Fahrzeugmechatronik II
SoSe 2019

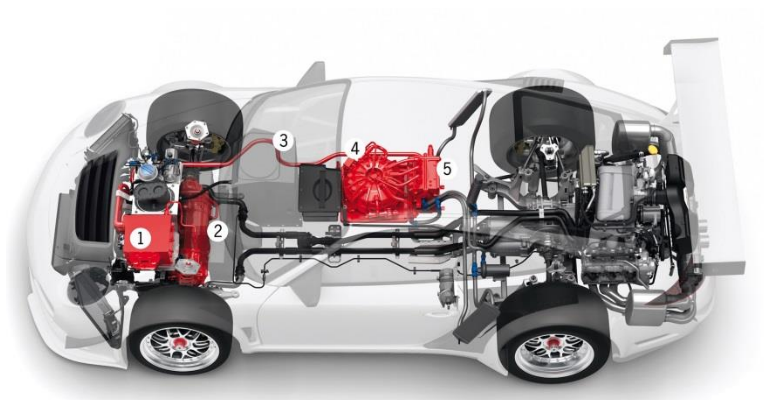
Prof. Dr.-Ing. Steffen Müller
Andreas Hartmann, M. Sc.

2. Übungsaufgabe **Abgabe: 23.05.2019**

Stabilität, Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit, Linearisierung

1) Antriebsschwingungen eines elektrischen PKW-Achsantriebes

Abbildung 1 zeigt den schematischen Aufbau einer Achshälfte eines elektrischen PKW-Achsantriebs, wie er in Hybridfahrzeugen wie zum Beispiel dem Porsche GT3 Hybrid zum Einsatz kommt. Das Ersatzmodell besteht aus dem Ersatzschaltbild des Motors, der Rotorträgheit J_1 und der Antriebsradträgheit J_2. Diese sind über die Antriebsachse (c, d) miteinander verbunden. Am Rad wirkt das Lastmoment M_L. Aufgrund von Lagerreibung und vom Kraftschluss des Reifens treten zusätzliche dämpfende Effekte (b_1, b_2) auf.



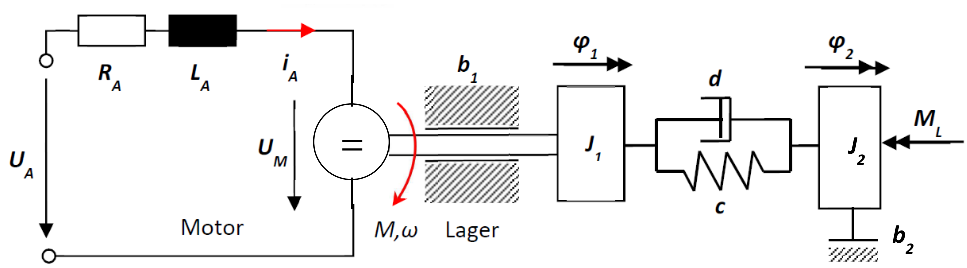


Abbildung 1: Ersatzmodell einer elektrischen Antriebsachse

a) Welche Ordnung hat das System? Begründen Sie Ihre Antwort.
b) Beschreiben Sie das System im Zustandsraum. Beachten Sie folgende Zusammenhänge

$$M = k_M \cdot i_A$$

$$U_M = k_M \cdot \omega = k_M \cdot \dot{\varphi}_1$$

Wählen Sie geeignete Eingangs- und Störgröße. Als Ausgang werden der Motorstrom i_A und die Drehzahl n des Motors gewählt.
c) Die Kopplung mit der Antriebsachse wird jetzt vernachlässigt (d.h. das Lastmoment M_L wirkt direkt am Rotor!). Wie lautet nun das Zustandsraummodell des Systems?
d) Ermitteln Sie die Übertragungsfunktionsmatrix des Systems in Aufgabe c).
e) Ist das System in c) E/A-stabil?

2) **Polstellen**

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ u \end{bmatrix} \tag{1}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C = [3 \quad 1], \quad D = 0 \tag{2}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C = [2 \quad 0], \quad D = 0 \tag{3}$$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4}$$

$$A = \begin{bmatrix} -5 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{5}$$

a) Welcher der Systeme (2), (3), (4) und (5) ist ein SISO-System und welcher ist ein MIMO-System? Begründen Sie Ihre Antwort.
b) Ermitteln Sie für die Systeme (2), (3) und (4) die Eigenwerte und die Polstellen. Stimmt die Menge der Pole mit der Menge der Eigenwerte der Systemmatrix überein? Geben Sie jeweils die Übertagungsfunktion(smatrix) an.
c) Überprüfen Sie die Zustands- und die E/A-Stabilität des Systems (3)?

