Fahrzeugregelung: Übung (Einspurmodell)

M.Sc. Thang Nguyen

Prof. Dr.-Ing. Steffen Müller | Fachgebiet Kraftfahrzeuge | Fakultät Verkehrs- und Maschinensystem

Technische Universität Berlin

Einleitung

Technische Universität Berlin

Wir betrachten hauptsächlich **Punktmodelle**, da diese zur Beschreibung der **Fahrdynamik** und der Fahrdynamik-Regelung eine **ausreichend hohe Genauigkeit** aufweisen.

Man unterscheidet hier zwischen:

- Viertelfahrzeugmodell
- Einspurmodell
- Zweispurmodell

Diese Modelltypen unterscheiden sich nochmals in ihrer Modellierungstiefe. So kann ein Zweispurmodell die Vertikaldynamik des Fahrzeugaufbaues berücksichtigen, oder als „ebenes“ Modell ausgeführt sein und so die Rückwirkungen der Aufbaubewegung auf die horizontale Fahrzeugbewegung vernachlässigen.

Einspurmodell

Das nachfolgend hergeleitete Einspurmodell **beschreibt** die **Querdynamik** als differential-algebraische Gleichungen **(DAE)**.

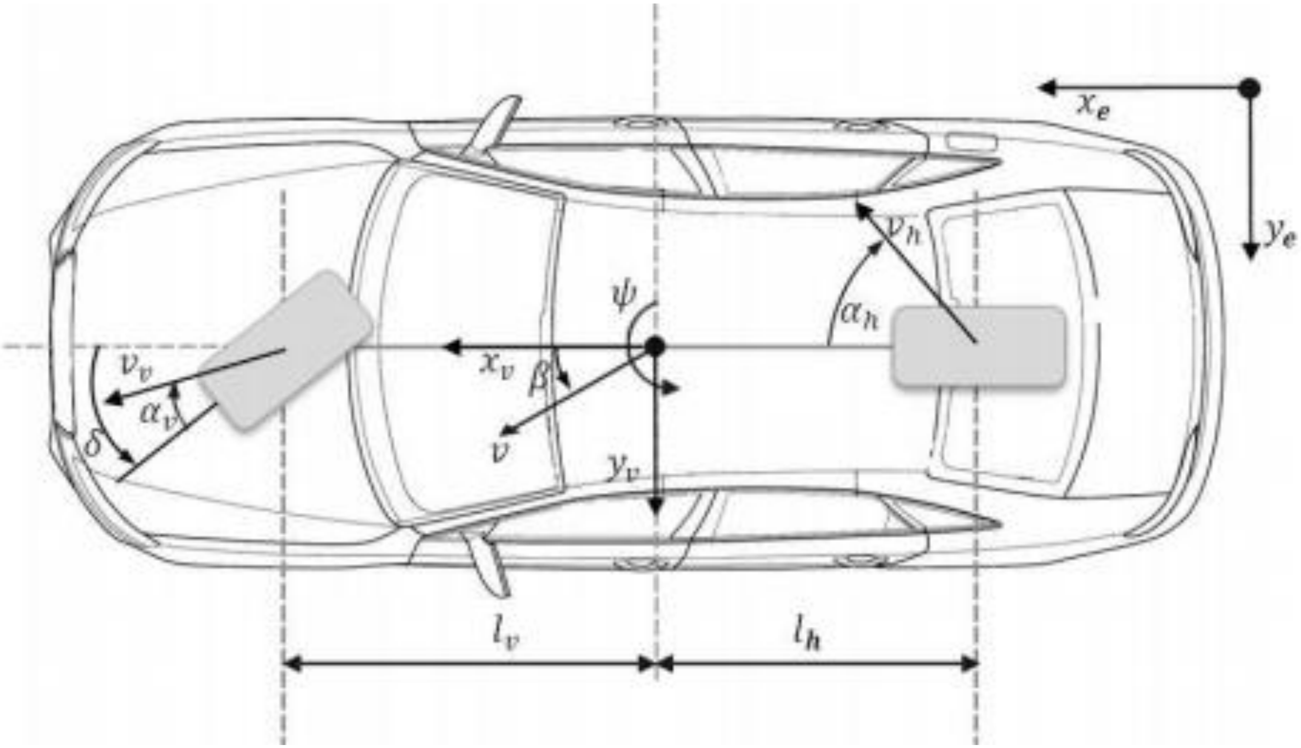
Folgende **Vereinfachungen** werden getroffen:

- Fahrzeugschwerpunkt befindet sich auf Fahrbahnhöhe (*ebenes* Modell)
- Räder einer Achse werden als masseloses Ersatzrad in der Fahrzeuglängsachse zusammengefasst
- Die Fahrzeuggeschwindigkeit wird als Konstant angenommen

Weiter nehmen wir an, dass die **folgenden Werte bekannt** sind:

- Fahrzeugmasse
- Trägheitsmoment um Schwerpunkt SP
- Schwerpunktlage und Radstand
- Geschwindigkeit des Schwerpunktes in der Ebene

Reduktion zu Einspurmodell



Kinematik des Fahrzeuges

- Geschwindigkeit des Fahrzeugschwerpunktes $\boldsymbol{v_S}$

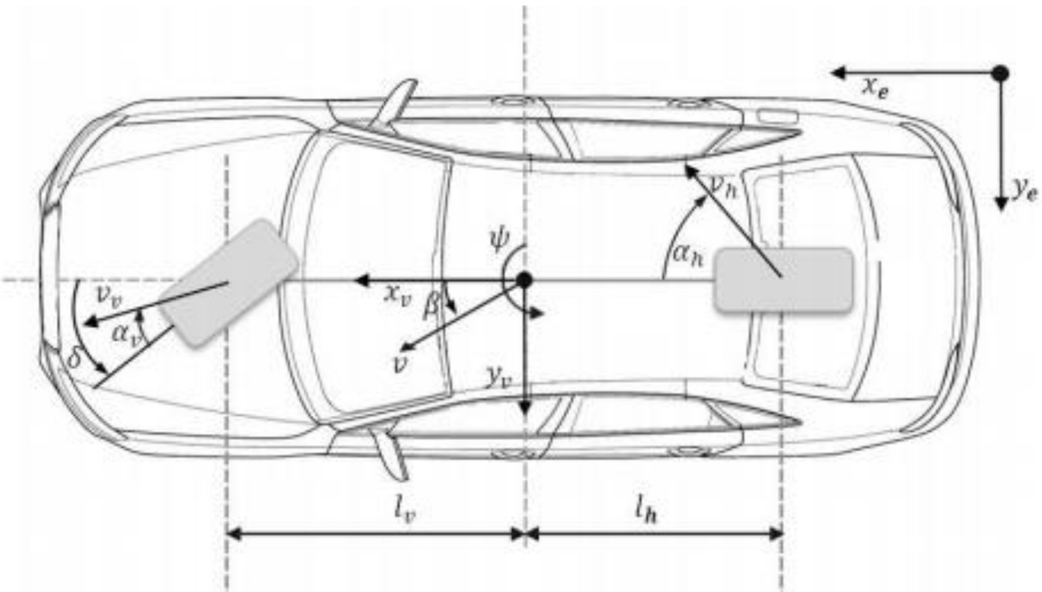
$$\boldsymbol{v_S} = \begin{bmatrix} v \cdot \cos(\beta) \\ v \cdot \sin(\beta) \\ 0 \end{bmatrix} \qquad \text{mit } v = const.$$

- Beschleunigung des Fahrzeugschwerpunktes $\boldsymbol{a_S}$

$$\boldsymbol{a_S} = \frac{d\boldsymbol{v_S}}{dt} + \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{v_S} = \begin{bmatrix} -v \cdot \sin(\beta) \cdot \dot{\beta} \\ v \cdot \cos(\beta) \cdot \dot{\beta} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} v \cdot \cos(\beta) \\ v \cdot \sin(\beta) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -v \cdot \sin(\beta) \cdot (\dot{\beta} + \dot{\psi}) \\ v \cdot \cos(\beta) \cdot (\dot{\beta} + \dot{\psi}) \\ 0 \end{bmatrix}$$

- Querbeschleunigung des Fahrzeuges

$$a_y = v \cdot \cos(\beta) \cdot (\dot{\beta} + \dot{\psi})$$



Kinematik des Fahrzeuges

- Geschwindigkeit des Vorderrades $\boldsymbol{v_v}$

$$\boldsymbol{v_v} = \boldsymbol{v_S} + \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r} = \begin{bmatrix} v \cdot \cos(\beta) \\ v \cdot \sin(\beta) \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} l_v \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v \cdot \cos(\beta) \\ v \cdot \sin(\beta) + l_v \cdot \dot{\psi} \\ 0 \end{bmatrix}$$

