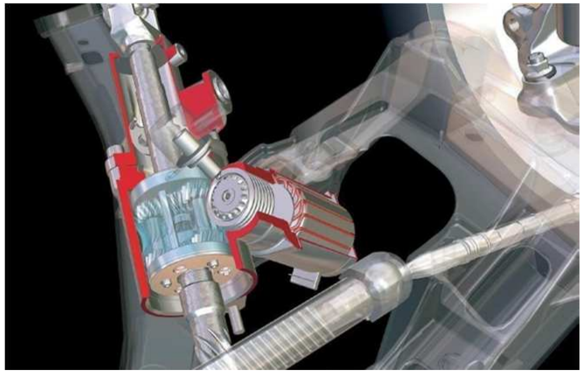
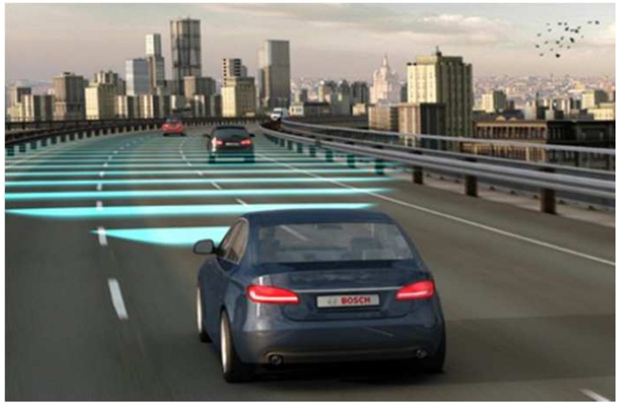
Fahrzeugmechatronik II
Strukturen und Eigenschaften von Mehrgrößenregelkreisen


Prof. Dr.-Ing. Steffen Müller
M.Sc. Osama Al-Saidi
Fachgebiet Kraftfahrzeuge • Technische Universität Berlin

Einleitung
Motivation

Einführung wichtiger **Mehrgrößenregelkreis-strukturen** und Analyse der **Stabilität** und des **stationären Verhaltens** von Mehrgrößenregel-kreisen.

Hierauf beziehen sich die später behandelten Analyse- und Entwurfsverfahren.

Struktur von MIMO-Regelkreisen
Zustandsrückführung

Für ein System

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{E}\mathbf{d}(t) \qquad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t)$$

wird durch

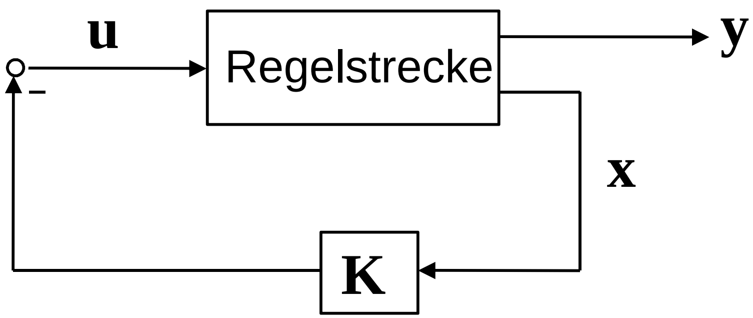
$$\mathbf{u}(t) = -\mathbf{K}\mathbf{x}(t)$$

der Zustandsvektor auf die Stellgröße zurückgeführt. Der Regler hat proportionales Verhalten.

Eine Zustandsrückführung ist wichtig, wenn untersucht werden soll, wie das Verhalten idealerweiser verändert werden kann.

