

Fahrzeugmechatronik I

Modellbildung



Prof. Dr.-Ing. Steffen Müller

M.Sc. Osama Al-Saidi

Fachgebiet Kraftfahrzeuge • Technische Universität Berlin

Einführung

Wozu benötige ich Berechnungsmodelle?

Im Allgemeinen werden Berechnungsmodelle insbesondere benötigt, um

- das Systemverhalten vorhersagen und optimieren zu können,
- physikalische Ursachen für störende oder unerwünschte Effekte zu klären

Speziell in der Fahrzeugmechatronik werden Berechnungsmodelle darüber hinaus benötigt, um

- Fahrzeugregler zu entwerfen (Entwurfsmodell) und
- das Fahrzeug- bzw. Fahrzeugreglerverhalten zu bewerten (Bewertungsmodell)

Einführung

Wichtige Begriffe

➤ **Physikalisches Modell**

Ein durch Erfahrung und Kenntnis physikalischer Zusammenhänge erstelltes (meist) symbolisches Ersatzmodell eines realen Systems.

Wesentlicher Bestandteil eines physikalischen Modells sind die zur Ermittlung notwendigen vereinfachenden Annahmen.

➤ **Mathematisches Modell**

Mathematische Gleichungen und Funktionszusammenhänge zur Beschreibung eines Systems bzw. dessen Komponenten. Diese Modelle werden durch Anwendung physikalischer Gesetze oder Experimente gewonnen.

Einführung

Wichtige Begriffe

➤ **Freiheitsgrad**

Koordinate (Verschiebung oder Verdrehung) mit der Systemzustand beschreiben wird. Freiheitsgrade eines Systems beschreiben den Systemzustand eindeutig und sind unabhängig voneinander.

➤ **Zustandsgröße**

Physikalische Größe \mathbf{x} in einer Zustandsgleichung, die nur vom augenblicklichen Zustand des Systems abhängt.

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) \quad \text{mit} \quad \mathbf{x}(t) = \mathbf{x}_0$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t)$$

