Fahrzeugmechatronik II
SoSe 2019

Prof. Dr.-Ing. Steffen Müller
Andreas Hartmann, M. Sc.

3. Übungsblatt **_Abgabe: 13.06.2019_**

Polzuweisung, Nyquistkriterium

1) Regelung einer elektromechanischen Servolenkung

In modernen Fahrzeugen wird die konventionelle hydraulisch unterstützte Lenkung durch die elektromechanische Servolenkung, auch EPS (Electric Power Steering) genannt, ersetzt. Bei der EPS-Lenkung kann das Lenkgefühl in Abhängigkeit vom Fahrzeugtyp und von der jeweiligen Fahrsituation angepasst werden. Das Lenkgefühl bezeichnet die Rückmeldung der gelenkten Räder, die der Fahrer am Lenkrad spürt. Von modernen Lenkanlagen wird gefordert, dass dem Fahrer sowohl ein sicheres als auch ein komfortables Lenkgefühl vermittelt wird. Das heißt, der Fahrer sollte bei Lenkeingriffen unterstützt werden und dabei die aus dem Kontakt Reifen-Fahrbahn resultierende Rückstellkraft weiterhin im Handmoment spüren können. Für ein komfortables Einparken ist beispielsweise eine große Unterstützung erforderlich, während zum sicheren Führen des Fahrzeugs bei hohen Geschwindigkeiten weniger Unterstützung erwünscht ist. Ein neues naheliegendes Regelungskonzept sieht die Vorgabe eines Soll-Handmoments vor, das mithilfe eines Reglers nachgeführt werden muss. Durch die Vorgabe eines Soll-Handmoments als Führungsgröße wird dem Fahrer am Lenkrad ein gewünschtes Lenkgefühl vermittelt. Folglich wird bei diesem neuem Regleransatz die Lenkunterstützung indirekt durch die Vorgabe eines Soll-Handmoments bereitgestellt.
Abbildung 1 zeigt schematisch die wesentlichen Komponenten eines typischen EPS-Lenksystems. Das vom Fahrer am Lenkrad eingeleitete Handmoment wird über die Lenksäule und einen elastischen Drehstab auf ein Ritzel-Zahnstange-System übertragen. Die resultierende Kraft bewegt die Zahnstange, die mit den Rändern über das Lenkgestänge verbunden ist. Ein Elektromotor ist über einen Zahnriemen und einen Kugelgewindetrieb an die Zahnstange gekoppelt. So ist es möglich, eine unterstützende Kraft zum Handmoment des Fahrers an der Zahnstange aufzubringen. Mithilfe des Drehstabes zwischen Lenkrad und Ritzel lässt sich das vom Fahrer am Lenkrad aufgebrachte Drehmoment, Sensormoment, ermitteln.
Das in Abbildung 1 dargestellte EPS-System soll analysiert werden. Anschließend sollen unterschiedliche Regelungsstrukturen implementiert werden, welche die relative Verdrehung am Drehmomentensensor bzw. das Sensormoment bei unterschiedlichen Fahrmanövern auf einen vorgegebenen Wert, das Soll-Handmoment, regeln.

