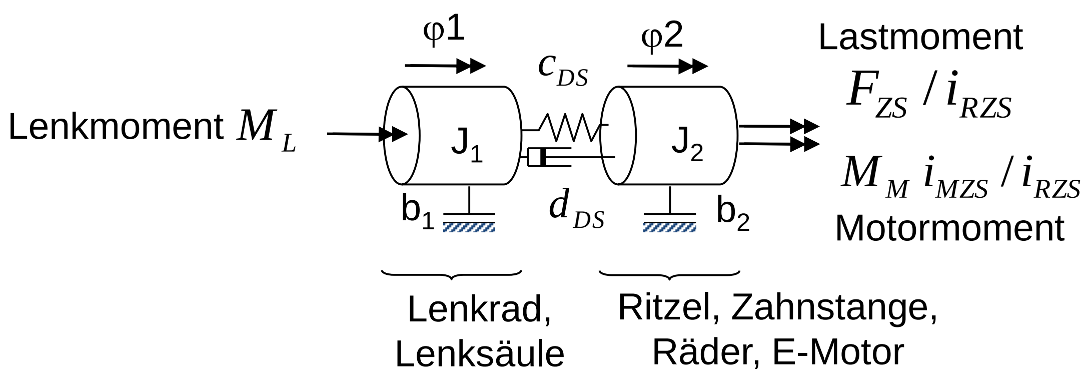
Fahrzeugregelung - Übung
(Regelung einer elektromechanischen Servolenkung - EPS)

M.Sc. Thang Nguyen

Prof. Dr.-Ing. Steffen Müller | Fachgebiet Kraftfahrzeuge | Fakultät Verkehrs- und Maschinensystem

Mechanisches Ersatzmodell der Lenkung

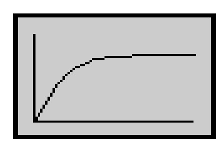
Mechanisches Ersatzmodell



Drehstabsteifigkeit und -dämpfung c_{DS}, d_{DS}

Gleichstrommotor

Vereinfacht als PT1-Glied



Bewegungsgleichungen

$$J_1 \cdot \ddot{\varphi}_1 = M_L - b_1 \cdot \dot{\varphi}_1 + c_{DS} \cdot (\varphi_2 - \varphi_1) + b_{DS} \cdot (\dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_1)$$

$$J_2 \cdot \ddot{\varphi}_2 = c_{DS} \cdot (\varphi_1 - \varphi_2) + b_{DS} \cdot (\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) - b_2 \cdot \dot{\varphi}_2 + \frac{1}{i_{RZS}} \cdot F_{ZS} + \frac{i_{MZS}}{i_{RZS}} M_M$$

$$\dot{M}_M = -\frac{1}{\tau} M_M + \frac{1}{\tau} M_{M,soll} \Rightarrow \tau s M_M + M_M = M_{M,soll} \Rightarrow \frac{M_M}{M_{M,soll}} = \frac{1}{\tau s + 1} \quad (PT1)$$

Bewegungsgleichung im Zustandsraum

Technische Universität Berlin

mit

$$\underline{x} = \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \dot{\varphi}_1 \\ \dot{\varphi}_2 \\ M_M \end{pmatrix}, \qquad \underline{u} = M_{M.Soll}, \qquad \underline{d} = \begin{bmatrix} M_L \\ F_{ZS} \end{bmatrix}$$

folgt:

$$\dot{\underline{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\frac{c_{DS}}{J_1} & \frac{c_{DS}}{J_1} & -\frac{b_{DS}+b_1}{J_1} & \frac{b_{DS}}{J_1} & 0 \\ \frac{c_{DS}}{J_2} & -\frac{c_{DS}}{J_2} & \frac{b_{DS}}{J_2} & -\frac{b_{DS}+b_1}{J_2} & \frac{i_{MZS}}{J_2 i_{RZS}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\tau} \end{bmatrix} \underline{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{\tau} \end{bmatrix} \underline{u} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{J_1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{J_2 i_{RZS}} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \underline{d}$$