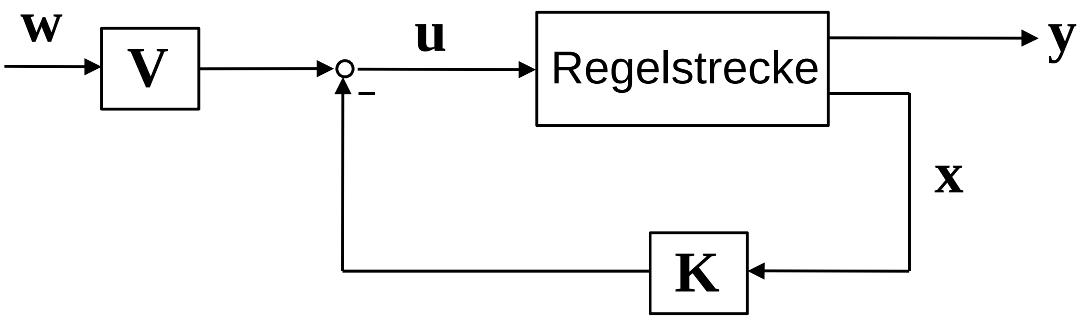
Struktur von MIMO-Regelkreisen
Zustandsrückführung

Zustandsrückführung



$$\mathbf{u}(t) = -\mathbf{K}\mathbf{x}(t)$$

Zustandsrückführung mit Vorfilter (Führungsverhalten)



$$\mathbf{u}(t) = -\mathbf{K}\mathbf{x}(t) + \mathbf{V}\mathbf{w}(t)$$

Struktur von MIMO-Regelkreisen
Zustandsrückführung

Es folgt aus

$$\underbrace{\cancel{\dot{\mathbf{x}}(t)}}_{s\,\underline{X}(s)} = \mathbf{A}\overbrace{\cancel{\mathbf{x}(t)}}^{\underline{X}(s)} + \mathbf{B}\overbrace{\cancel{\mathbf{u}(t)}}^{\underline{U}(s)} + \mathbf{E}\overbrace{\cancel{\mathbf{d}(t)}}^{\underline{D}(s)} \qquad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \qquad \overbrace{\cancel{\mathbf{u}(t)}}^{\underline{U}(s)} = -\mathbf{K}\overbrace{\cancel{\mathbf{x}(t)}}^{\underline{X}(s)} + \mathbf{V}\overbrace{\cancel{\mathbf{w}(t)}}^{\underline{W}(s)}$$

$$\underbrace{\cancel{\mathbf{y}(t)}}_{\underline{Y}(s)} = \mathbf{C}\underbrace{\cancel{\mathbf{x}(t)}}_{\underline{X}(s)}$$

das Zustandsraummodell

$$\dot{\underline{x}}(t) = (\underline{A} - \underline{B}\,\underline{K})\,\underline{x}(t) + \underline{B}\,\underline{V}\,\underline{w}(t) + \underline{E}\,\underline{d}(t)$$

$$\underline{y}(t) = \underline{C}\,\underline{x}(t)$$

die Führungsübertragungsfunktionsmatrix für $\mathbf{x}(0) = \mathbf{0}, \mathbf{d} = \mathbf{0}$

$$\left.\begin{aligned}(s\underline{I} - \underline{A} + \underline{B}\,\underline{K})\,\underline{X}(s) &= \underline{B}\,\underline{V}\,\underline{W}(s)\\ \underline{Y}(s) &= \underline{C}\,\underline{X}(s)\end{aligned}\right\}\ \underline{G}_w(s) = \underline{C}\,(s\underline{I} - \underline{A} + \underline{B}\,\underline{K})^{-1}\,\underline{B}\,\underline{V}$$

die Störübertragungsfunktionsmatrix für $\mathbf{x}(0) = \mathbf{0}, \mathbf{w} = \mathbf{0}$

$$\underline{G}_d(s) = \underline{C}\,(s\underline{I} - \underline{A} + \underline{B}\,\underline{K})^{-1}\,\underline{E}$$

Struktur von MIMO-Regelkreisen
Zustandsrückführung

Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit von Regelkreisen mit Zustandsrückführung (ohne Beweis)

Zustandsrückführungen ändern nichts an der Steuerbarkeit, beeinflussen jedoch die Beobachtbarkeit von Eigenvorgängen.

