

# Fahrzeugmechatronik I

## Modellbildung



**Prof. Dr.-Ing. Steffen Müller**

**M. Sc. Osama Al-Saidi**

**Fachgebiet Kraftfahrzeuge • Technische Universität Berlin**

---

# Kennwertermittlung

## Ermittlung von Federkonstanten

### Mögliche Vorgehensweisen

- Katalogangaben
- Tabellen
- Aufbringen einer Last und Messung der Verschiebung
- Frequenzmessung (analog Massenbestimmung)
- **analytische Berechnung**
- Behandlung als Federschaltungen

# Ermittlung von Federkonstanten

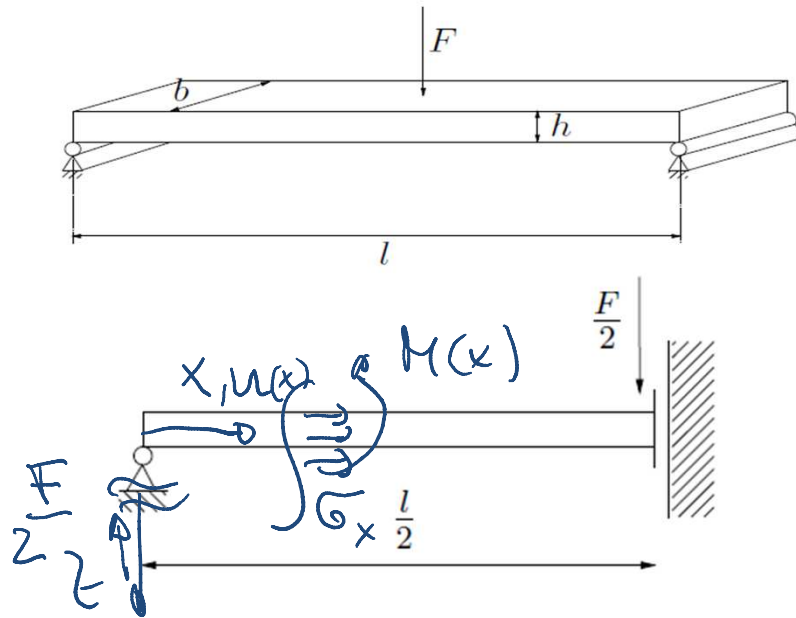
## Analytische Berechnung



**Beispiel:** Blattfederung eines geländegängigen LKW

# Ermittlung von Federkonstanten

## Analytische Berechnung



Definition von Schnittkräften

$$M(x) = \int_A z \sigma_x dA$$

Stoffgesetz

$$\sigma_x = E \varepsilon_x$$

Kinematik (schubstarr)

$$\varepsilon_x = \frac{du}{dx} \quad \text{mit} \quad u(x, z) = z\beta(x) = -z\omega'(x)$$

Einsetzen liefert

$$M(x) = -\int_A E z^2 \omega''(x) dA = -EI_y \omega''(x) \quad I_y = \frac{bh^3}{12}$$

Mit

$$M(x) = \frac{F}{2} x$$

folgt

$$EI_y \omega'(x) = -\frac{F}{2} \frac{x^2}{2} + C_1$$

$$EI_y \omega(x) = -\frac{F}{4} \frac{x^3}{3} + C_1 x + C_2$$

# Ermittlung von Federkonstanten

## Analytische Berechnung

Randbedingungen

$$\omega(x=0) = 0$$

$$\omega'(x = \frac{l}{2}) = 0$$

Hieraus folgt

$$C_2 = 0$$

$$C_1 = \frac{F}{4} \frac{l^2}{4} = \frac{Fl^2}{16}$$

Einsetzen liefert

$$EI_y \omega(x) = -\frac{F}{4} \frac{x^3}{3} + \frac{Fl^2}{16} x$$

Somit folgt für  $l/2$

$$EI_y \omega(\frac{l}{2}) = -\frac{F}{12} \frac{l^3}{8} + \frac{Fl^2}{16} \frac{l}{2} \frac{3}{3} = \frac{Fl^3}{48}$$

