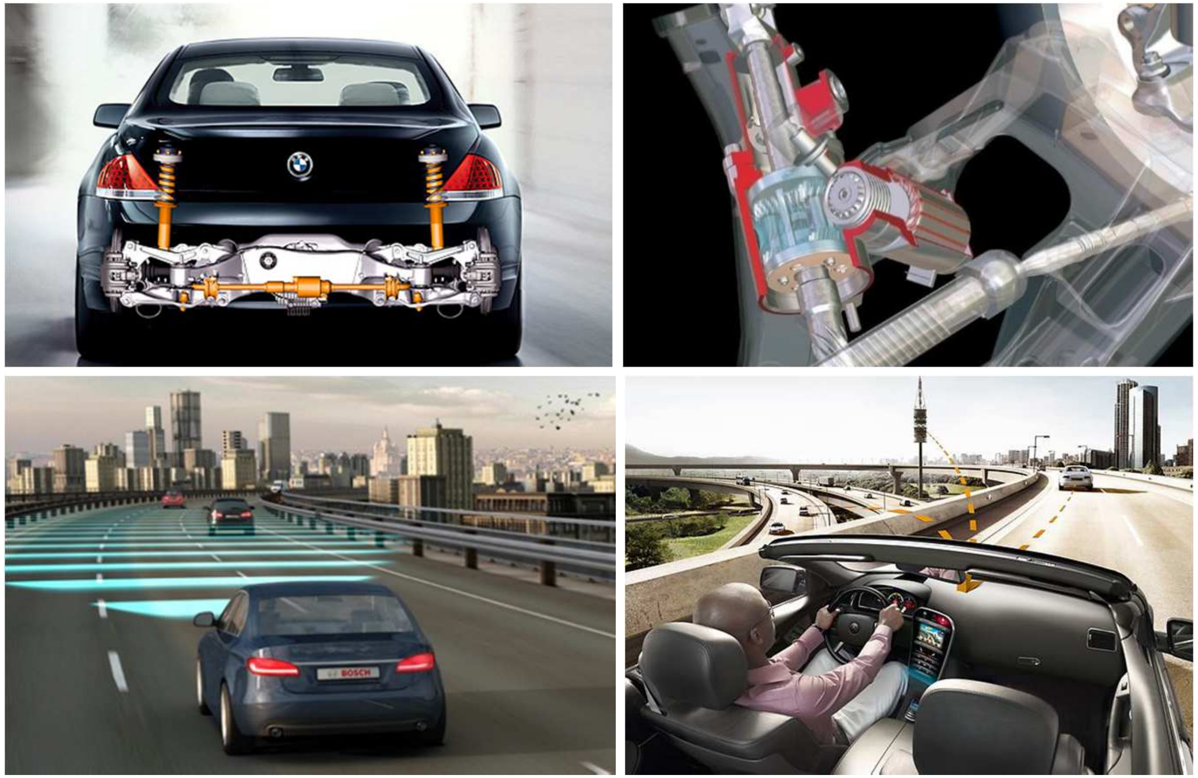
Fahrzeugmechatronik I
Modellbildung



Prof. Dr.-Ing. Steffen Müller
M. Sc. Osama Al-Saidi
Fachgebiet Kraftfahrzeuge • Technische Universität Berlin

Einführung
Wozu benötige ich Berechnungsmodelle?

Im Allgemeinen werden Berechnungsmodelle insbesondere benötigt, um

- das Systemverhalten vorhersagen und optimieren zu können,
- physikalische Ursachen für störende oder unerwünschte Effekte zu klären

Speziell in der Fahrzeugmechatronik werden Berechnungsmodelle häufig benötigt, um

- Fahrzeugregler zu entwerfen (Entwurfsmodell) und
- das Fahrzeug- bzw. Fahrzeugreglerverhalten zu bewerten (Bewertungsmodell)

Einführung
Wichtige Begriffe

- **Physikalisches Modell**
  Ein durch Erfahrung und Kenntnis physikalischer Zusammenhänge erstelltes (meist) symbolisches Ersatzmodell eines realen Systems.
  Wesentlicher Bestandteil eines physikalischen Modells sind die zur Ermittlung notwenigen vereinfachenden Annahmen.

- **Mathematisches Modell**
  Mathematische Gleichungen und Funktionszusammenhänge zur Beschreibung eines Systems bzw. dessen Komponenten. Diese Modelle werden durch Anwendung physikalischer Gesetze oder Experimente gewonnen.

Einführung
Wichtige Begriffe

- **Freiheitsgrad**
  Koordinate (Verschiebung oder Verdrehung) mit der Systemzustand beschreiben wird. Freiheitsgrade eines Systems beschreiben den Systemzustand eindeutig und sind unabhängig voneinander.

