

# Fahrzeugmechatronik II

## Strukturen und Eigenschaften von Mehrgrößenregelkreisen



**Prof. Dr.-Ing. Steffen Müller**

**M.Sc. Osama Al-Saidi**

**Fachgebiet Kraftfahrzeuge • Technische Universität Berlin**

---

# Einleitung

## Motivation

Einführung wichtiger **Mehrgrößenregelkreisstrukturen** und Analyse der **Stabilität** und des **stationären Verhaltens** von Mehrgrößenregelkreisen.

Hierauf beziehen sich die später behandelten Analyse- und Entwurfsverfahren.

# Struktur von MIMO-Regelkreisen

## Zustandsrückführung

Für ein System

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{E}\mathbf{d}(t) \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t)$$

wird durch

$$\mathbf{u}(t) = -\mathbf{K}\mathbf{x}(t)$$

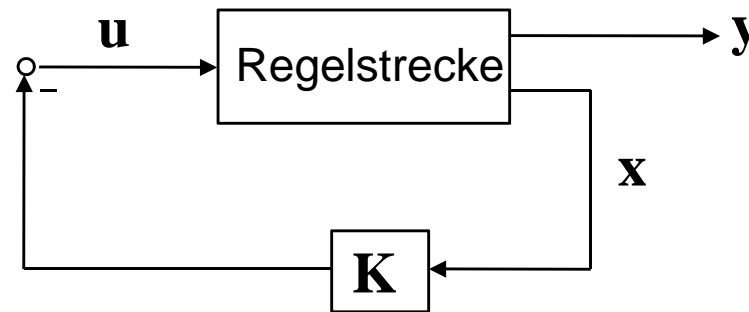
der Zustandsvektor auf die Stellgröße zurückgeführt. Der Regler hat proportionales Verhalten.

*Eine Zustandsrückführung ist wichtig, wenn untersucht werden soll, wie das Verhalten idealerweise verändert werden kann.*

# Struktur von MIMO-Regelkreisen

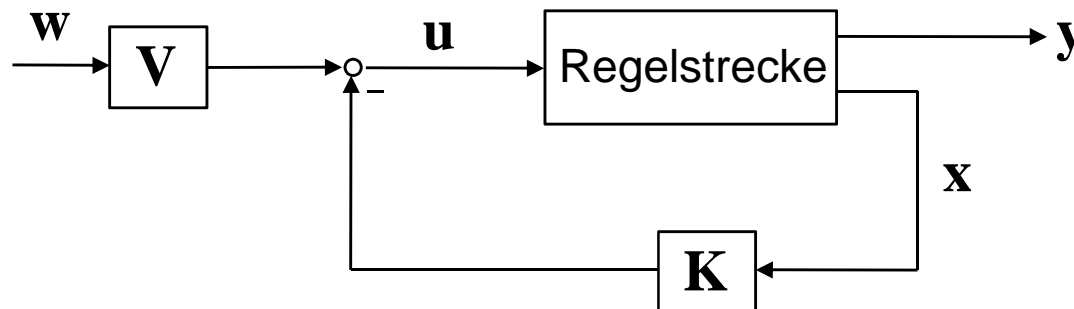
## Zustandsrückführung

### Zustandsrückführung



$$\mathbf{u}(t) = -\mathbf{K}\mathbf{x}(t)$$

### Zustandsrückführung mit Vorfilter (Führungsverhalten)



$$\mathbf{u}(t) = -\mathbf{K}\mathbf{x}(t) + \mathbf{V}\mathbf{w}(t)$$

# Struktur von MIMO-Regelkreisen

## Zustandsrückführung

Es folgt aus

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{E}\mathbf{d}(t) \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \quad \mathbf{u}(t) = -\mathbf{K}\mathbf{x}(t) + \mathbf{V}\mathbf{w}(t)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t)$$

das Zustandsraummodell

die Führungsübertragungsfunktionsmatrix für  $\mathbf{x}(0) = \mathbf{0}, \mathbf{d} = \mathbf{0}$

die Störübertragungsfunktionsmatrix für  $\mathbf{x}(0) = \mathbf{0}, \mathbf{w} = \mathbf{0}$

# **Struktur von MIMO-Regelkreisen**

## **Zustandsrückführung**

### **Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit von Regelkreisen mit Zustandsrückführung (ohne Beweis)**

Zustandsrückführungen ändern nichts an der Steuerbarkeit, beeinflussen jedoch die Beobachtbarkeit von Eigenvorgängen.