3) **Steuerbarkeit**

Gegeben sei das System $\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{Ax} + \boldsymbol{Bu}$ mit

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ b \end{bmatrix} \tag{6}$$

Für welche Werte von b ist das System (6) <u>nicht</u> steuerbar?

4) **Beobachtbarkeit**

Abbildung 1 zeigt zwei fußpunkterregte parallele 1-Massenschwinger. Ist das System beobachtbar, wenn nur die relative Position der beiden Massen erfasst werden kann?

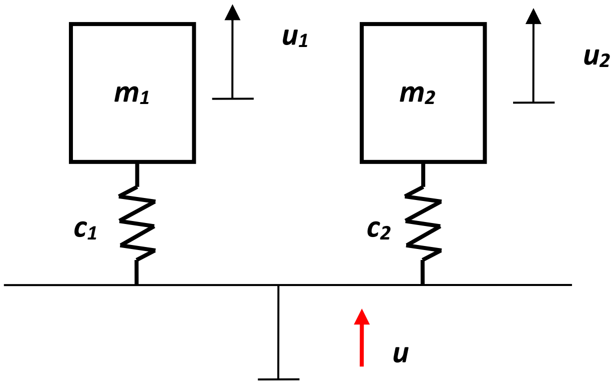


Abbildung 1: Zwei fußpunkterregte parallele 1-Massenschwinger

5) **Linearisierung Einspurmodell**

Das Einspurmodell ist ein einfaches Modell zur Beurteilung des Lenkverhaltens und beschreibt die Reaktion des Fahrzeugs auf Lenkbewegungen. Die zwei Spuren des Fahrzeuges werden zu einer zentralen Spur zusammengefasst. Dabei wird das Fahrzeug auf ein ebenes Problem zurückgeführt, d.h. es werden zwei translatorische und ein rotatorischer Freiheitsgrad betrachtet.

Die durch die Reibung zwischen Rad und Straße entstehende Seitenkraft greift an den Radmittelpunkten, Abbildung 3. Die Fliehkraft, die bei einer Kurvenfahrt entsteht, greift im Schwerpunkt des Fahrzeuges.

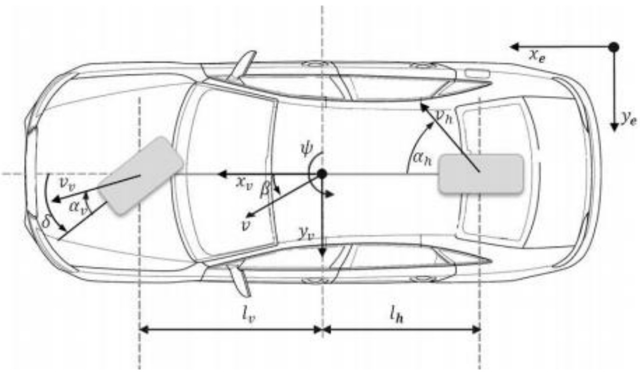


Abbildung 2: Schwerpunktgeschwindigkeit und Schwimmwinkel des Fahrzeugs im fahrzeugfesten Koordinatensystem

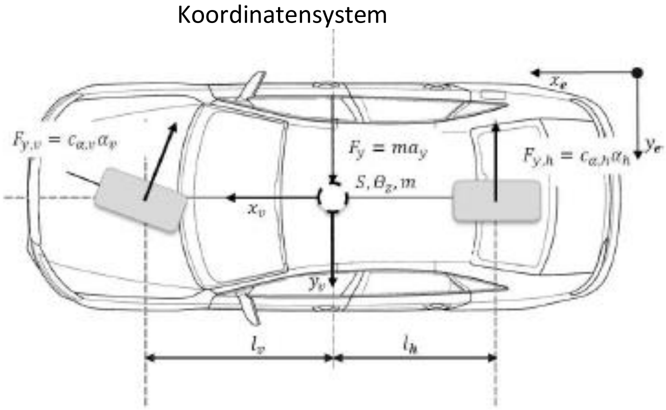


Abbildung 3: Kräftegeleichgewicht am Einspurmodell

Für das nichtlineare Einspurmodell gelten folgende Bewegungsgleichungen:

$$m \cdot v \cdot \cos(\beta) \cdot (\dot{\beta} + \dot{\psi}) = c_{\alpha,v} \cdot \left(\delta - \frac{v \cdot \sin(\beta) + l_v \cdot \dot{\psi}}{v \cdot \cos(\beta)}\right) + c_{\alpha,h} \cdot \left(\frac{v \cdot \sin(\beta) - l_h \cdot \dot{\psi}}{v \cdot \cos(\beta)}\right)$$

$$J_z \cdot \ddot{\psi} = c_{\alpha,v} \cdot \left(\delta - \frac{v \cdot \sin(\beta) + l_v \cdot \dot{\psi}}{v \cdot \cos(\beta)}\right) \cdot l_v - c_{\alpha,h} \cdot \left(\frac{v \cdot \sin(\beta) - l_h \cdot \dot{\psi}}{v \cdot \cos(\beta)}\right) \cdot l_h$$