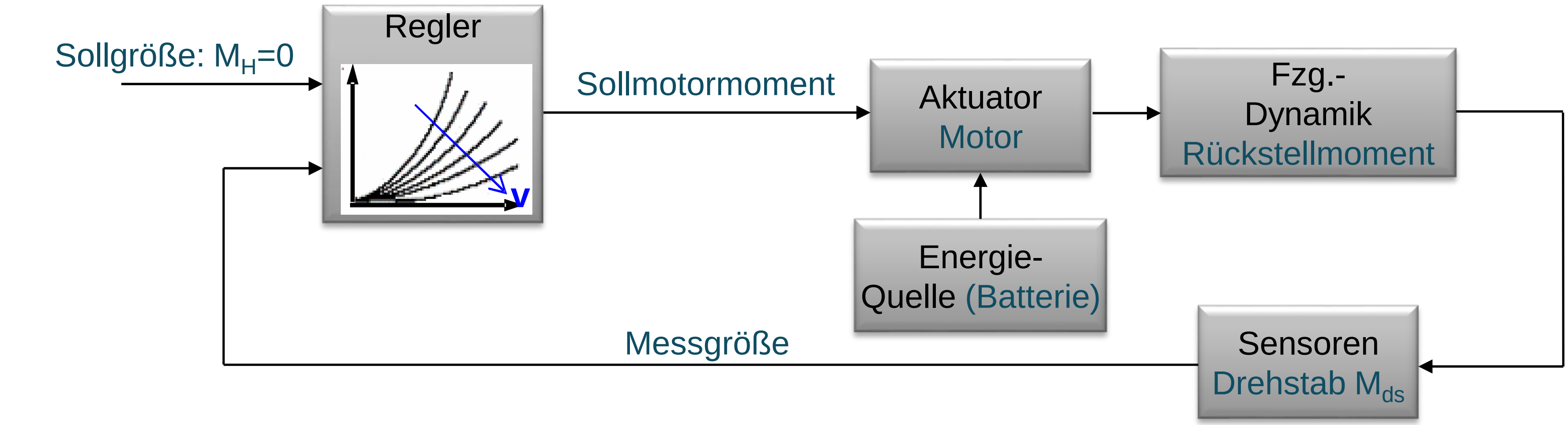
Transformation des Systems

Das System lässt sich mit einer Ähnlichkeitstransformation reduzieren. Der neue Zustandsvektor ergibt sich zu

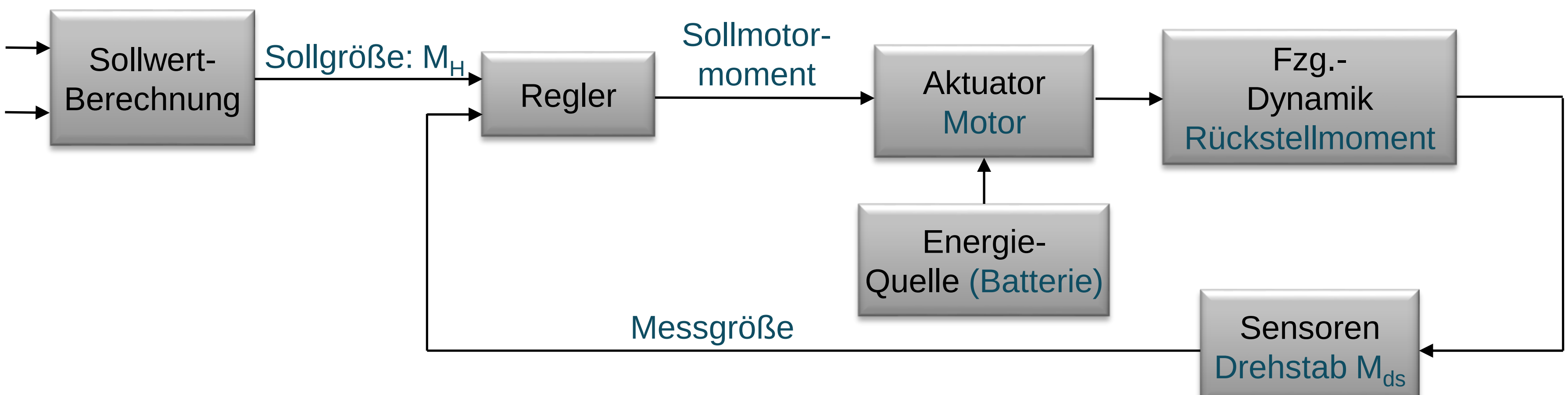
$$\underline{\tilde{x}} = \begin{bmatrix} \Delta\varphi_{12} & \Delta\dot{\varphi}_{12} & \dot{\varphi}_2 & M_M \end{bmatrix}^T$$