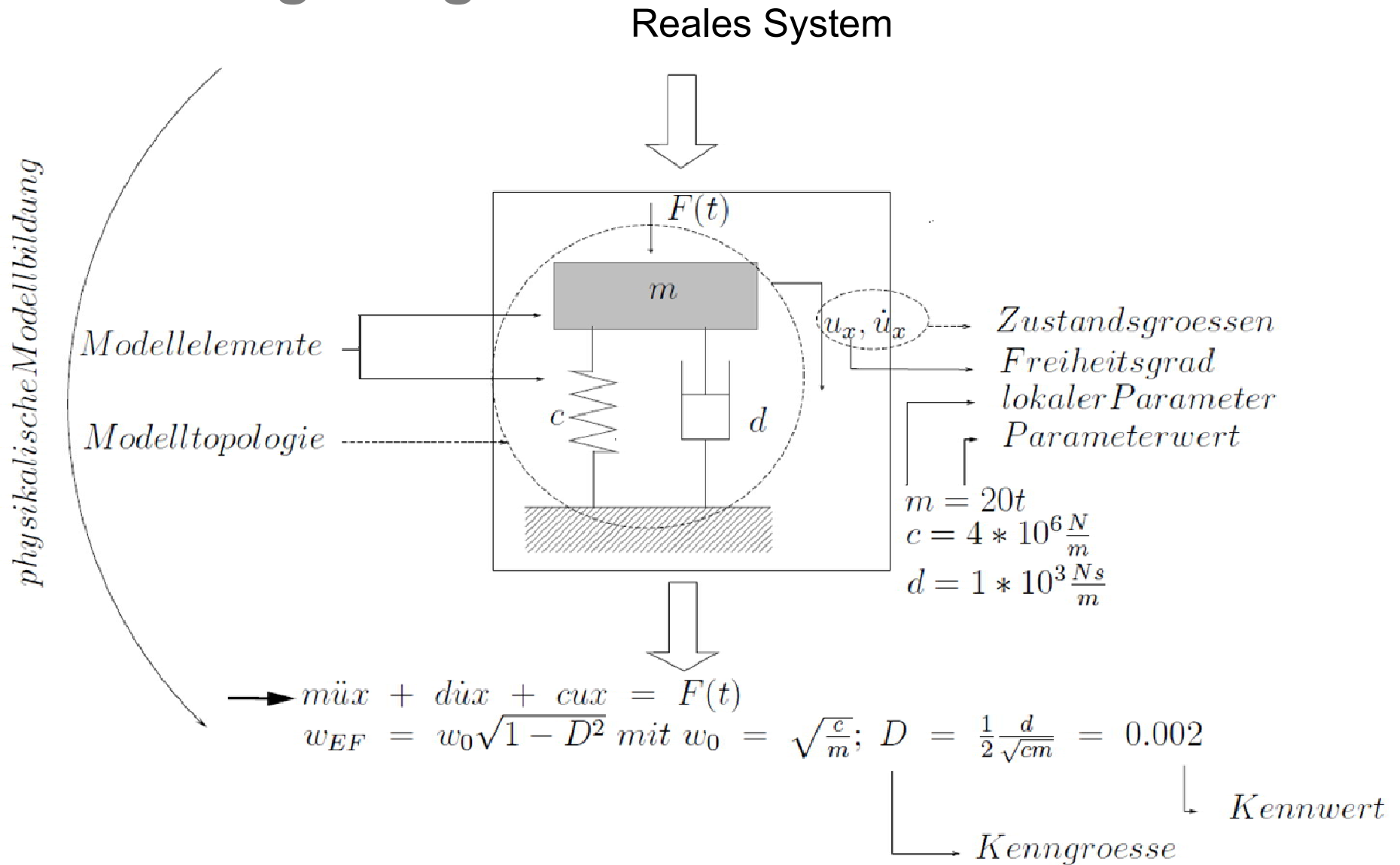
Einführung

Wichtige Begriffe

- **Parameter**
Geometrische oder physikalische Größe in einem Berechnungsmodell, mit einem Buchstaben bezeichnet, meist mit Einheit.
- **Parameterwert**
Zahlenwert eines Parameters.
- **Kenngroße (Ähnlichkeitszahl)**
Aus Parametern gebildete dimensionslose Größe, z.B. das Dämpfungsmaß.
- **Kennwert**
Zahlenwert einer Kenngroße.

