

Fahrzeugmechatronik I

Modellbildung



Prof. Dr.-Ing. Steffen Müller

M. Sc. Osama Al-Saidi

Fachgebiet Kraftfahrzeuge • Technische Universität Berlin

Kennwertermittlung

Massenparameter

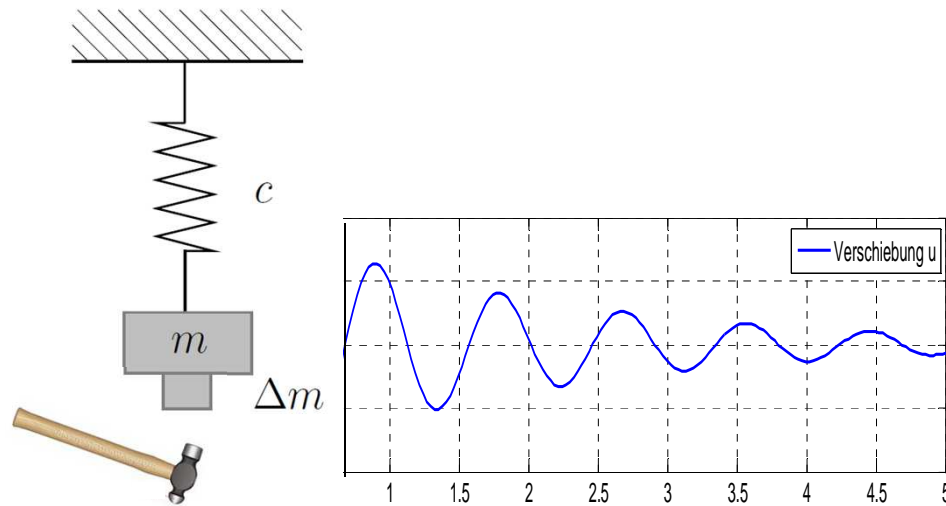
Parameter	
Masse	m
Schwerpunktlage	u_{xS}, u_{yS}, u_{zS}
Trägheitstensor	$\begin{bmatrix} J_{xx} & J_{xy} & J_{xz} \\ sym & J_{yy} & J_{yz} \\ sym & sym & J_{zz} \end{bmatrix}$

Kennwertermittlung Massenparameter

Parameter	Bestimmung über Zeichnung
Masse	Volumenbestimmung, Dichte, Zerlegung in Elementarkörper
Schwerpunktlage	Zerlegung in Elementarkörper
Massenträgheits- moment um eine Achse	Zerlegung in Elementarkörper, Satz von Steiner
Trägheitstensor	Transformationen

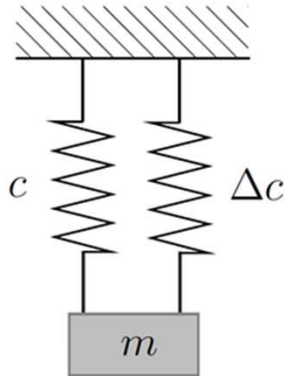
Ermittlung der Masse

Verfahren der Frequenzmessung – Variante 1



Ermittlung der Masse

Verfahren der Frequenzmessung – Variante 2



Eigenfrequenz mit Zusatzfeder

$$f_{\Delta c} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{c + \Delta c}{m}}$$

Nun

$$f^2 - f_{\Delta c}^2 = \frac{1}{(2\pi)^2} \left(\frac{c}{m} - \frac{c + \Delta c}{m} \right)$$

$$= - \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{\Delta c}{m}$$

Somit

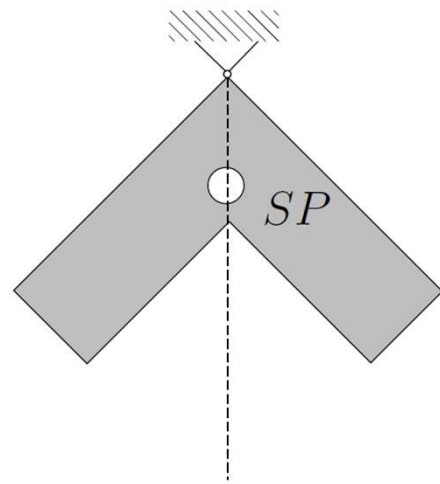
$$m = - \frac{\Delta c}{(2\pi)^2 (f^2 - f_{\Delta c}^2)} //$$