Dann ergibt sich

$$F = 48 \frac{EI_y}{l^3} \omega(\frac{l}{2}) = c_{BF} \omega(\frac{l}{2})$$

mit

$$c_{BF} = 48 \frac{EI_y}{l^3}$$

# Kennwertermittlung

## Ermittlung von Federkonstanten

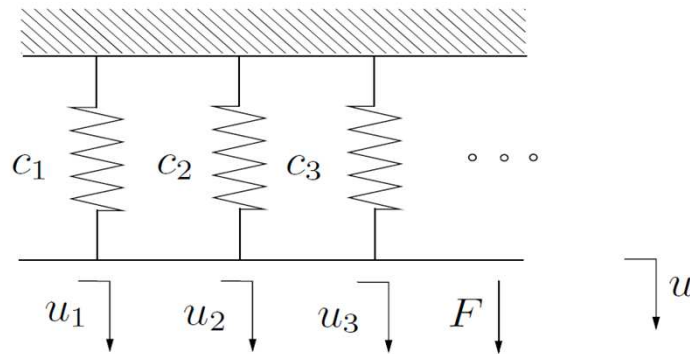
### Mögliche Vorgehensweisen

- Katalogangaben
- Tabellen
- Aufbringen einer Last und Messung der Verschiebung
- Frequenzmessung (analog Massenbestimmung)
- analytische Berechnung
- **Behandlung als Federschaltungen**

# Ermittlung von Federkonstanten

## Behandlung als Federschaltung

### Parallelschaltung



Es gilt

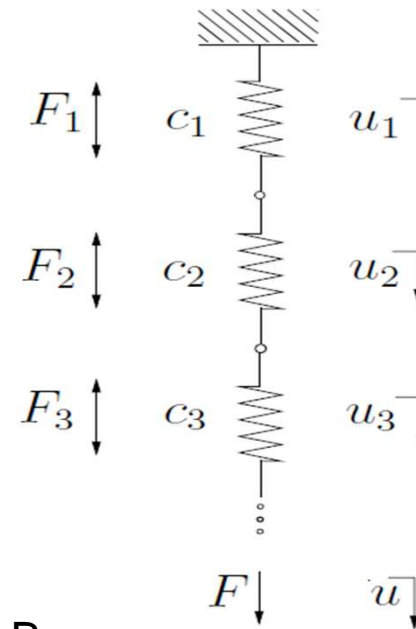
$$u_1 = u_2 = \dots = u$$

$$F_1 + F_2 + \dots = F = c_{ges} u$$

Somit folgt

$$F = \left( \sum_i c_i \right) u$$

### Reihenschaltung



Es gilt

$$F_1 = F_2 = \dots = F$$

$$u_1 + u_2 + \dots = u = \frac{F}{c_{ges}}$$

Somit folgt

$$u = \left( \sum_i \frac{1}{c_i} \right) F$$

Bsp.:

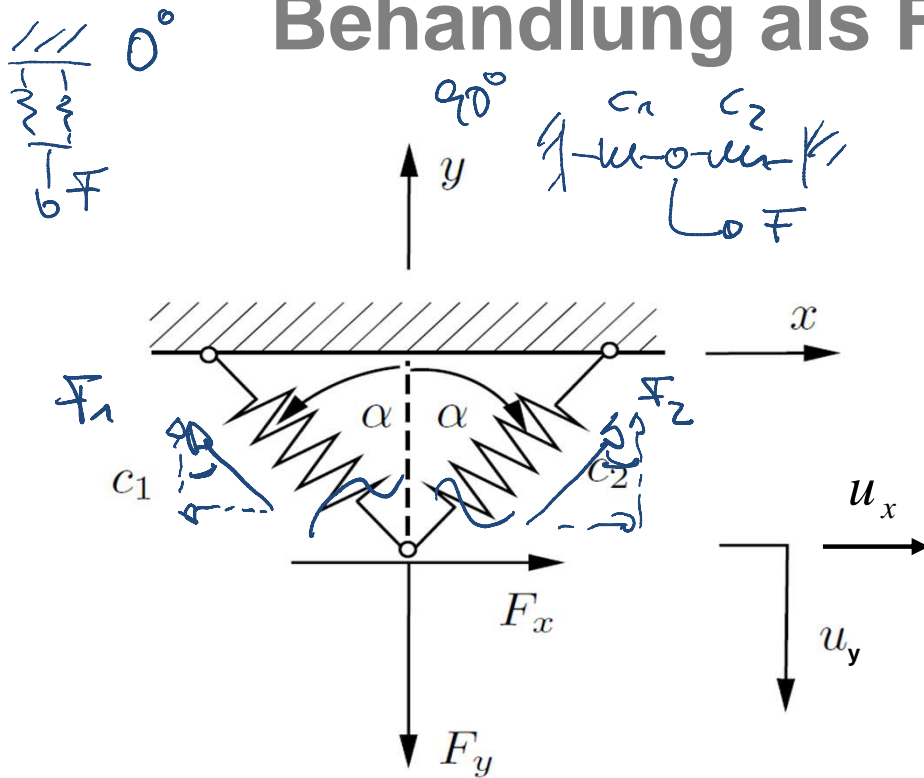
$$i = 2: \frac{1}{c_{ges}} = \frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2} = \frac{c_1 + c_2}{c_1 c_2}$$