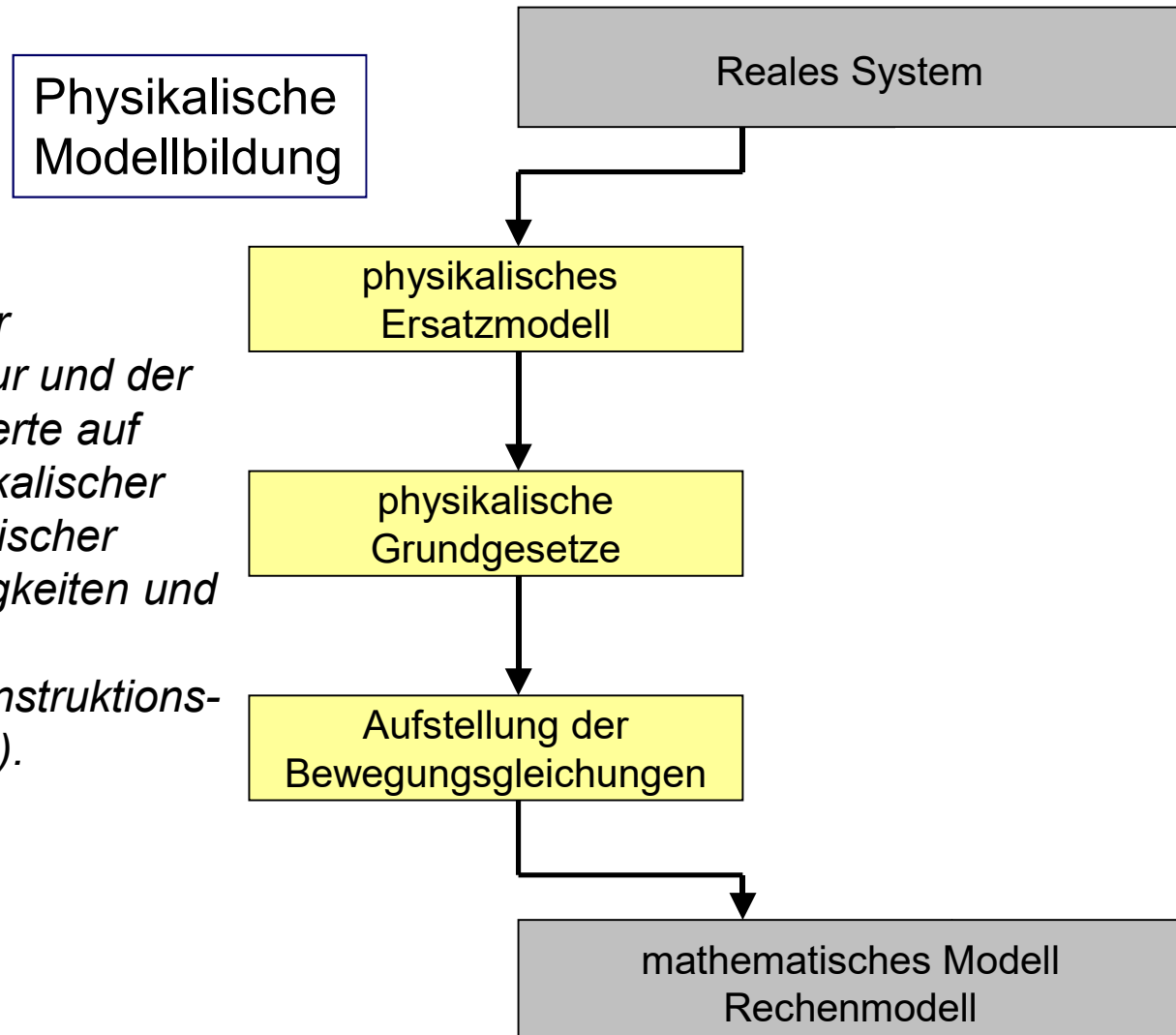
Einführung

Wichtige Begriffe



Einführung

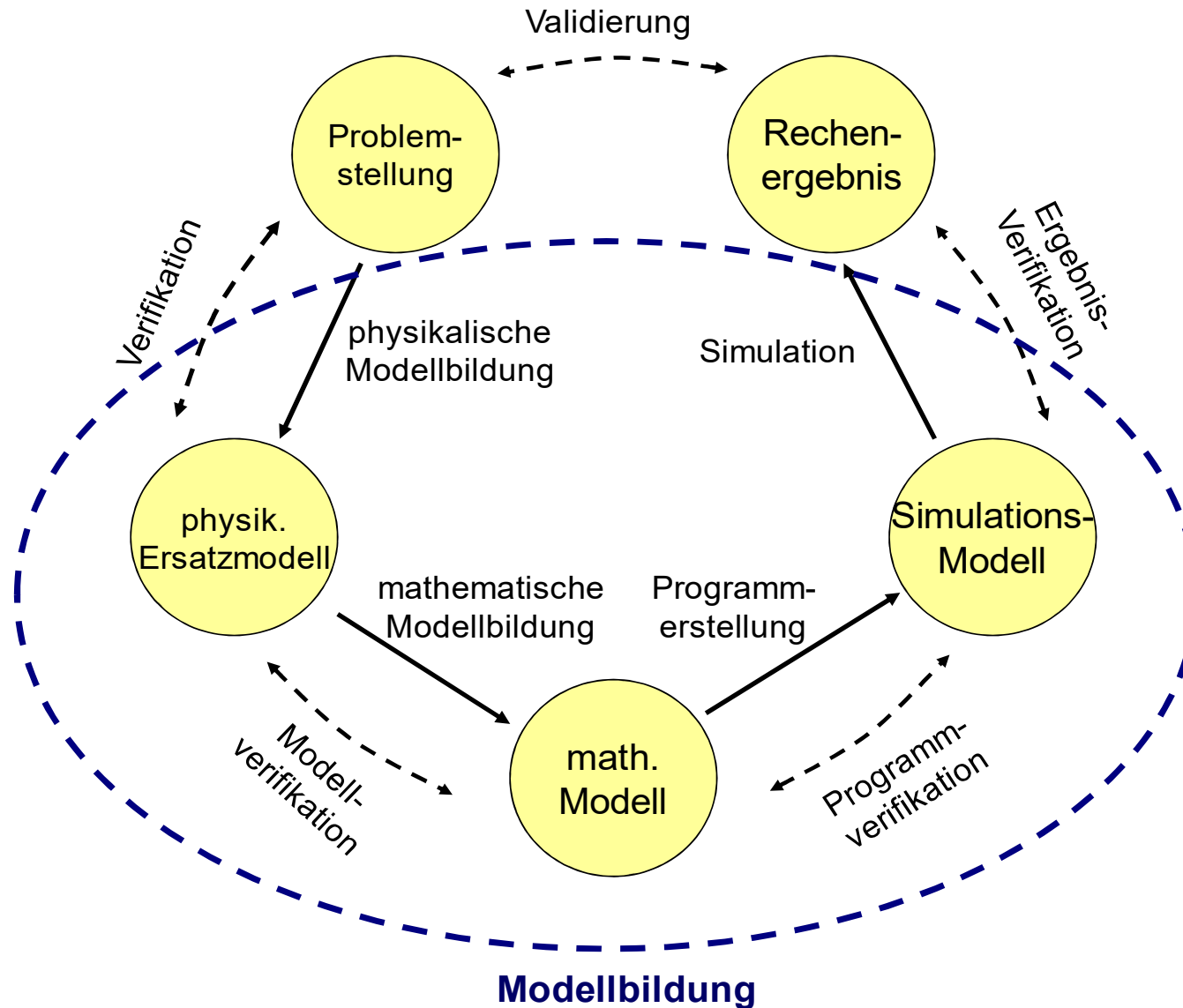
Wichtige Begriffe



*Ableitung der
Modellstruktur und der
Parameterwerte auf
Grund physikalischer
und geometrischer
Gesetzmäßigkeiten und
Vorgaben
(z.B. aus Konstruktions-
zeichnungen).*