Kennwertermittlung

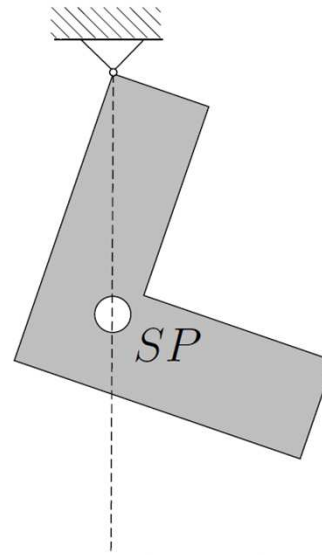
Massenparameter

Parameter	Ermittlung durch Messung	Bestimmung über Zeichnung
Masse	<ul style="list-style-type: none">• Wiegen• Frequenzmessung	Volumenbestimmung, Dichte, Zerlegung in Elementarkörper
Schwerpunktlage	<ul style="list-style-type: none">• Aushängen• Ermittlung von Aufstandskräften	Zerlegung in Elementarkörper
Massenträgheitsmoment um eine Achse	einfacher Pendelversuch	Zerlegung in Elementarkörper, Satz von Steiner
Trägheitstensor	Transformationen	Transformationen

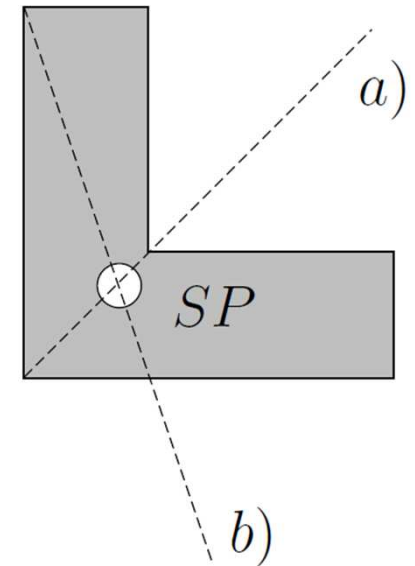
Ermittlung der Schwerpunktlage Aushängen



Schwerpunktsachse a)



Schwerpunktsachse b)



Kennwertermittlung

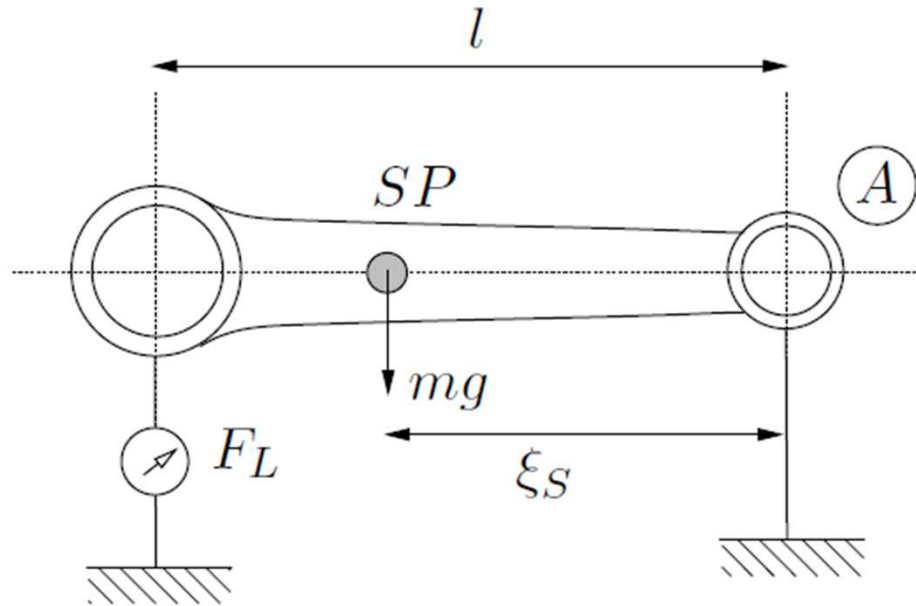
Massenparameter

Parameter	Ermittlung durch Messung	Bestimmung über Zeichnung
Masse	<ul style="list-style-type: none">• Wiegen• Frequenzmessung	Volumenbestimmung, Dichte, Zerlegung in Elementarkörper
Schwerpunktlage	<ul style="list-style-type: none">• Aushängen• Ermittlung von Aufstandskräften	Zerlegung in Elementarkörper
Massenträgheitsmoment um eine Achse	einfacher Pendelversuch	Zerlegung in Elementarkörper, Satz von Steiner
Trägheitstensor	Transformationen	Transformationen