$$i = 3: \frac{1}{c_{ges}} = \frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2} + \frac{1}{c_3} = \frac{c_2 c_3 + c_1 c_3 + c_1 c_2}{c_1 c_2 c_3}$$



# Ermittlung von Federkonstanten

## Behandlung als Federschaltung



Kräfte-Ges.

$$F_x = F_1 \sin \alpha - F_2 \sin \alpha$$

$$F_y = F_1 \cos \alpha + F_2 \cos \alpha$$

Für die Verschiebungen gilt (Zug)

$$u_1 = u_x \sin \alpha + u_y \cos \alpha$$

$$u_2 = -u_x \sin \alpha + u_y \cos \alpha$$

Somit

$$F_x = c_1 (u_x \sin \alpha + u_y \cos \alpha) \sin \alpha$$

$$- c_2 (-u_x \sin \alpha + u_y \cos \alpha) \sin \alpha$$

$$F_y = c_1 (u_x \sin \alpha + u_y \cos \alpha) \cos \alpha + c_2 (-u_x \sin \alpha + u_y \cos \alpha) \cos \alpha$$

$$\begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} (c_1 + c_2) \sin^2 \alpha & (c_1 - c_2) \sin \alpha \cos \alpha \\ (c_1 - c_2) \sin \alpha \cos \alpha & (c_1 + c_2) \cos^2 \alpha \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_x \\ u_y \end{Bmatrix}$$



# Ermittlung von Dämpfungskonstanten

## Grundsätzliche Überlegungen

- Dämpfung führt zu Energieverlusten
- Dämpfung entsteht an der Oberfläche (z.B. Reibung) oder im Innern eines Bauteils
- Die Dämpfungskraft ist der Bewegungsrichtung immer entgegen gerichtet und es gilt

$$F_D = \left| F_D(u, \dot{u}) \right| \operatorname{sign}(\dot{u})$$

# Ermittlung von Dämpfungskonstanten

## Modellierungsansätze für die Dämpferkraft

Die am weitesten verbreiteten Ansätze sind

- Coulombsche Reibung

$$F_D = |F_R| \operatorname{sign}(\dot{u}) = F_R \operatorname{sign}(\dot{u})$$

- Viskose Dämpfung

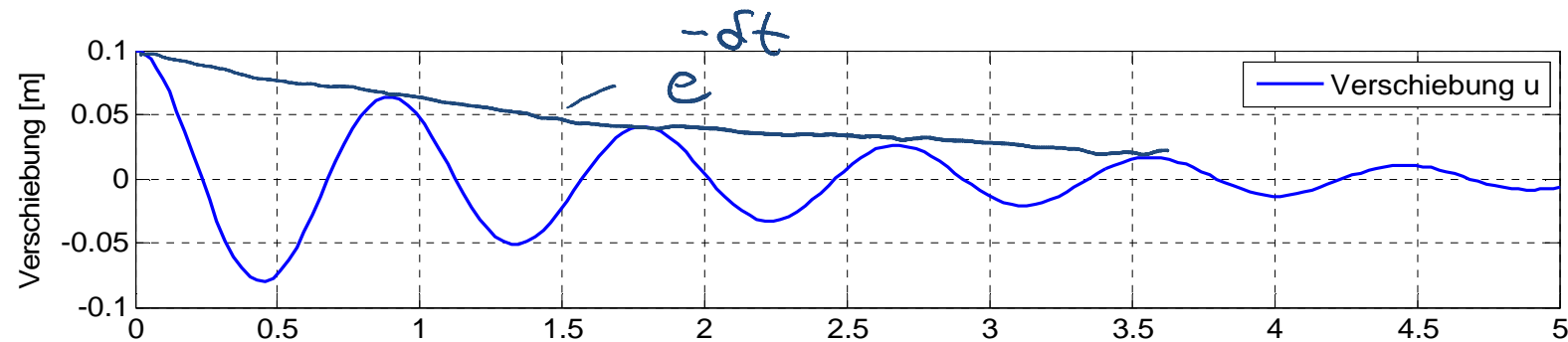
$$F_D = |d \dot{u}| \operatorname{sign}(\dot{u}) = d \dot{u}$$

