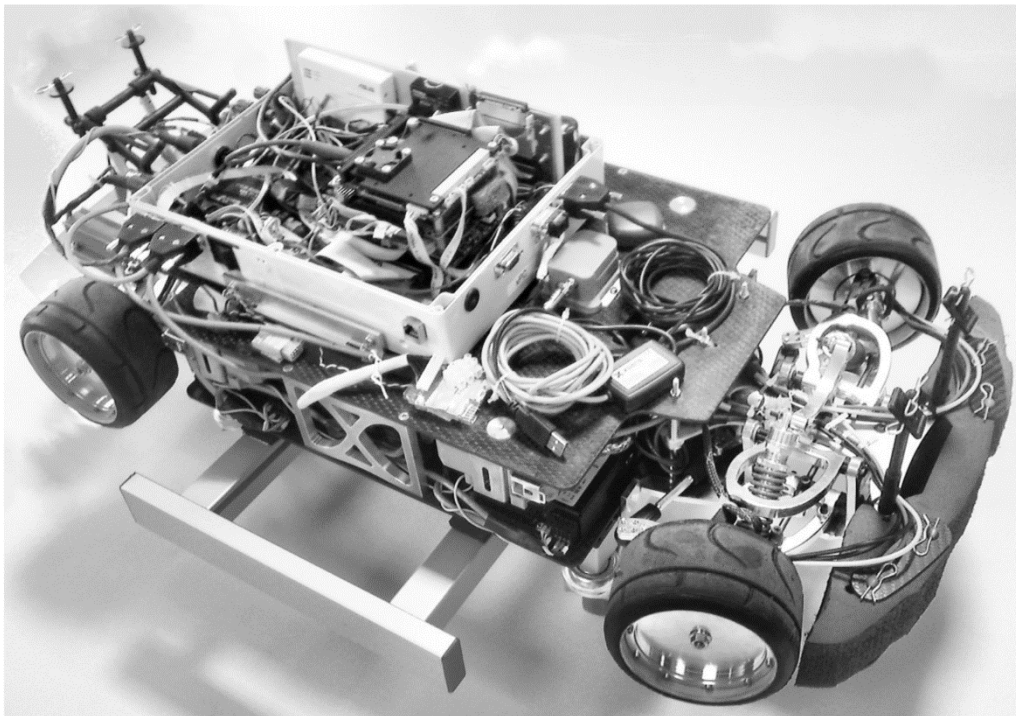


**1. Übungsaufgabe**

**Abgabe: 22.11.2018**

**Auslegung, Modellierung und Simulation eines elektrischen Einzelradantriebes**



**Gruppe 12**

- 1. Tom-Morten Theiß 367624**
- 2. Michael Fiebig 363310**
- 3. Hussein Obeid 330475**
- 4. Timo Unbehau 353357**
- 5. Jingsheng Lyu 398756**

## Teil A: Modellierung und Auslegung

a)

In dieser Aufgabe soll die Motorbetriebspunkte (Antriebsmoment Drehzahl) der beiden genannten Fahrsituation bestimmt werden.

1. Situation:

$$v_1 = 12 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 3,3 \frac{\text{m}}{\text{s}} ; \quad \alpha_1 = \arctan(0,05) = 2,86 ; \quad a_1 = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

2. Situation:

$$v_2 = 6 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 1,6 \frac{\text{m}}{\text{s}} ; \quad \alpha_2 = 0 ;$$

$$a_2 = 0,2 \cdot 9,81 = 1,96 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$1) \sum F = 0$$

$$F_{\text{Mot,ges}} - F_{\text{Luft,wi}} - F_{\text{Roll,wi}} - F_{\text{Steigung,wi}} - F_{\text{Beschl,wi}} = 0$$

$$M_{\text{Mot1,ges}} = 0,06 \left[ \left( \frac{\rho}{2} \cdot c_w \cdot A \cdot v_1^2 \right) + (m \cdot g \cdot \mu \cdot \cos \alpha_1) + (m \cdot g \cdot \sin \alpha_1) \right]$$