Struktur von MIMO-Regelkreisen
Ausgangsrückführung

Für ein System

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{E}\mathbf{d}(t) \qquad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t)$$

wird durch

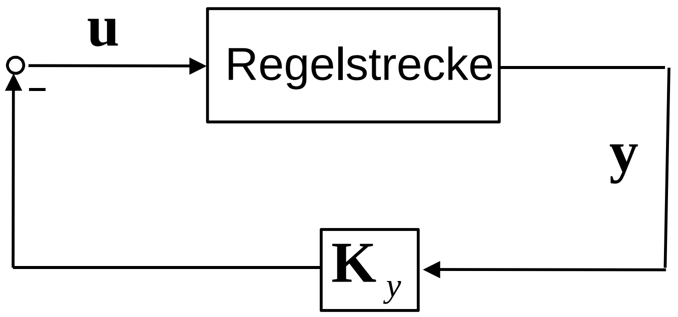
$$\mathbf{u}(t) = -\mathbf{K}_y \mathbf{y}(t)$$

der Ausgangssvektor auf die Stellgröße zurückgeführt.
Der Regler hat proportionales Verhalten.

*Für **eine** Ausgangs- und **eine** Stellgröße folgt ein P-Regler, wie in einem einschleifigen Regelkreis.*

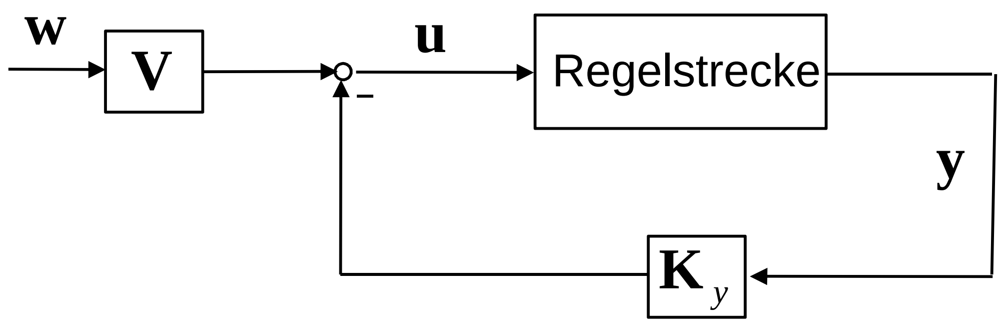
Struktur von MIMO-Regelkreisen
Ausgangsrückführung

Ausgangsrückführung



$$\mathbf{u}(t) = -\mathbf{K}_y \mathbf{y}(t)$$

Ausgangsrückführung mit Vorfilter



$$\mathbf{u}(t) = -\mathbf{K}_y \mathbf{y}(t) + \mathbf{V}\mathbf{w}(t)$$

Struktur von MIMO-Regelkreisen
Ausgangsrückführung

Es folgt aus

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{E}\mathbf{d}(t) \qquad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t)$$

$$C\,x(t)$$

$$\mathbf{u}(t) = -\mathbf{K}_y \cancel{\mathbf{y}}(t) + \mathbf{V}\mathbf{w}(t)$$

das Zustandsraummodell

$$\dot{x}(t) = (A - B K_y C)\, x(t) + B V w(t) + E d(t)$$

$$y(t) = C x(t)$$

die Führungsübertragungsfunktionsmatrix für $\mathbf{x}(0) = \mathbf{0}, \mathbf{d} = \mathbf{0}$

$$G_w(s) = C\,(sI - A + B K_y C)^{-1} B V$$

die Störübertragungsfunktionsmatrix für $\mathbf{x}(0) = \mathbf{0}, \mathbf{w} = \mathbf{0}$