# Struktur von MIMO-Regelkreisen

## Ausgangsrückführung

Für ein System

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{E}\mathbf{d}(t) \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t)$$

wird durch

$$\mathbf{u}(t) = -\mathbf{K}_y \mathbf{y}(t)$$

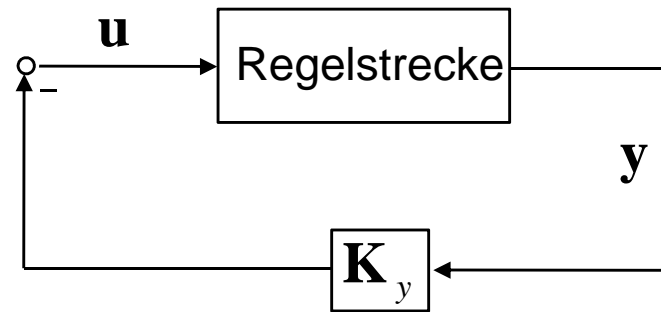
der Ausgangsvektor auf die Stellgröße zurückgeführt.  
Der Regler hat proportionales Verhalten.

*Für **eine** Ausgangs- und **eine** Stellgröße folgt ein P-Regler, wie in einem einschleifigen Regelkreis.*

# Struktur von MIMO-Regelkreisen

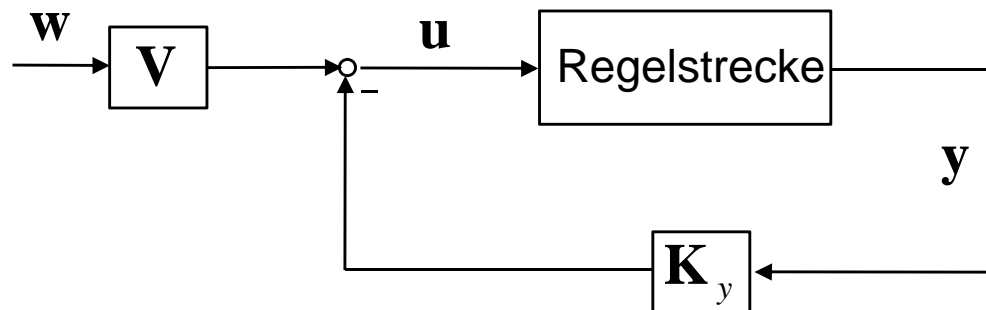
## Ausgangsrückführung

### Ausgangsrückführung



$$\mathbf{u}(t) = -\mathbf{K}_y \mathbf{y}(t)$$

### Ausgangsrückführung mit Vorfilter



$$\mathbf{u}(t) = -\mathbf{K}_y \mathbf{y}(t) + \mathbf{V} \mathbf{w}(t)$$



# Struktur von MIMO-Regelkreisen

## Ausgangsrückführung

Es folgt aus

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{E}\mathbf{d}(t) & \mathbf{x}(0) &= \mathbf{x}_0 & \mathbf{u}(t) &= -\mathbf{K}_y\mathbf{y}(t) + \mathbf{V}\mathbf{w}(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(t)\end{aligned}$$

das Zustandsraummodell

die Führungsübertragungsfunktionsmatrix für  $\mathbf{x}(0) = \mathbf{0}, \mathbf{d} = \mathbf{0}$

die Störübertragungsfunktionsmatrix für  $\mathbf{x}(0) = \mathbf{0}, \mathbf{w} = \mathbf{0}$

# **Struktur von MIMO-Regelkreisen**

## **Ausgangsrückführung**

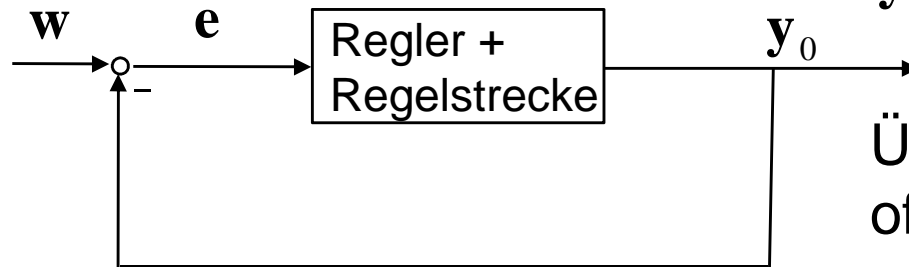
### **Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit von Regelkreisen mit Ausgangsrückführung (ohne Beweis)**

Ausgangsrückführungen ändern nichts an der Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit der Eigenvorgänge.

# Struktur von MIMO-Regelkreisen

## Einheitsrückführung

### Zustandsraum

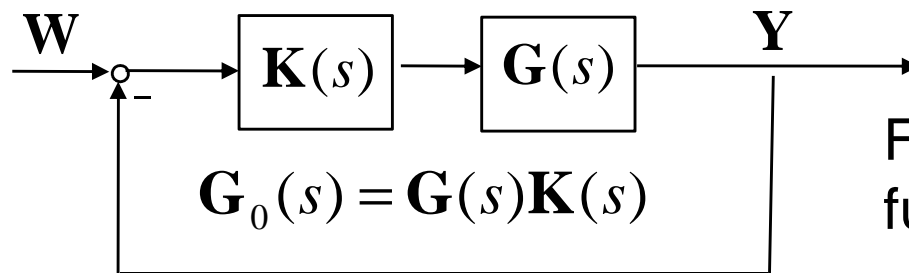


$$\dot{\mathbf{x}}_0(t) = \mathbf{A}_0 \mathbf{x}_0(t) + \mathbf{B}_0 \mathbf{e}(t) \quad \mathbf{x}_0(0) = \mathbf{x}_0$$

$$\mathbf{y}_0(t) = \mathbf{C}_0 \mathbf{x}_0(t) + \mathbf{D}_0 \mathbf{e}(t)$$

Übertragungsfunktionsmatrix des offenen Systems:

### Frequenzbereich



Führungsübertragungsfunktionsmatrix:

# Struktur von MIMO-Regelkreisen

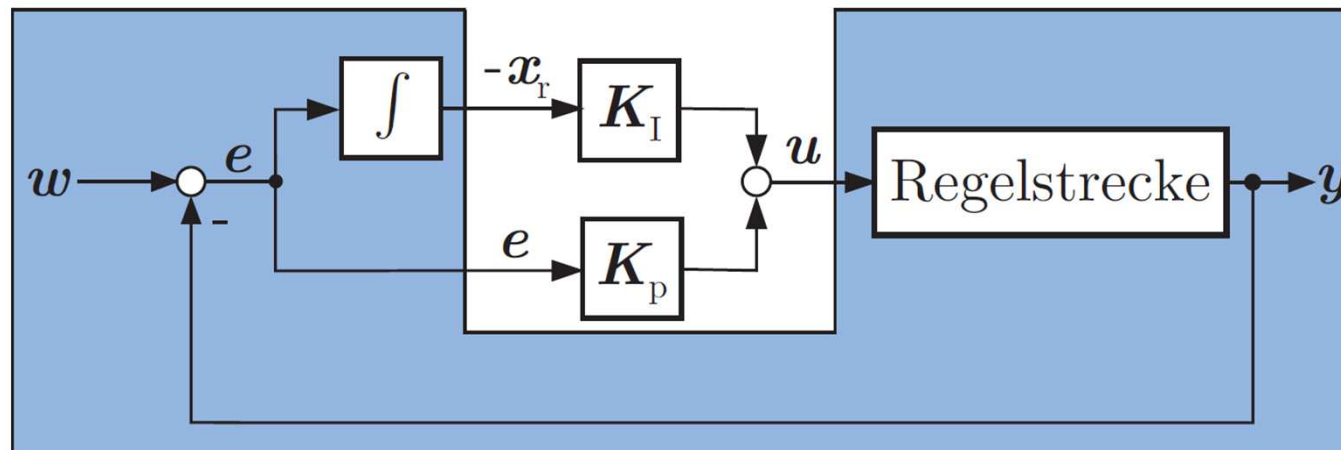
## PI-Mehrgrößenregler

Regelabweichung

$$\mathbf{e}(t) = \mathbf{w}(t) - \mathbf{y}(t)$$

$r$  Integratoren

$$\dot{\mathbf{x}}_r(t) = -\mathbf{e}(t) = \mathbf{y}(t) - \mathbf{w}(t)$$



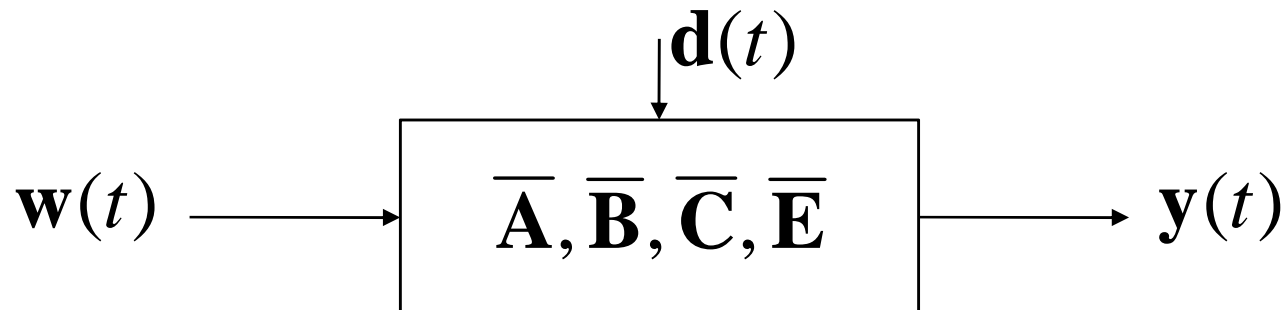
# Struktur von MIMO-Regelkreisen

## Verallgemeinerte Zustandsgleichung des geregelten Systems

Die Zustandsgleichung eines geregelten Systems kann in folgende verallgemeinerte Form gebracht werden

$$\dot{\bar{\mathbf{x}}}(t) = \bar{\mathbf{A}}\bar{\mathbf{x}}(t) + \bar{\mathbf{B}}\mathbf{w}(t) + \bar{\mathbf{E}}\mathbf{d}(t) \quad \bar{\mathbf{x}}(0) = \bar{\mathbf{x}}_0$$

$$\mathbf{y}(t) = \bar{\mathbf{C}}\bar{\mathbf{x}}(t)$$



# **Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!**