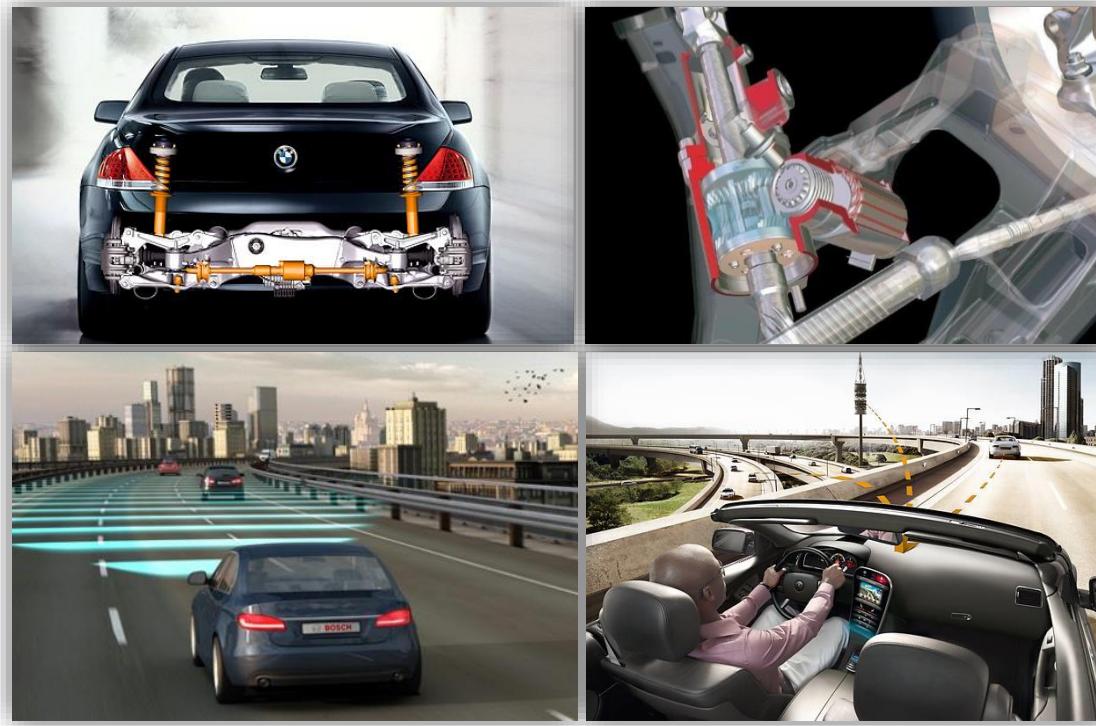


# Fahrzeugmechatronik I

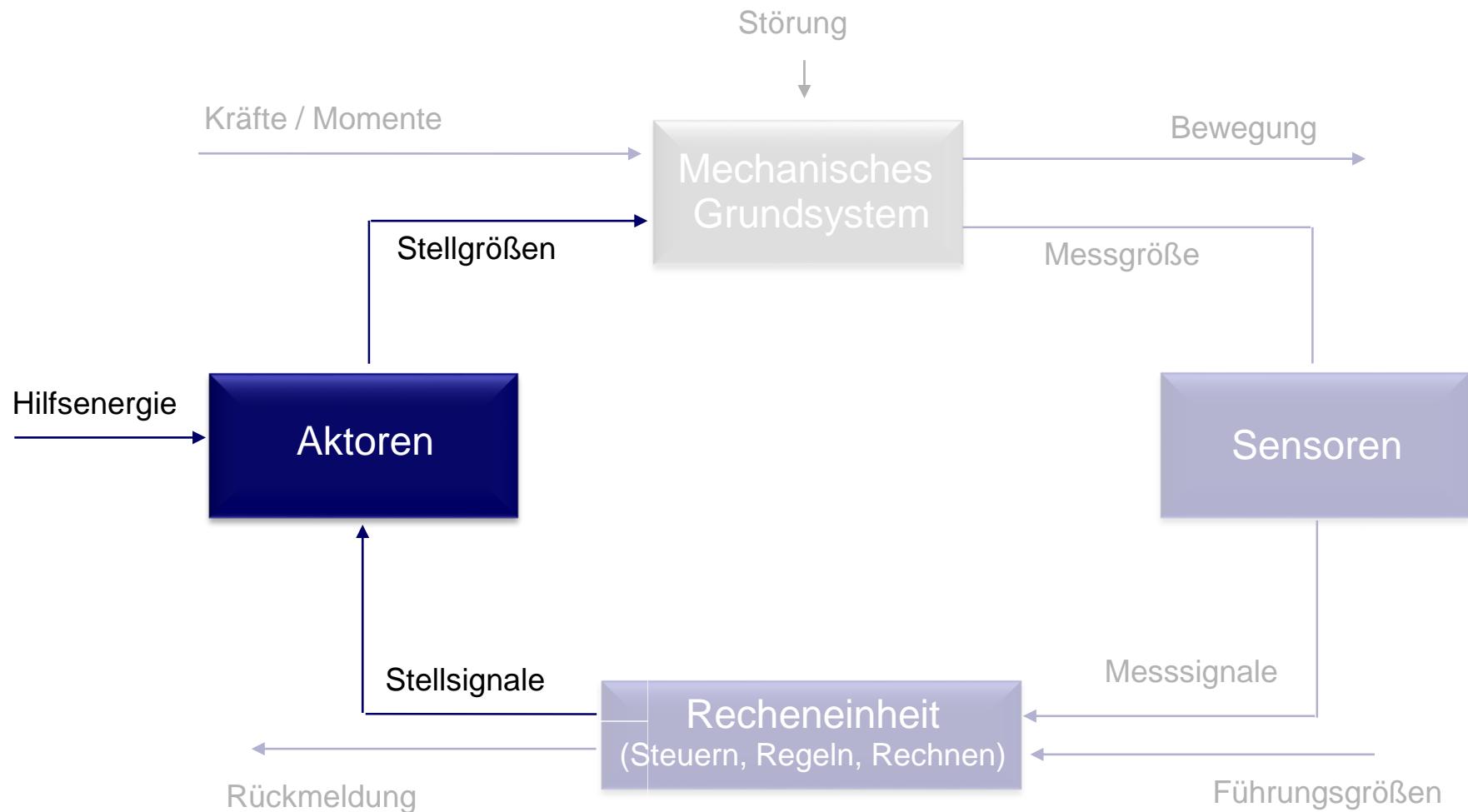
## Aktoren



**Prof. Dr.-Ing. Steffen Müller  
M. Sc. Jochen Gallep et al.  
Fachgebiet Kraftfahrzeuge • Technische Universität Berlin**

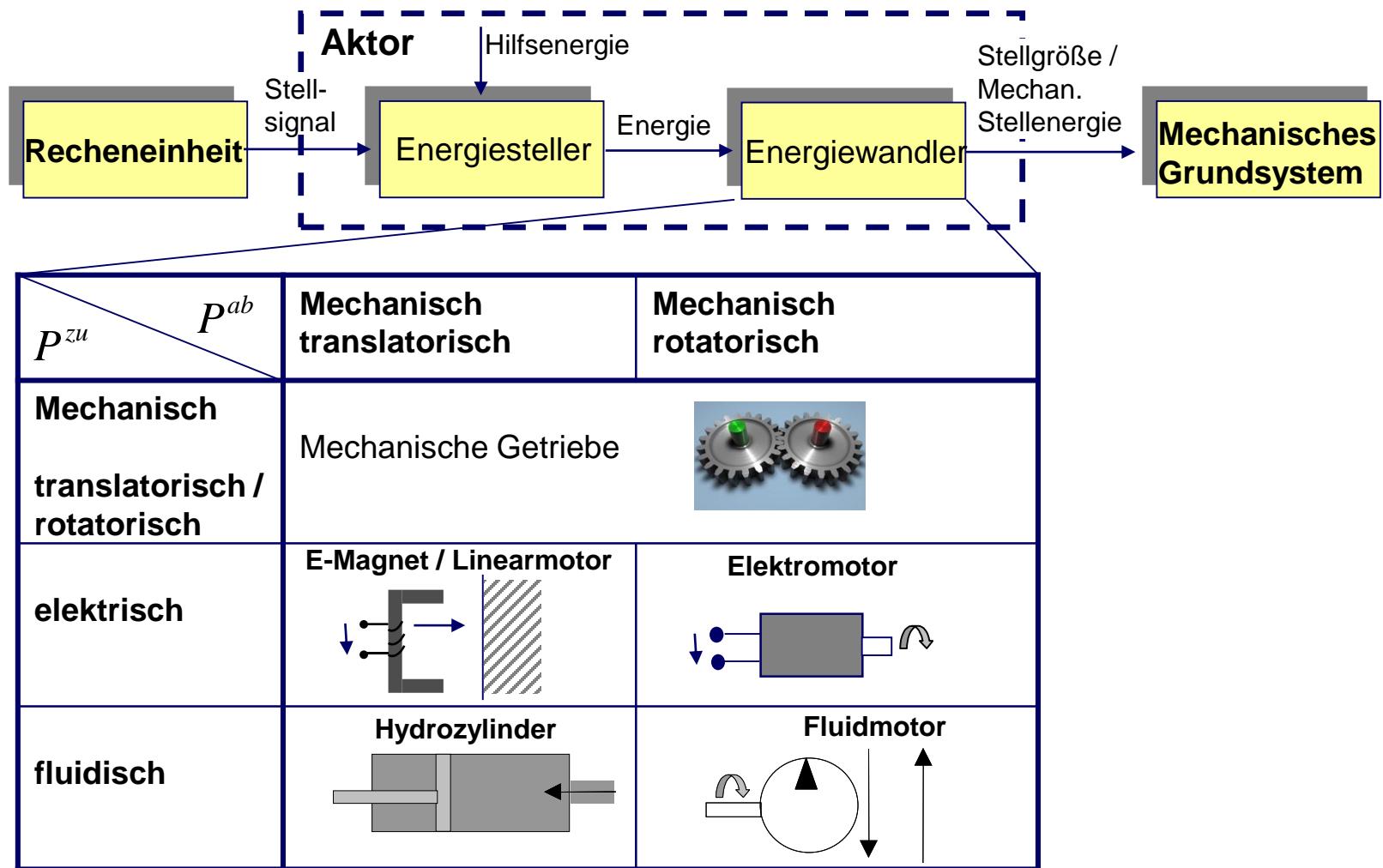
# Allgemeine Betrachtungen

## Mechatronisches System



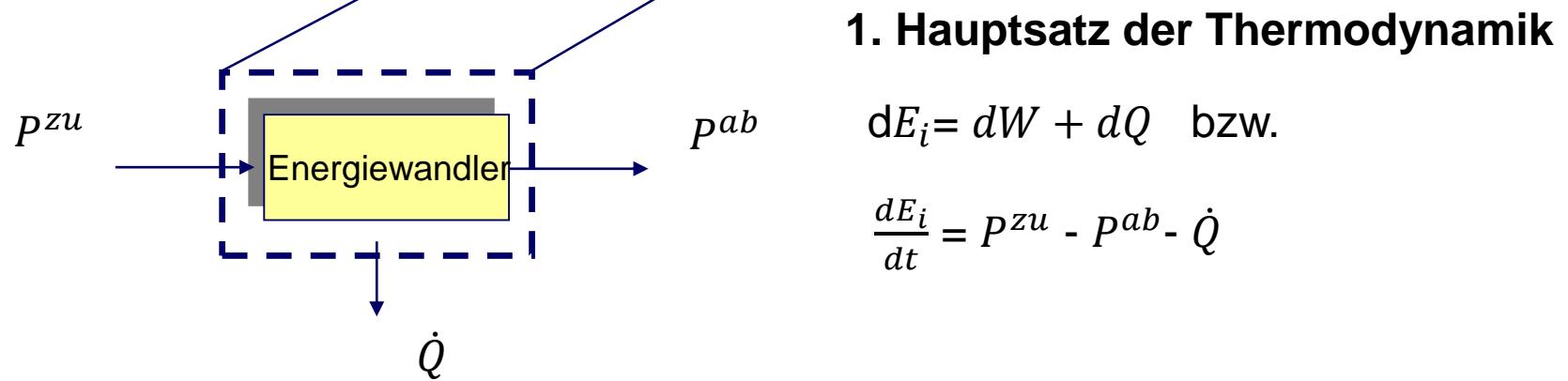
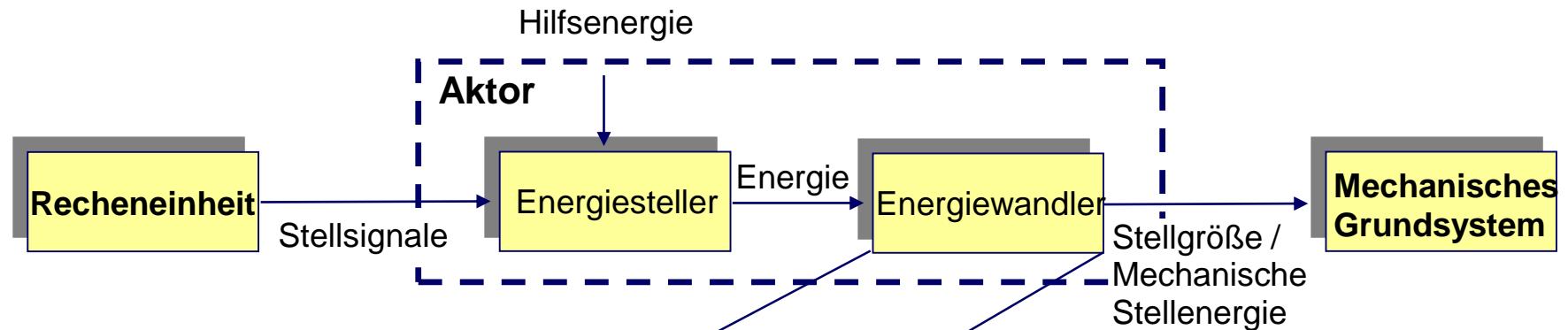
# Allgemeine Betrachtungen

## Aktoren – Wirkungsweise und gängige Wandler



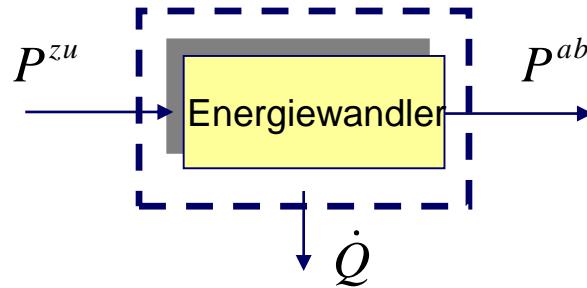
# Allgemeine Betrachtungen

## Energie und Leistung beim Energiewandler



# Allgemeine Betrachtungen

## Verlustleistung und Wirkungsgrad des Energiewandlers



Verlustleistungen und Wirkungsgrade beziehen sich üblicherweise auf Zustände mit  $E_i = \text{const.}$  bzw.  $\frac{dE_i}{dt} = 0$ .

Dann gilt für die **Verlustleistung**  $P_{verlust}$

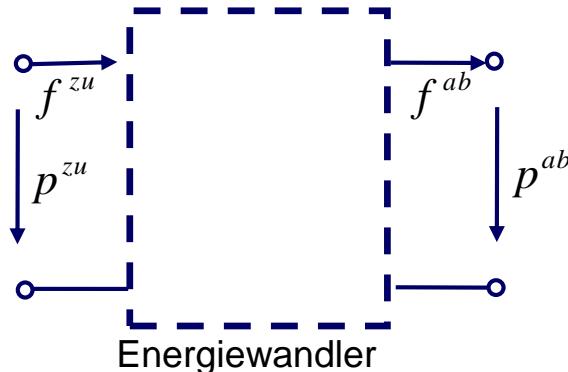
$$P_{verlust} = \dot{Q} = P^{zu} - P^{ab}$$

und für den **Wirkungsgrad**  $\eta$

$$\eta = \frac{P^{ab}}{P^{zu}}$$

# Allgemeine Betrachtungen

## Behandlung eines Energiewandlers als Vierpol



$f$  – Flussgröße  
 $p$  - Potenzialgröße

$$P^{zu} = f^{zu} p^{zu}$$

$$P_{Verlust} = f^{zu} P^{zu} - f^{ab} p^{ab}$$



$$P^{ab} = f^{ab} p^{ab}$$

$$\eta = \frac{f^{ab} p^{ab}}{f^{zu} p^{zu}}$$

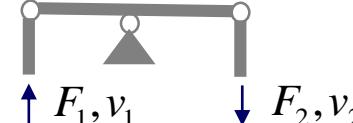
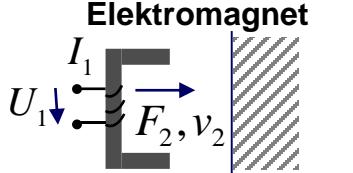
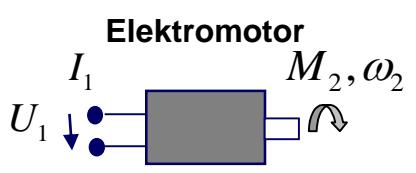
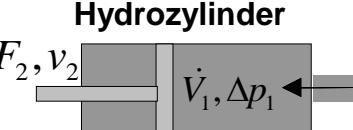
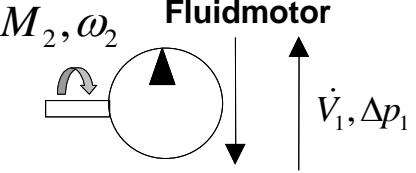
# Allgemeine Betrachtungen