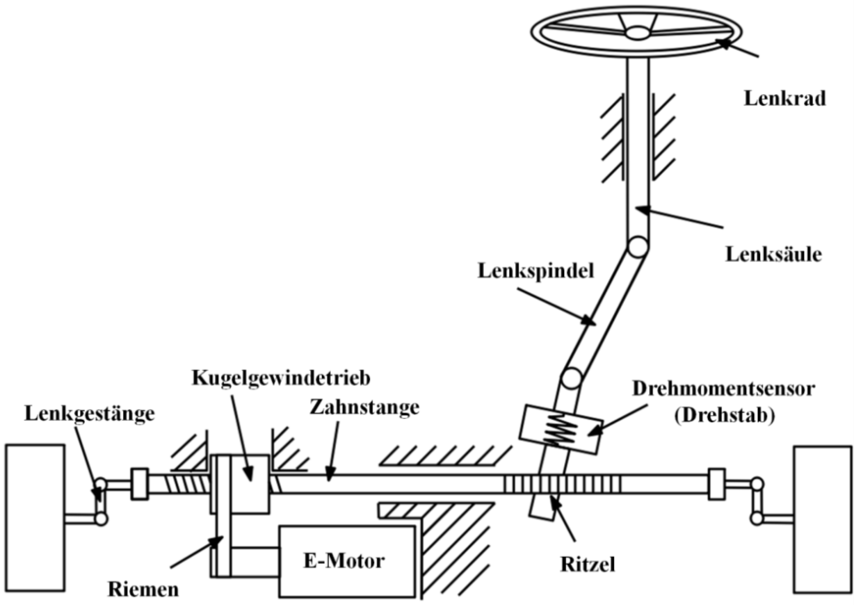

Abbildung 1: Komponenten einer elektromechanischen Servolenkung (EPS-Lenkung)

Systemanalyse

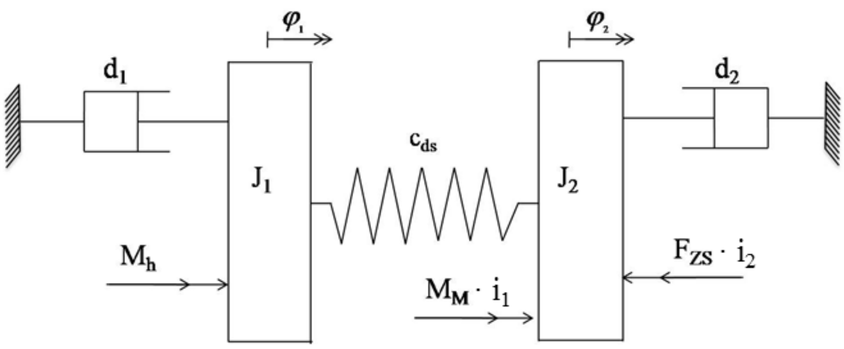

Abbildung 2: Mechanisches Ersatzmodell der EPS-Lenkung

Abbildung 2 repräsentiert ein mechanisches Ersatzschaltbild als Zweimassen-Drehschwinger für das in Abbildung 1 dargestellte EPS-System. Das zugehörige Zustandsraummodell ergibt sich dazu wie folgt:

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -3432 & -1{,}25 & 1{,}68 & -106 \\ 557{,}2 & 0 & -2{,}93 & 106 \\ 0 & 0 & 0 & -1000 \end{bmatrix} \boldsymbol{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1000 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 25 & 0{,}0414 \\ 0 & -0{,}0414 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \boldsymbol{d}$$

$$\boldsymbol{y} = \begin{bmatrix} 115 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 21{,}87 & 0 \end{bmatrix} \boldsymbol{x}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta\varphi_{12} \\ \Delta\dot{\varphi}_{12} \\ \dot{\varphi}_2 \\ M_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}, \qquad \underline{u} = [M_{\mathrm{Msoll}}], \quad \underline{d} = \begin{bmatrix} M_{\mathrm{h}} \\ F_{\mathrm{zs}} \end{bmatrix}, \qquad \underline{y} = \begin{bmatrix} M_{ds} \\ \omega_{ro} \end{bmatrix}$$

a) Implementieren Sie das hergeleitete Zustandsraummodell in Matlab als m-file sowie in Simulink als Simulationsmodell. Verwenden Sie in Simulink den Block „State-Space“, um die Modellmatrizen aus dem Workspace zu laden. Beachten Sie, dass für Simulink die Störgrößen direkt in der Eingangsmatrix B des Systems zusammengefasst werden müssen, während im m-file die Störgrößen für die Reglerauslegung zunächst ignoriert werden.
Überprüfen Sie Ihr System mithilfe des m-files auf Plausibilität, indem Sie sowohl die Eigenbewegung des Systems für eine anfängliche relative Verdrehung $\Delta\varphi_{12}$ von 2° als auch die Sprungantwort des Systems in Betracht ziehen. Analysieren Sie die Regelstrecke weiter, indem Sie diese auf folgende Eigenschaften untersuchen:
- Zustands- und E/A-Stabilität
- Steuerbarkeit
- Beobachtbarkeit