Mögliche Regelungskonzepte

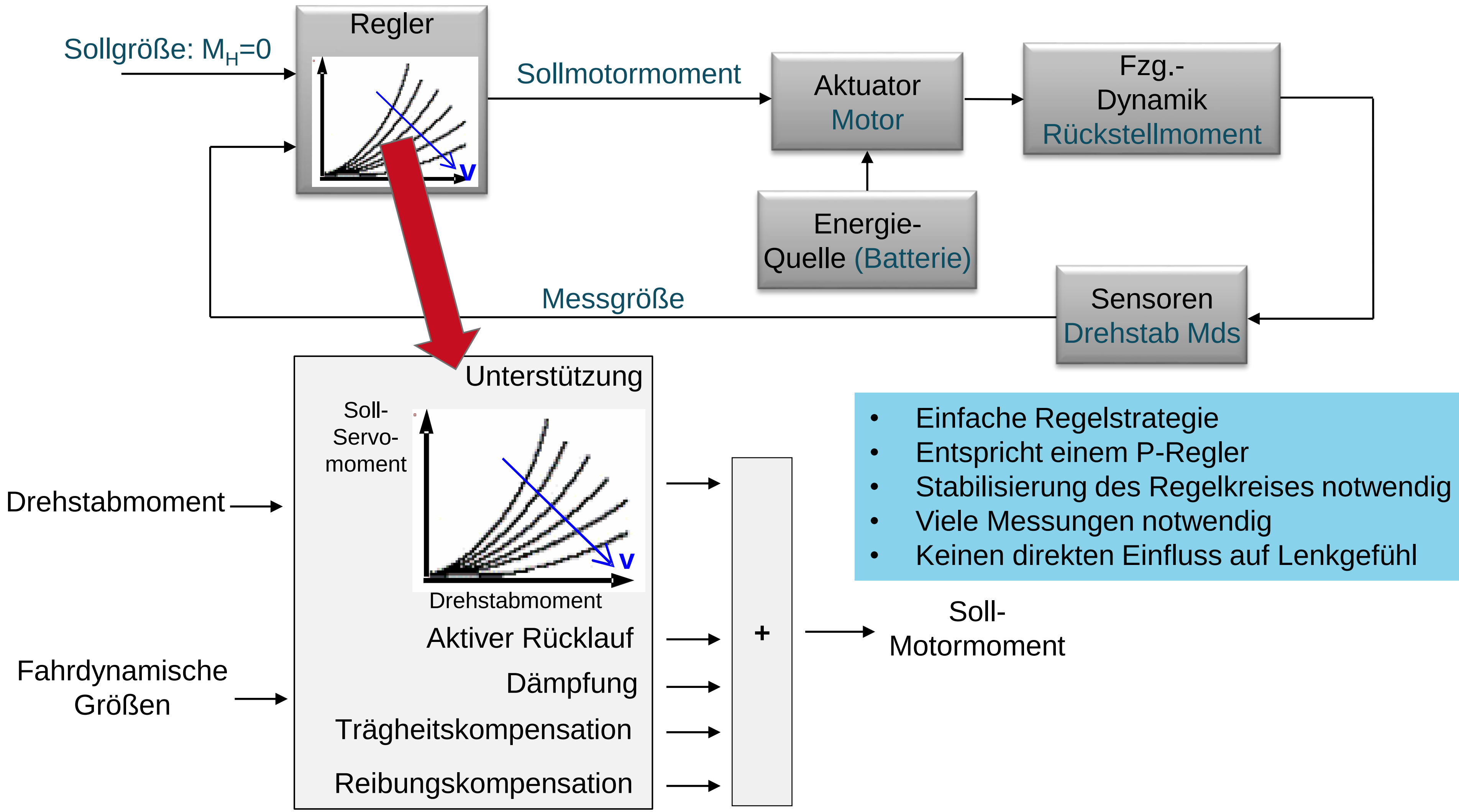
Regelungskonzept 1 (konventionell):