## Potenzial- und Flussgrößen von Energiewandlern

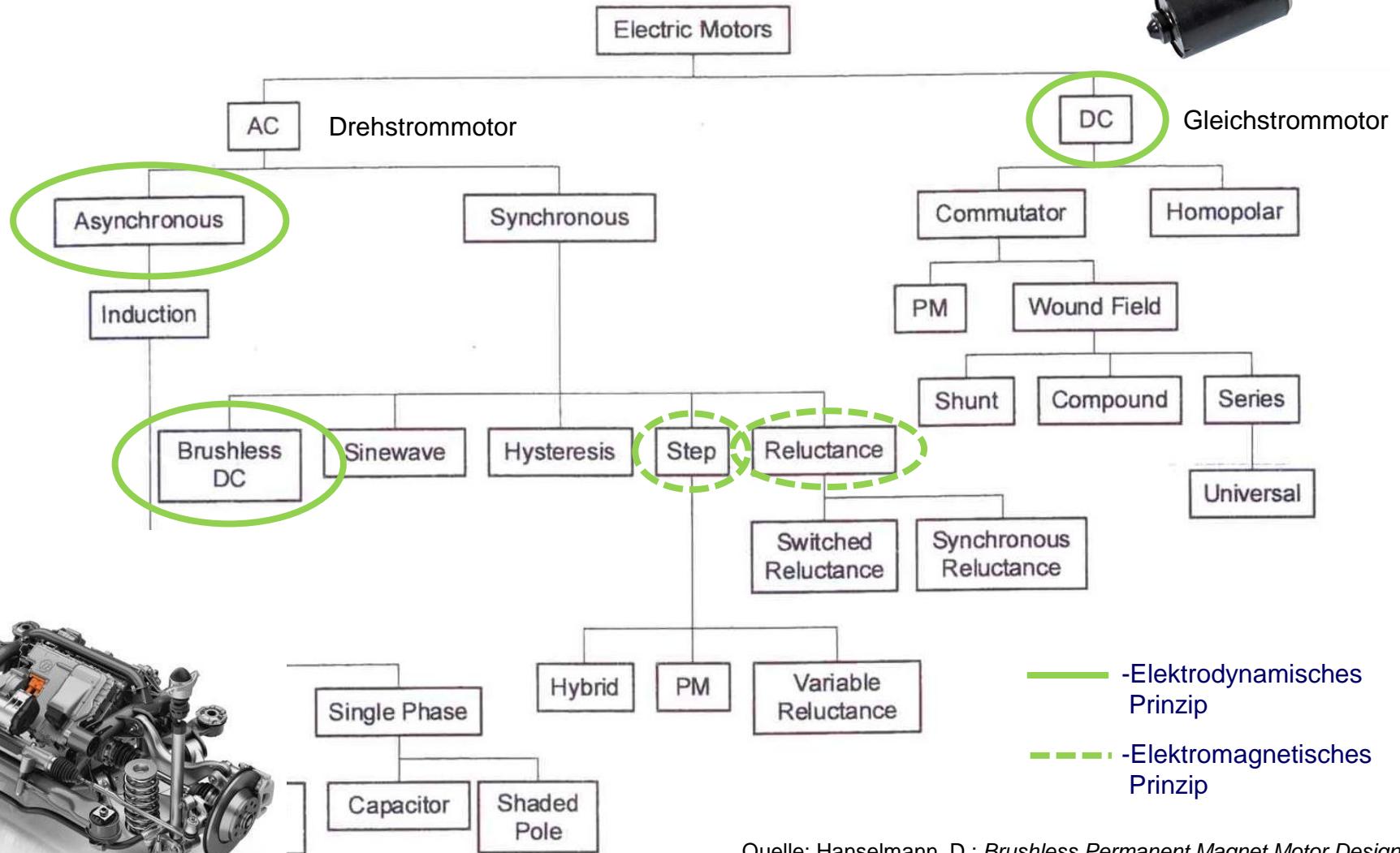
Leistungsform	Potenzialgröße $p$	Flussgröße $f$	Leistung $P = p f$
mechanisch translatorisch			
mechanisch rotatorisch			
elektrisch			
fluidisch			
thermisch			

# Allgemeine Betrachtungen

## Wirkungsgrade gängiger Wandler

$P^{ab} = P_2$ $P^{zu} = P_1$	mechanisch translatorisch	$\eta$	mechanisch rotatorisch	$\eta$
mechanisch translatorisch		$\frac{F_2 v_2}{F_1 v_1}$		$\frac{M_2 \omega_2}{F_1 v_1}$
mechanisch rotatorisch		$\frac{F_2 v_2}{M_1 \omega_1}$		$\frac{M_2 \omega_2}{M_1 \omega_1}$
elektrisch		$\frac{F_2 v_2}{U_1 I_1}$		$\frac{M_2 \omega_2}{U_1 I_1}$
fluidisch		$\frac{F_2 v_2}{\Delta p_1 V_1}$		$\frac{M_2 \omega_2}{\Delta p_1 V_1}$

# Elektromechanische Wandler Klassifizierung



Quelle: Hanselmann, D.: *Brushless Permanent Magnet Motor Design*

# Elektromechanische Wandler

## Übersicht der behandelten Motorprinzipien

### Elektromechanische Wandler / Aktoren

#### Elektrodynamisches Prinzip

##### **Gleichstrommotor**

- Reihenschluss
- Nebenschluss

##### **Drehstrommotor**

- Asynchronmotor
- Synchronmotor
- permanenterregt (*Brushless DC (BLDC)*)

#### Elektromagnetisches Prinzip

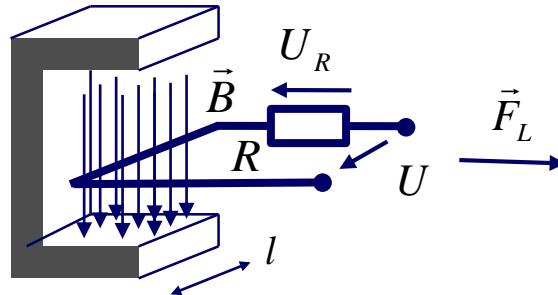
##### *Elektromagnet*

##### *Schrittmotor*

##### *Reluktanzmotor*

# Grundgleichungen elektromechanische Wandler

## Lorentzkraft - Kraftwirkung auf einen Leiter



Elementarmaschine

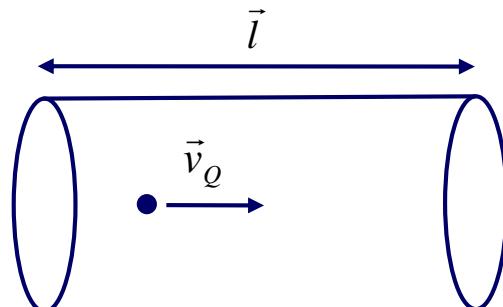
Es gilt für die **Lorentzkraft**

$$\vec{F}_L = Q \vec{v}_Q \times \vec{B}$$

\ Elektr. Ladung                           \ Magn. Flussdichte

mit

$$Q = I \bar{t}$$
$$\vec{v}_Q = \frac{\vec{l}}{\bar{t}}$$



Leiter im magnetischen Fluss

Für den **Betrag der Lorentzkraft** gilt

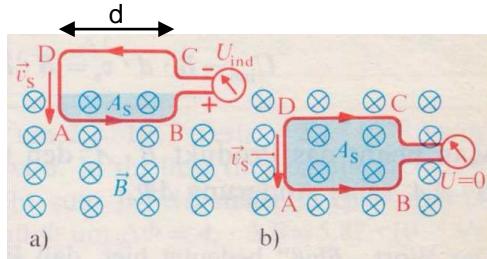
$$|\vec{F}_L| = I |\vec{l}| |\vec{B}| \sin \alpha (\vec{l}, \vec{B})$$

für  $\vec{l} \perp \vec{B}$

$$|\vec{F}_L| = F_L = I l B$$

# Grundgleichungen elektromechanische Wandler

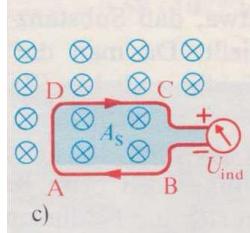
## Induktion – Spannungsänderung bei $\Phi$ -Änderung



**Induktionsgesetz aus Versuchen**

$$U_{ind} = B \cdot d \cdot v_s = B \cdot d \cdot \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{B \Delta A}{\Delta t} = \dot{\Phi}$$

Magnetischer Fluss



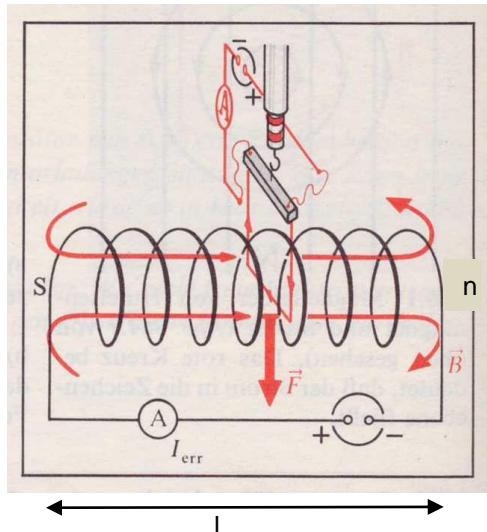
**Magnetischer Fluss einer stromdurchflossenen Spule**

$$\Phi = \int_A \vec{B} d\vec{A} = \mu_0 \mu \underbrace{\frac{n}{l}}_B I n A \cos \alpha(\vec{B}, \vec{A})$$

Somit

L-Induktivität

$$\Phi = \mu_0 \mu \frac{n^2}{l} A I$$



# Grundgleichungen elektromechanische Wandler

## Induktion – Spannungsänderung bei $\Phi$ -Änderung

### **Lenzsches Gesetz**

Die Induktionsspannung ist so gepolt, dass sie durch einen von ihr erzeugten Strom der Ursache des Induktionsvorganges entgegenwirken kann.

# Gleichstrommotor

## Allgemein

- **1832:** Erster Generator von H. Pixii (Franzose) mit rotierenden Hufeisenmagneten
- **1860:** Entwicklung der Ringwicklung und dem vielteiligen Stromwender durch A. Pacinotti
- **1866:** Entdeckung des dynamoelektrischen Prinzips durch Werner v. Siemens, Aufbau der nach heutigen Maßstäben "ersten" elektrischen Maschine

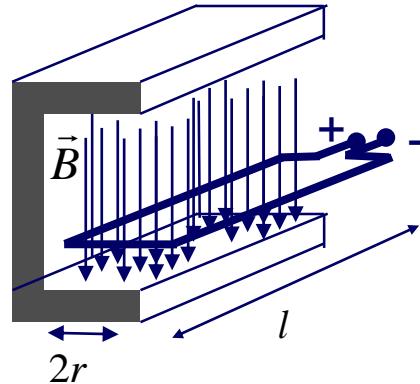
Mit Einführung des Drehstroms 1890 verloren die Gleichstrommaschinen ihre beherrschende Marktstellung an die Asynchron- und Synchronmaschinen. Im Bereich der drehzahlgeregelten Antriebe behauptet die Gleichstrommaschine noch immer einen bedeutenden Marktanteil.

### Einsatzgebiete im Kfz

z.B. Scheibenwischer, Fensterheber, Lüfter.

# Gleichstrommotor

## Momentenwirkung auf eine Leiterschleife

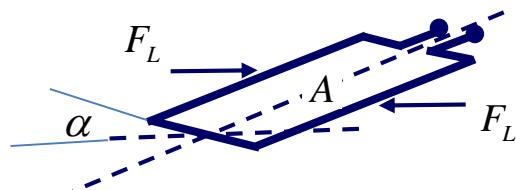


**Momentenwirkung aus Lorentzkraft**

$$M_L = 2F_L r \sin \alpha$$

$$= 2 I l B r \sin \alpha$$

$$= I B A \sin \alpha$$

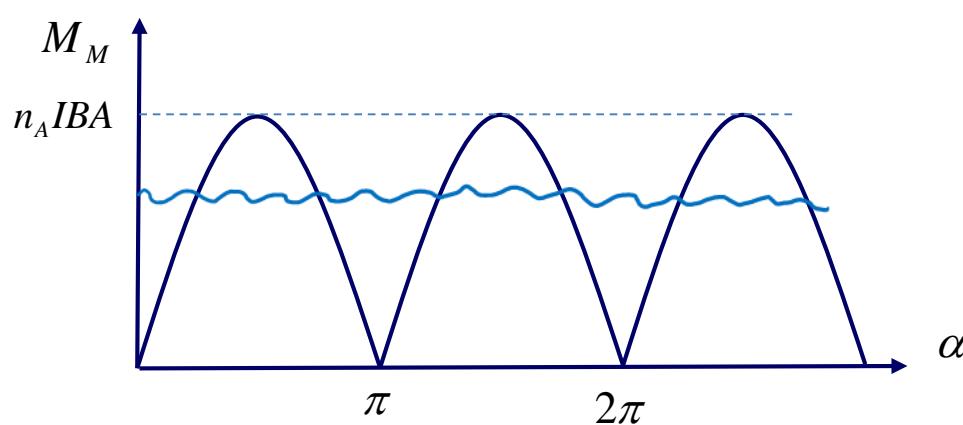
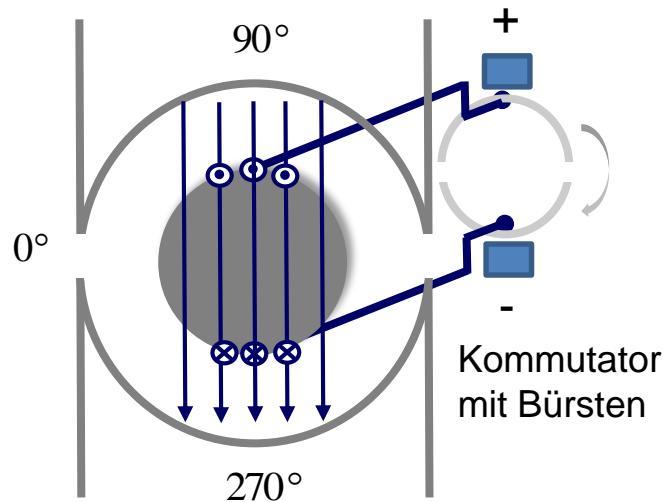


**Für mehrere Leiterschleifen** auf einem Anker eines Motors mit der Anzahl der Schleifen  $n_A$  gilt

$$M_L = I B A n_A \sin \alpha$$

# Gleichstrommotor

## Motormoment mit Kommutator



Für das Motormoment  $M_M$  gilt

$$M_M = n_A I B A |\sin \alpha| \leftarrow \text{wg. Kommutator}$$

Für das mittlere Motormoment ergibt sich somit

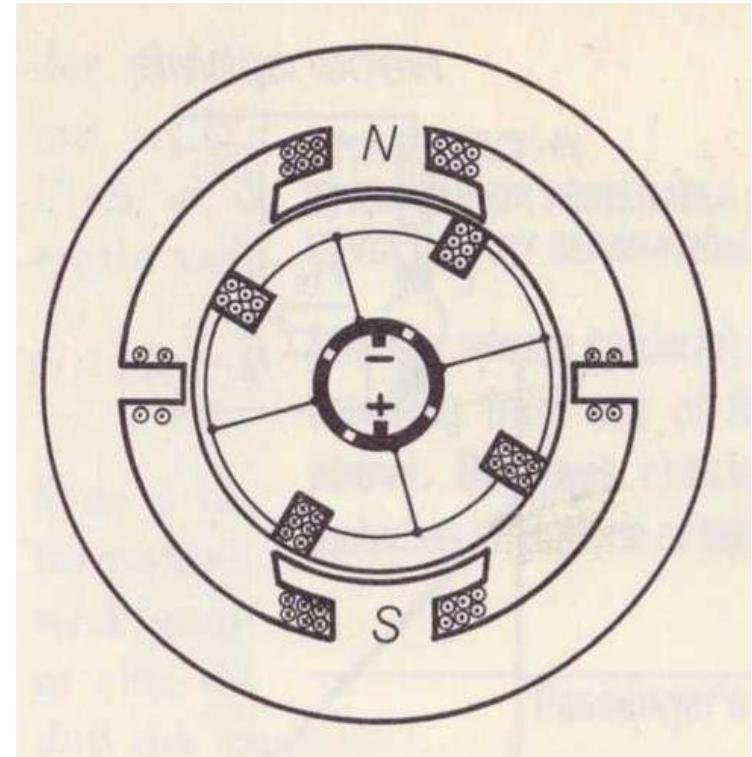
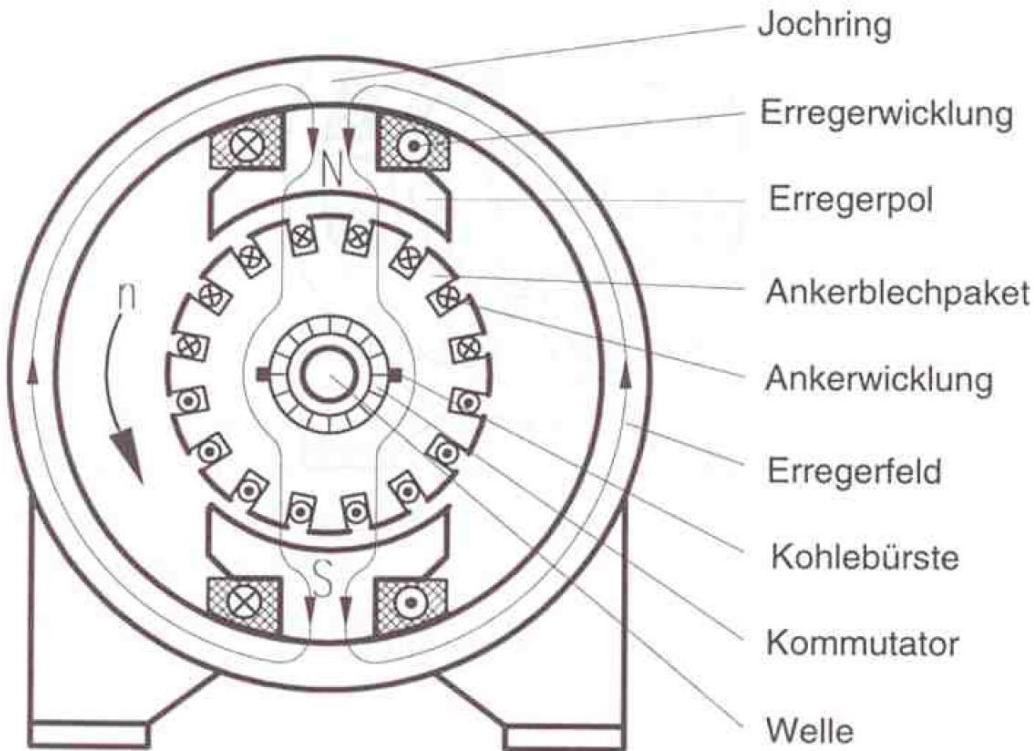
$$\overline{M}_M = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} n_A I B A \sin \alpha \, d\alpha$$

$$= \frac{n_A}{\pi} B A 2I = k_M I$$

$k_M$

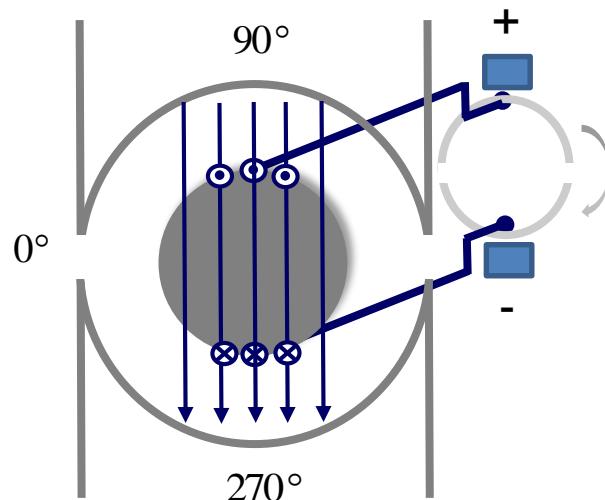
# Gleichstrommotor

## Prinzipskizze einer Gleichstrommaschine



# Gleichstrommotor

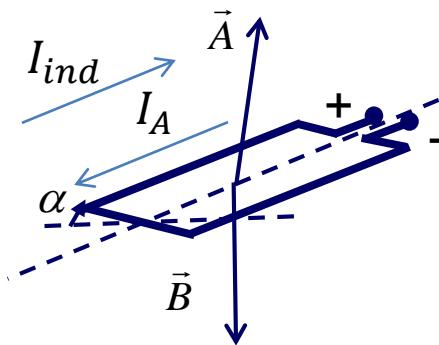
## $U_{ind}$ bei einem Gleichstrommotor



Für die **induzierte Spannung**  $U_{ind}$  gilt

$$U_{ind} = n_A B \frac{dA}{dT} = n_A B \frac{d}{dt} (A \cos \alpha)$$
$$= -n_A B A \sin \alpha \omega_R$$