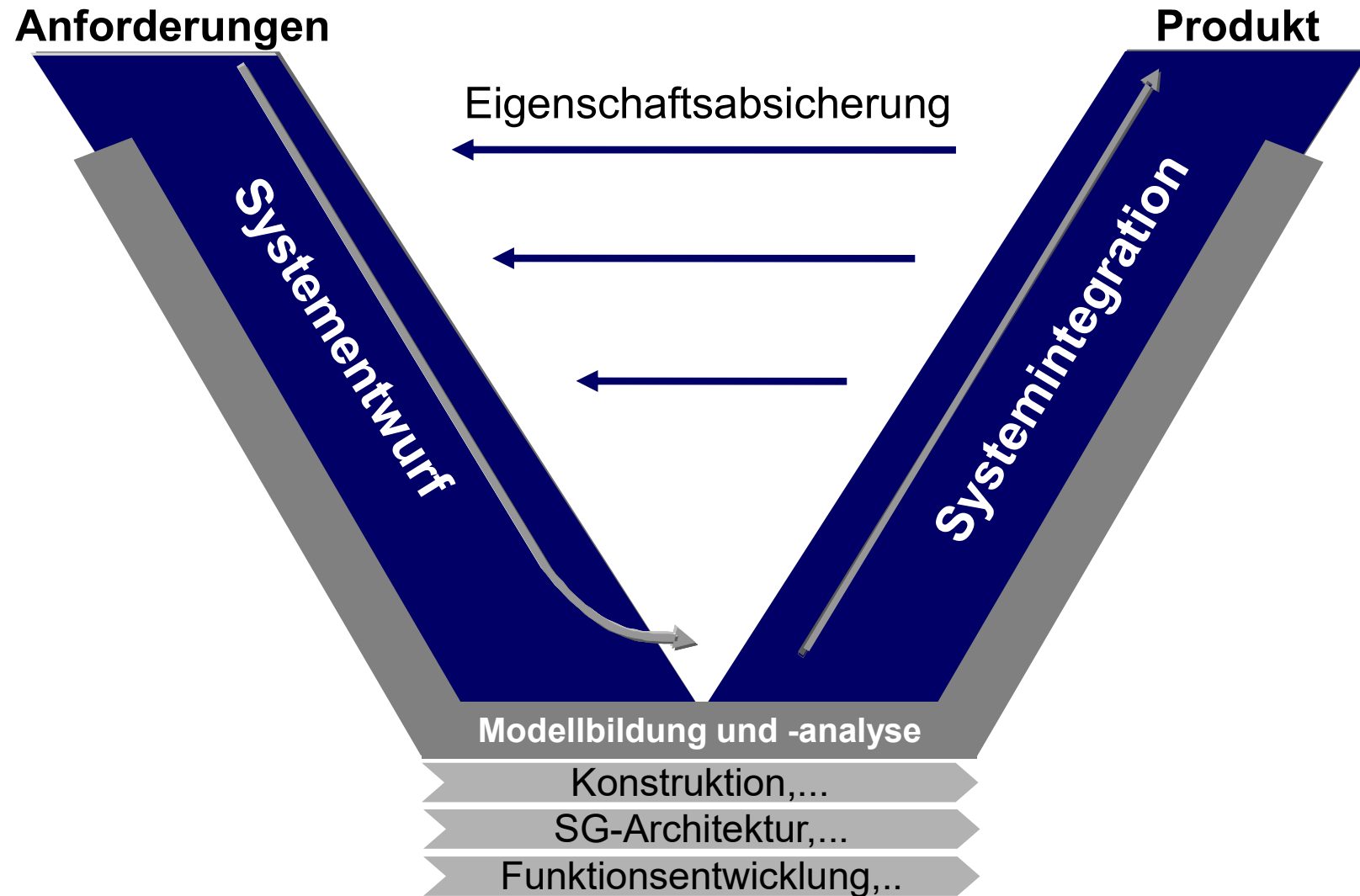
Einführung

Modellbildung im Entwicklungsprozess



Einführung

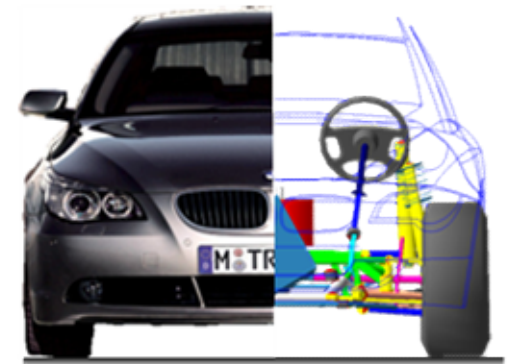
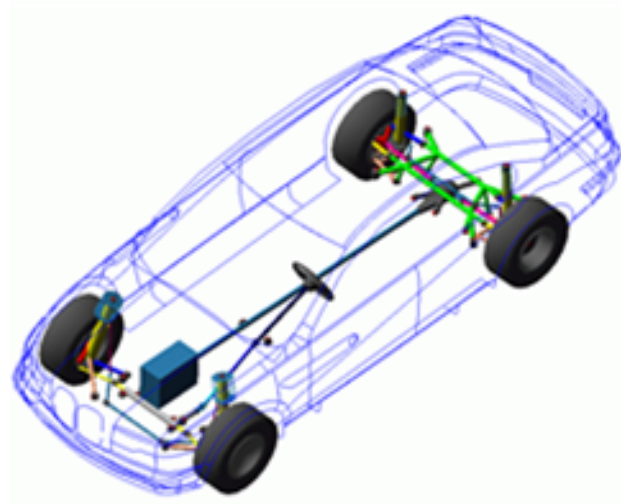
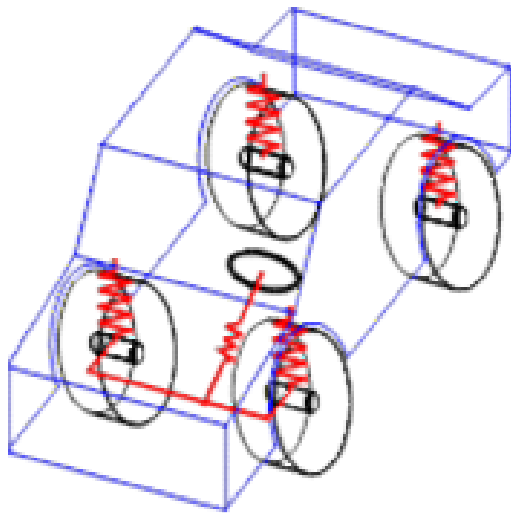
Modellbildung im Entwicklungsprozess



(Nach VDI-Richtlinie 2206: „Entwicklungsmethodik für mechatronische Systeme“, „**V-Modell**“)

Einführung Modelldetaillierung

Die sinnvolle Modelldetaillierung hängt immer von der **Fragestellung** und den **verfügbaren Informationen** ab!