b) Um das System aus Aufgabenteil a) im Fahrzeug sinnvoll einsetzen zu können, ist ein Regelalgorithmus zu entwickeln, sodass über geschickte Eingriffe des EPS-Motors dem Fahrer ein komfortables und sicheres Lenkgefühl bei der Fahrzeugführung vermittelt wird. Die Regelgröße ist das Drehstabmoment M_{ds}, das der Führungsgröße, dem Soll-Handmoment, folgen soll.
Betrachten Sie zunächst den in Abbildung 3 dargestellten Aufbau der geregelten EPS-Lenkung ohne Fahrereinfluss, so dass das vom Fahrer aufgebrachte Handmoment $\mathrm{M_h}$ Null ist. Dies wäre beispielsweise der Fall einer Geradeausfahrt auf einer ebenen Fahrbahn. Das Sensormoment soll dann auf den konstanten Wert Null geregelt werden. Eine vollständige Zustandsrückführung K ist für die Verbesserung der Stabilisierung des Lenksystems zu bestimmen. Hierzu wird das System ohne die Störgrößen in d betrachtet. Platzieren Sie die Eigenwerte des zustandsrückgeführten Systems, sodass die nachfolgenden Güteforderungen bestmöglich erfüllt werden. Betrachten Sie dabei das Modell ohne Störgrößen im m-file und verwenden Sie den Befehl place zur Vorgabe der Eigenwerte des geschlossenen Kreises. Analysieren und interpretieren Sie im m-file die Eigenbewegung des geregelten EPS-Systems für eine anfängliche relative Verdrehung $\Delta\varphi_{12}$ von 2°.

Es gelten folgende Güteforderungen an die Eigenbewegung des Regelkreises:
- Eine ausreichende Dämpfung der Zustände
- Eine Begrenzung des Motormoments auf 2.5Nm

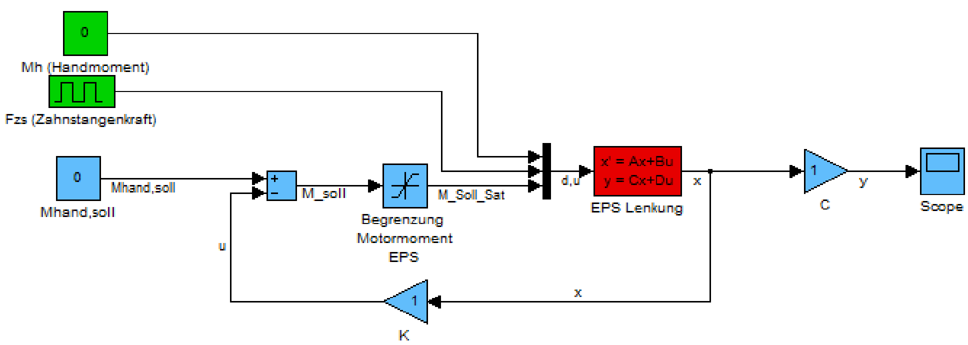

Abbildung 3: Simulationsmodell der geregelten EPS-Lenkung ohne Fahrereinfluss

2) Positionsregelung eines Einmassenschwingers

Abbildung 4 zeigt ein Linearpositioniersystem auf einer reibungsbehafteten Oberfläche mit dem Reibwert d = 1 Ns/m. Ein Zustandsregler soll entworfen werden, um die Position x des Objekts der Masse m = 1 kg zu regeln. Dabei ist u die Weganregung und c = 100 N/m die Steifigkeit der Positionierstange.