- Geschwindigkeit des Hinterrades $\boldsymbol{v_h}$

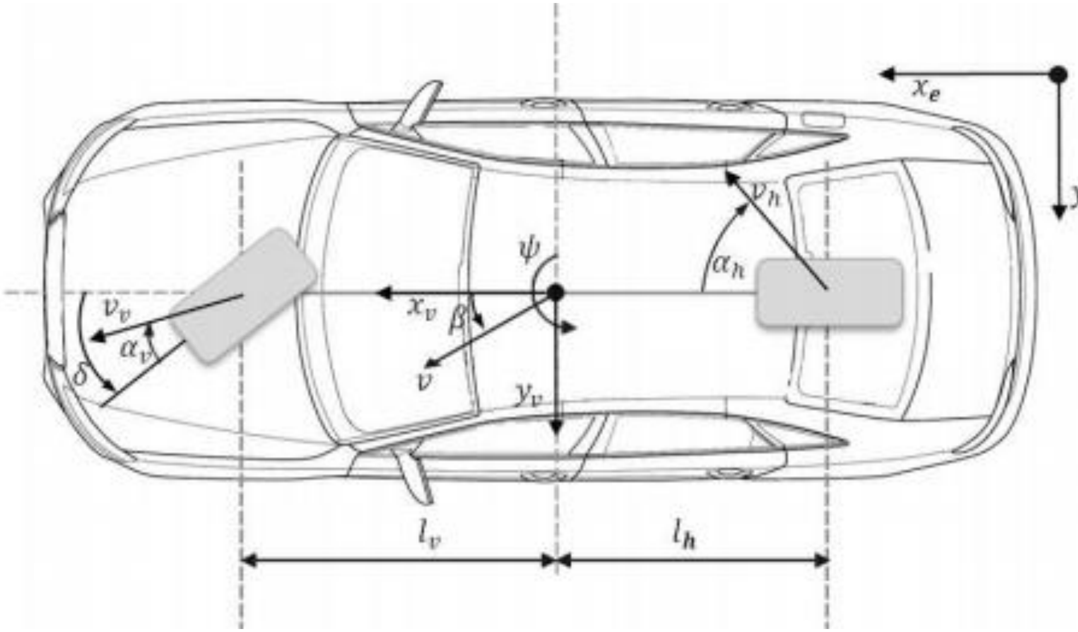
$$\boldsymbol{v_h} = \boldsymbol{v_S} + \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r} = \begin{bmatrix} v \cdot \cos(\beta) \\ v \cdot \sin(\beta) \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -l_h \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v \cdot \cos(\beta) \\ v \cdot \sin(\beta) - l_h \cdot \dot{\psi} \\ 0 \end{bmatrix}$$

- Schräglaufwinkel Vorderachse

$$\tan(\delta - \alpha_v) = \frac{v \cdot \sin(\beta) + l_v \cdot \dot{\psi}}{v \cdot \cos(\beta)}$$

- Schräglaufwinkel Hinterachse

$$\tan(\alpha_h) = -\frac{v \cdot \sin(\beta) - l_h \cdot \dot{\psi}}{v \cdot \cos(\beta)}$$



Kinematik des Fahrzeuges

- Für kleine Schräglaufwinkel ($\alpha < 5^{\circ}$) kann eine Linearisierung vorgenommen werden

$$\alpha_v = \delta - \frac{v \cdot \sin(\beta) + l_v \cdot \dot{\psi}}{v \cdot \cos(\beta)}$$

$$\alpha_h = -\frac{v \cdot \sin(\beta) - l_h \cdot \dot{\psi}}{v \cdot \cos(\beta)}$$

Kinetik des Fahrzeuges

- Kräftegleichgewicht in y-Richtung des fahrzeugfesten Koordinaten Systems

$$\sum F_y = m \cdot a_y = \cos(\delta) \cdot F_{\eta,v} + F_{\eta,h} + \sin(\delta) \cdot F_{\xi,v}$$

$$\Rightarrow\ m \cdot v \cdot \cos(\beta) \cdot (\dot{\beta} + \dot{\psi}) = \cos(\delta) \cdot F_{\eta,v} + F_{\eta,h} + \sin(\delta) \cdot F_{\xi,v}$$