$$M_{\text{Mot1,ges}} = 0,06 [(1,56) + (7,83) + (9,8)]$$

$$M_{\text{Mot1,ges}} = 1,15 \text{ Nm}$$

$$M_{\text{Mot,1/4}} = \frac{M_{\text{Mot1,ges}}}{4} = 0,2875 \text{ Nm}$$

Berechnung der Drehzahl  $n_1$ :

$$\omega = \frac{v_1}{r} = \frac{3,3 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,06 \text{ m}} = 55 \frac{1}{\text{s}}$$

$$n_1 = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{55}{2 \cdot 3,14} = 8,75 \frac{1}{\text{s}}$$

$$n_1 = 525 \frac{1}{\text{min}}$$

$$2) \sum F = 0$$

$$F_{\text{Mot,ges}} - F_{\text{Luft,wi}} - F_{\text{Roll,wi}} - F_{\text{Steigung,wi}} - F_{\text{Beschl,wi}} = 0$$

$$M_{\text{Mot2,ges}} = 0,06 \left[ \left( \frac{\rho}{2} \cdot c_w \cdot A \cdot v_2^2 \right) + (m \cdot g \cdot \mu \cdot \cos \alpha_2) + (m \cdot g \cdot \sin \alpha_2) + (m \cdot a_2 \cdot e_i) \right]$$

$$M_{\text{Mot2,ges}} = 0,06 \cdot [(0,4) + (7,848) + (39,592)]$$

$$M_{\text{Mot2,ges}} = 2,8 \text{ Nm}$$

$$M_{\text{Mot,1/4}} = \frac{M_{\text{Mot2,ges}}}{4} = 0,7 \text{ Nm}$$

Berechnung der Drehzahl  $n_2$ :

$$\omega = \frac{v_2}{r} = \frac{1,66 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,06 \text{ m}} = 27,6 \frac{1}{\text{s}}$$

$$n_2 = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{27,6}{2 \cdot 3,14} = 4,39 \frac{1}{s}$$

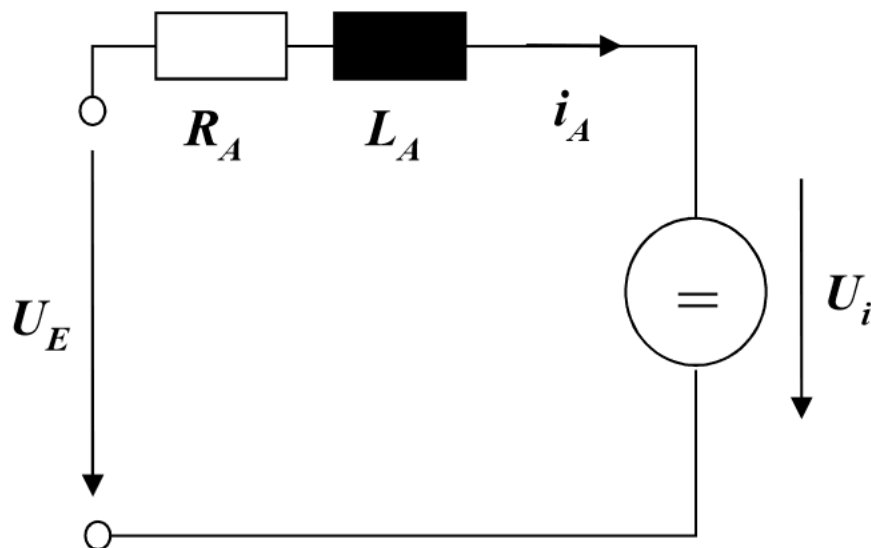
$$n_2 = 263,6 \frac{1}{min}$$

b)

In dieser Aufgabe soll die Differentialgleichungen für Ersatzschaltbild des permanentenregten Gleichstrommotors aufgestellt werden

$$U_A = R_A \cdot I_A + \dot{I}_A \cdot L_A + U_i$$

$$\dot{I}_A = \frac{1}{L_A} \cdot (U_A - R_A \cdot I_A - U_i)$$



c)