Einführung Modelldetaillierung

Bei jeder Modellbildung sollte man mit einem Minimalmodell beginnen, dieses zeichnet sich durch folgende Eigenschaften aus

- räumlich und zeitlich eng begrenzt
- möglichst kleine Anzahl von FGs
- möglichst wenige und robuste Parameter
- nur die wesentlichen physikalischen Vorgänge werden berücksichtigt
- Ergebnisse sind nur qualitativ und quantitativ tendenziell richtig

Einführung

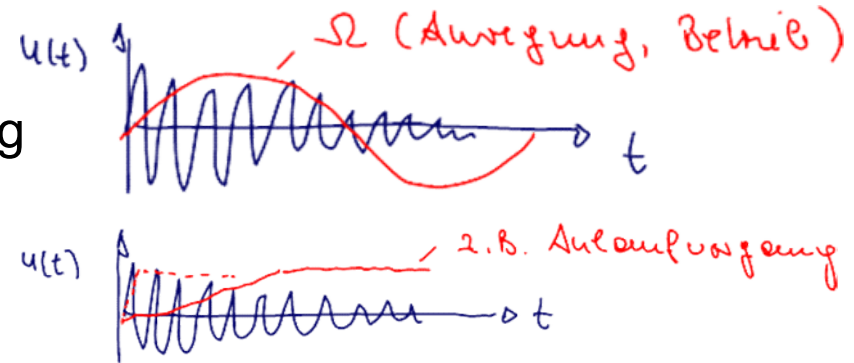
Modelldetaillierung - Modellklassen

1. Zwangsläufiges System starrer Körper

$\Omega \ll \omega_1 = 2\pi f_1$ Periodische Anregung

$$T_1 = \frac{1}{f_1} \ll t_a$$

transiente Anregung



2. Lineares Schwingungssystem

$\Omega > \omega_1$ Schwingungsverhalten ist zumindest um den Arbeitspunkt herum linear (Superpositionsprinzip, harmonisches Übertragungsverhalten...)

3. Nichtlineares System

Das Schwingungsverhalten wird durch nichtlineare Effekte bestimmt.