Für die **mittlere induzierte Spannung** folgt dann



$$\bar{U}_{ind} = -\frac{1}{\pi} \int_0^\pi n_A B A \sin \alpha \, d\alpha \omega_R$$
$$= -\frac{2}{\pi} n_A B A \omega_R = -k_M \omega_R$$

**Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!**

# Fahrzeugmechatronik I

## Aktoren

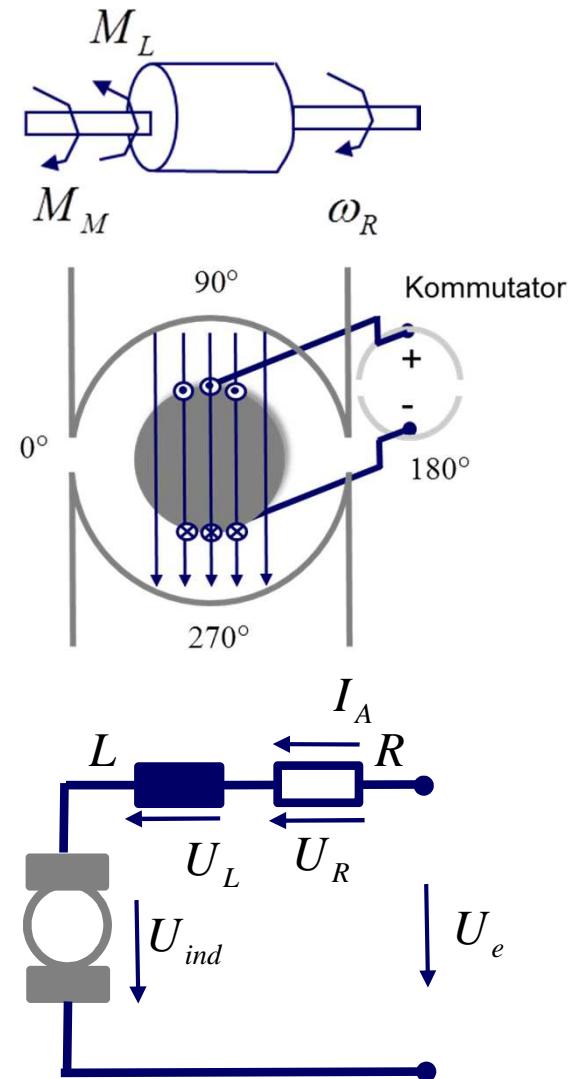


**Prof. Dr.-Ing. Steffen Müller  
M. Sc. Osama Al-Saidi  
Fachgebiet Kraftfahrzeuge • Technische Universität Berlin**

---

# Gleichstrommaschine

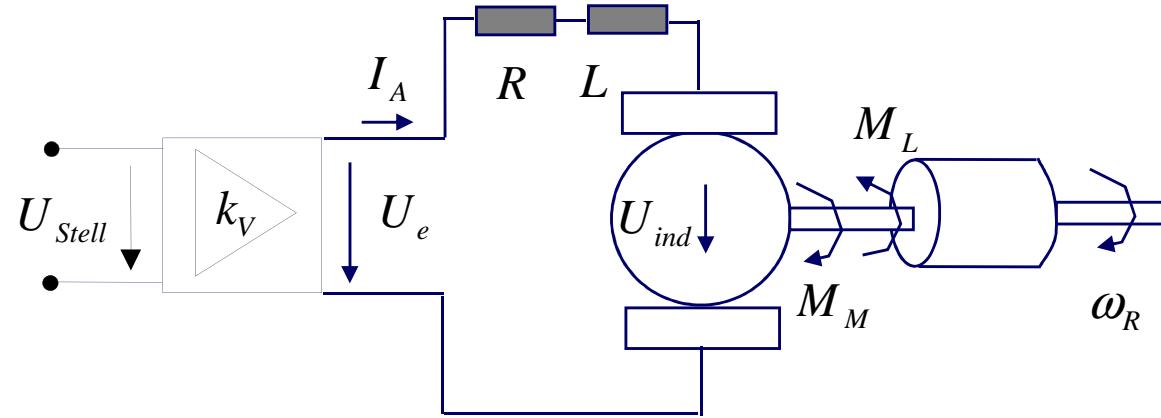
## Mathematisches Modell der GM - Zustandsraum



GM mit permanentmagnetisch erregtem Feld

# Gleichstrommaschine

## Mathematisches Modell der GM - Laplaceraum



**2. Kirchhoffsches Gesetz -  
Maschenregel**

$$U_e = RI_A + L\dot{I}_A + U_{ind}$$

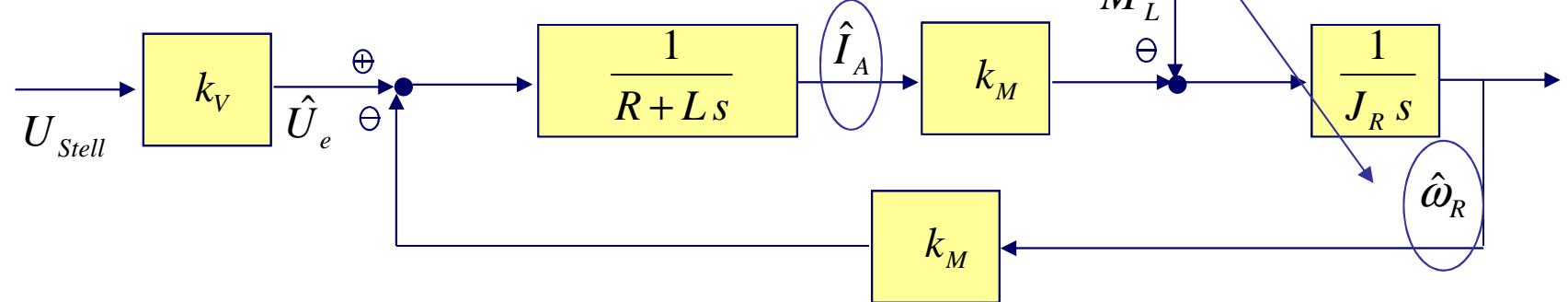
$$\hat{I}_A = \frac{\hat{U}_e - k_M \hat{\omega}_R}{R + Ls}$$

**Momenten- bzw Drallsatz**

$$J_R \dot{\omega}_R = M_M - M_L$$

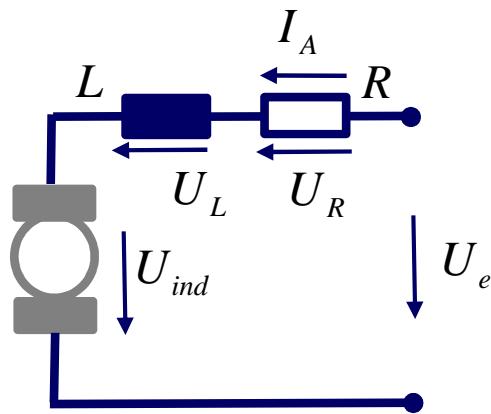
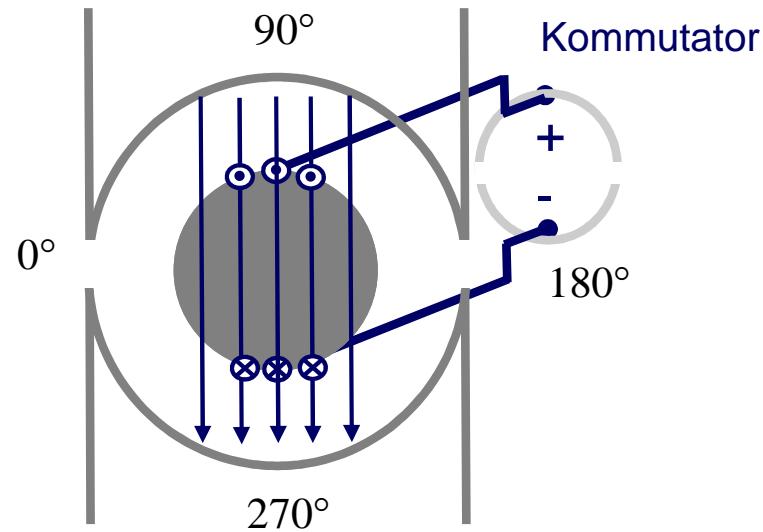
$$\hat{\omega}_R = \frac{1}{J_R s} (k_M \hat{I}_A - \hat{M}_L)$$

**Blockschaltbild**



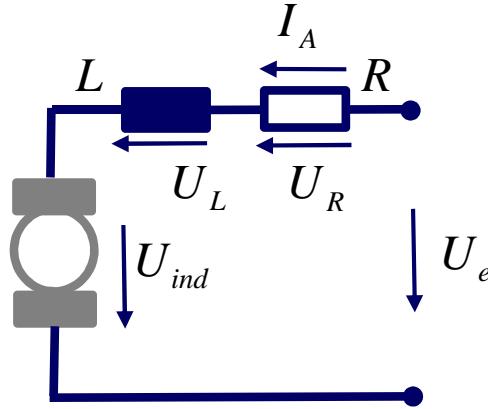
# Gleichstrommaschine

## Nicht-ohmsche Verluste – Verlustmoment $M_v$



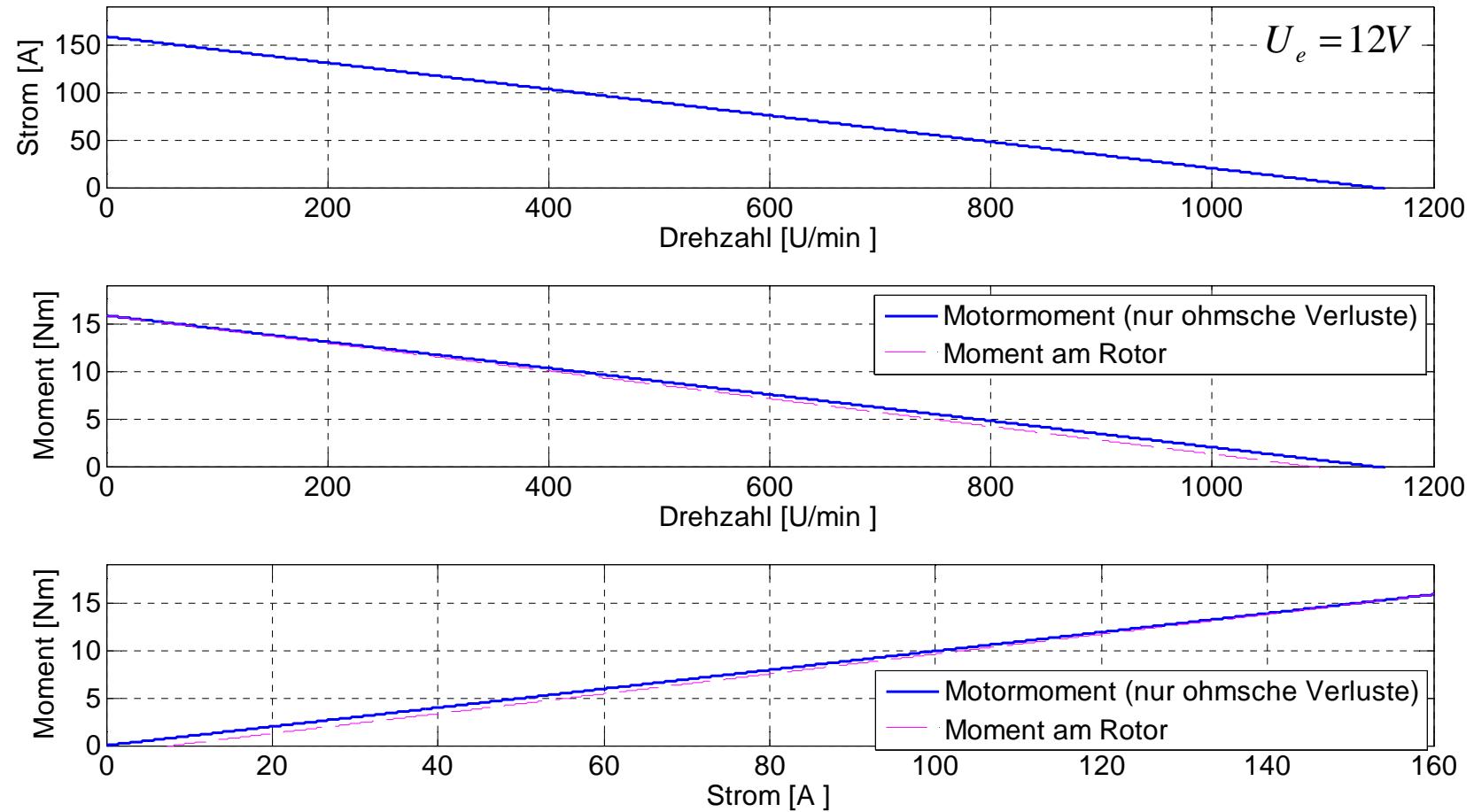
# Gleichstrommaschine

## Strom- und Momentenkennlinie



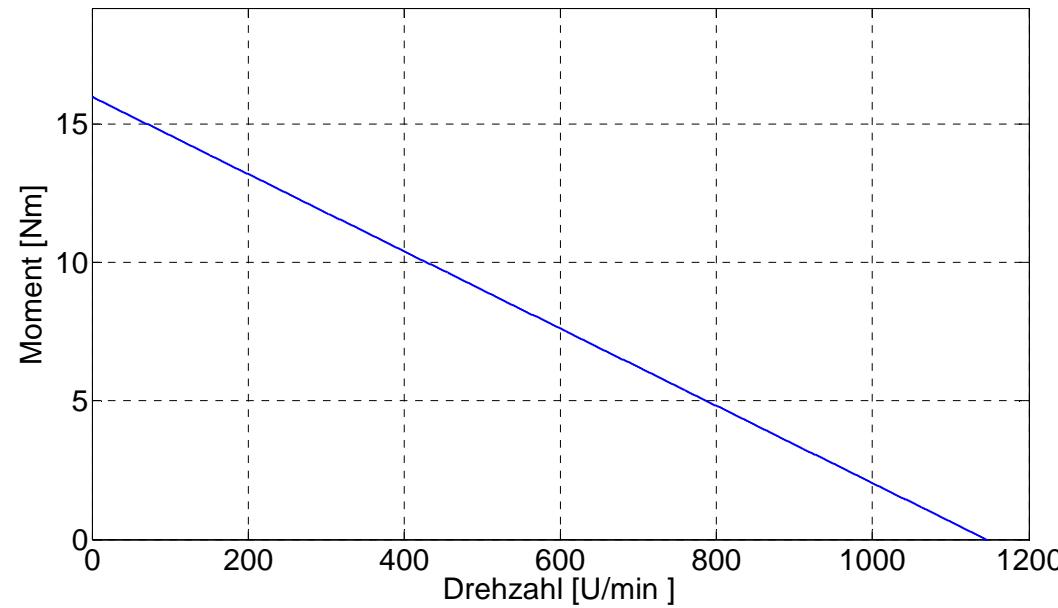
# Gleichstrommaschine

## Strom- und Momentenkennlinie



# Gleichstrommaschine

## Ideale Momentenkennlinie



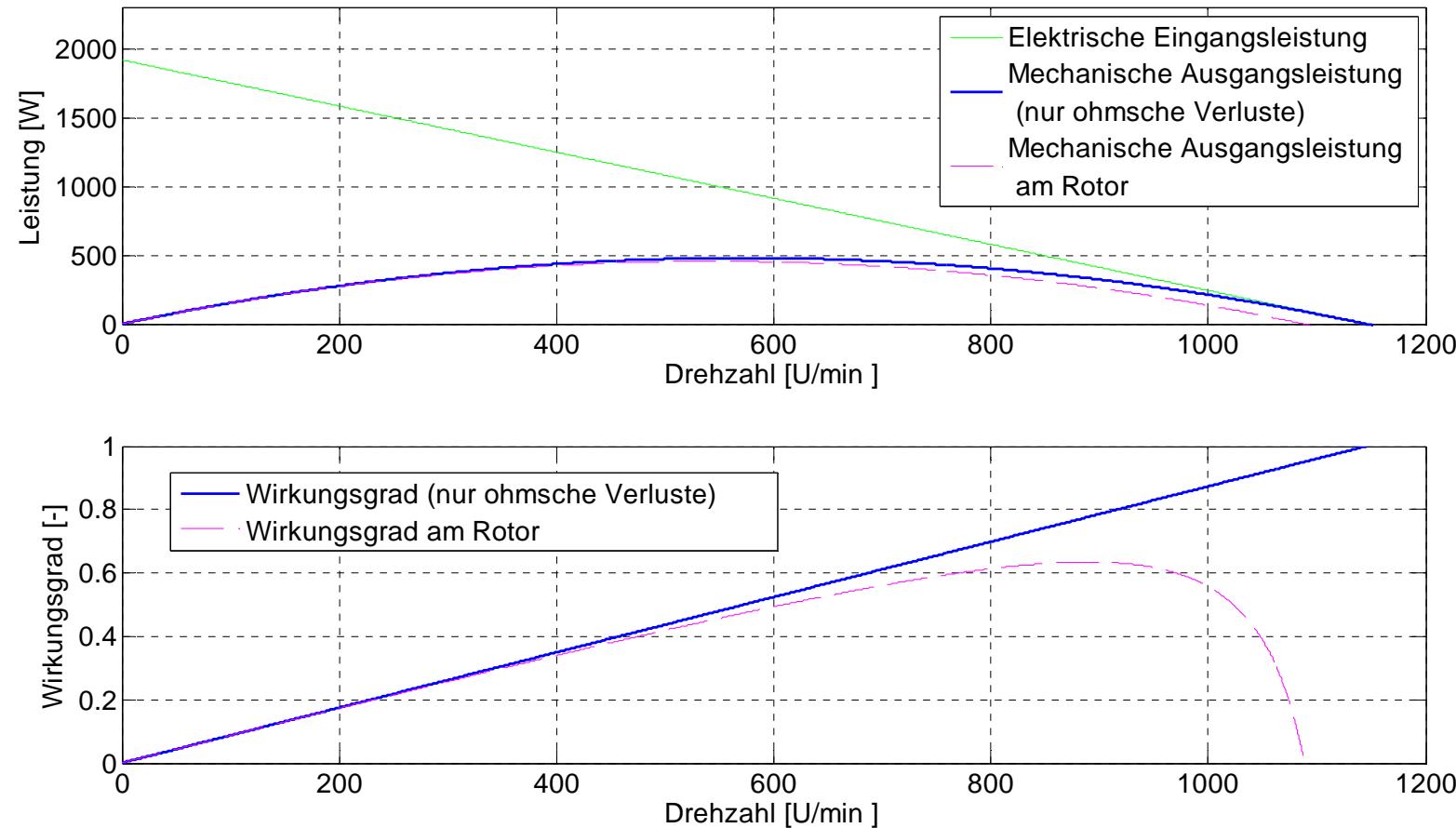
# Gleichstrommaschine

## Leistungs- und Wirkungsgradkennlinie



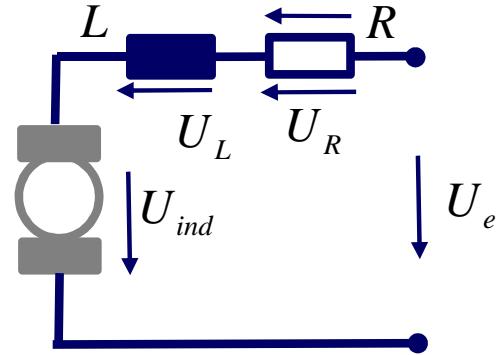
# Gleichstrommaschine

## Leistungs- und Wirkungsgradkennlinie



# Gleichstrommaschine

## Drehzahlregelung



**Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!**

# Fahrzeugmechatronik I

## Aktoren



**Prof. Dr.-Ing. Steffen Müller  
M. Sc. Osama Al-Saidi  
Fachgebiet Kraftfahrzeuge • Technische Universität Berlin**

---

# Asynchronmaschine

## Allgemein

**1885:** Erfindung des Drehfeldes und der mehrsträngigen Wicklung durch den Italiener Galileo Ferraris und den Jugoslawen Nicola Tesla.