# Ermittlung von Dämpfungskonstanten

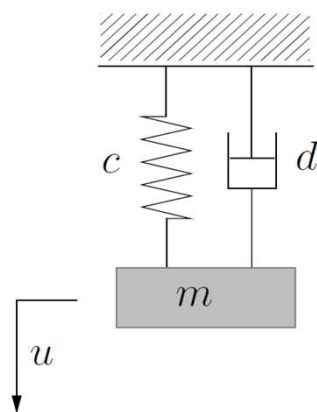
## Viskose Dämpfung

*$\delta$  - Abklingfaktor*

## Ausschwingversuch - Prinzipielle Idee



## Theoretische Grundlagen



*Für die freie Schwingung gilt*

$$m\ddot{u} + d\dot{u} + cu = 0$$

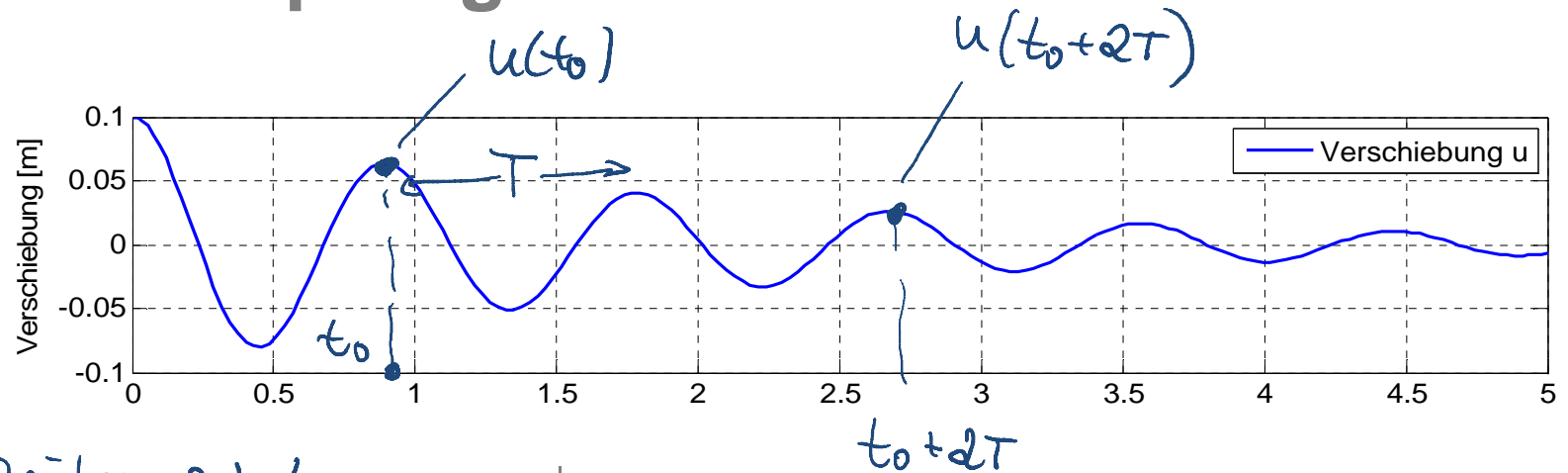
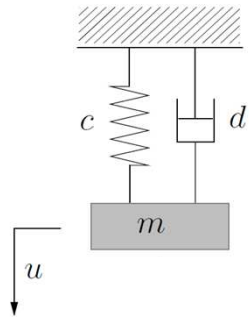
*AB:  $u(0) = u_0, \dot{u}(0) = \dot{u}_0$*

*Lösung:*

$$u(t) = e^{-\delta t} C \cos(\omega t + \beta) \quad \delta = \frac{d}{2m}$$

# Ermittlung von Dämpfungskonstanten

## Viskose Dämpfung



Amplitude zum Zeitpunkt  $t_0$

$$u(t_0) = e^{-\delta t_0} C \cos(\omega t_0 + \beta)$$

Amplitude zum Zeitpunkt  $t_0 + nT$

$$u(t_0 + nT) = e^{-\delta(t_0 + nT)} C \cos(\omega(t_0 + nT) + \beta)$$

Somit

$$\frac{u(t_0)}{u(t_0 + nT)} = \frac{e^{-\delta t_0}}{e^{-\delta(t_0 + nT)}} = e^{-\delta t_0 + \delta t_0 + \delta nT} = e^{\delta nT}$$