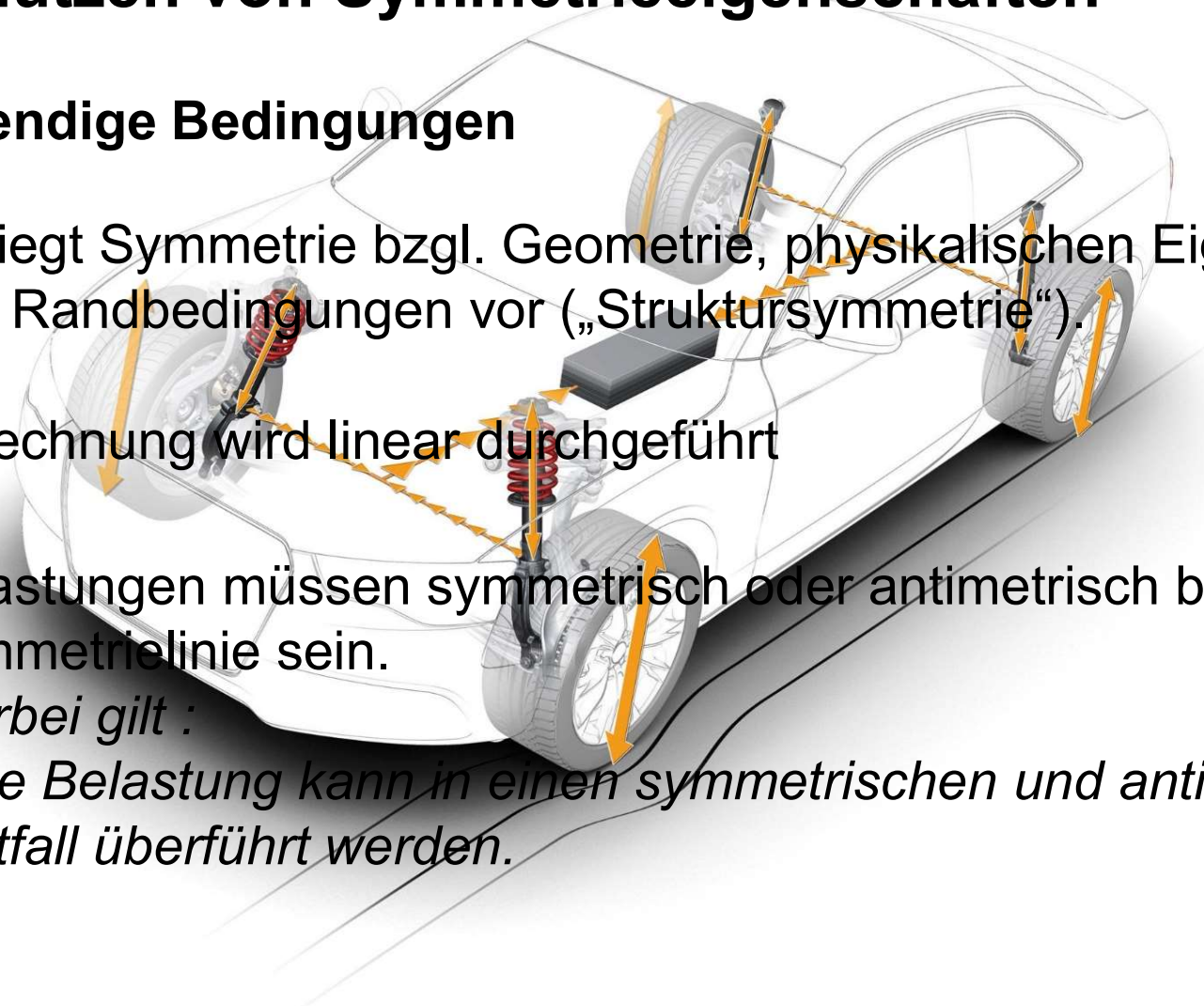
4. Selbsterregte Systeme

Einführung Modelldetaillierung

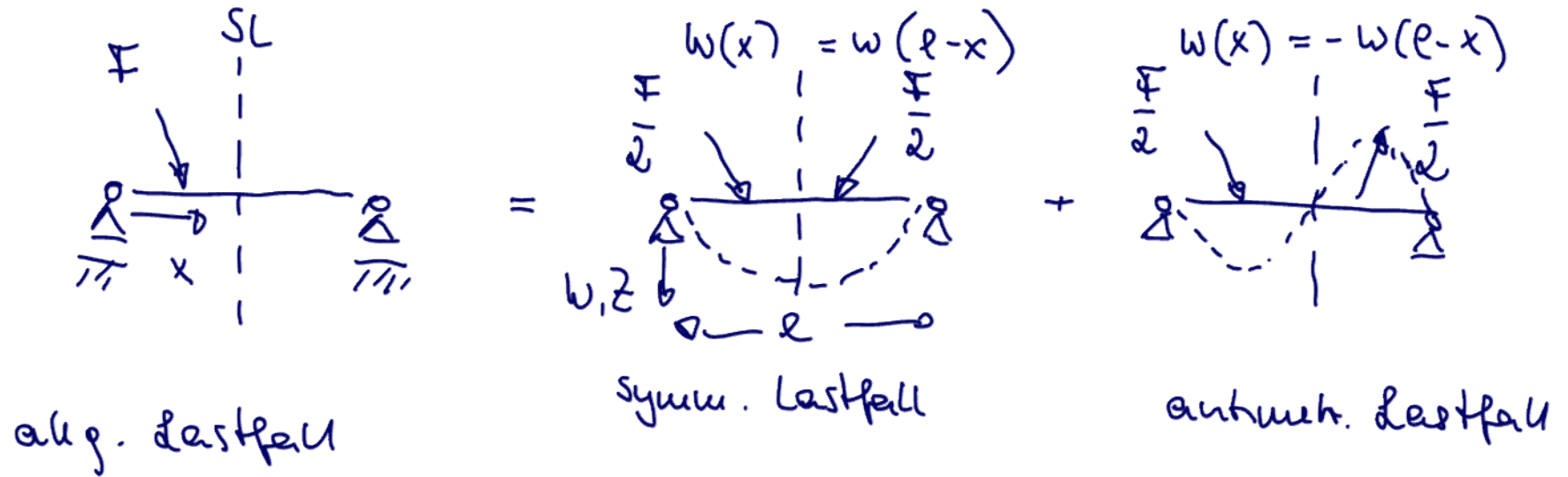
Ausnutzen von Symmetrieeigenschaften

Notwendige Bedingungen

- Es liegt Symmetrie bzgl. Geometrie, physikalischen Eigenschaften und Randbedingungen vor („Struktursymmetrie“).
- Berechnung wird linear durchgeführt
- Belastungen müssen symmetrisch oder antimetrisch bzgl. der Symmetrielinie sein.
*Hierbei gilt :
Jede Belastung kann in einen symmetrischen und antimetrischen Lastfall überführt werden.*



Einführung Modelldetaillierung



Einführung

Modelldetaillierung

Für die Verschiebungen und Schnittkräfte eines Balkens mit Struktursymmetrie gilt:

	Symmetrischer Lastfall	Antimetrischer Lastfall
$u(x)$	$u(x) = -u(l-x)$	$u(x) = u(l-x)$
$w(x)$	$w(x) = w(l-x)$	$w(x) = -w(l-x)$
$\beta(x)$	$\beta(x) = -\beta(l-x)$	$\beta(x) = \beta(l-x)$
$N(x)$	$N(x) = -N(l-x)$	$N(x) = N(l-x)$
$M(x)$	$M(x) = M(l-x)$	$M(x) = -M(l-x)$
$Q(x)$	$Q(x) = -Q(l-x)$	$Q(x) = Q(l-x)$
Auf der Symmetrielinie gilt:	$u(l/2) = 0; \beta(l/2) = 0$	$w(l/2) = 0$

Einführung

Modelldetaillierung

Im Allgemeinen 3-dim Fall gelten die folgenden Randbedingungen auf der Symmetrielinie:

	Symmetrischer Lastfall	Antimetrischer Lastfall
$u_x(x)$	$u_x = 0$	
$u_y(x)$		$u_y = 0$
$u_z(x)$		$u_z = 0$
$\varphi_x(x)$		$\varphi_x = 0$
$\varphi_y(x)$	$\varphi_y = 0$	
$\varphi_z(x)$	$\varphi_z = 0$	

Einführung

Modellbeschreibung - Systemtheorie



Definition System:

Ein System ist eine abgegrenzte Anordnung von aufeinander einwirkenden Gebilden (nach DIN 66201).