**1889:** Michael von Dolivo Dobrowolsky, Mitarbeiter der AEG erbaut den ersten dreisträngigen Asynchronmotor mit Käfigläufer.  
(ca. 25 Jahre nach dem Gleichstrommotor von Siemens).

80% aller elektrischen Maschinen sind heute Asynchronmaschinen.  
95% davon besitzen sogenannte Käfigläufer.

### **Vorteile:**

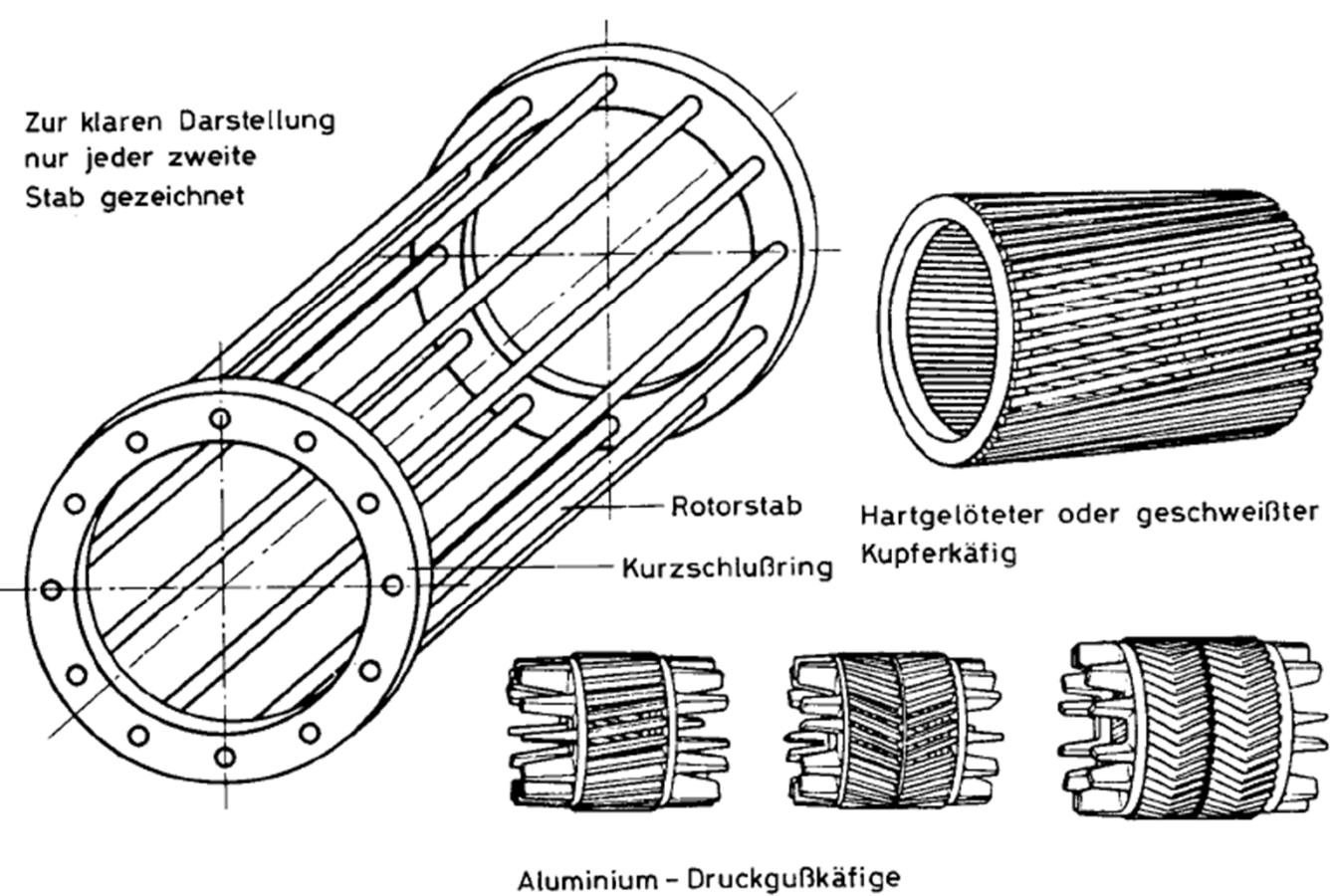
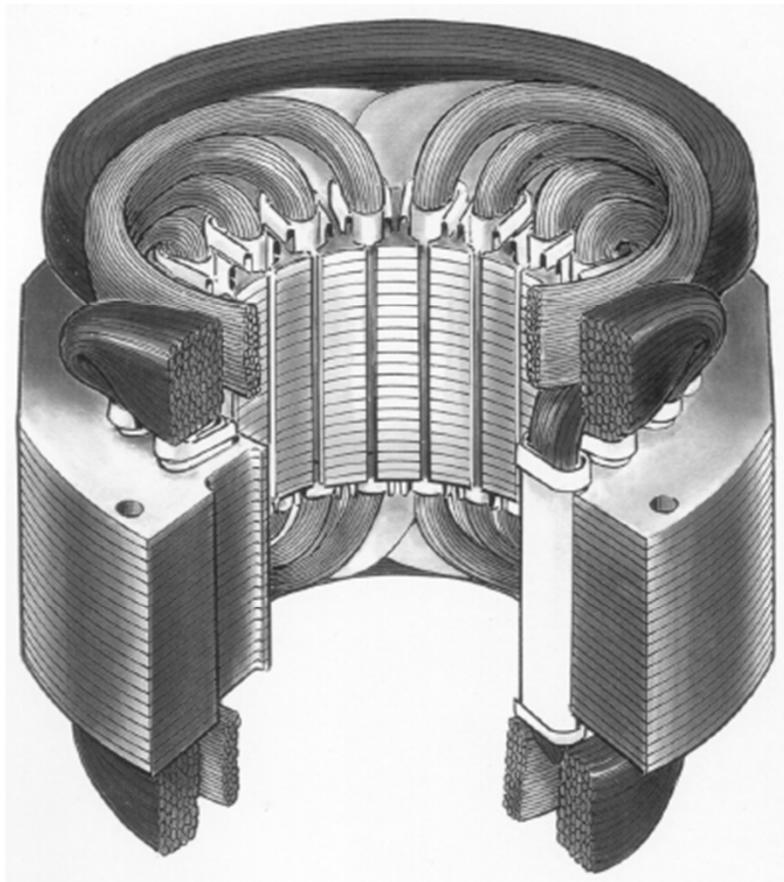
- Einfacher und robuster Aufbau,
- sehr preiswert wegen weitgehender Normung,
- kein Bürstenverschleiß

### **Nachteile:**

- Drehzahl an Netzfrequenz gebunden und lastabhängig (gilt auch für GM)  
(Drehzahlregelung notwendig)
- mäßiger bis schlechter Wirkungsgrad im Vergleich zur GM.

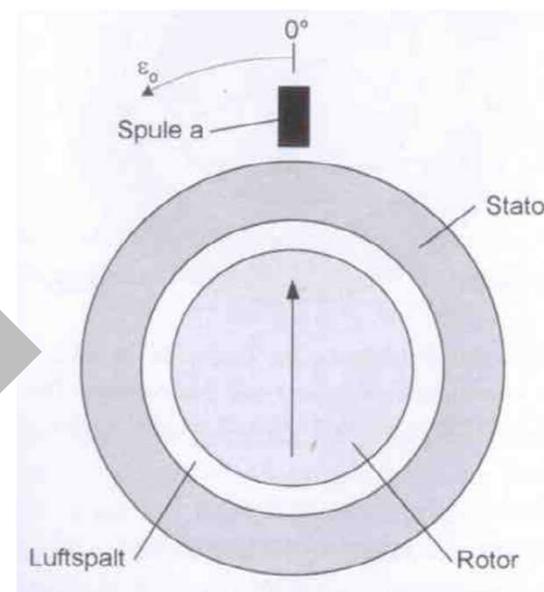
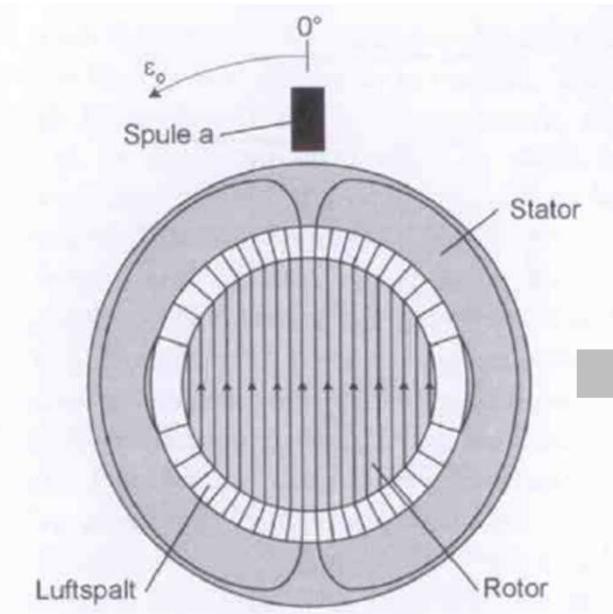
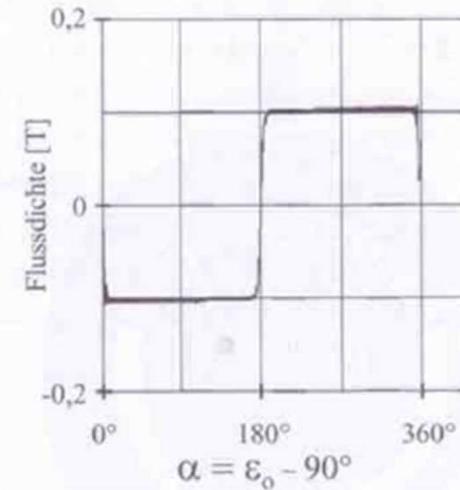
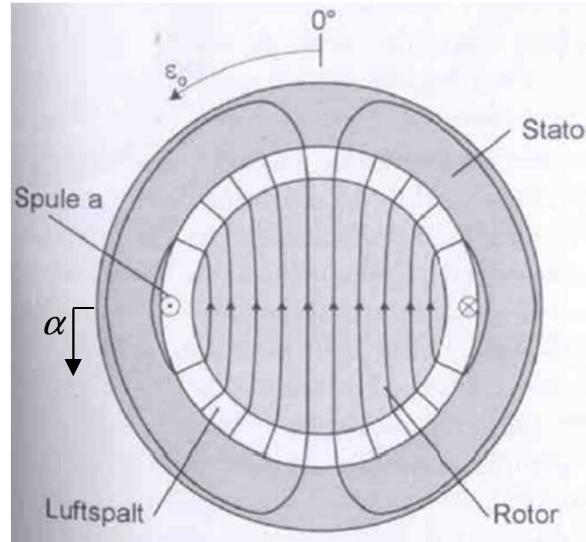
# Asynchronmaschine

## Bauarten – Käfig- bzw. Kurzschlussläufer



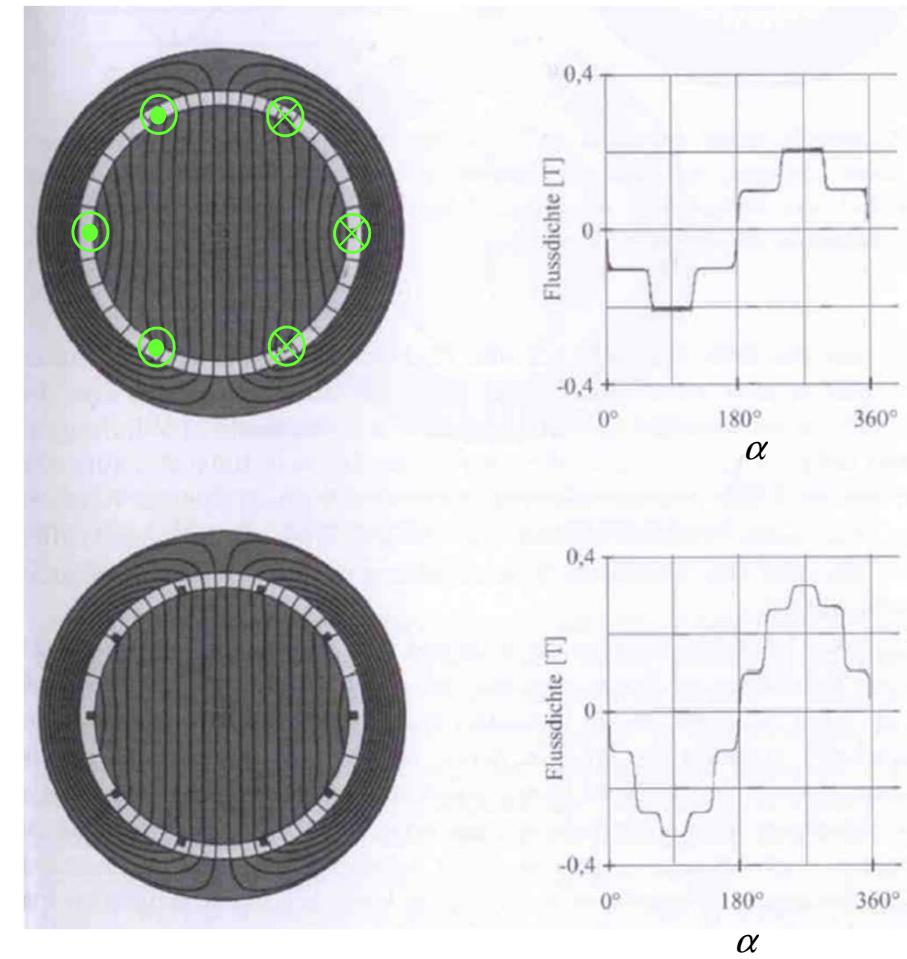
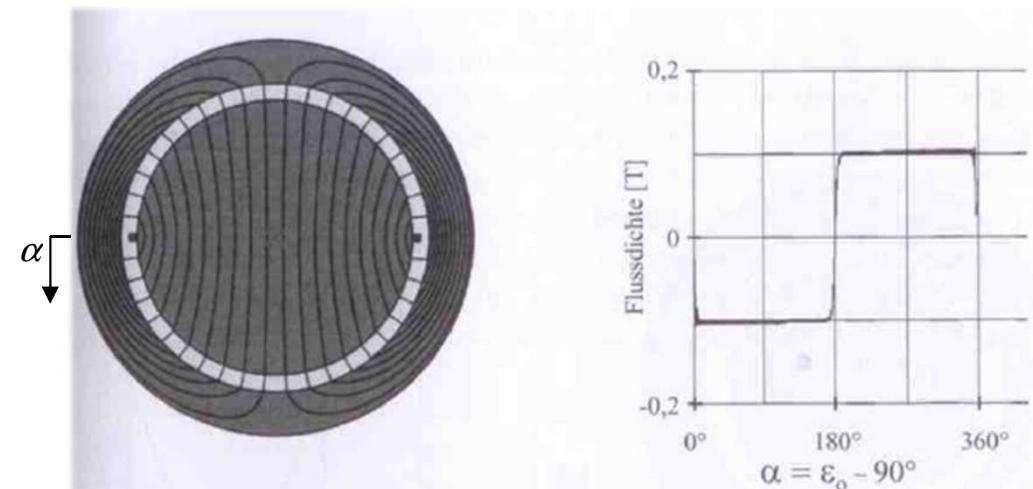
# Asynchronmaschine