Ohne Verlust:

Es gilt:

$$M_i = M_M - M_V$$

mit  $M_M = k_M \cdot I_A$  und  $M_V = 0$

mit  $I = I_A = konst$  ergibt sich:  $U_A = k_M \cdot \omega + R_A \cdot I_A$  wegen  $L_A \cdot \frac{dI_A}{dt} = 0$

$$I_A = \frac{U_A - k_M \cdot \omega}{R_A} \text{ mit } \omega = \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{60} \text{ in } 1/min.$$

So ergibt sich:

$$M_M = k_M \cdot I_A = k_M \cdot \frac{U_A - k_M \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{60}}{R_A}$$

$$M_V = 0$$

Daraus folgt:

$$\begin{aligned} M_i = M_M - M_V &= k_M \cdot \frac{U_A - k_M \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{60}}{R_A} - 0 \\ &= -\frac{\pi k_M^2}{30 R_A} n + \frac{k_M U_A}{R_A} \end{aligned}$$

Am Ende lautet der Zusammenhang:

$$M_i = -\frac{\pi k_M^2}{30 R_A} n + \frac{k_M U_A}{R_A}$$

Mit  $k_M = 0,1Vs$ ,  $R_A = R = 5\Omega$  und der beispielweise Annahme von Versorgungsspannung  $U_A = 48V$  bekommen wir die idealisierte Drehmoment-Drehzahl-Kennlinie mit der *Steigung*  $= -\frac{\pi k_M^2}{30 R_A}$ . Der Schnittpunkt von y-Achse ist  $\frac{k_M U_A}{R_A}$ . Wir setzen die Drehzahl  $n$  mit [0:100:5000] ein.

Mit Verlust:

Es gilt:

$$M_r = M_M - M_V$$

mit  $M_M = k_M \cdot I_A$  und  $M_V = k_V \cdot \omega$

Mit  $I = I_A = konst$  ergibt sich  $U_A = k_M \cdot \omega + R_A \cdot I_A$  wegen  $L_A \cdot \frac{dI_A}{dt} = 0$

$$I_A = \frac{U_A - k_M \omega}{R_A} \text{ mit } \omega = \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{60} \text{ in 1/min.}$$

So ergibt sich:

$$M_M = k_M \cdot I_A = k_M \cdot \frac{U_A - k_M \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{60}}{R_A}$$

und

$$M_V = k_V \cdot \omega = k_V \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{60}$$

Daraus folgt:

$$\begin{aligned}
 M_r &= M_M - M_V \\
 &= k_M \cdot \frac{U_A - k_M \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{60}}{R_A} - k_V \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{60} \\
 &= -\frac{\pi}{30} \left( \frac{k_M^2}{R_A} + k_V \right) n + \frac{k_M U_A}{R_A}
 \end{aligned}$$

Am Ende lautet der Zusammenhang:

$$M_r = -\frac{\pi}{30} \left( \frac{k_M^2}{R_A} + k_V \right) n + \frac{k_M U_A}{R_A}$$

**d)**

Um die notwendige Mindestspannung  $U_B$  zu berechnen, muss die benötigte Spannung für das benötigte Motormoment beider Fahrsituationen berechnet werden. Verluste sollen dabei vernachlässigt werden. Deshalb wird die Formel für das idealisierte Moment aus Aufgabenteil c nach der Spannung  $U_A$  umgestellt.

Es ergibt sich:

$$U_A = -\frac{\pi k_M}{30} n + \frac{M_i R_A}{k_M}$$

1. Fahrsituation

Aus Aufgabe a) :

$$\frac{M_{ges}}{4} = M_i = \frac{1,15}{4} Nm = 0,2875 Nm \text{ und } n = 5251/min.$$

Daraus ergibt sich:

$$U_A = 19,873V$$

2. Fahrsituation

Aus Aufgabe a) :

$$\frac{M_{ges}}{4} = M_i = \frac{2,8}{4} Nm = 0,7 Nm \text{ und } n = 2631/min.$$

Daraus ergibt sich:

$$U_A = 37,754V$$

Die höchste Spannung wird benötigt, um die Anforderungen aus Fahrsituation 2 zu erreichen. Da die vier Motoren parallel geschaltet werden, liegt überall die gleiche Spannung an. Deshalb muss die Batteriespannung von 48 V ausgewählt werden.