Ermittlung der Schwerpunktlage

Bestimmung von Aufstandskräften

Bauteil mit 2 Struktursymmetrieebenen

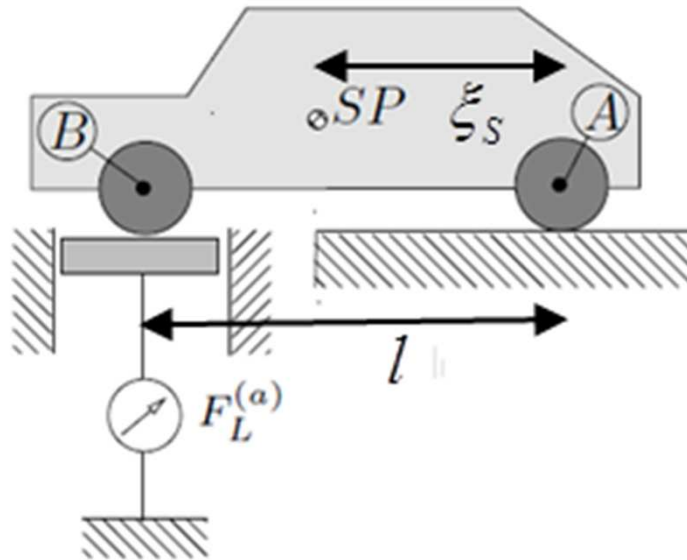


Ermittlung der Schwerpunktlage

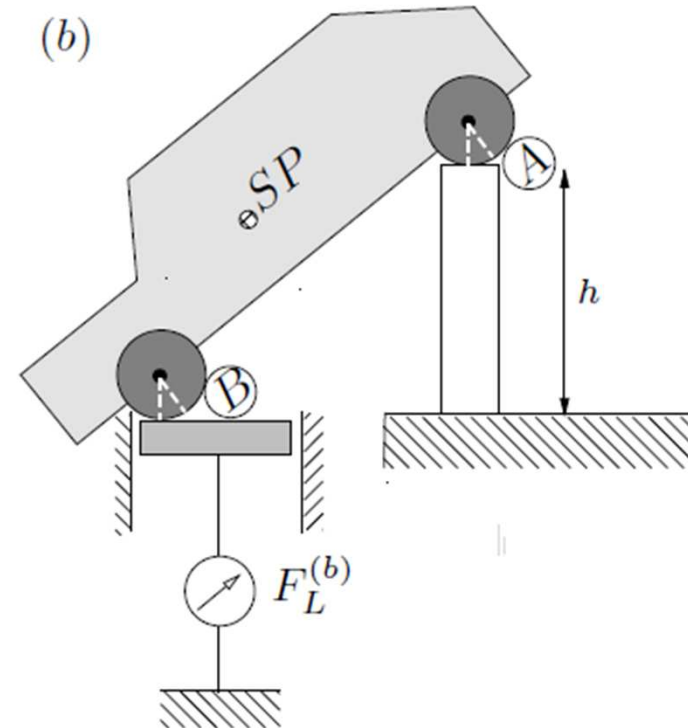
Bestimmung von Aufstandskräften

Bauteile ohne Struktursymmetrie

(a)