$$G_d(s) = C\,(sI - A + B K_y C)^{-1} E$$

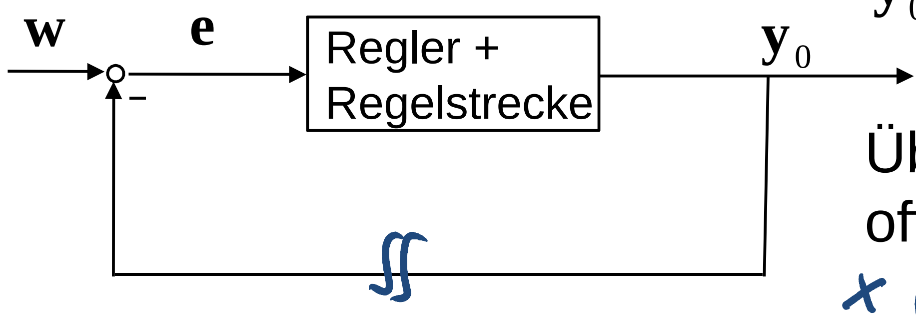
Struktur von MIMO-Regelkreisen
Ausgangsrückführung

Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit von Regelkreisen mit Ausgangsrückführung (ohne Beweis)

Ausgangsrückführungen ändern nichts an der Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit der Eigenvorgänge.

Struktur von MIMO-Regelkreisen
Einheitsrückführung

Zustandsraum



$$\dot{\mathbf{x}}_0(t) = \mathbf{A}_0\mathbf{x}_0(t) + \mathbf{B}_0\mathbf{e}(t) \qquad \mathbf{x}_0(0) = \mathbf{x}_0$$

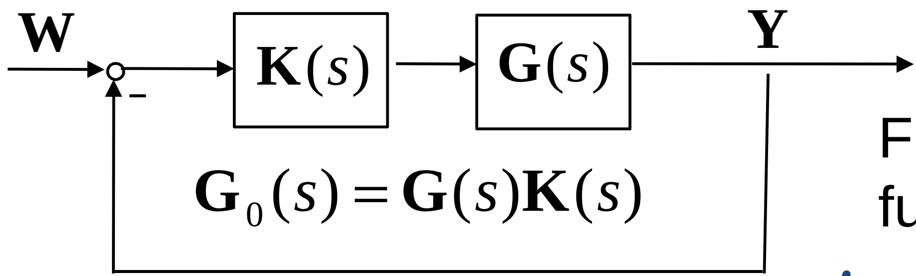
$$\mathbf{y}_0(t) = \mathbf{C}_0\mathbf{x}_0(t) + \mathbf{D}_0\mathbf{e}(t)$$

Übertragungsfunktionsmatrix des offenen Systems:

$$\underline{x}_0(s) = (s\underline{I} - \underline{A}_0)^{-1}\underline{B}_0 e(t)$$

$$\underline{Y}_0(s) = \underbrace{(\underline{C}_0 (s\underline{I} - \underline{A}_0)^{-1}\underline{B}_0 + \underline{D}_0)}_{\underline{G}_0(s)} \underline{e}(s)$$

Frequenzbereich



Führungsübertragungs-
funktionsmatrix:

$$\underline{Y}(s) = \underline{G}_0(s)\,(\underline{W}(s) - \underline{Y}(s))$$

$$\text{FD} \quad \underline{Y}(s) = \underbrace{\left[\underline{I} + \underline{G}_0(s)\right]^{-1} \underline{G}_0(s)}_{G_w(s)} \underline{W}(s)$$