Regelungskonzept 2:

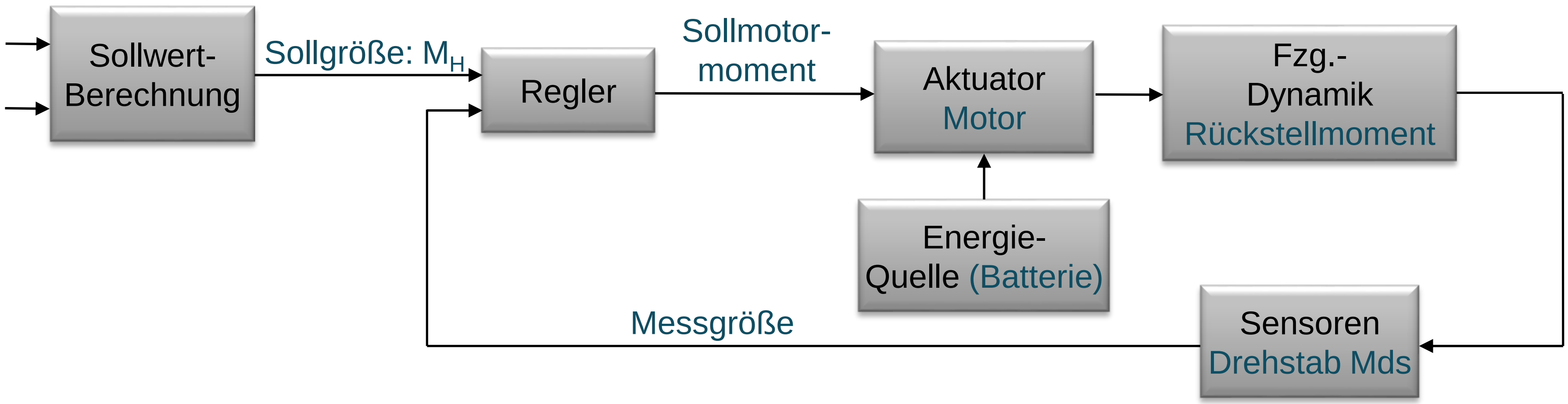


Regelungskonzept 1 (konventionell):



- Einfache Regelstrategie
- Entspricht einem P-Regler
- Stabilisierung des Regelkreises notwendig
- Viele Messungen notwendig
- Keinen direkten Einfluss auf Lenkgefühl

Regelungskonzept 2



Sollwertberechnung:

- **Aufgabe**: Bestimmung des Sollwertes für Drehstabmoments → Lenkgefühl

Regler:

- z.B.: Zustandsreglung durch Polzuweisung, LQR (Linear-quadratic regulator)
- **Aufgabe**: Bestimmung des notwendigen EPS-Motormoments, um das gewünschte Drehstabmoments einzustellen.
- Zahnstangenkräfte und Fahrerhandmoment werden dabei als Störgrößen betrachtet.
- Trägheiten und Reibungen werden durch den Regler *automatisch* kompensiert.