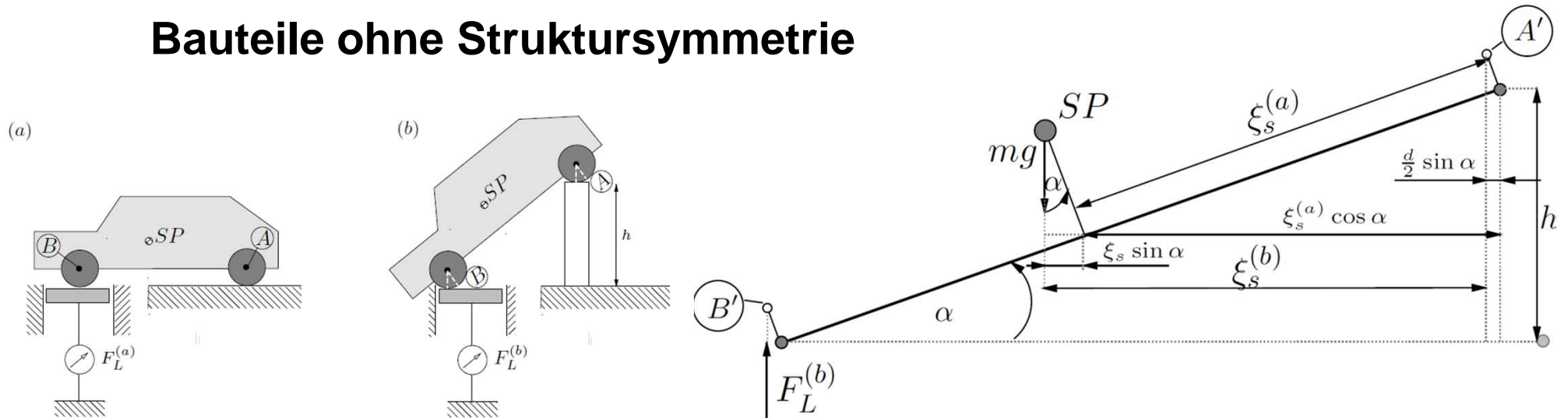


(b)



Ermittlung der Schwerpunktlage Bestimmung von Aufstandskräften

Bauteile ohne Struktursymmetrie



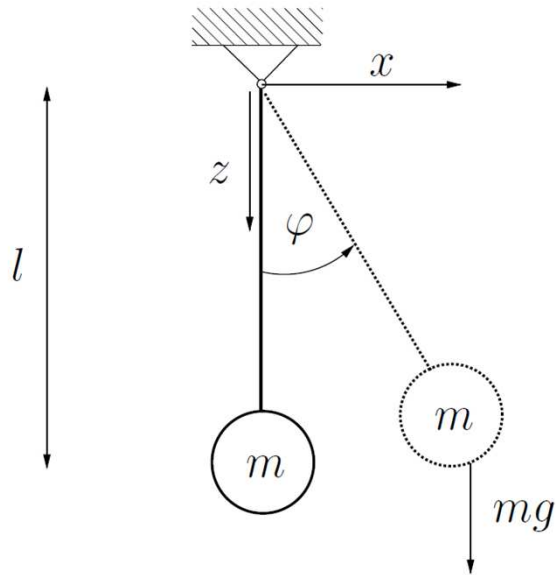
Kennwertermittlung

Massenparameter

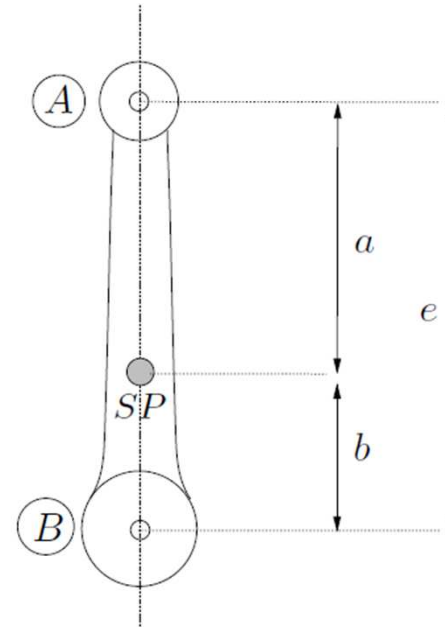
Parameter	Ermittlung durch Messung	Bestimmung über Zeichnung
Masse	<ul style="list-style-type: none">• Wiegen• Frequenzmessung	Volumenbestimmung, Dichte, Zerlegung in Elementarkörper
Schwerpunktlage	<ul style="list-style-type: none">• Aushängen• Ermittlung von Aufstandskräften	Zerlegung in Elementarkörper
Massenträgheitsmoment um eine Achse	einfacher Pendelversuch	Zerlegung in Elementarkörper, Satz von Steiner
Trägheitstensor	Transformationen	Transformationen