- **Zustandsgröße**
  Physikalische Größe $\mathbf{x}$ in einer Zustandsgleichung, die nur vom augenblicklichen Zustand des Systems abhängt.

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x},\mathbf{u},t) \quad \text{mit} \quad \mathbf{x}(\mathrm{t}) = \mathbf{x_0}$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{h}(\mathbf{x},\mathbf{u},t)$$

Einführung
Wichtige Begriffe

- **Parameter**
  Geometrische oder physikalische Größe in einem Berechnungsmodell, mit einem Buchstaben bezeichnet, meist mit Einheit.

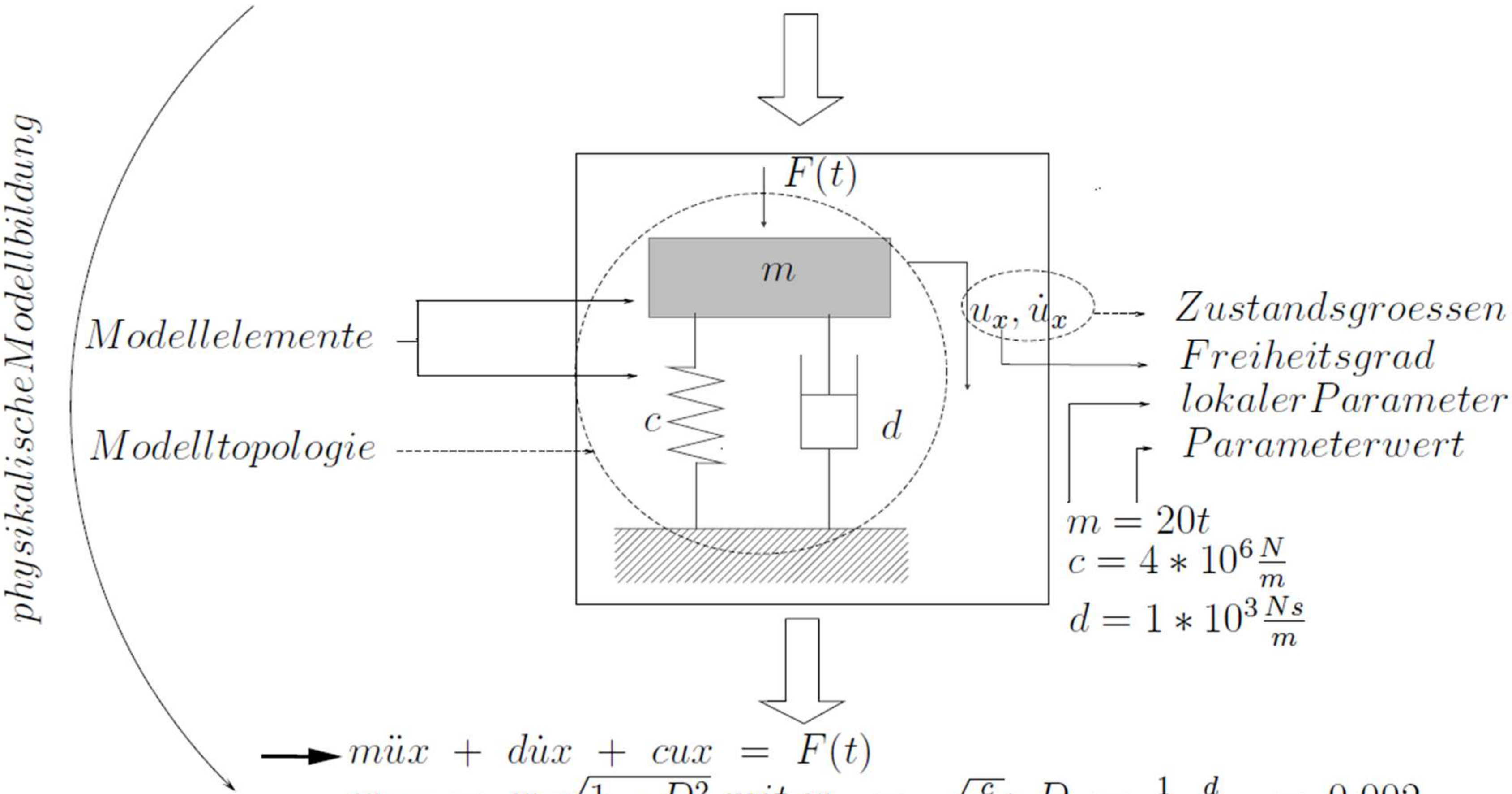
- **Parameterwert**
  Zahlenwert eines Parameters.