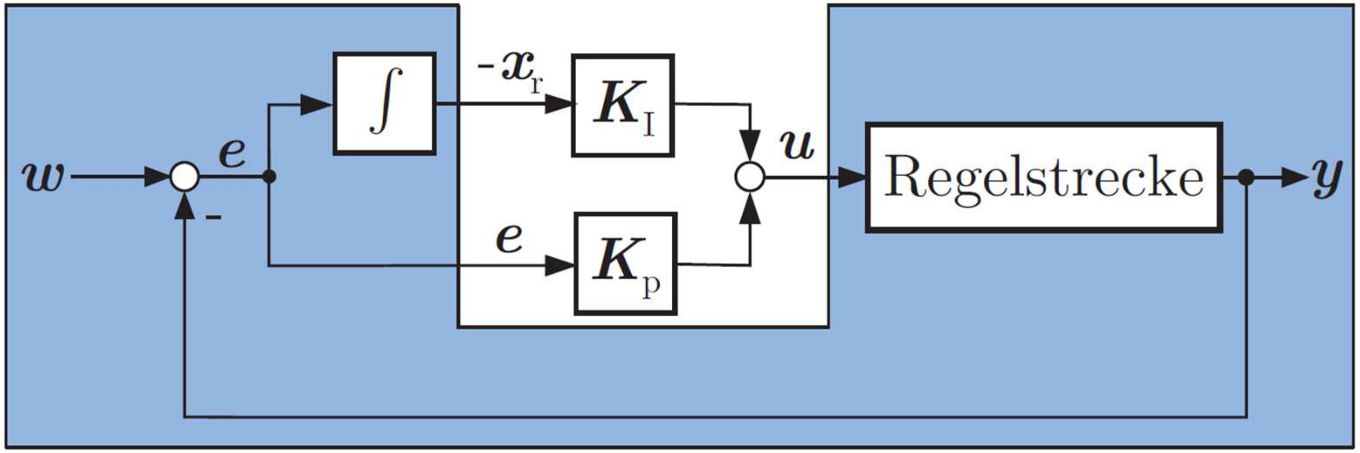
Struktur von MIMO-Regelkreisen
PI-Mehrgrößenregler

Regelabweichung

$$\mathbf{e}(t) = \mathbf{w}(t) - \mathbf{y}(t)$$

r Integratoren

$$\dot{\mathbf{x}}_r(t) = -\mathbf{e}(t) = \mathbf{y}(t) - \mathbf{w}(t)$$



Reglergesetz: $\underline{u}(t) = -\underline{K}_I \underline{x}_r - \underline{K}_p (\underline{y} - \underline{w})$

$= -\underline{K}_I \underline{x}_r - \underline{K}_p \dot{\underline{x}}_r$

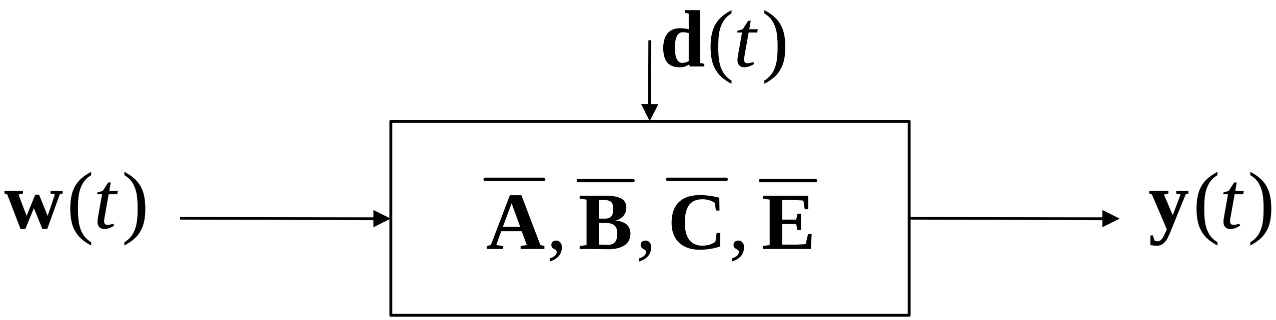
Struktur von MIMO-Regelkreisen

Verallgemeinerte Zustandsgleichung des geregelten Systems

Die Zustandsgleichung eines geregelten Systems kann in folgende verallgemeinerte Form gebracht werden

$$\dot{\bar{\mathbf{x}}}(t) = \bar{\mathbf{A}}\bar{\mathbf{x}}(t) + \bar{\mathbf{B}}\mathbf{w}(t) + \bar{\mathbf{E}}\mathbf{d}(t) \qquad \bar{\mathbf{x}}(0) = \bar{\mathbf{x}}_0$$

$$\mathbf{y}(t) = \bar{\mathbf{C}}\bar{\mathbf{x}}(t)$$



Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!