Steuerbarkeit - Definition

Ein System

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t)$$

$$\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0$$

heißt **vollständig steuerbar**, wenn es in endlicher Zeit t_e von jedem **beliebigen Anfangszustand** $\mathbf{x}_0$ durch eine geeignet gewählte Eingangsgröße $\mathbf{u}_{[0,t_e]}$ in einen **beliebig vorgegebenen Endzustand** $\mathbf{x}(t_e)$ überführt werden kann.

Steuerbarkeitskriterium von Kalman

Satz:

Das System $(\mathbf{A},\mathbf{B})$ ist genau dann vollständig steuerbar, wenn die Steuerbarkeitsmatrix $\mathbf{S}_S$ den Rang *n* hat:

$$\text{Rang } \mathbf{S}_S = n \quad mit$$

$$\mathbf{S}_S = \left[\mathbf{B} \quad \mathbf{AB} \quad \mathbf{A}^2\mathbf{B} \ldots \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B}\right]$$

Hierbei

$$\left\{\dot{\mathbf{x}}(t)\right\} = \left[\quad \mathbf{A} \quad\right] \left\{\mathbf{x}(t)\right\} + \left[\quad \mathbf{B} \quad\right] \left\{\mathbf{u}(t)\right\}$$

Beobachtbarkeit - Definition

Ein System

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t)$$

heißt **vollständig beobachtbar**, wenn der Anfangszustand $\mathbf{x}_0$ aus dem über einem endlichen Intervall $[0, t_e]$ bekannten Verlauf der Eingangsgröße $\mathbf{u}_{[0,t_e]}$ und der Ausgangsgröße $\mathbf{y}_{[0,t_e]}$ bestimmt werden kann.

Beobachtbarkeitskriterium von Kalman

Satz:
Das System $(\mathbf{A}, \mathbf{C})$ ist genau dann vollständig beobachtbar, wenn die Beobachtbarkeitsmatrix $\mathbf{S}_B$ den Rang *n* hat:

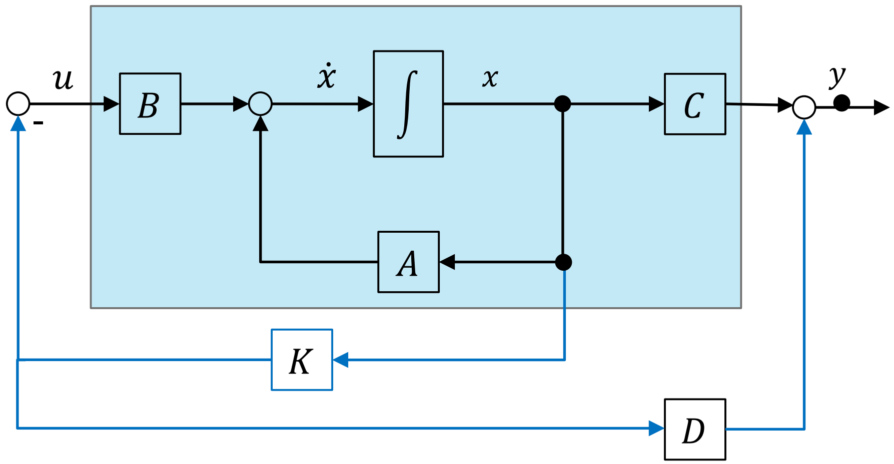
$$\text{Rang}\ \mathbf{S}_B = n \quad mit$$

$$\mathbf{S}_B = \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{CA} \\ \mathbf{CA}^2 \\ \ldots \\ \mathbf{CA}^{n-1} \end{bmatrix}$$

Hierbei

$$\left\{ \mathbf{y}(t) \right\} = \left[\quad \mathbf{C} \quad \right] \left\{ \mathbf{x}(t) \right\}$$