- **Kenngröße (Ähnlichkeitszahl)**
  Aus Parametern gebildete dimensionslose Größe, z.B. das Dämpfungsmaß.

- **Kennwert**
  Zahlenwert einer Kenngröße.

Einführung
Wichtige Begriffe

Reales System



$$m\ddot{u}x + d\dot{u}x + cux = F(t)$$

$$w_{EF} = w_0\sqrt{1 - D^2} \; mit \; w_0 = \sqrt{\frac{c}{m}}; \; D = \frac{1}{2}\frac{d}{\sqrt{cm}} = 0.002$$

Kennwert

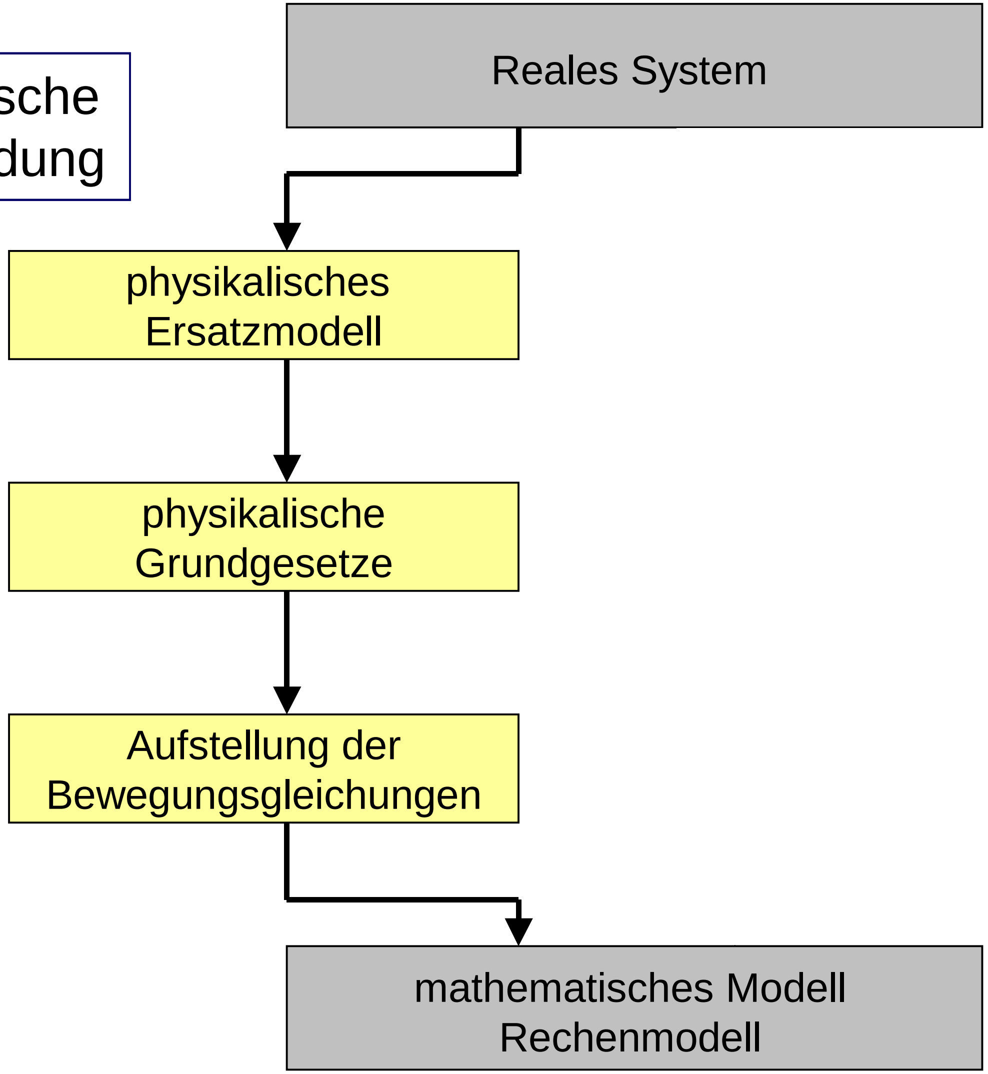
Kenngroesse

globaler Parameter

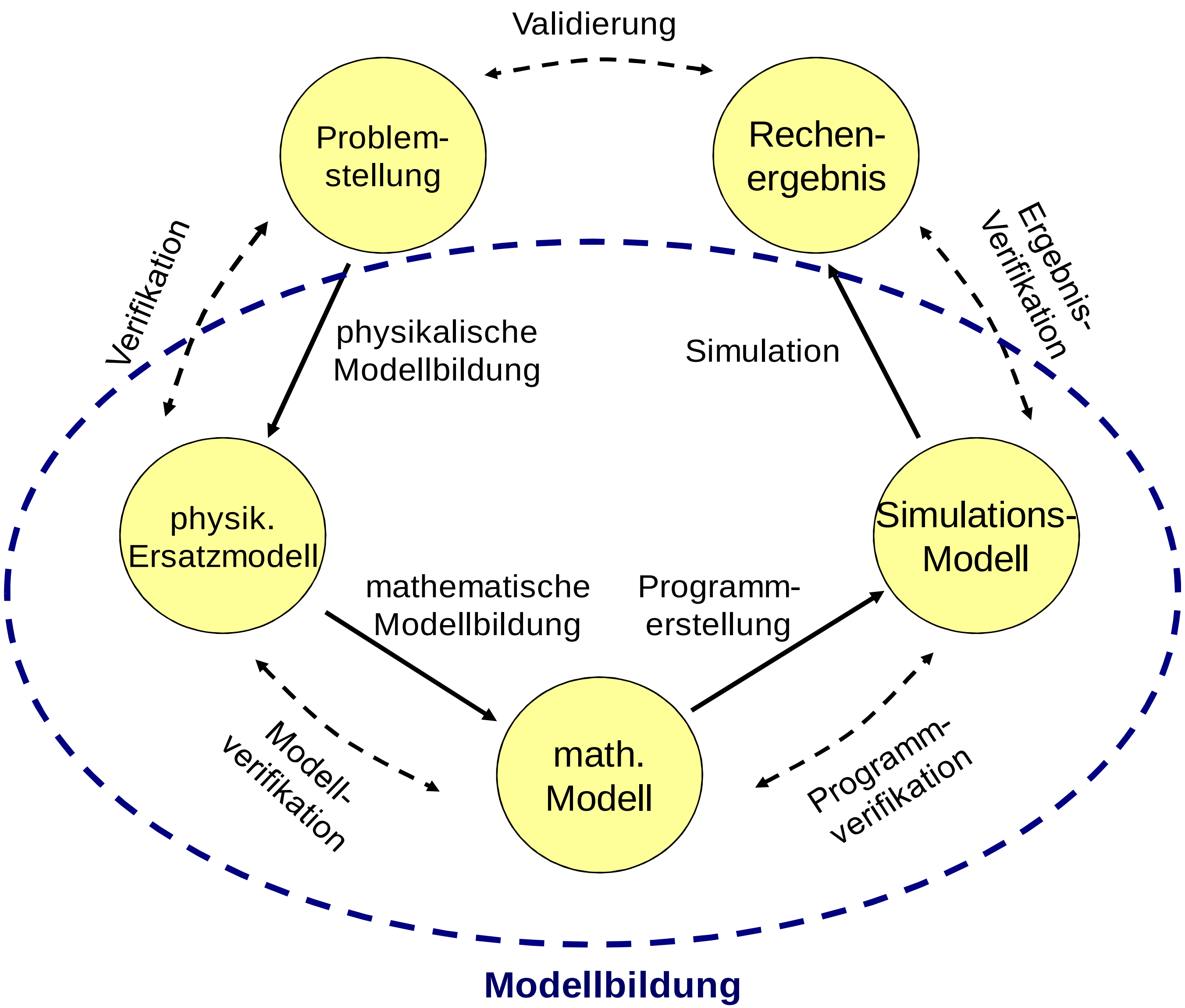
Einführung
Wichtige Begriffe

Physikalische Modellbildung

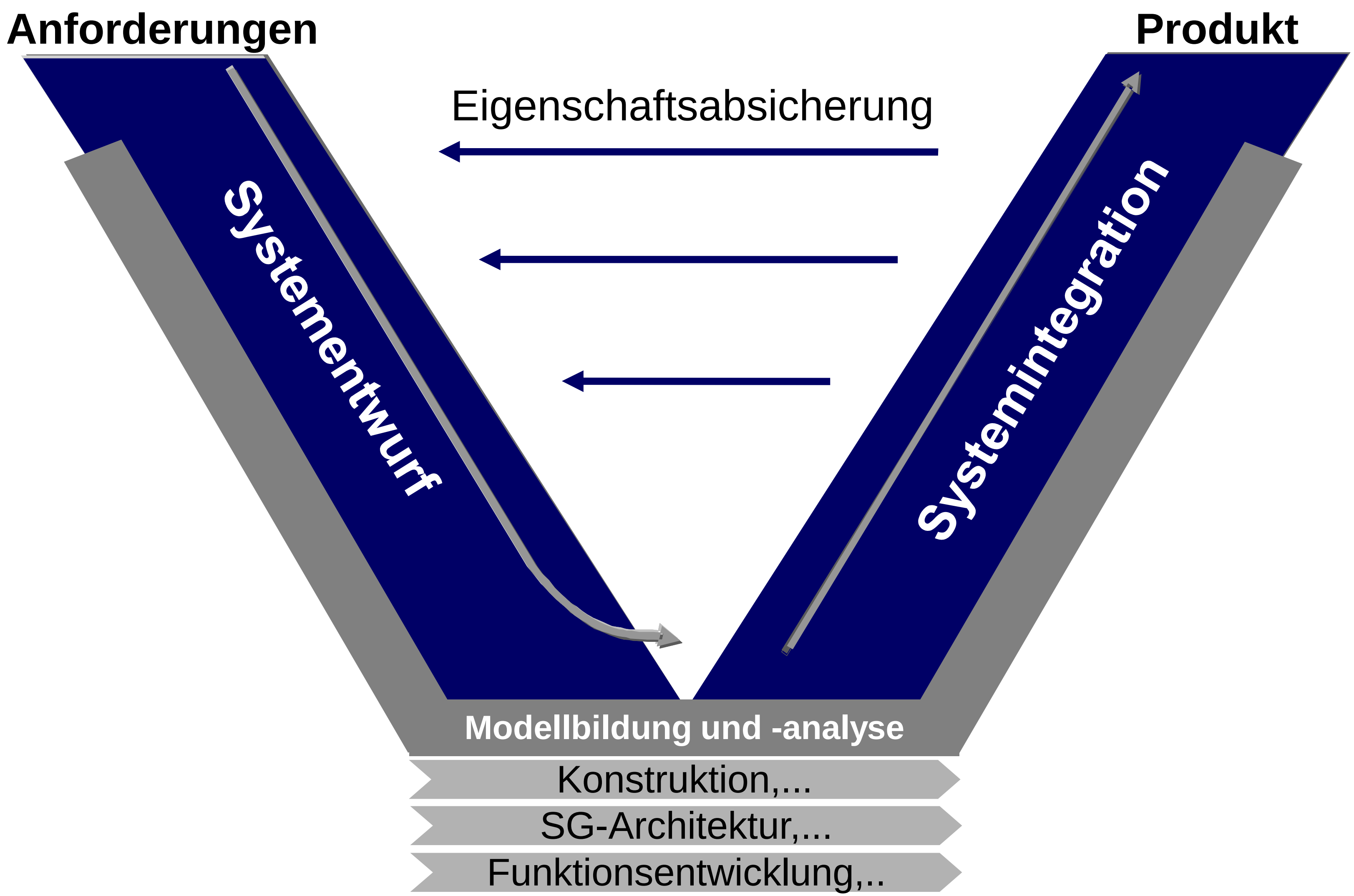
Ableitung der Modellstruktur und der Parameterwerte auf Grund