Die Wechselwirkung eines Systems mit der Systemumgebung erfolgt über die **Eingangs-** und **Ausgangsgrößen**.

Eingangsgrößen, mit denen man das System gezielt beeinflussen kann, heißen **Stellgrößen**. Eingangsgrößen, die das System nicht gezielt beeinflussen, sind **Störgrößen**. Ausgangsgrößen, die messtechnisch erfassbar sind, nennt man **Messgrößen**.

Einführung

Modellbeschreibung - Systemtheorie

Analogie 1. Art

Reihenschaltung -> Parallelschaltung
Parallelschaltung -> Reihenschaltung

Kraft	-	Spannung	$\vec{F} - U$
Geschwindigkeit	-	Strom	$\vec{v} - I$
Masse	-	Induktivität	$m - L$
Federnachgiebigkeit	-	Kapazität	$n - C$
Reibungswiderstand	-	ohmscher Widerstand	$r - R$

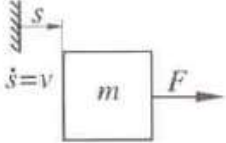
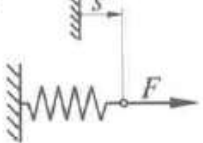
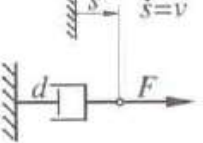
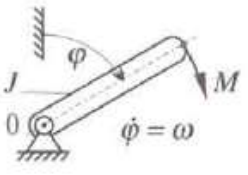
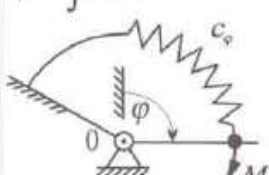
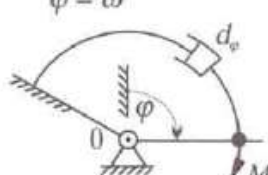
Analogie 2. Art

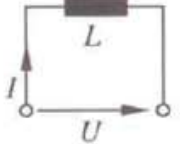
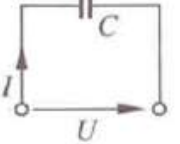
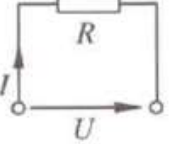
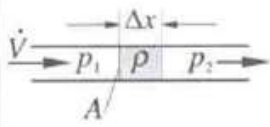
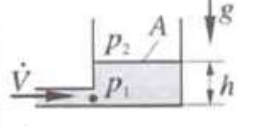
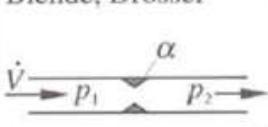
Reihenschaltung -> Reihenschaltung
Parallelschaltung -> Parallelschaltung

Kraft	-	Strom	$\vec{F} - I$
Geschwindigkeit	-	Spannung	$\vec{v} - U$
Masse	-	Kapazität	$m - C$
Federnachgiebigkeit	-	Induktivität	$n - L$
Reibungswiderstand	-	Leitwert	$r - G = 1/R$

Einführung Modellbeschreibung - Systemtheorie

Analogie 1. Art

<div>Element-eigenschaft</div> <div>System</div>	Trägheit	Speicher	Widerstand
mechanisch transla- torisch	<p>Masse</p>  $F = m \dot{v}$	<p>Feder</p> $s = \int v \, dt$  $F = cs$	<p>Dämpfer</p>  $F = d \dot{v}$
mechanisch rotatorisch	<p>Drehmasse</p>  $M = J \dot{\omega}$	<p>Drehfeder</p> $\varphi = \int \omega \, dt$  $M = c_\varphi \varphi$	<p>Drehdämpfer</p>  $M = d_\varphi \dot{\omega}$

<div>Element-eigenschaft</div> <div>System</div>	Trägheit	Speicher	Widerstand
elektrisch	<p>Induktivität</p>  $U = L \dot{I}$	<p>Kapazität</p>  $U = \frac{1}{C} \int I \, dt$	<p>Widerstand</p>  $U = R I$
fluidisch	<p>Fluidmasse</p>  $\Delta p = p_1 - p_2 = \frac{\rho \Delta x}{A} \dot{V}$	<p>Behälter</p>  $\Delta p = p_1 - p_2 = \rho g h$ $h = \frac{1}{A} \int \dot{V} \, dt$	<p>Rohrreibung, Blende, Drossel</p>  $\Delta p = p_1 - p_2 = \alpha \dot{V}$

Einführung

Modellbeschreibung - Systemtheorie

Definition Zustand:

Existieren für ein dynamisches System Größen x_1, \dots, x_n mit der Eigenschaft, dass die Ausgangsgrößen y_1, \dots, y_m zu einem beliebigen Zeitpunkt t eindeutig durch den Verlauf der Eingangsgrößen $u_1(\tau), \dots, u_p(\tau)$ auf dem Intervall $t_0 \leq \tau \leq t$ und den Werten von $x_1(t_0), \dots, x_n(t_0)$ für ein beliebiges t_0 festgelegt sind, dann heißen die Größen x_1, \dots, x_n Zustandsgrößen des Systems.