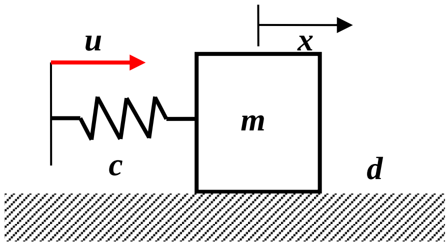

Abbildung 4: Linearpositioniersystem

a) Welche „technischen" Voraussetzungen müssen bei einem Entwurf einer Zustandsrückführung erfüllt sein?
b) Beschreiben Sie das System im Zustandsraum. Gemessen wird dabei nur die Position x (Annahme: Für die Zustandsrückführung stehen alle Zustände zur Verfügung, beispielsweise mit Hilfe eines Beobachters).
c) Ist das System vollständig steuerbar für beliebige realistische Werte von Systemparametern c, d und m?
d) Entwerfen Sie die Zustandsrückführung nach dem Verfahren der Polzuweisung so, dass der geschlossene Kreis die Pole $p_{1,2}$ = {-9,2 + j9,4 ; -9,2 - j9,4 } aufweist.
e) Prüfen Sie, in wie weit sich die Zustandsrückführung **K** durch eine äquivalente Ausgangsrückführung **Ky** ersetzen lässt, wenn die Geschwindigkeit als Zustand nicht mehr zur Verfügung stehen würde.
f) Ist der geschlossene Regelkreis mit der Zustandsrückführung stationär genau? Begründen Sie Ihre Antwort und ergreifen Sie eine Maßnahme, um die stationäre Genauigkeit des geschlossenen Regelkreises sicherzustellen.

g) Implementieren Sie das System mit der Zustandsrückführung in Aufgabe d in MATLAB/SIMULINK. Simulieren Sie das ungeregelte und das geregelte System mit einem Einheitssprung der Soll-Position. Ergänzen Sie das Modell mit der Maßnahme in Aufgabe f) und prüfen Sie anschließend die stationäre Genauigkeit des Regelkreises. Interpretieren Sie Ihre Ergebnisse.

3) **Stabilitätsanalyse eines SISO-Kreises**

Abbildung 5 zeigt die Struktur eines klassischen SISO-Regelkreises, wobei für die instabile Regelstrecke Gleichung (1) gilt. Sie soll mit einem PD-Regler

$$K(s) = k_P(s + s_0)$$

stabilisiert werden.

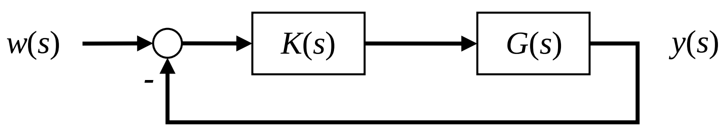

Abbildung 5: Klassischer SISO-Kreis

$$G(s) = \frac{1}{(s-1)(s-3)} \tag{1}$$

Überprüfen Sie die Stabilität des geschlossenen Kreises mit Hilfe des Nyquistkriteriums für folgende Fälle:

a) $K(s) = 2(s+1)$

b) $K(s) = 6(s+1)$

4) **Stabilitätsanalyse: Viertelfahrzeugmodell (s. Übungsblatt 1)**

In der 1. Übung wurde das Zustandsraummodell eines Viertelfahrzeuges aufgestellt. Die Regelung soll als Zustandsrückführung

$$u = -Kx, \quad K = [1 \quad 0{,}5 \quad 1 \quad 0{,}06]$$

realisiert werden.

Die E/A-Stabilität des geschlossenen Regelkreises soll mit Hilfe des Nyquistkriteriums überprüft werden. Dabei wird angenommen, dass alle Zustände messbar sind. (Für die Lösung dieser Aufgabe darf MATLAB/Simulink genutzt werden!)

a) Stellen Sie die Übertragungsfunktionsmatrix des offenen Kreises $G_o(s)$ auf.

b) Bestimmen Sie die Rückführdifferenzmatrix $F(s) = I + G_o(s)$

c) Ermitteln Sie die Anzahl der instabilen Pole des offenen Kreises und wenden Sie mit Hilfe der Ortskurve in Abbildung 6 das Nyquistkriterium an.