## B-Feld bei konstantem Spulenstrom

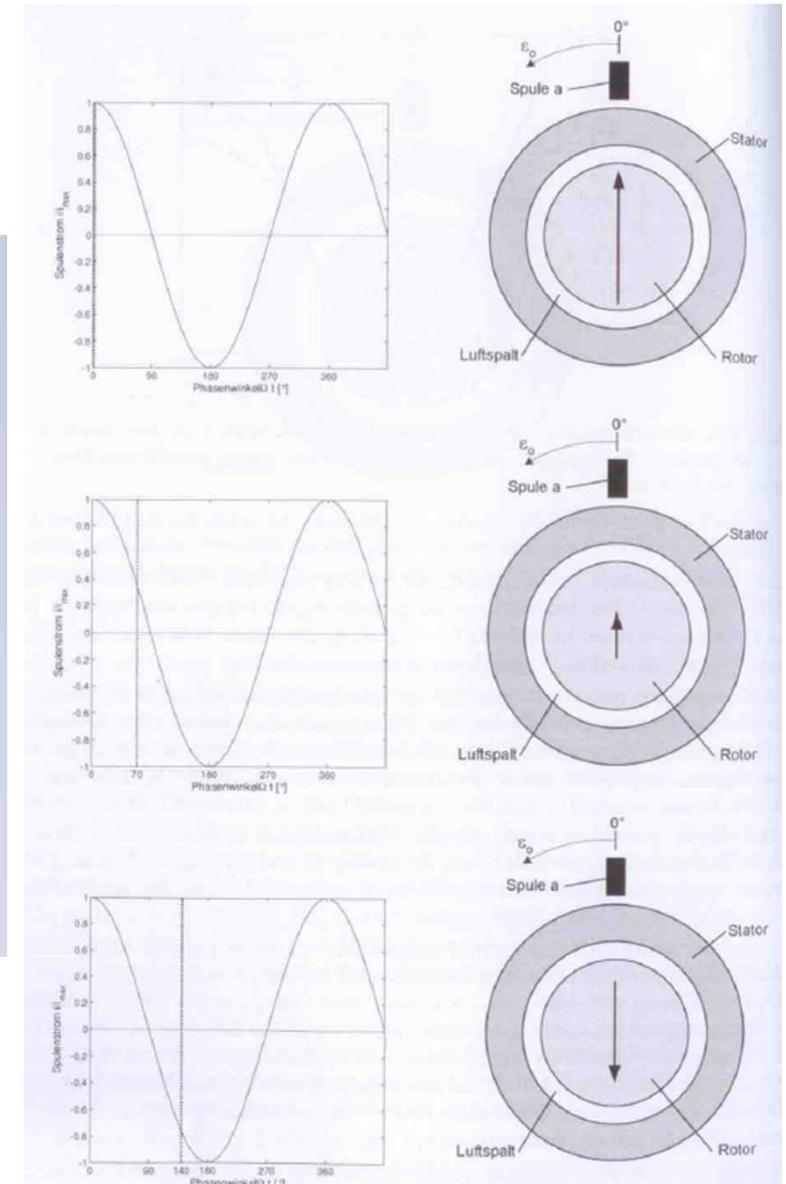
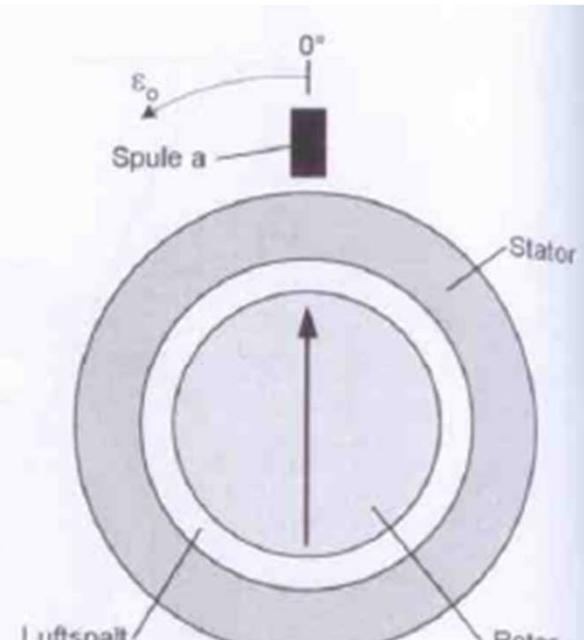
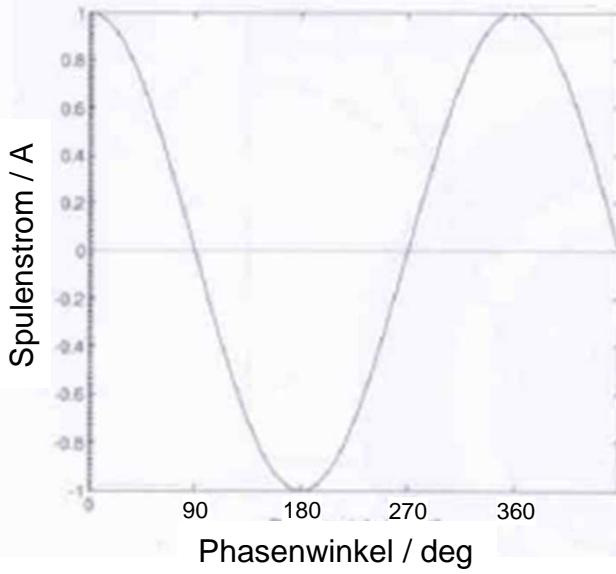


# Asynchronmaschine

## B-Feld bei konstantem Spulenstrom – Über den Umfang verteilte Strangwicklung

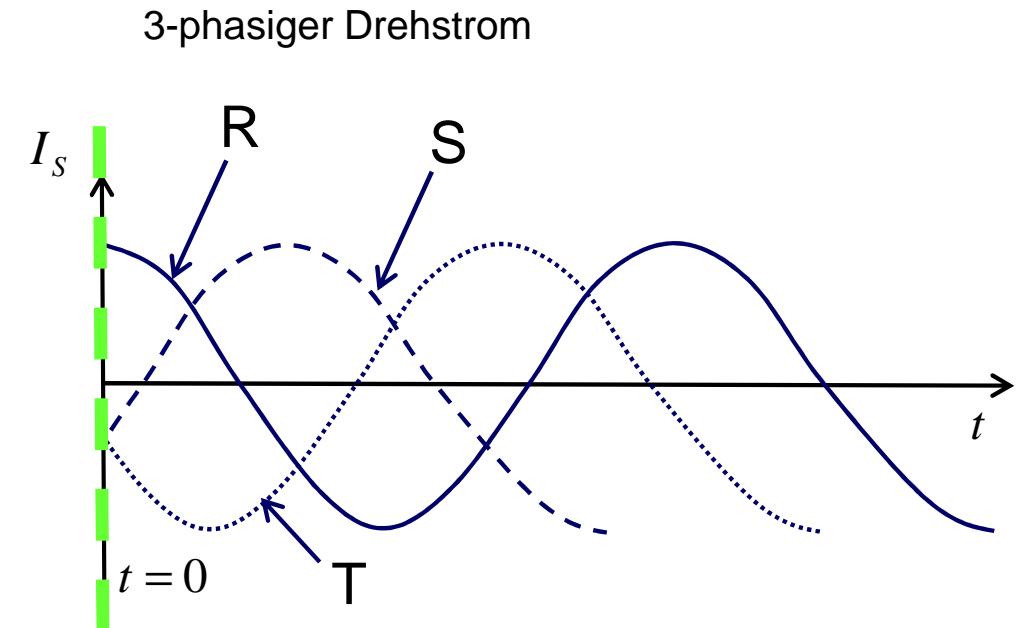
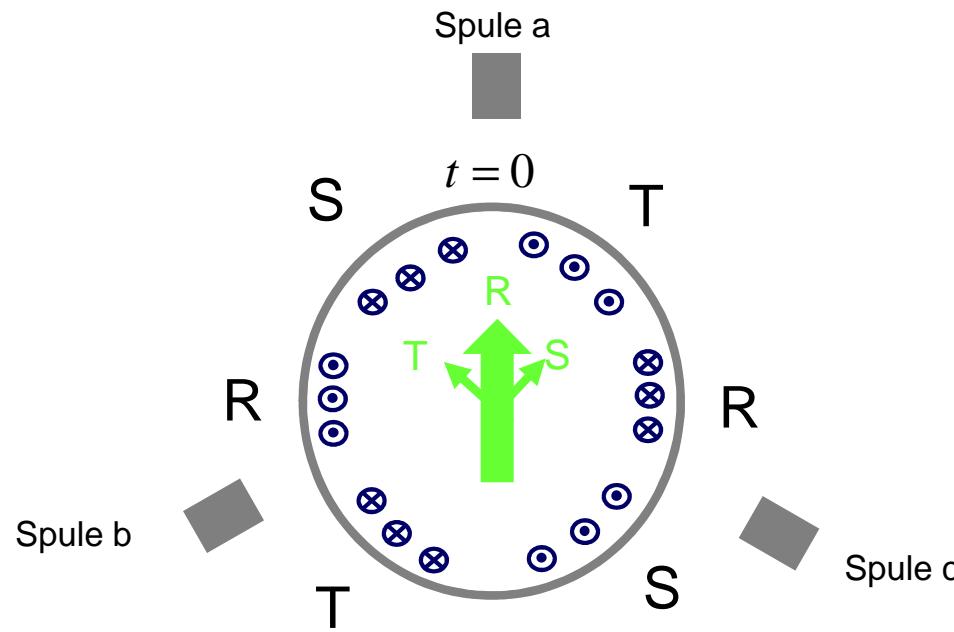


# Asynchronmaschine B-Feld bei harmonischem Spulenstrom



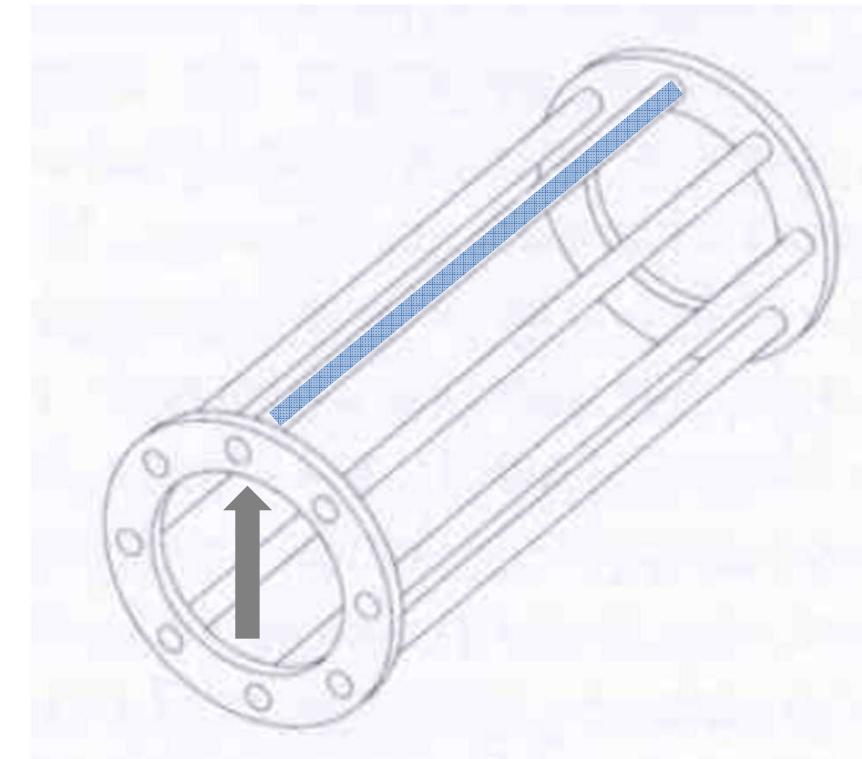
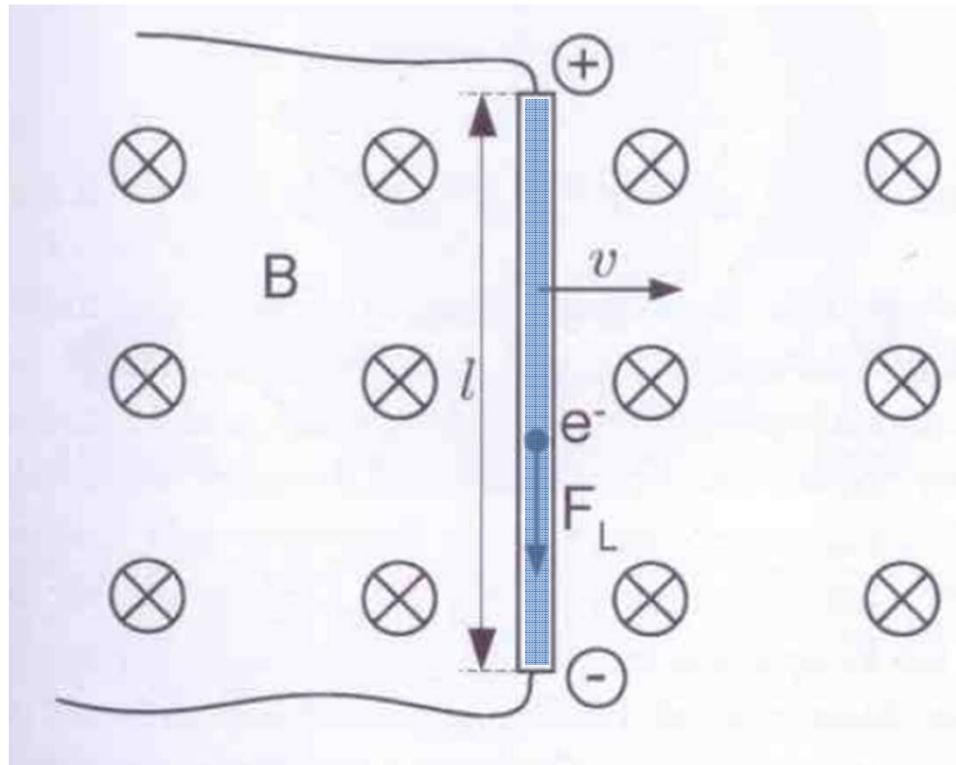
# Asynchronmaschine

## Erzeugung eines Drehfeldes durch den Stator



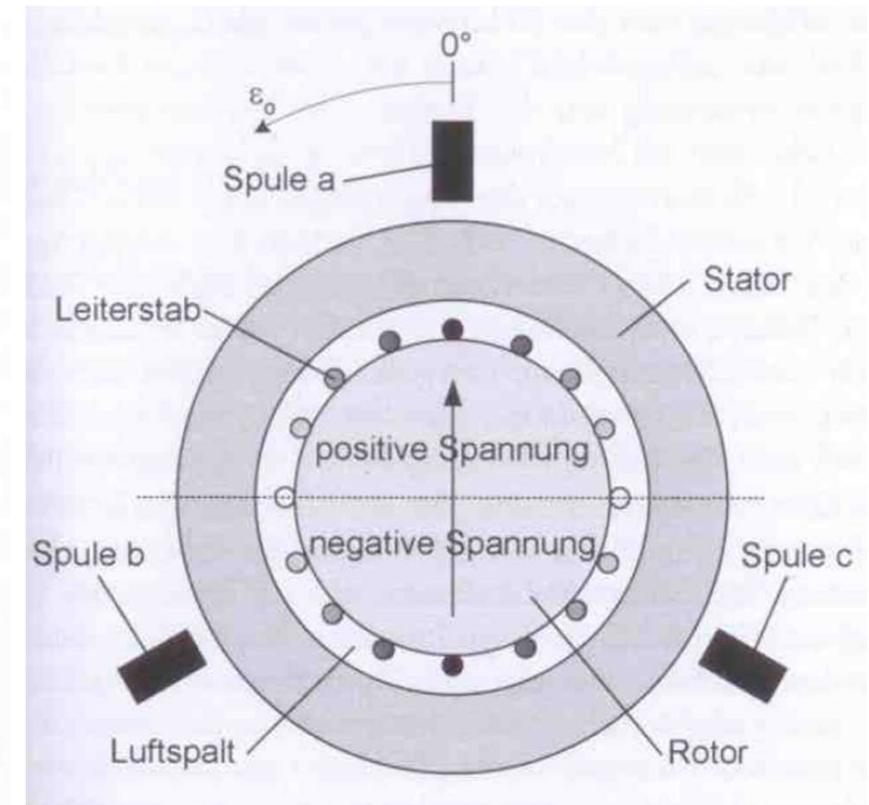
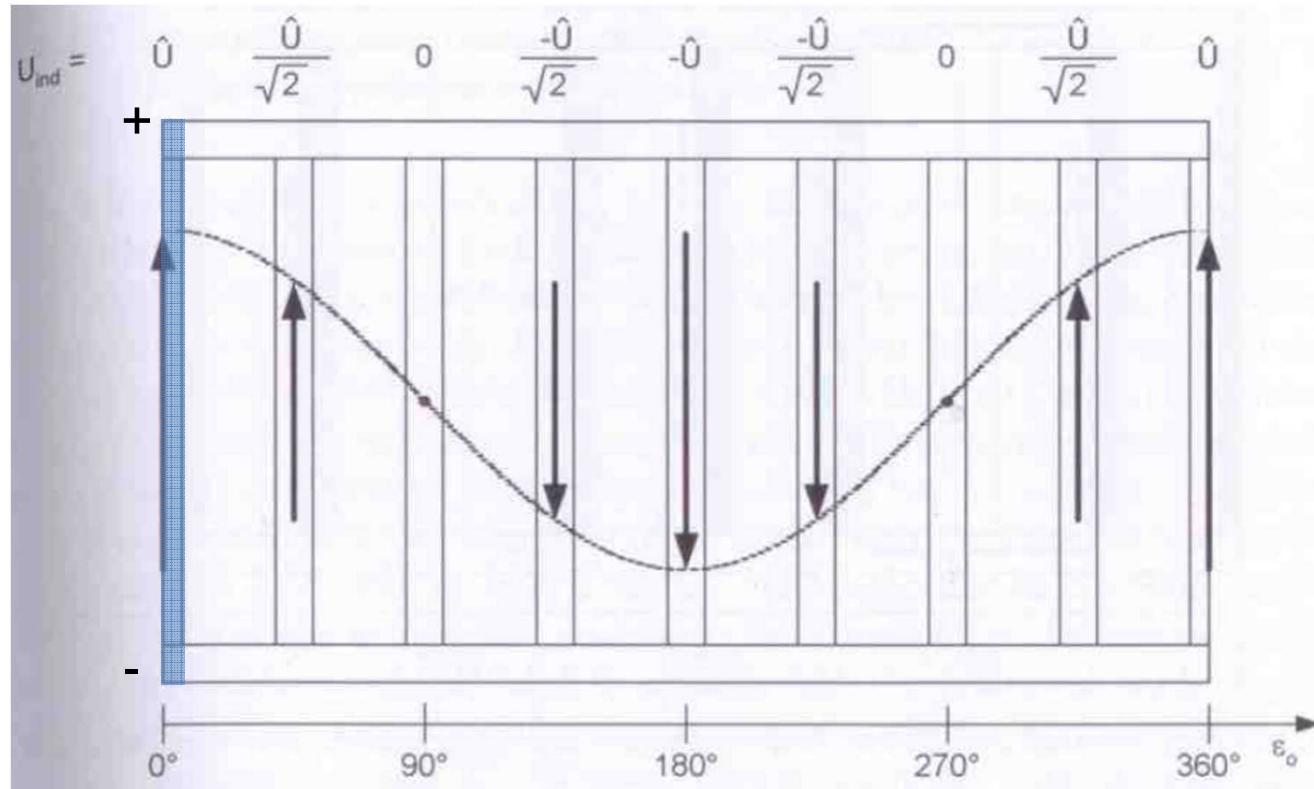
# Asynchronmaschine