Dann

$$\ln\left(\frac{u(t_0)}{u(t_0 + nT)}\right) = \delta nT = \frac{\delta}{2 \ln}$$

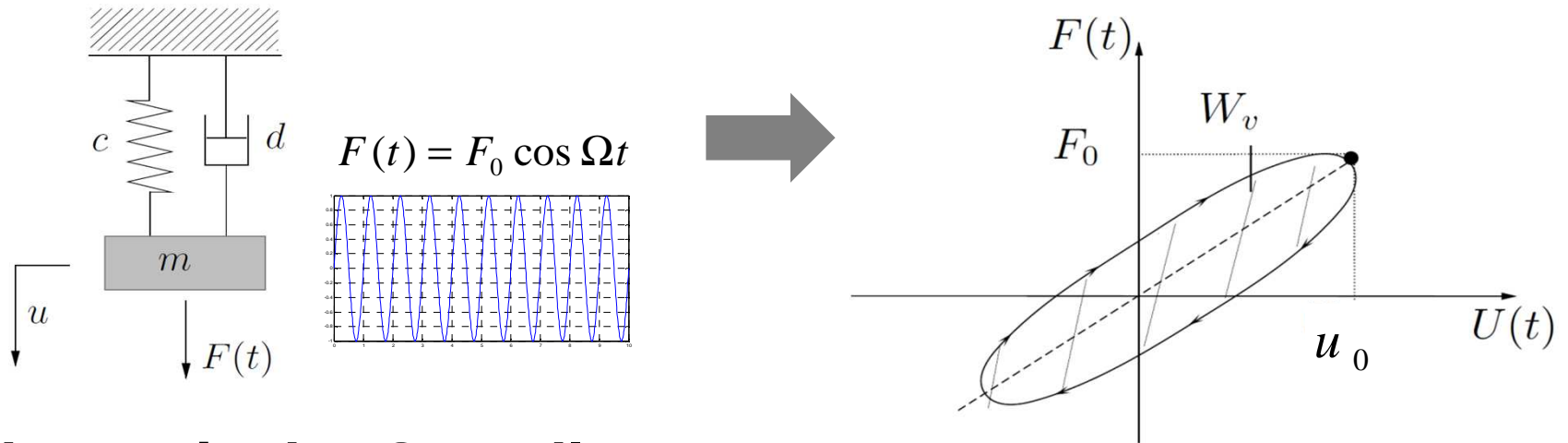
Somit

$$\delta = \frac{2 \ln}{nT} \ln\left(\frac{u(t_0)}{u(t_0 + nT)}\right) //$$

# Ermittlung von Dämpfungskonstanten

## Viskose Dämpfung

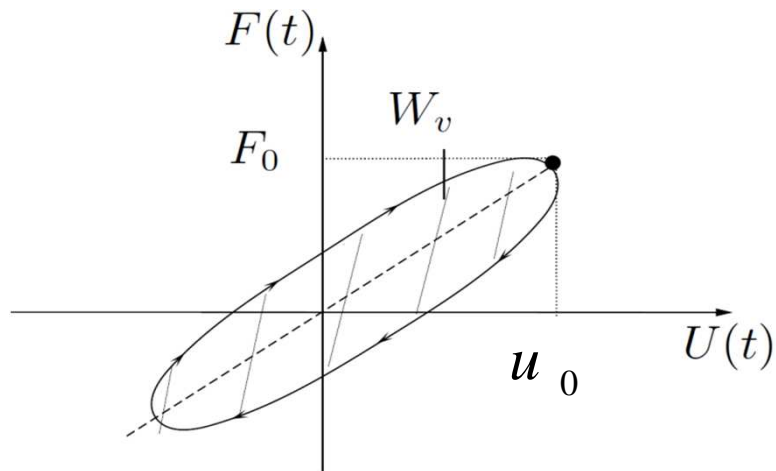
### Harmonische Anregung - Prinzipielle Idee



### Theoretische Grundlagen

# Ermittlung von Dämpfungskonstanten

## Viskose Dämpfung



# Ermittlung von Dämpfungskonstanten

## Viskose Dämpfung



# **Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!**