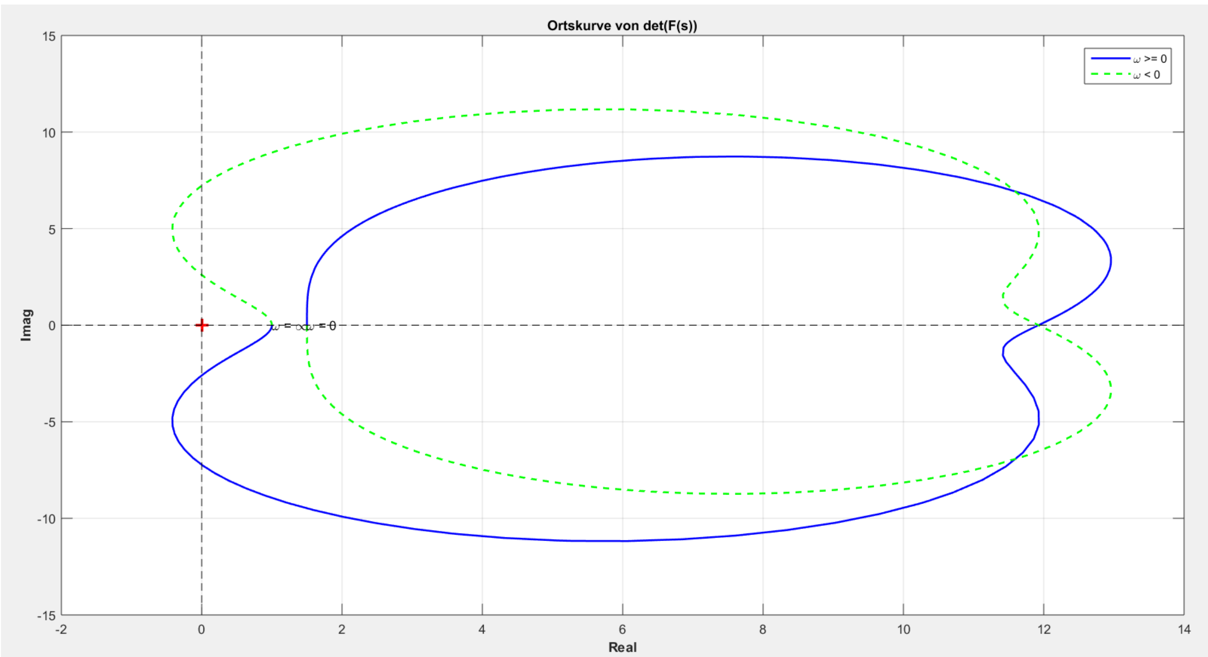

Abbildung 6: Ortskurve für das geregelte Viertelfahrzeug

Hinweis: Die Wahl des Zustandes x hat keinen Einfluss auf die Stabilitätsanalyse

Zusatzaufgabe 1: Stabilitätsanalyse einer Magnetschwebebahn

Der Betrieb einer Magnetschwebebahn um einen vorgegebenen Hub wird durch die linearisierte Zustandsraumdarstellung $\dot{x} = Ax + Bu$ mit

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -50{,}67 & 50{,}67 & -4{,}9 & 4{,}9 & -2{,}26 \cdot 10^{-3} \\ 25{,}25 & -25{,}25 & 2{,}44 & -2{,}44 & 0 \\ -6{,}4 \cdot 10^{6} & 0 & 2{,}1 \cdot 10^{5} & 0 & -3{,}26 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1440 \end{bmatrix} \qquad (2)$$

beschrieben (siehe Lunze für eine genauere Beschreibung des Modellhintergrunds der Magnetschwebebahn). Die instabile Strecke (2) soll mithilfe mit der Rückführung (3) stabilisiert werden.