physikalischer und geometrischer Gesetzmäßigkeiten und Vorgaben (z.B. aus Konstruktions-zeichnungen).



Einführung
Modellbildung im Entwicklungsprozess



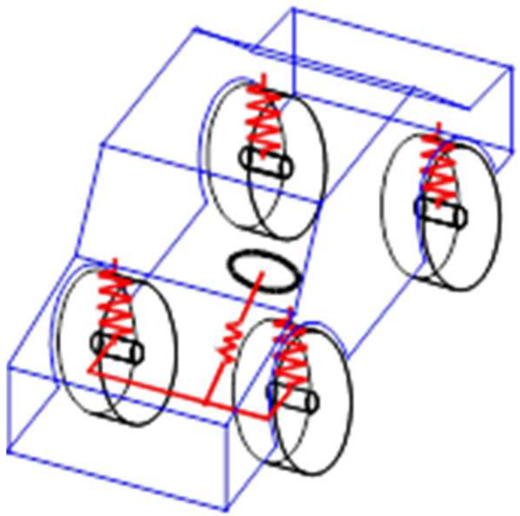
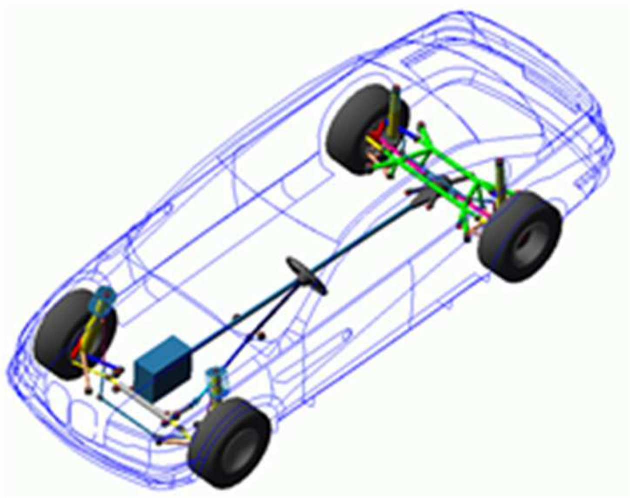
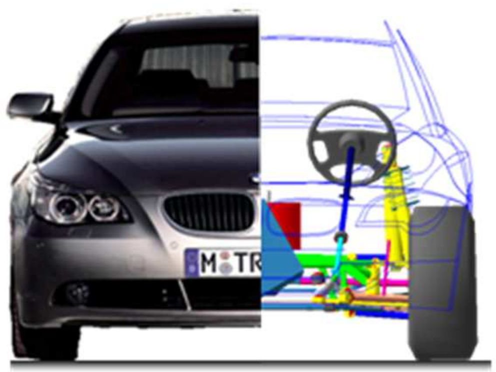
Einführung
Modellbildung im Entwicklungsprozess