Ermittlung eines Massenträgheitsmomentes

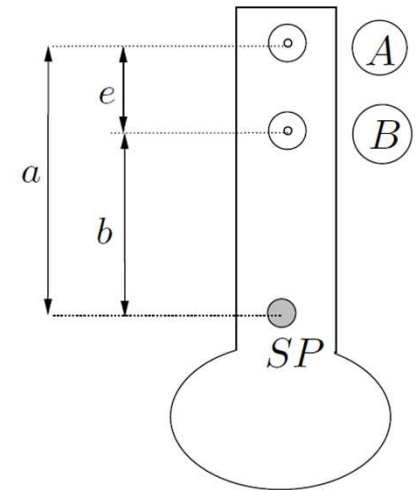
Einfacher Pendelversuch



(a)

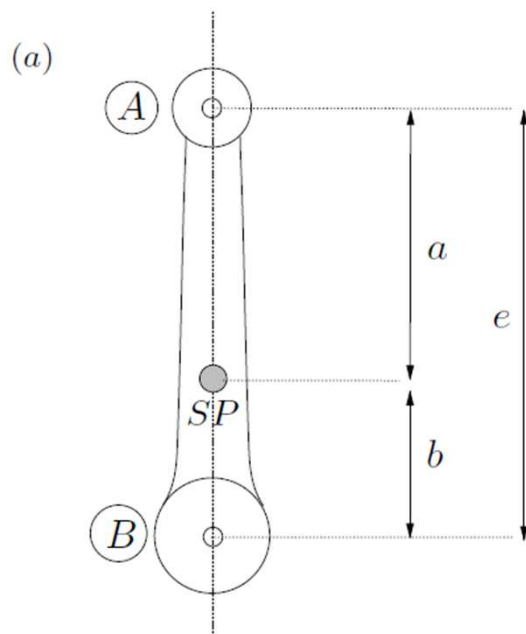


(b)



Ermittlung eines Massenträgheitsmomentes

Einfacher Pendelversuch



Ermittlung eines Massenträgheitsmomentes

Einfacher Pendelversuch - Praxiseinsatz



Bild 5: Einspannvorrichtung für die Messung der tatsächlichen Massenträgheit des Autos

Figure 5: Inertia jig used to measure the real inertia of the complete car (driver included)

Quelle: ATZ Extra 12/08, Formular Student Germany, „Konstruktion einer Radaufhängung“, Team Quebec

Kennwertermittlung

Massenparameter

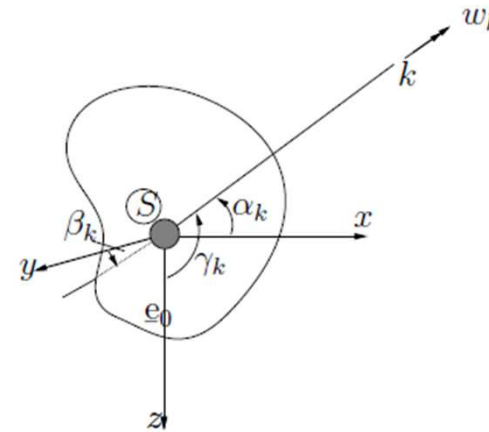
Parameter	Ermittlung durch Messung	Bestimmung über Zeichnung
Masse	<ul style="list-style-type: none">• Wiegen• Frequenzmessung	Volumenbestimmung, Dichte, Zerlegung in Elementarkörper
Schwerpunktlage	<ul style="list-style-type: none">• Aushängen• Ermittlung von Aufstandskräften	Zerlegung in Elementarkörper
Massenträgheitsmoment um eine Achse	einfacher Pendelversuch	Zerlegung in Elementarkörper, Satz von Steiner
Trägheitstensor	Transformationen	Transformationen

Ermittlung des Trägheitstensors

Verfahren des Energievergleichs

Für die Ermittlung des Trägheitstensors sind 6 Werte zu bestimmen

$$\mathbf{J}^S = \begin{pmatrix} J_{xx} & J_{yx} & J_{zx} \\ J_{yx} & J_{yy} & J_{zy} \\ J_{zx} & J_{zy} & J_{zz} \end{pmatrix}$$



Für ein körperfestes Koordinatensystem \underline{e}_0 gilt für die kinetische Energie einer reinen Drehung um den Schwerpunkt:

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \boldsymbol{\omega}^T \cdot \mathbf{J}^S \cdot \boldsymbol{\omega} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \omega_x & \omega_y & \omega_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_{xx} & J_{yx} & J_{zx} \\ J_{yx} & J_{yy} & J_{zy} \\ J_{zx} & J_{zy} & J_{zz} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{Bmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \left(J_{xx} \omega_x^2 + J_{yy} \omega_y^2 + J_{zz} \omega_z^2 + 2J_{yx} \omega_y \omega_x + 2J_{zx} \omega_z \omega_x + 2J_{zy} \omega_z \omega_y \right)$$

Ermittlung des Trägheitstensors

Verfahren des Energievergleichs

Mit dem Massenträgheitsmoment J_{kk} um eine Achse gilt für die kinetische Energie

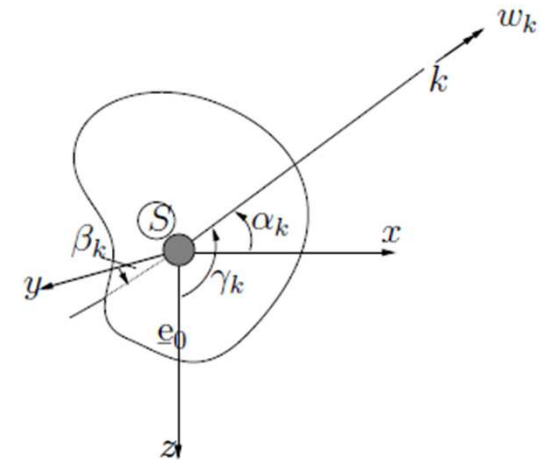
$$E_{kin} = \frac{1}{2} J_{kk} \cdot \omega_k^2$$

Für die Komponenten von ω ausgedrückt im \underline{e}_0 –Koordinatensystem ergibt sich

$$\omega_x = \omega_k \cos \alpha_k$$

$$\omega_y = \omega_k \cos \beta_k$$

$$\omega_z = \omega_k \cos \gamma_k$$



Die Winkel α_k , β_k und γ_k müssen gemessen werden.

Ermittlung des Trägheitstensors

Verfahren des Energievergleichs

Die kinetische Energie bei einer Drehung um die k-Achse ist gleich der kinetischen Energie der gleichen Drehung ausgedrückt im \underline{e}_0 -System

$$E_{kin} = \frac{1}{2} J_{kk} \cdot \omega_k^2 \stackrel{!}{=} \frac{1}{2} \left(J_{xx} \omega_x^2 + J_{yy} \omega_y^2 + J_{zz} \omega_z^2 + 2J_{yx} \omega_y \omega_x + 2J_{zx} \omega_z \omega_x + 2J_{zy} \omega_z \omega_y \right)$$

Daraus folgt:

$$\begin{aligned} J_{kk} = & J_{xx} \cos^2 \alpha_k + J_{yy} \cos^2 \beta_k + J_{zz} \cos^2 \gamma_k \\ & + 2J_{yx} \cos \alpha_k \cos \beta_k + 2J_{zx} \cos \alpha_k \cos \gamma_k + 2J_{zy} \cos \beta_k \cos \gamma_k \end{aligned}$$

Werden nun 6 Versuche durchgeführt, ergeben sich 6 Bestimmungsgleichungen für die 6 unbekannten Tensorkomponenten.

Ermittlung des Trägheitstensors

Verfahren des Energievergleichs

Es werden $i=1, \dots, K$ Versuche um K k_i -Achsen durchgeführt und die Messgleichung

$$\mathbf{y} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x}$$

aufgestellt. Hierbei sind

$$\mathbf{y} = [J_{11}, J_{22}, \dots, J_{KK}]^T$$

$$\mathbf{x} = [J_{xx}, J_{yy}, J_{zz}, J_{yx}, J_{zx}, J_{zy}]^T$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \cos^2 \alpha_1 & \cos^2 \beta_1 & \cos^2 \gamma_1 & 2 \cos \alpha_1 \cos \beta_1 & 2 \cos \alpha_1 \cos \gamma_1 & 2 \cos \beta_1 \cos \gamma_1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \cos^2 \alpha_K & \cos^2 \beta_K & \cos^2 \gamma_K & 2 \cos \alpha_K \cos \beta_K & 2 \cos \alpha_K \cos \gamma_K & 2 \cos \beta_K \cos \gamma_K \end{bmatrix}$$

Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!