**e)**

Die Leerlaufdrehzahl ist bei einem Motormoment von 0 Nm erreicht. Zur Berechnung werden die Formelzusammenhänge aus Aufgabenteil c) verwendet und nach  $n$  umgestellt sowie  $M = 0$  gesetzt.

Für den idealisierten Fall ergibt sich:

$$n_i = \frac{30 U_B}{\pi k_M}$$

$$n_i = 4583,66 \frac{1}{\text{min}}$$

Für den realen Fall ergibt sich:

$$n_r = \frac{30}{\pi} \frac{k_M U_B}{k_M^2 + k_V R_A}$$

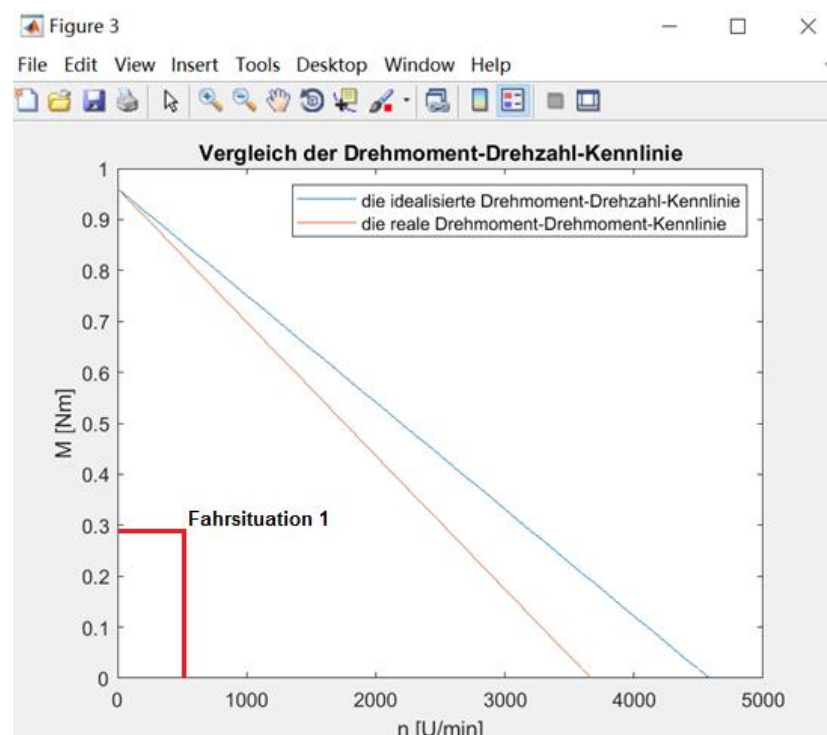
$$n_r = 3666,93 \frac{1}{\text{min}}$$

Für das Anlaufmoment  $M_a$  wird ebenfalls die Formale aus Aufgabenteil c) verwendet und die Drehzahl  $n = 0$  gesetzt:

$$M_a = \frac{k_M U_A}{R_A}$$

$$M_a = 0,96 \text{ Nm}$$

f)



Fahrsituation 1 ist im Kennfeld durch die roten Linien markiert. Da Fahrsituation 2 keinen stationären Betriebspunkt beschreibt, sondern einen dynamischen Verlauf, kann diese nicht punktuell markiert werden.