Die nichtlinearen Bewegungsgleichungen sollen in das lineare Zustandsraummodell

$$\underline{\dot{x}} = \underline{A}\,\underline{x} + \underline{B}\,\underline{u}$$

mit

$$\underline{x} = \begin{bmatrix} \beta \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad ; u = \delta_H \quad ; \delta_H = i \cdot \delta$$

überführt werden.

a) Leiten Sie die Jacobi-Matrix J her.

b) Bestimmen Sie nun die Matrizen A und B des linearen Zustandsraummodells

$$\underline{\dot{x}} = \underline{A}\,\underline{x} + \underline{B}\,\underline{u}$$

für den Arbeitspunkt $\underline{x}_{AP} = [0 \quad 0]^T$.

Zusatzaufgabe 1: Mehrgrößenregelkreise

Ein klassischer Mehrgrößenregelkreis (MIMO) mit untergliederten Übertragungsfunktionsmatrizen $\boldsymbol{G_i}$ mit $i = \{M, P, R, U, Z\}$ für ein lineares zeitinvariantes System (LTI) ist in Abbildung 4 dargestellt. ***w*(*s*)**, ***y*(*s*)**, ***d*(*s*)** stellen jeweils die vektorielle Führungs-, Ausgangs- und Störgröße dar.

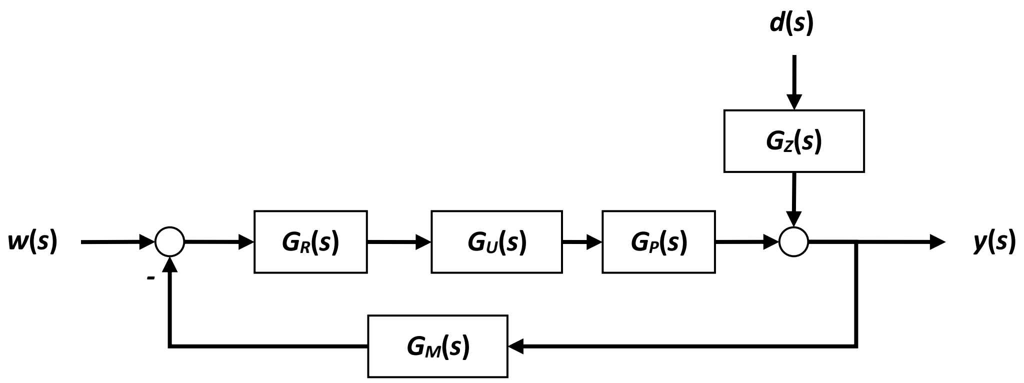


Abbildung 4: Blockschaltbild eines Mehrgrößenregelkreises

a) Geben Sie für Abbildung 4 eine praktische Interpretation.

b) Bestimmen Sie die Führungs- und die Störübertragungsfunktionsmatrix.

Zusatzaufgabe 2: Systemverhalten

Gegeben ist das System

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \quad ; x(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$
$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x \quad ; u(t) = \sin t + \cos t$$

Ermitteln Sie die Systemantwort im Frequenzbereich für das vorgegebene Eingangssignal.

Zusatzaufgabe 3: Steuerbarkeit, Beobachtbarkeit

Gegeben sei das System

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 4 & -5 \end{bmatrix} \boldsymbol{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u$$
$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \boldsymbol{x}$$

a) Treffen Sie eine Aussage über die Steuer- und Beobachtbarkeit des Systems.
b) Welchen Eigenwert ist genau steuer- und beobachtbar?

Zusatzaufgabe 4: Linearisierung

Gegeben ist folgende nichtlineare DGL:

$$\dddot{y} + e^{\ddot{y}} + \sin \dot{y} + \sqrt{y} = u^2$$

a) Erstellen Sie die nichtlineare Zustandsraumdarstellung (ZRD) des Systems
b) Linearisieren Sie die ZRD um den Arbeitspunkt:
$y = x_1 = 1,\ \dot{y} = x_2 = 0,\ \ddot{y} = x_3 = 0,\ u = \sqrt{2}$

Die Zusatzaufgaben müssen nicht bearbeitet werden!
Alle Arbeitsschritte (Rechenwege) und Ergebnisse sind zu dokumentieren. Ihre Ausarbeitung ist in Papierform abzugeben und auf der ISIS-Plattform als PDF hochzuladen.