- Momentengleichgewicht um den Schwerpunkt des Fahrzeugs

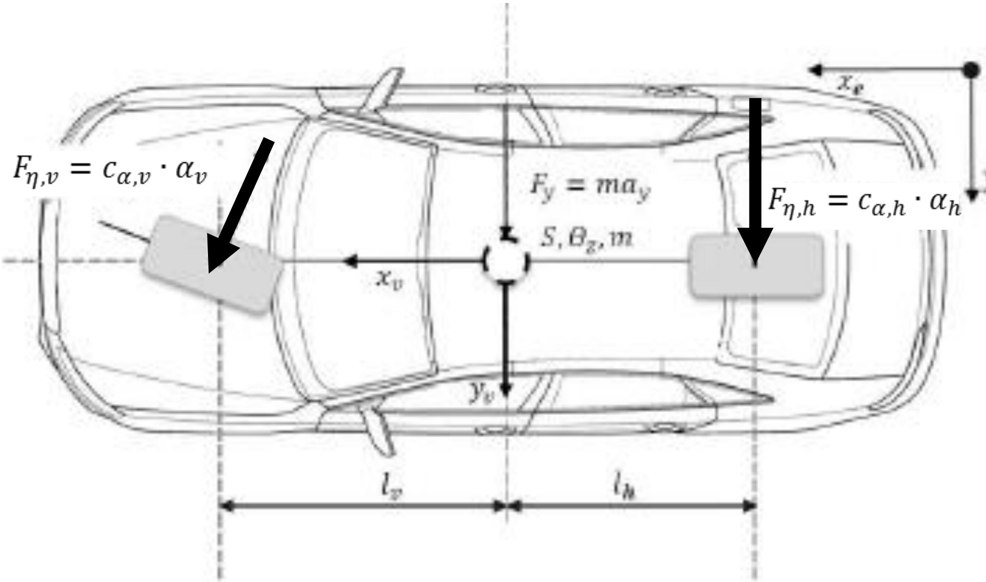
$$\sum M_z = \Theta_z \cdot \ddot{\psi} = \cos(\delta) \cdot F_{\eta,v} \cdot l_v - F_{\eta,h} \cdot l_h + \sin(\delta) \cdot F_{\xi,v} \cdot l_v$$

- Zur Beschreibung der Reifenkontaktkräfte wird das lineare Reifenmodell verwendet mit:

$$F_{\eta,v} = c_{\alpha,v} \cdot \alpha_v$$

$$F_{\eta,h} = c_{\alpha,h} \cdot \alpha_h$$

$$F_{\xi,v} = c_{s,v} \cdot s_v$$



Bewegungsgleichungen des Fahrzeuges

- Mit Hilfe der hergeleiteten Zusammenhänge lassen sich die nichtlineare Bewegungsgleichungen wie folgt formulieren

$$m \cdot v \cdot \cos(\beta) \cdot (\dot{\beta} + \dot{\psi})$$

$$= \cos(\delta) \cdot c_{\alpha,v} \cdot \left(\delta - \frac{v \cdot \sin(\beta) + l_v \cdot \dot{\psi}}{v \cdot \cos(\beta)}\right) + c_{\alpha,h} \cdot \left(-\frac{v \cdot \sin(\beta) - l_h \cdot \dot{\psi}}{v \cdot \cos(\beta)}\right) + \sin(\delta) \cdot c_{s,v} \cdot s_v$$

$$J_z \cdot \ddot{\psi} = \cos(\delta) \cdot c_{\alpha,v} \cdot \left(\delta - \frac{v \cdot \sin(\beta) + l_v \cdot \dot{\psi}}{v \cdot \cos(\beta)}\right) \cdot l_v - c_{\alpha,h} \cdot \left(-\frac{v \cdot \sin(\beta) - l_h \cdot \dot{\psi}}{v \cdot \cos(\beta)}\right) \cdot l_h + \sin(\delta) \cdot c_{s,v} \cdot s_v \cdot l_v$$

- Für kleine δ und β ergeben sich die lineare Bewegungsgleichungen

$$m \cdot v \cdot (\dot{\beta} + \dot{\psi}) = c_{\alpha,v} \cdot \left(\delta - \beta - \frac{l_v \cdot \dot{\psi}}{v}\right) + c_{\alpha,h} \cdot \left(-\beta + \frac{l_h \cdot \dot{\psi}}{v}\right)$$

$$J_z \cdot \ddot{\psi} = c_{\alpha,v} \cdot \left(\delta - \beta - \frac{l_v \cdot \dot{\psi}}{v}\right) \cdot l_v - c_{\alpha,h} \cdot \left(-\beta + \frac{l_h \cdot \dot{\psi}}{v}\right) \cdot l_h$$

Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!