**Anhang:**

$\omega$  – Winkelgeschwindigkeit

$I_A$  – Ankerstrom

$L_A$  – Ankerinduktivität

$M_i$  – das idealisierte Drehmoment

$M_M$  – das innere Drehmoment

$M_r$  – das reale Drehmoment

$M_V$  – die geschwindigkeitsabhängige Reibung im Motor

$n$  – Drehzahl

$R_A$  – Ankerwiderstand

$t$  – Zeit

$U_A$  – Ankerspannung

$U_{ind}$  – induzierte Spannung

**Teil B: Modellierung und Simulation****a)**

Drallsatz:

$$J_R \dot{\omega}_R = M_M - M_L$$

$$\dot{\omega}_R = \frac{1}{J_R} \cdot (M_M - M_L)$$

Maschengleichung:

$$-U_e + U_R + U_l + U_{ind} = 0$$

$$-U_e + R \cdot I + L \cdot \dot{I} + k_M \cdot \omega_R = 0$$

$$\dot{I} = \frac{1}{L} \cdot (U_e - R \cdot I - k_M \cdot \omega_R)$$

Lastmoment:

$$\sum F = 0 \rightarrow F_{Mot,ges} - F_{Luft,wi} - F_{Roll,wi} - F_{Steigung,wi} = 0$$

$$F_W = \frac{\rho}{2} \cdot c_w \cdot A \cdot v^2 + m \cdot g \cdot \mu \cos \alpha + m \cdot g \cdot \sin \alpha$$

$$M_L = F_W \cdot r$$

$$M_L(v_R) = r \cdot \left( \frac{\rho}{2} \cdot c_w \cdot A \cdot v_R^2 + m \cdot g \cdot (\mu \cos \alpha + \sin \alpha) \right)$$

**b)**

siehe beigefügtes Simulinkmodell „FaMe\_HA1\_Modell.slx“

zugehöriges m-File „FaMe\_HA1\_i.m“

**c)**

i)

Die Simulationsdauer wurde auf 20s eingestellt. Der Iterationsprozess ergab folgende Werte:

Festgelegte Spannung	Erreichte Maximalgeschwindigkeit
19 V	8,85 km/h
20 V	10,20 km/h
21 V	11,52 km/h
21,5 V	12,16 km/h
21,3 V	11,91 km/h
21,4 V	12,04 km/h
21,35 V	11,97 km/h
21,375 V	12,00 km/h

Die ermittelte notwendige Spannung weicht von der in Teil A d) berechneten Spannung ab. Grund dafür ist u.a. die Vernachlässigung des Verlustmomentes bei der Berechnung gegenüber der Simulation sowie numerische Ungenauigkeiten bspw. durch das Lösungsverfahren.



Weitere Werte:

Gemessene Größe	Stationärer Wert	Berechneter Wert aus A
Induzierte Spannung $U_{\text{ind}}$	5,558 V	$k_M \cdot 2 \cdot \pi \cdot n = 5,498 \text{ V}$
Stromstärke $I$	3,164 A	$M_M/k_M = 2,875 \text{ A}$
Raddrehzahl $n$	530,72 U/min	525 U/min
Antriebsmoment $M_M$	1,265 Nm	1,150 Nm
Lastmoment $M_L$	1,154 Nm	1,150 Nm

Die simulierten stationären Werte liegen jeweils leicht über den berechneten Werten. Gründe dafür sind u.a. die Nichtberücksichtigung des Verlustmomentes bei der Berechnung und die iterativ ermittelte Geschwindigkeit die tatsächlich leicht über dem Zielwert von 12 km/h liegt (ab 3. Nachkommastelle).

ii) Die notwendige Signalquelle für den Steigungssprung ist im Simulink-Modell bereits berücksichtigt und wird über das m-File „FaMe\_HA1\_ii“ definiert. Die analog zu Aufgabenteil i) iterativ bestimmte Versorgungsspannung  $U_e$  beträgt 12,508 V.

Die Simulation zeigt, dass nach dem Steigungssprung die Geschwindigkeit rapide abfällt, wie die folgende Grafik zeigt. Die resultierende stationäre Geschwindigkeit beträgt -1,265 km/h. Der negative Wert bedeutet, dass das Fahrzeug rückwärts fährt, das Antriebsmoment also kleiner ist, als für den Vortrieb benötigt wird. Die Lösung wäre die Erhöhung der Eingangsspannung  $U_e$  bspw. durch eine Geschwindigkeitsregelung.