## Spannungsinduktion im Käfig (Rotor)



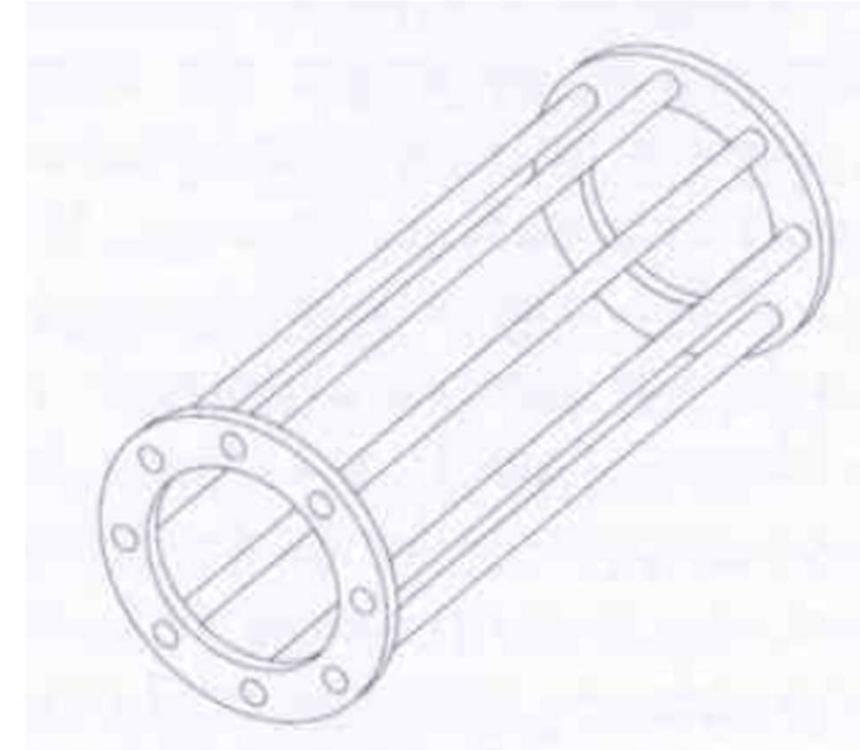
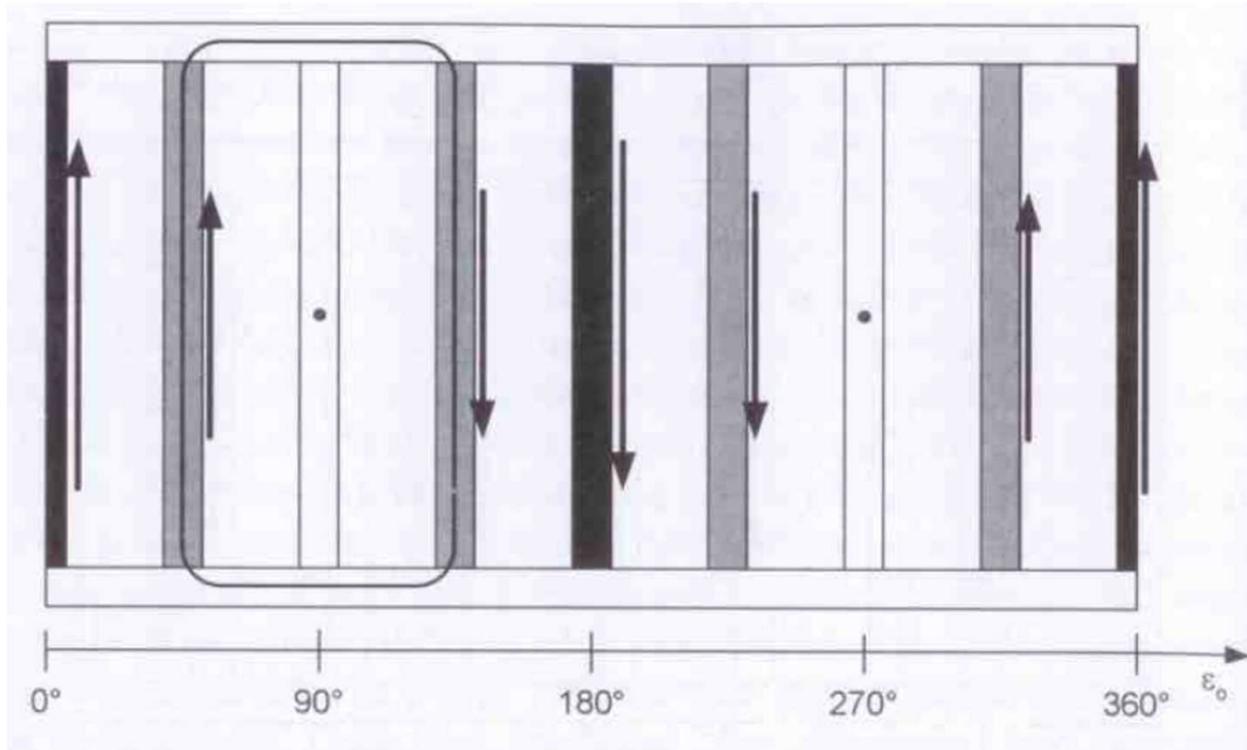
# Asynchronmaschine

## Spannungsinduktion im Käfig (Rotor)



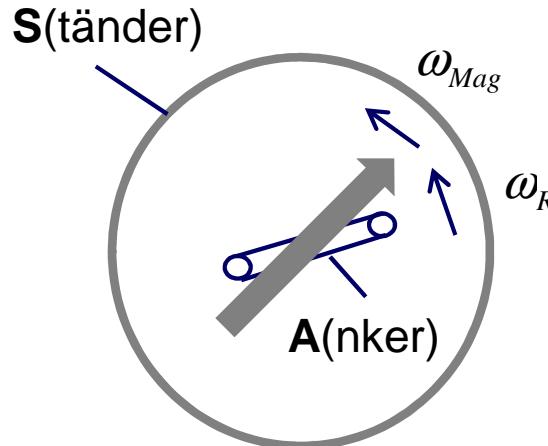
# Asynchronmaschine

## Stromfluss und Lorentzkraft im Käfig (Rotor)



# Asynchronmaschine

## Entstehung des Drehmomentes



$$Schlupf \quad s = \frac{\omega_{Mag} - \omega_R}{\omega_{Mag}}$$

$c$  - Maschinenkonstante

$n_{A / S}$  - Anzahl der Windungen

$U_{S0}$  - Amplitude der Wechselspannung

Drehstrom erzeugt umlaufendes Magnetfeld



Relativgeschw. zwischen Rotor/Stator induziert Spannung in kurzgeschlossener Ankerspule (ohne Herleitung)

$$U_{A0} = c \frac{n_A}{n_S} U_{S0} s$$

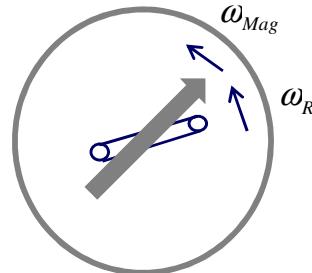


Induzierte Spannung erzeugt Lorenzkraft bzw. Drehmoment auf Anker

$$F_L = I l B$$

# Asynchronmaschine

## $U_{A0}$ bei verschiedenen Betriebszuständen



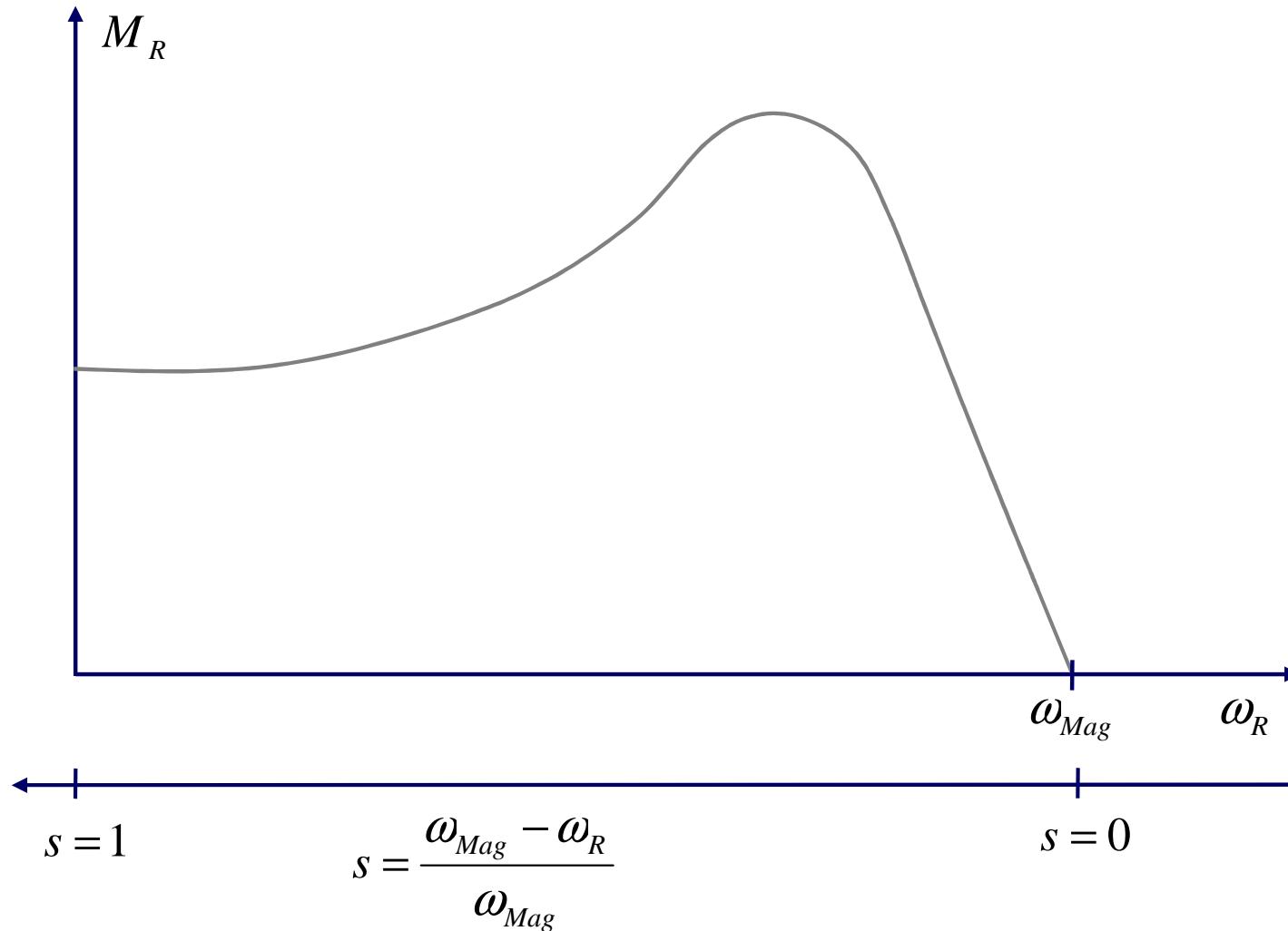
$$\omega_{Mag} = \text{const.}$$

$$Schlupf \quad s = \frac{\omega_{Mag} - \omega_R}{\omega_{Mag}}$$

Leistungsform	$\omega_R$	$s$	$U_{A0}$
Stillstand	$\omega_R = 0$		
Asynchroner Betrieb	$0 < \omega_R < \omega_{Mag}$		
Synchron-drehzahl	$\omega_R = \omega_{Mag}$		

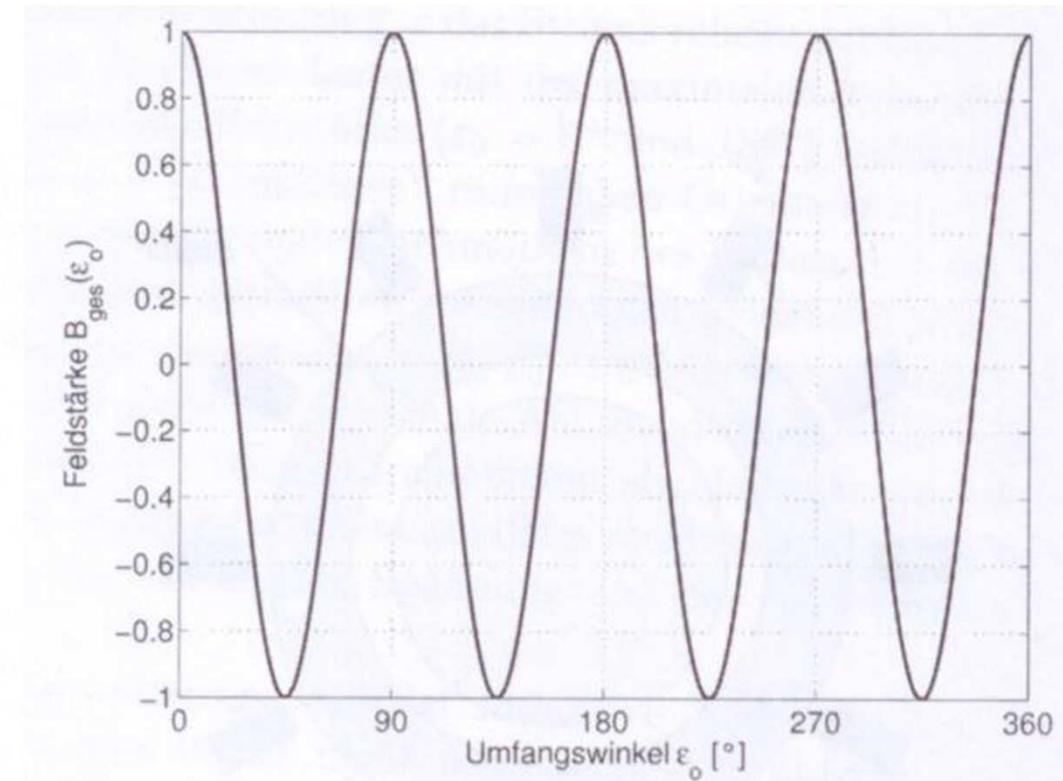
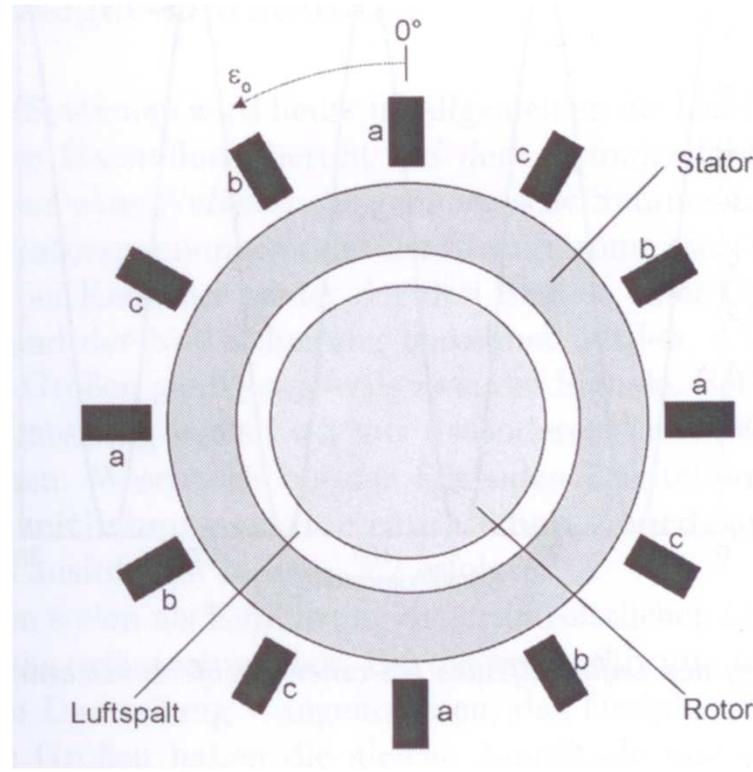
# Asynchronmaschine