Polvorgabe durch Zustandsrückführung



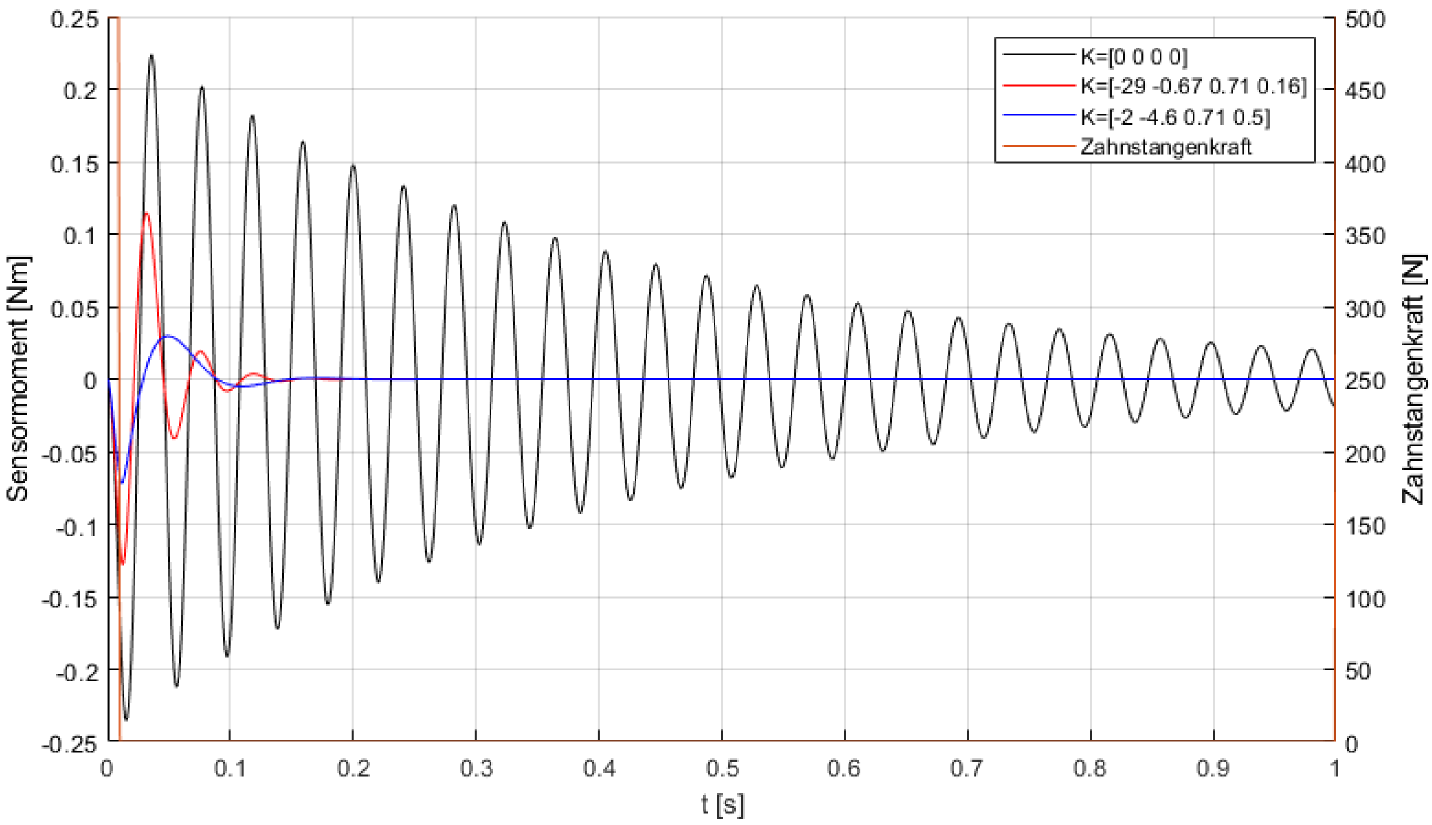
- Systemmodell

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}\boldsymbol{u}$$

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{C}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{D}\boldsymbol{u}$$

- Zustandsrückführung
  - Voraussetzungen zum Entwurf:
    - Steuerbarkeit
    - Eine Stellgröße (m = 1)
  - Ergebnis: Eigenwerte können durch die Wahl von K **zielgerichtet** verschoben werden
  - Einschränkung: Alle Zustände müssen **messbar** sein

EPS-Simulation



Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!