$$u = -Kx, \;\; K = [8418{,}5 \quad 478{,}66 \quad 188{,}9 \quad 76{,}277 \quad -0{,}022] \qquad (3)$$

Es wird davon ausgegangen, dass alle Zustände messbar sind.

a) Stellen Sie die Übertragungsfunktionsmatrix des offenen Kreises $G_o(s)$ auf.
b) Bestimmen Sie die Rückführdifferenzmatrix $F(s) = I + G_o(s)$
c) Ermitteln Sie die Anzahl der instabilen Pole des offenen Kreises und wenden Sie mit Hilfe der Ortskurve in Abbildung (7) das Nyquistkriterium an.
d) Bestimmen Sie die Eigenwerte des geschlossenen Kreises und treffen Sie eine Aussage über die Zustandsstabilität.

Die Zusatzaufgaben müssen nicht bearbeitet werden!
Die Nutzung von MATLAB/SIMULINK ist ausschließlich auf die entsprechend gekennzeichneten Aufgaben beschränkt.
Alle Arbeitsschritte (Rechenwege) und Ergebnisse sind zu dokumentieren. Ihre

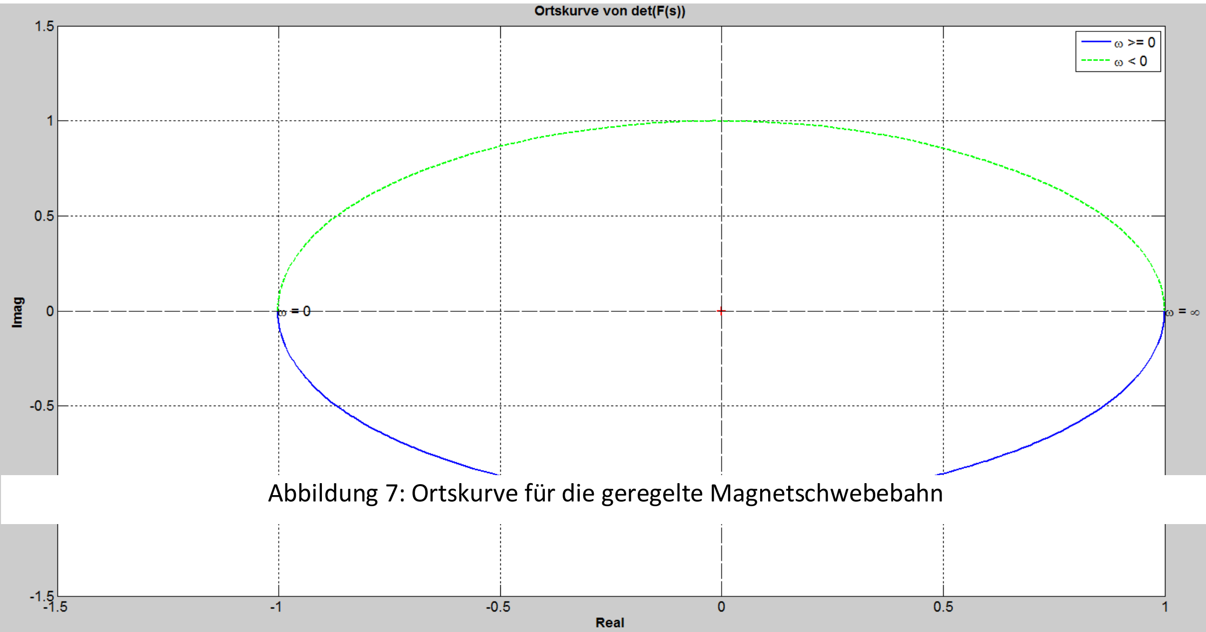

Abbildung 7: Ortskurve für die geregelte Magnetschwebebahn

Ausarbeitung ist in Papierform abzugeben und auf der ISIS-Plattform zusammen mit den Simulink-Modellen und m-Files als zip-Datei hochzuladen.