## M- $\omega$ Kennlinie des Asynchronmotors

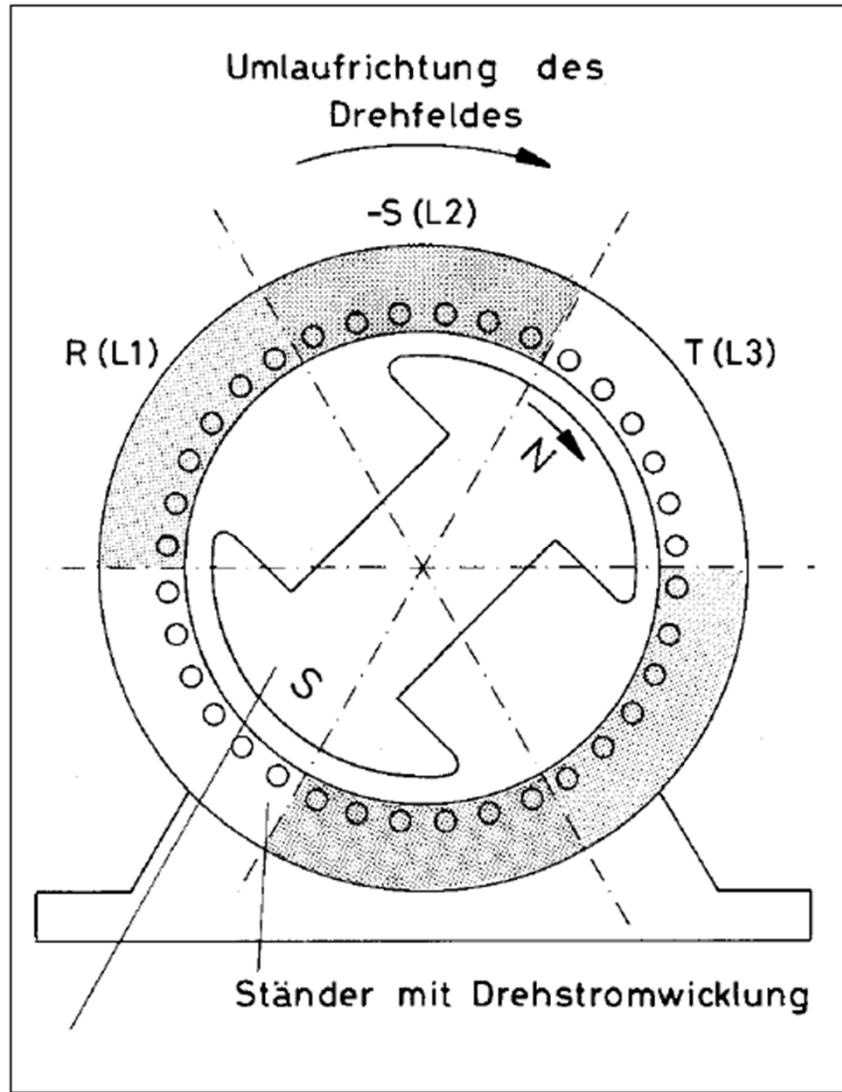


# Asynchronmaschine

## Einfluss der Polpaarzahl



# Synchronmaschine (permanenterregt – BLDC) Funktionsprinzip



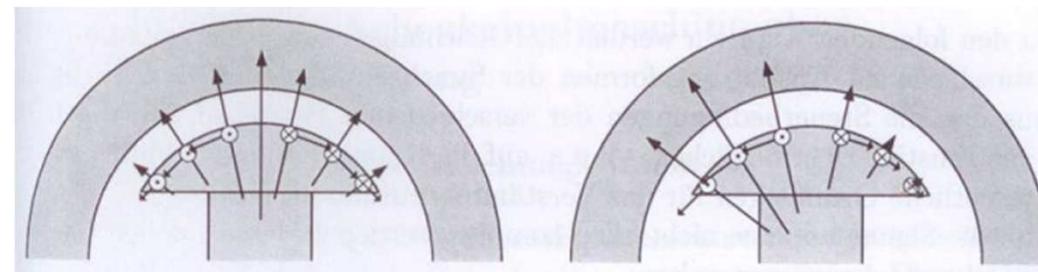
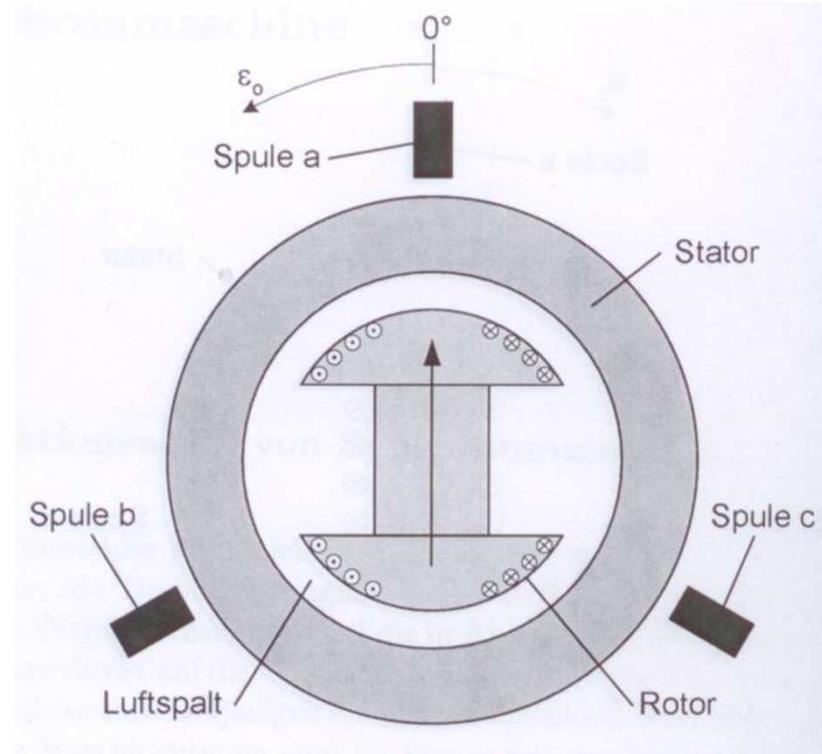
## Vorteile:

- hoher Wirkungsgrad
- geringes Massenträgheitsmoment
- wartungsarm

## Nachteile:

- Magnetmaterial teuer
- hoher Regelaufwand

# Synchronmaschine (permanenterregt – BLDC) Funktionsprinzip



Rotormagnetfeld erzeugt  
umlaufende Oberflächenströme  
(Strombelag) auf den Köpfen  
des Schenkelpolrotors



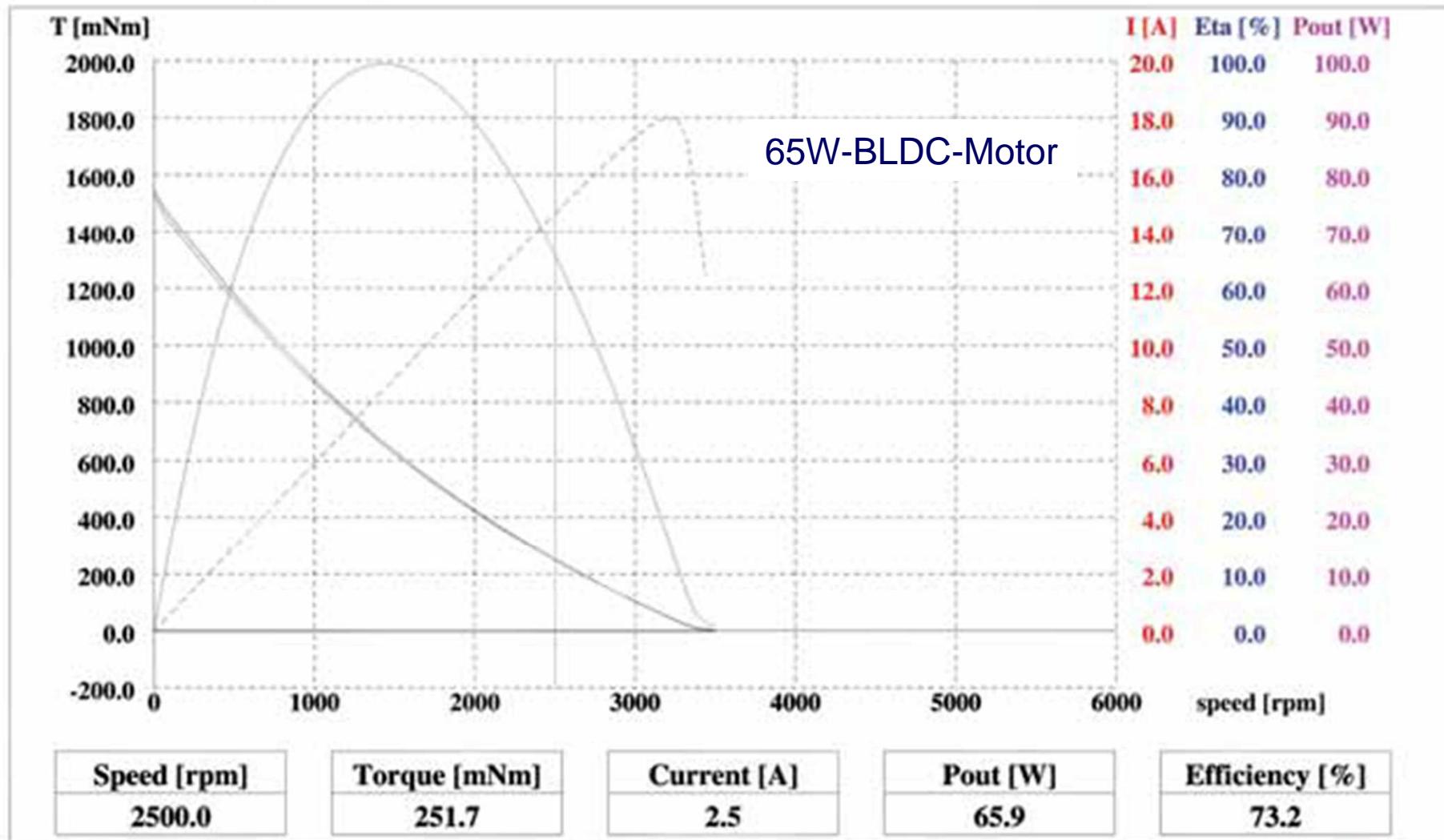
Strombelag und B-Feld des  
Stators ergeben Lorentzkraft

- 0 bei  $0^\circ$  Differenz B-Feld  
Stator-Rotor
- Maximal bei  $90^\circ$  Differenz

# Synchronmaschine (permanenterregt – BLDC)

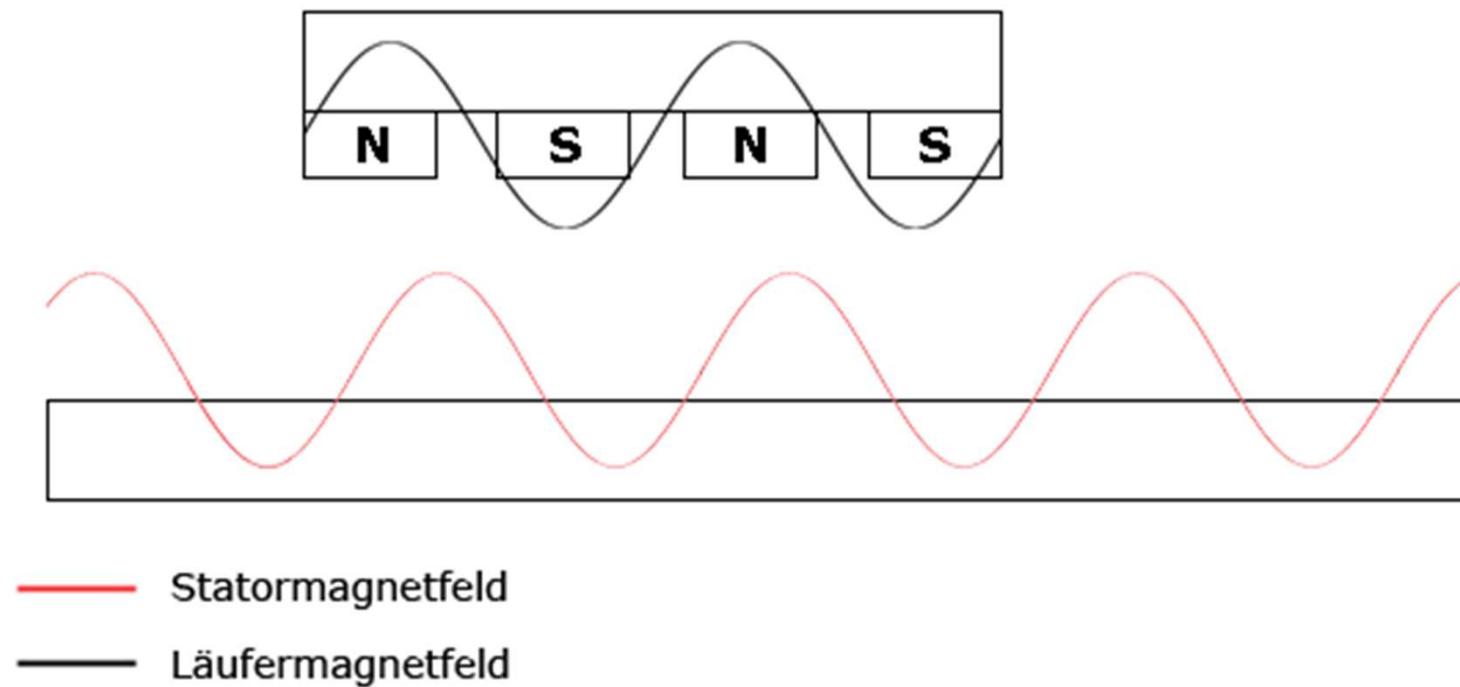
## Kennlinien

**Torque / speed - characteristic**



# Synchronmaschine (permanenterregt – BLDC)

## Funktionsprinzip (synchron)



**Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!**

# Fahrzeugmechatronik I

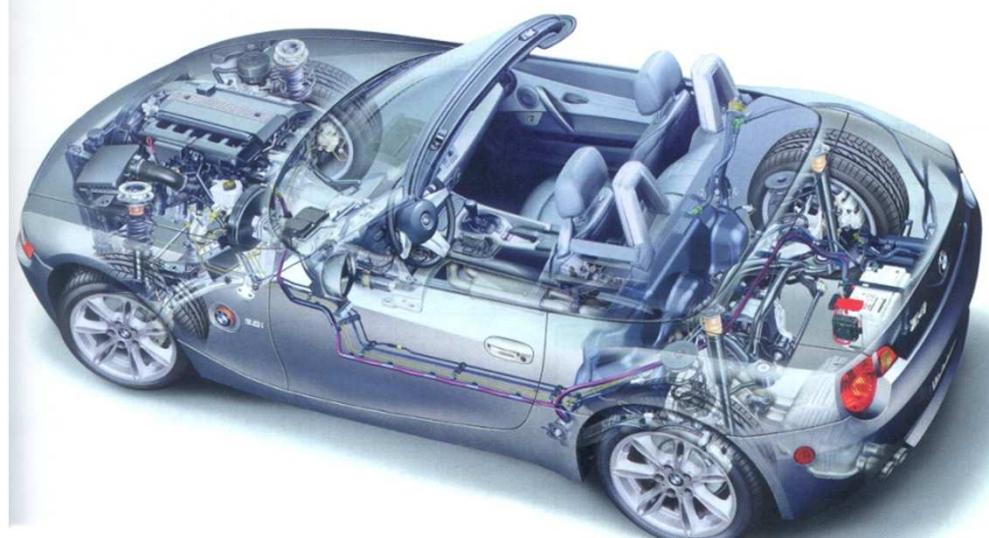
## Aktoren



**Prof. Dr.-Ing. Steffen Müller  
M.Sc. Osama Al-Saidi  
Fachgebiet Kraftfahrzeuge • Technische Universität Berlin**

---

# Fluidische Aktoren Anwendungsbeispiele in der Fahrzeugtechnik



# Fluidische Aktoren

## Hydraulik vs. Pneumatik

Merkmal	Hydraulik-Aktor	Pneumatik-Aktor
Druckbereich mit Anwendungen:		
Niederdruck	30–50 bar Werkzeugmaschinen	bis 1 bar Steuerungen
Mitteldruck	bis 170 bar Transportanlagen, Baumaschinen, Fahrzeuge	
Hochdruck	bis 420 bar Pressen, Spannvorrichtungen, Flugzeughydraulik	6–10 bar Pressen, Spannvorrichtungen, Arbeitsgeräte
Geschwindigkeit	klein	groß
Strömung	bis 5 m/s	bis 40 m/s
Arbeitskolben	bis 0,15 m/s	0,01–1,5 m/s
Kräfte/Momente	groß	klein
Regelbarkeit:		
Geschwindigkeit	sehr gut	schlecht
Kraft/Moment	sehr gut	gut
Leistungsdichte	sehr groß	klein
Kompressibilität des Fluids	klein	groß
Leckverlust	gering	groß
Fluidrückführung in	Behälter	Umgebung

Heimann, Gerth, Popp:  
Mechatronik

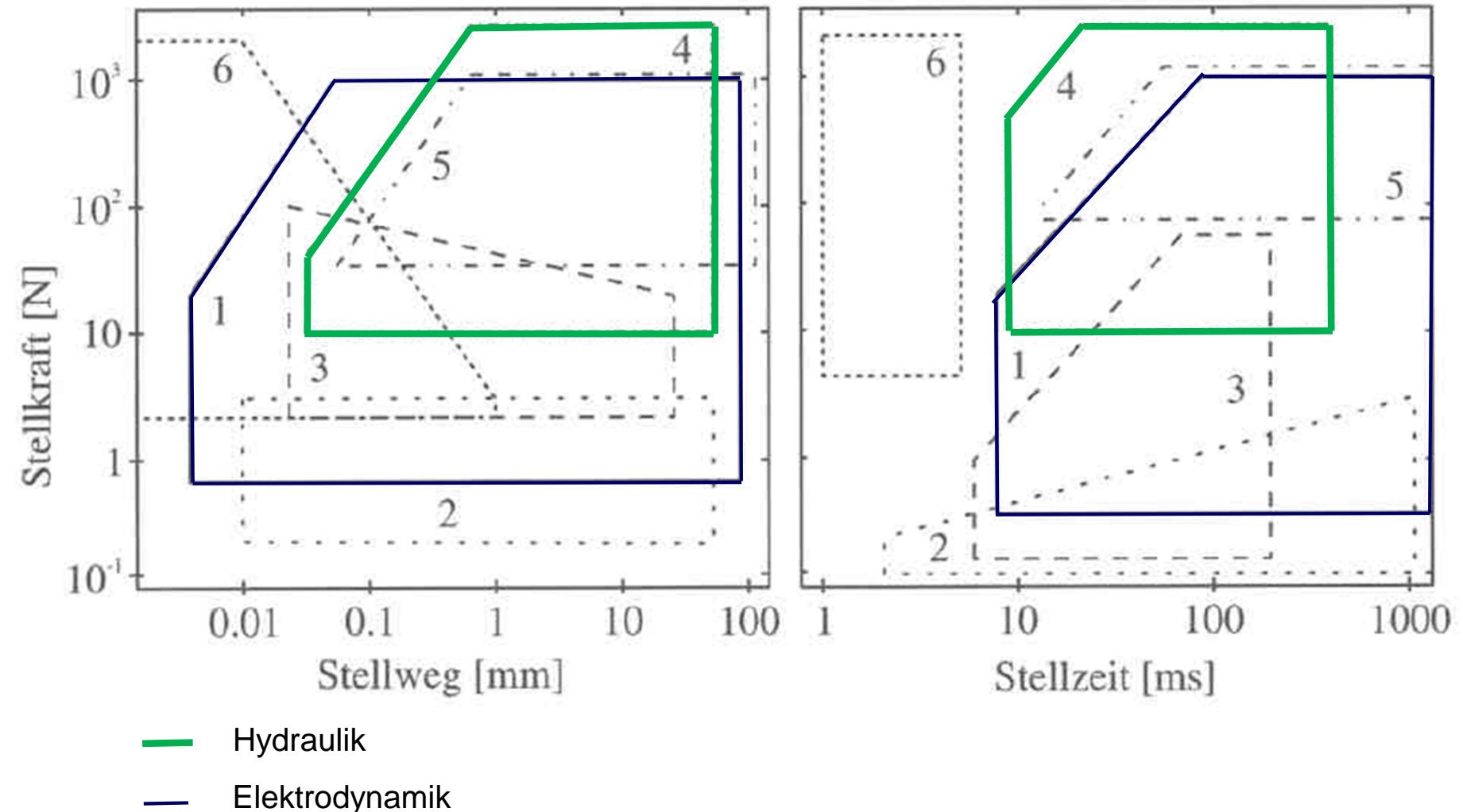
# Hydraulische Aktoren

## Hydraulik vs. Elektrodynamik

Eigenschaften	Elektrodynamische Aktoren	Hydraulische Aktoren
Vorteile	<ul style="list-style-type: none"><li>• gute Stellgenauigkeit</li><li>• großer Frequenzbereich</li><li>• großer Einsatzbereich</li><li>• kompakte Einheiten</li><li>• bedarfsgerechter Energieverbrauch</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Hohe Leistungsdichte (ohne Versorgung)</li><li>• große Kräfte</li><li>• flexibles Package</li></ul>
Nachteile	<ul style="list-style-type: none"><li>• große bewegte Massen</li><li>• relativ kleine Kräfte</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• „schmutzige“ Technik</li><li>• Variantenvielfalt (z.B. Leitungen)</li><li>• Beeinflussung des Systemverhaltens durch Fluidodynamik</li></ul>
Regel- frequenzbereich	< 1000 Hz	< 250 Hz