Systeme mit finitem Zustand der Ordnung n (konzentriert-parametrisch):

Dynamische Systeme, die sich durch eine endliche Anzahl von Zustandsgrößen beschreiben lassen.

Beschreibung durch gewöhnliche Differentialgleichungen und algebraische Gleichungen. Bsp.: Einmassenschwinger.

Systeme mit infinit-dimensionalem Zustand (verteilt-parametrisch):

Dynamische Systeme, die sich nur durch eine unendliche Anzahl von Zustandsgrößen beschreiben lassen.

Beschreibung durch partielle Differentialgleichungen. Bsp.: Balken, Platten.

Einführung

Modellbeschreibung im Zustandsraum

Mathematische Beschreibung eines konzentriert-parametrischen dynamischen Systems im **Zustandsraum**

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) \quad \text{mit} \quad \mathbf{x}(t) = \mathbf{x}_0$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t)$$

Mathematische Beschreibung eines konzentriert-parametrischen dynamischen **linearen Systems** im **Zustandsraum**

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{B} \mathbf{u} \quad \text{mit} \quad \mathbf{x}(t) = \mathbf{x}_0$$

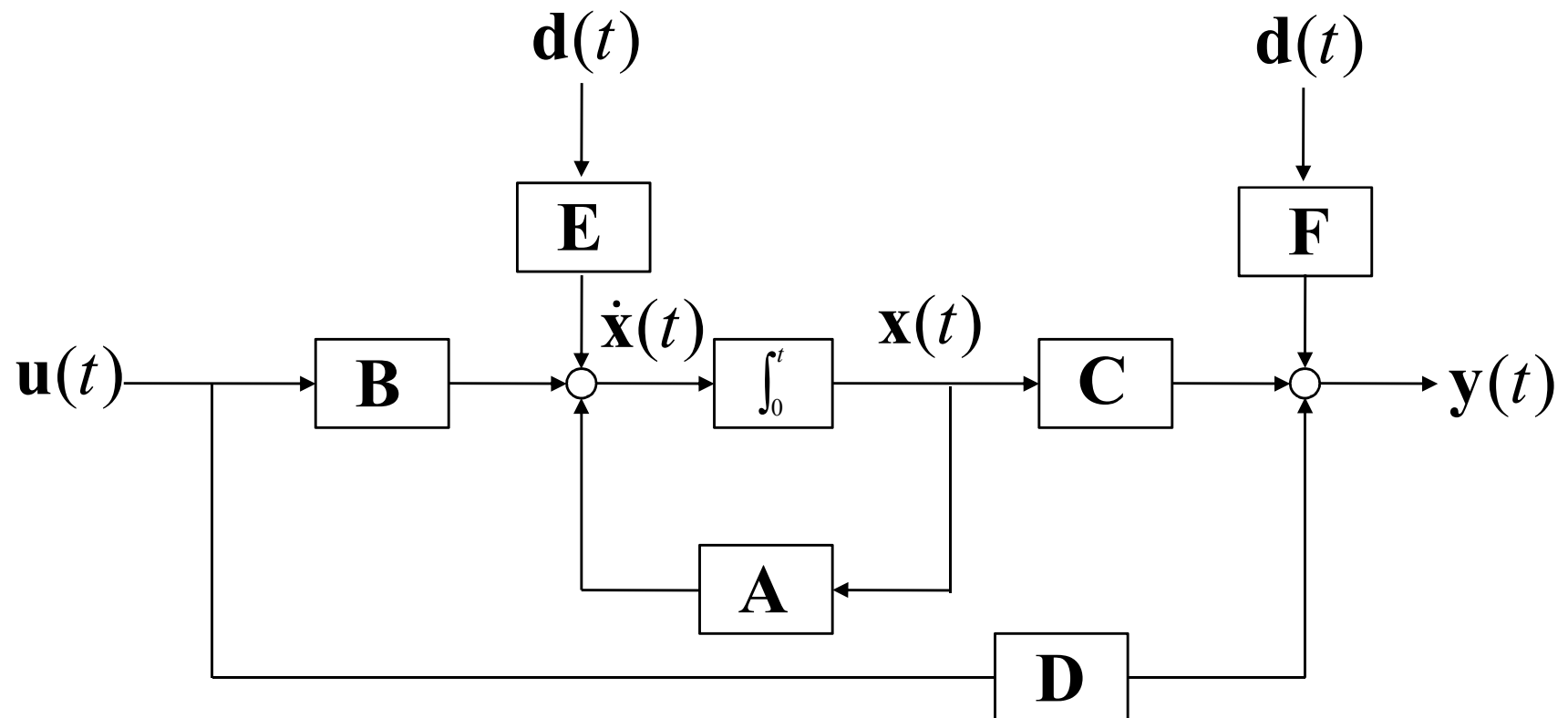
$$\mathbf{y} = \mathbf{C} \mathbf{x} + \mathbf{D} \mathbf{u}$$

Einführung

Modellbeschreibung im Zustandsraum

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{E}\mathbf{d}(t) \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\mathbf{u}(t) + \mathbf{F}\mathbf{d}(t)$$



Einführung

Modellbeschreibung als Blockschaltbild

Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!