(Nach VDI-Richtlinie 2206: „Entwicklungsmethodik für mechatronische Systeme“, „**V-Modell**“)

Einführung
Modelldetaillierung

Die sinnvolle Modelldetaillierung hängt immer von der **Fragestellung** und den **verfügbaren Informationen** ab!

Einführung
Modelldetaillierung

Bei jeder Modellbildung sollte man mit einem Minimalmodell beginnen, dieses zeichnet sich durch folgende Eigenschaften aus

- räumlich und zeitlich eng begrenzt
- möglichst kleine Anzahl von FGs
- möglichst wenige und robuste Parameter
- nur die wesentlichen physikalischen Vorgänge werden berücksichtigt
- Ergebnisse sind nur qualitativ und quantitativ tendenziell richtig

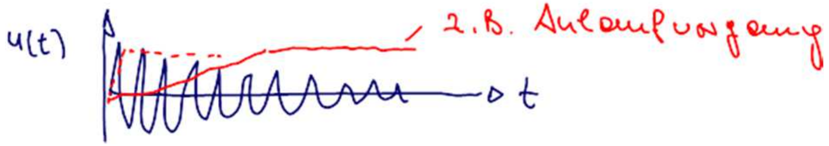
Einführung

Modelldetaillierung - Modellklassen

1. Zwangläufiges System starrer Körper

$\Omega << \omega_1 = 2\pi\, f_1$ Periodische Anregung

$T_1 = \dfrac{1}{f_1} << t_a$ transiente Anregung



2. Lineares Schwingungssystem

$\Omega > \omega_1$ Schwingungsverhalten ist zumindest um den Arbeitspunkt herum linear (Superpositionsprinzip, harmonisches Übertragungsverhalten…)

3. Nichtlineares System

Das Schwingungsverhalten wird durch nichtlineare Effekte bestimmt.