BACKUP

Stabilität von Mehrgrößensystemen
Allgemein

Stabilität

Zustandsstabilität

Das System kehrt von einer **Auslenkung** $\mathbf{x}_0$ **des Zustandes aus der Gleichgewichtslage** in die Gleichgewichtslage zurück.

Eingangs-Ausgangs-Stabilität

Das System besitzt bei **Erregung durch** eine **beschränkte Eingangsgröße** eine **beschränkte Ausgangsgröße**.

Stabilität von Mehrgrößensystemen
Definition Zustandsstabilität

Definition (Zustandsstabilität)
Der Gleichgewichtszustand $\boldsymbol{x}_g = 0$ des Systems heißt stabil *(im Sinne von* LJAPUNOW*) oder* zustandsstabil, *wenn für jedes $\varepsilon > 0$ eine Zahl $\delta > 0$ existiert, so dass bei einem beliebigen Anfangszustand, der die Bedingung*

$$\|\boldsymbol{x}_0\| < \delta$$

erfüllt, die Eigenbewegung des Systems die Bedingung

$$\|\boldsymbol{x}(t)\| < \varepsilon \quad \text{für alle} \quad t > 0$$

erfüllt. Der Gleichgewichtszustand heißt asymptotisch stabil, *wenn er stabil ist und*

$$\lim_{t \to \infty} \|\boldsymbol{x}(t)\| = 0$$

gilt.

Stabilität von Mehrgrößensystemen
Kriterien für Zustandsstabilität

Satz (Kriterium für die Zustandsstabilität)

- *Der Gleichgewichtszustand* $x_g = 0$ *des Systems ist stabil, wenn die Matrix* A *diagonalähnlich ist und alle Eigenwerte der Matrix* A *die Bedingung*

$$\mathrm{Re}\{\lambda_i\} \leq 0 \quad (i = 1, 2, \ldots, n)$$

erfüllen.

- *Der Gleichgewichtszustand* $x_g = 0$ *des Systems ist genau dann asymptotisch stabil, wenn die Eigenwerte der Matrix* A *die Bedingung*

$$\mathrm{Re}\{\lambda_i\} < 0 \quad (i = 1, 2, \ldots, n)$$

erfüllen.

Stabilität von Mehrgrößensystemen
Definition Eingangs-Ausgangs-Stabilität

Definition 2.4 (Eingangs-Ausgangs-Stabilität)
Ein lineares System (2.72), (2.73) heißt eingangs-ausgangs-stabil (E/A-stabil), wenn für verschwindende Anfangsauslenkungen $\boldsymbol{x}_o = \mathbf{0}$ *und ein beliebiges beschränktes Eingangssignal*

$$\|\boldsymbol{u}(t)\| < u_{\max} \quad \text{für alle } \ t > 0$$

das Ausgangssignal beschränkt bleibt:

$$\|\boldsymbol{y}(t)\| < y_{\max} \quad \text{für alle } \ t > 0. \qquad (2.74)$$

Stabilität von Mehrgrößensystemen
Kriterien für Eingangs-Ausgangs-Stabilität

- Das System (2.72), (2.73) ist genau dann E/A-stabil, wenn sämtliche Pole s_i seiner Übertragungsfunktionsmatrix $\boldsymbol{G}(s)$ die Bedingung

$$\mathrm{Re}\{s_i\} < 0 \quad (i = 1, 2, ..., n) \tag{2.76}$$

erfüllen.

➡ Ist das System asymptotisch stabil, so ist es auch E/A-stabil.

➡ Gilt $\mathrm{Re}(s_i) \leq 0$ (i=1,2,…,n) kann das System noch zustandsstabil sein