4. Selbsterregte Systeme

Einführung
Modelldetaillierung

Ausnutzen von Symmetrieeigenschaften

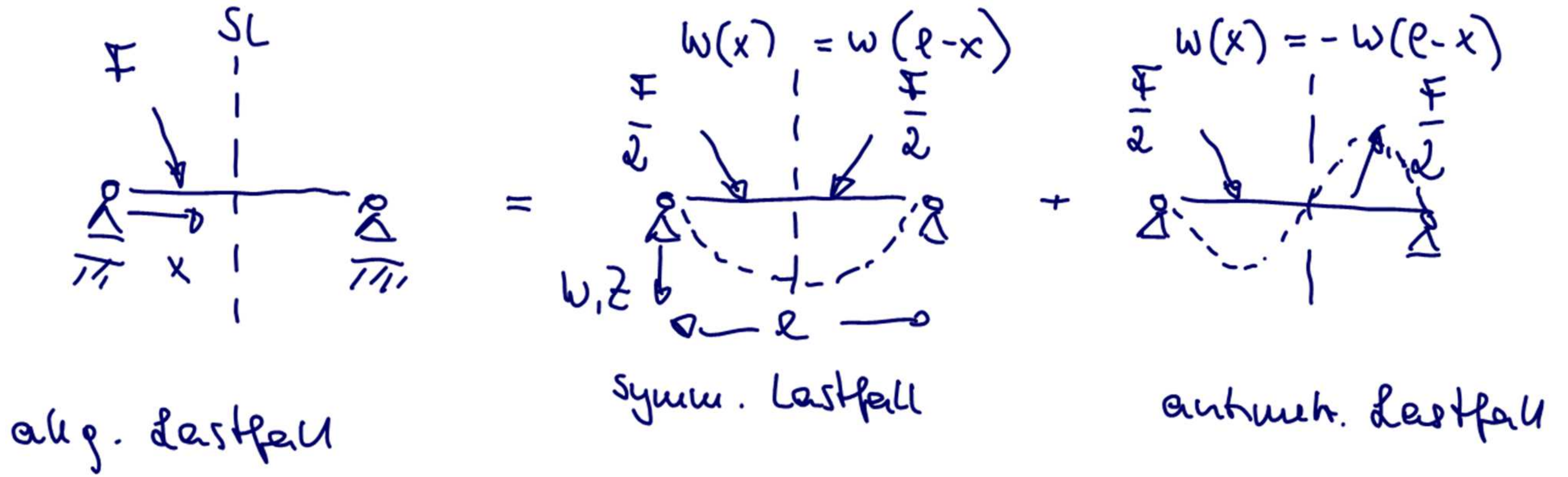
Notwendige Bedingungen

- Es liegt Symmetrie bzgl. Geometrie, physikalischen Eigenschaften und Randbedingungen vor („Struktursymmetrie“).

- Berechnung wird linear durchgeführt

- Belastungen müssen symmetrisch oder antimetrisch bzgl. der Symmetrielinie sein.
  Hierbei gilt bei linearen Systemen:
  Jede Belastung kann in einen symmetrischen und antimetrischen Lastfall überführt werden.

Einführung
Modelldetaillierung



Einführung
Modelldetaillierung

Für die Verschiebungen und Schnittkräfte eines Balkens mit Struktursymmetrie gilt:

	Symmetrischer Lastfall	Antimetrischer Lastfall
u(x)	u(x) = -u(l-x)	u(x) = u(l-x)
w(x)	w(x) = w(l-x)	w(x) = -w(l-x)
β(x)	β(x) = -β(l-x)	β(x) = β(l-x)
N(x)	N(x) = -N(l-x)	N(x) = N(l-x)
M(x)	M(x) = M(l-x)	M(x) = -M(l-x)
Q(x)	Q(x) = -Q(l-x)	Q(x) = Q(l-x)
Auf der Symmetrielinie gilt:	u(l/2) = 0; β(l/2) = 0	w(l/2) = 0

Einführung
Modelldetaillierung

Im Allgemeinen 3-dim Fall gelten die folgenden Randbedingungen auf der Symmetrielinie:

	Symmetrischer Lastfall	**Antimetrischer Lastfall**
u_x (x)	$u_x = 0$	
u_y (x)		$u_y = 0$
u_z (x)		$u_z = 0$
φ_x (x)		$\varphi_x = 0$
φ_y (x)	$\varphi_y = 0$	
φ_y (x)	$\varphi_y = 0$	

Einführung
Modellbeschreibung

Definition System:
*Ein System ist eine abgegrenzte Anordnung von aufeinander einwirkenden Gebilden (*nach DIN 66201).

Die Wechselwirkung eines Systems mit der Systemumgebung erfolgt über die **Eingangs**- und **Ausgangsgrößen**.

Eingangsgrößen, mit denen man das System gezielt beeinflussen kann, heißen **Stellgrößen**. Eingangsgrößen, die das System nicht gezielt Beeinflussen, sind **Störgrößen**. Ausgangsgrößen, die messtechnisch erfassbar sind, nennt man **Messgrößen**.

Einführung
Modellbeschreibung

Analogie 1. Art

Reihenschaltung -> Parallelschaltung
Parallelschaltung -> Reihenschaltung

Kraft	-	Spannung	$\vec{F}$ - U
Geschwindigkeit	-	Strom	$\vec{v}$ - I
Masse	-	Induktivität	m - L
Federnachgiebigkeit	-	Kapazität	n - C
Reibungswiderstand	-	ohmscher Widerstand	r - R

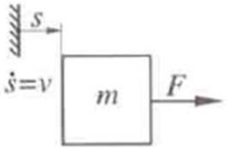
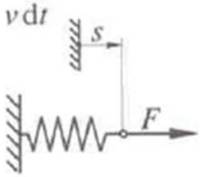
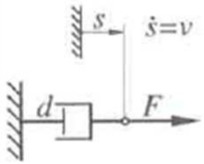
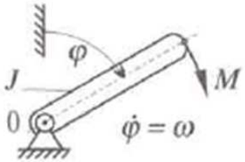
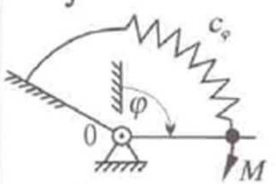
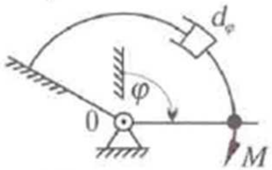
Analogie 2. Art

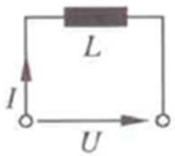
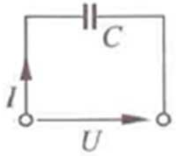
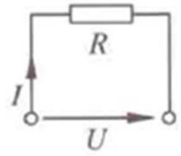
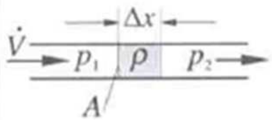
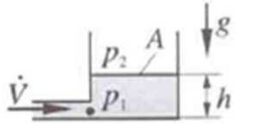
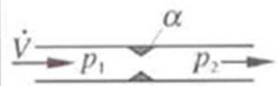
Reihenschaltung -> Reihenschaltung
Parallelschaltung -> Parallelschaltung

Kraft	-	Strom	$\vec{F}$ - I
Geschwindigkeit	-	Spannung	$\vec{v}$ - U
Masse	-	Kapazität	m - C
Federnachgiebigkeit	-	Induktivität	n - L
Reibungswiderstand	-	Leitwert	r - $G = 1/R$

Einführung
Modellbeschreibung

Analogie 1. Art

Elementeigenschaft / System	Trägheit	Speicher	Widerstand
mechanisch translatorisch	Masse  $F = m\dot v$	Feder $s = \int v\,\mathrm{d}t$  $F = cs$	Dämpfer  $F = dv$
mechanisch rotatorisch	Drehmasse  $M = J\dot\omega$	Drehfeder $\varphi = \int \omega\,\mathrm{d}t$  $M = c_\varphi \varphi$	Drehdämpfer $\dot\varphi = \omega$  $M = d_\varphi \omega$

Elementeigenschaft / System	Trägheit	Speicher	Widerstand
elektrisch	Induktivität  $U = L\dot I$	Kapazität  $U = \frac{1}{C}\int I\,\mathrm{d}t$	Widerstand  $U = RI$
fluidisch	Fluidmasse  $\Delta p = p_1 - p_2 = \frac{\rho\,\Delta x}{A}\ddot V$	Behälter  $\Delta p = p_1 - p_2 = \rho g h$ $h = \frac{1}{A}\int \dot V\,\mathrm{d}t$	Rohrreibung, Blende, Drossel  $\Delta p = p_1 - p_2 = \alpha \dot V$

Einführung
Modellbeschreibung

Definition Zustand:
Existieren für ein dynamisches System Größen $x_1, \dots, x_n$ mit der Eigenschaft, dass die Ausgangsgrößen $y_1, \dots, y_m$ zu einem beliebigen Zeitpunkt t eindeutig durch den Verlauf der Eingangsgrößen $u_1(\tau), \dots, u_p(\tau)$ auf dem Intervall $t_0 \leq \tau \leq t$ und den Werten von $x_1(t_0), \dots, x_n(t_0)$ für ein beliebiges t_0 festgelegt sind, dann heißen die Größen $x_1, \dots, x_n$ Zustandsgrößen des Systems.

Systeme mit finitem Zustand der Ordnung n (konzentriert-parametrisch):
Dynamische Systeme, die sich durch eine endliche Anzahl von Zustandsgrößen beschreiben lassen.
Beschreibung durch gewöhnliche Differentialgleichungen und algebraische Gleichungen.

Systeme mit infinit-dimensionalem Zustand (verteilt-parametrisch):
Dynamische Systeme, die sich nur durch eine unendliche Anzahl von Zustandsgrößen beschreiben lassen.
Beschreibung durch partielle Differentialgleichungen. Bsp.: Balken, Platten.

Einführung
Modellbeschreibung

Mathematische Beschreibung eines konzentriert-parametrischen dynamischen Systems im **Zustandsraum**

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x},\mathbf{u},t) \quad \text{mit} \quad \mathbf{x}(\mathrm{t}) = \mathbf{x_0}$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{h}(\mathbf{x},\mathbf{u},t)$$

Mathematische Beschreibung eines konzentriert-parametrischen dynamischen **linearen Systems** im **Zustandsraum**

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\,\mathbf{x} + \mathbf{B}\,\mathbf{u} \quad \text{mit} \quad \mathbf{x}(\mathrm{t}) = \mathbf{x_0}$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\,\mathbf{x} + \mathbf{D}\,\mathbf{u}$$

Einführung
Modellbeschreibung im Zustandsraum

Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!