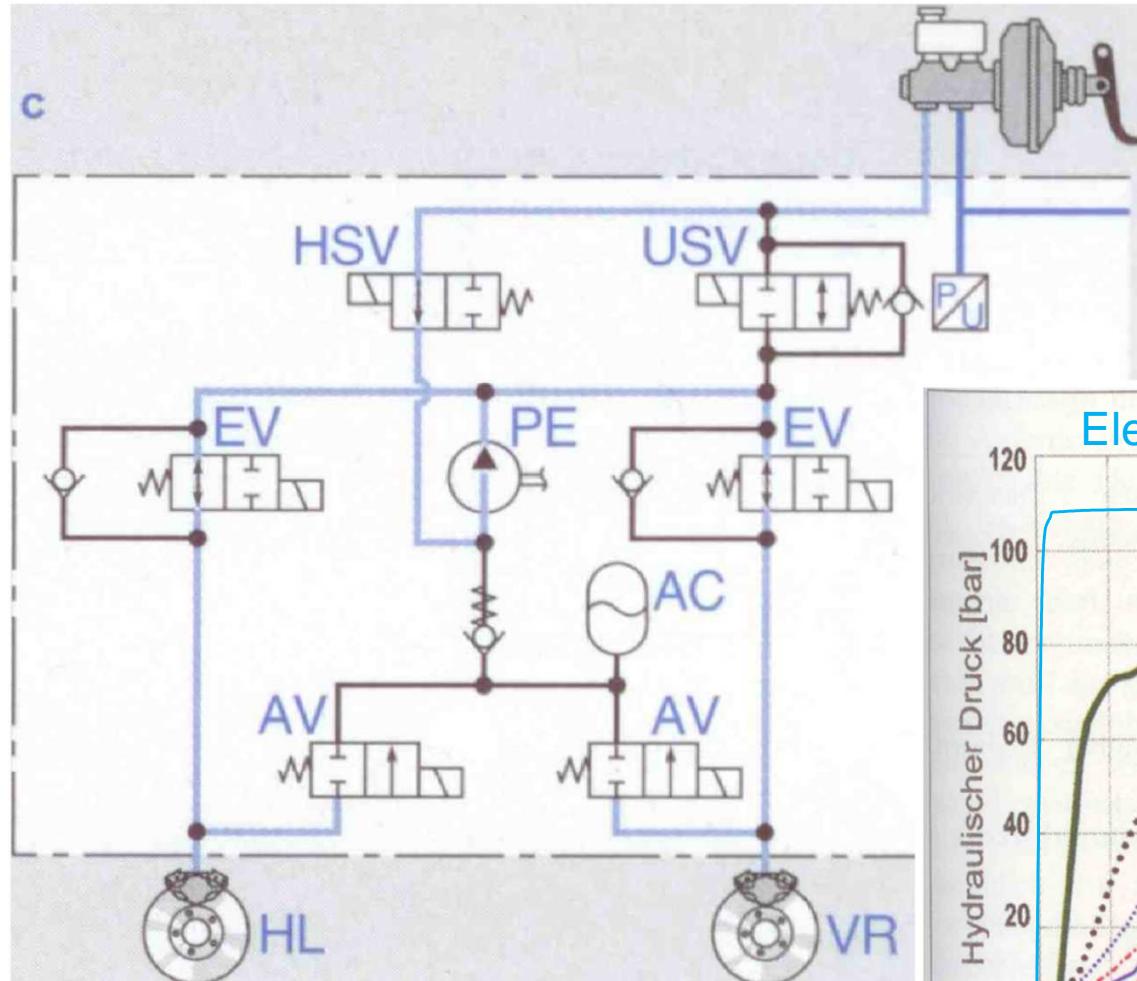
# Hydraulische Aktoren

## Hydraulik vs. Elektrodynamik



# Hydraulische Aktoren

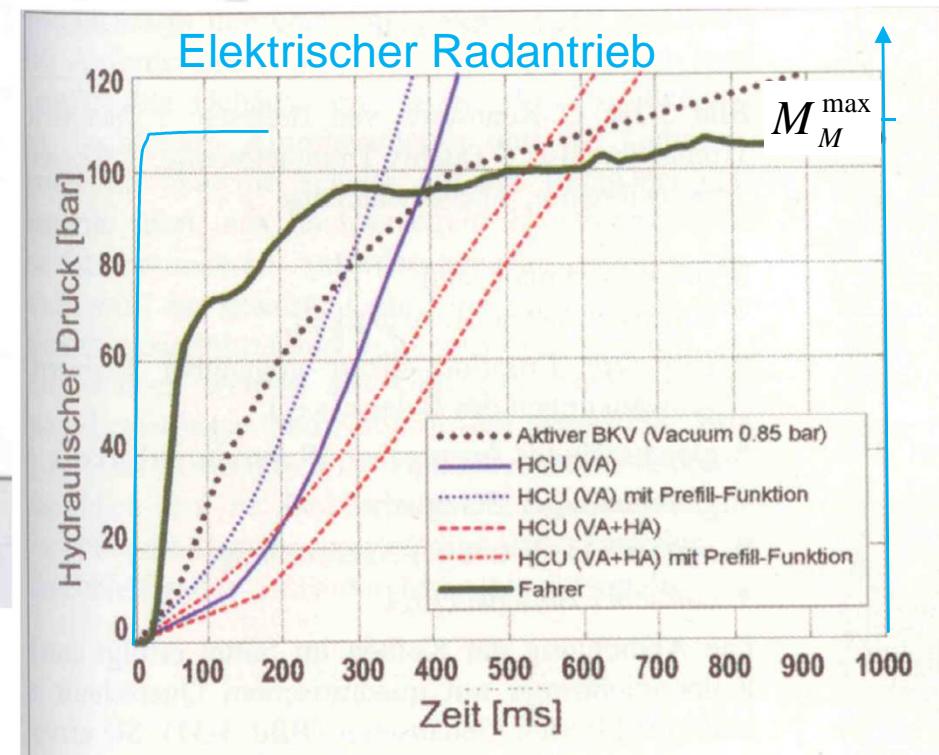
## Hydraulik vs. Elektrodynamik



Quelle: Bosch, Sicherheits- und Komfortsysteme, Vieweg, 2004.

Quelle: Heißing, Fahrwerkhandbuch, Vieweg, 2008.

**Anstiegszeiten  
hydraulische  
Bremsdynamik**  
400 – 600 ms



# Hydraulische Aktoren

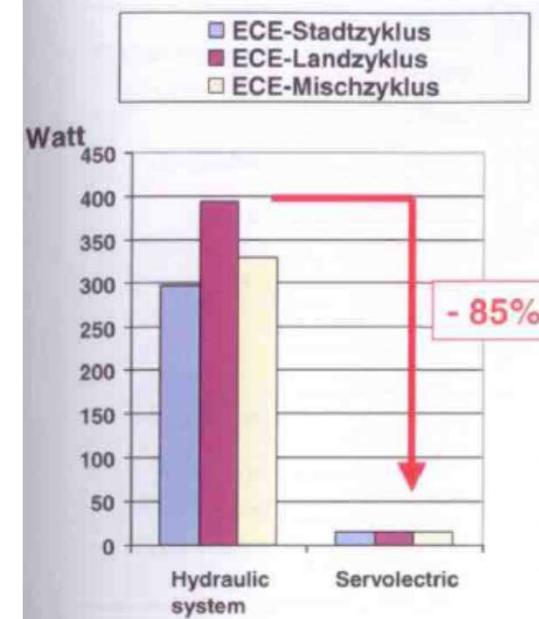
## Hydraulik vs. Elektrodynamik



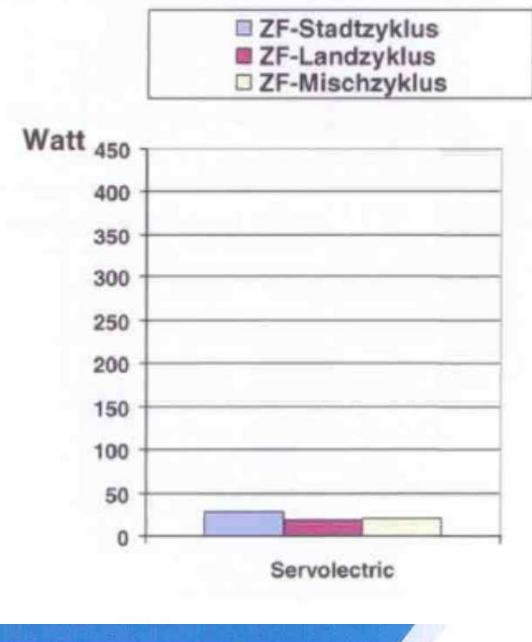
Elektrische  
Servolenkung

### Beispiel PKW-Lenkung

Prüfstandsmessung



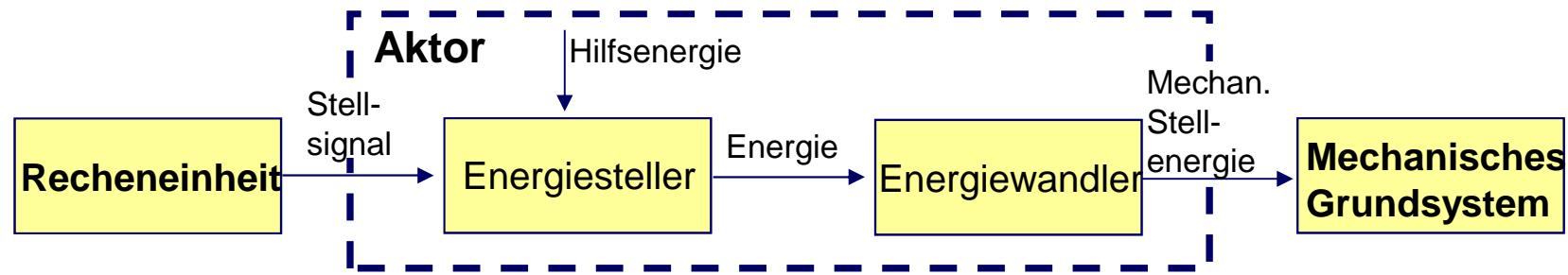
Reale Messung



Elektrische Aktoren ermöglichen eine bedarfsgerechte Ansteuerung

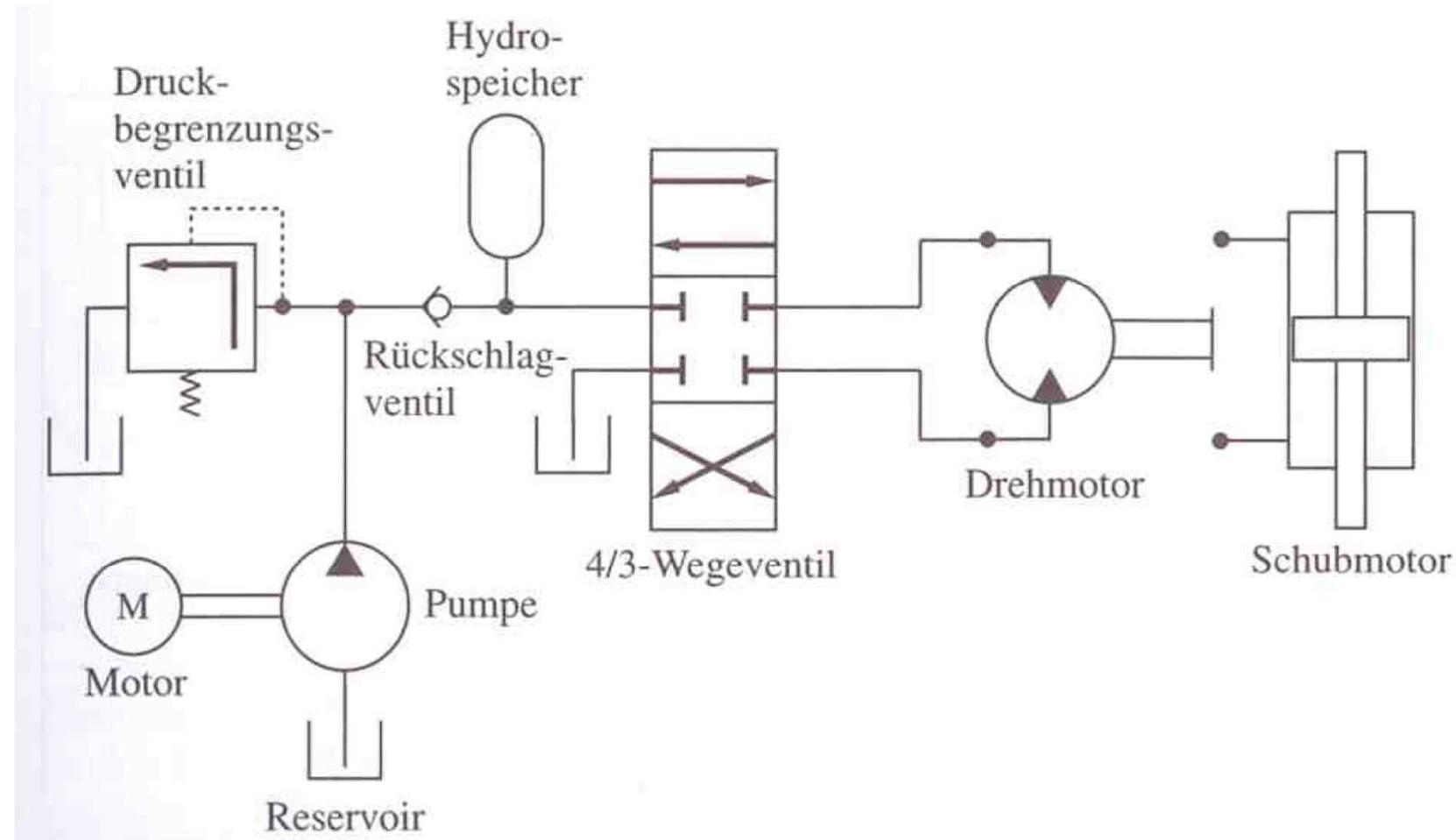
# Hydraulische Aktoren

## Prinzipielle Funktionsweise



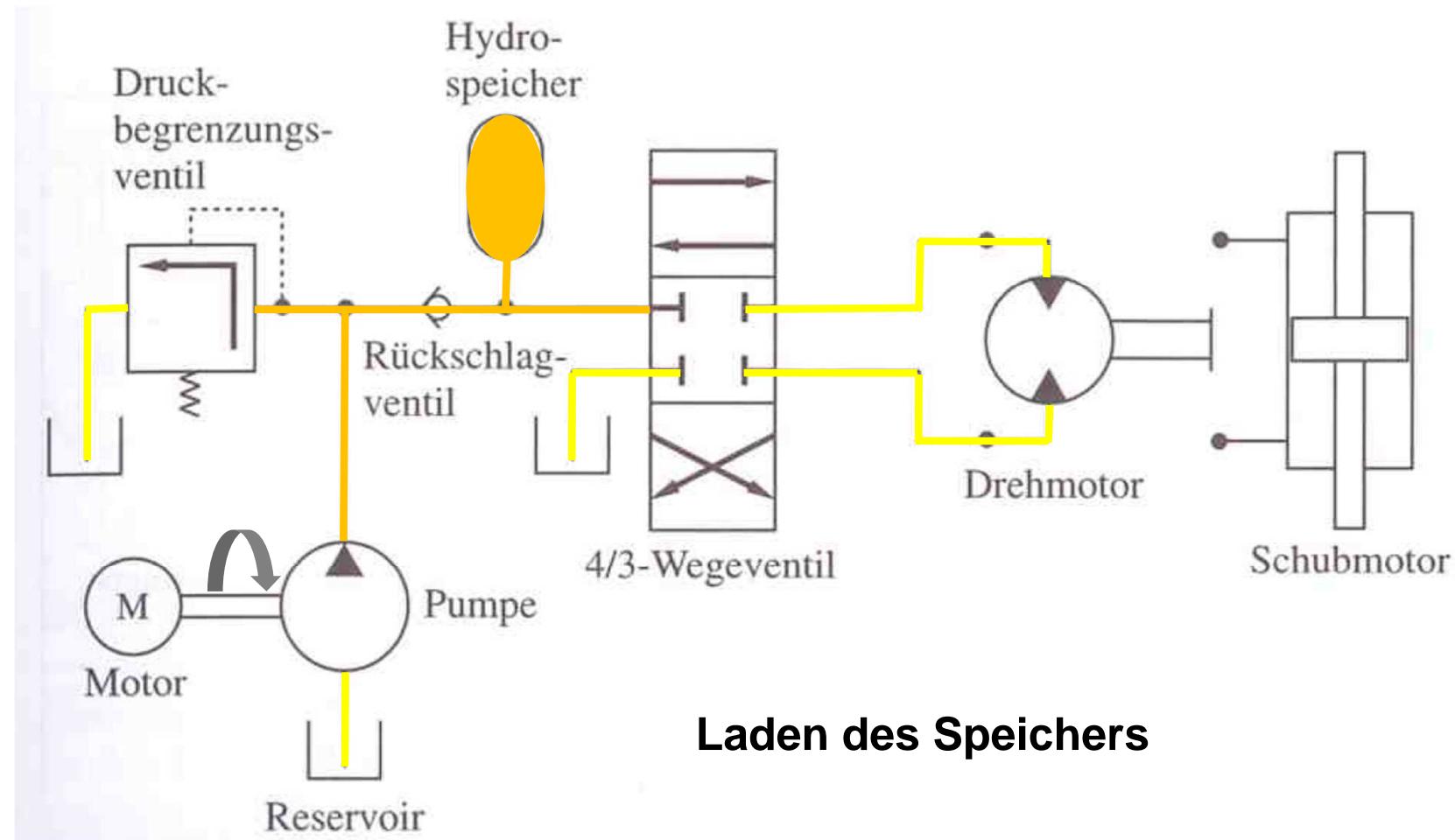
# Grundlagen hydraulischer Aktoren

## Beispiel für prinzipielle Funktionsweise



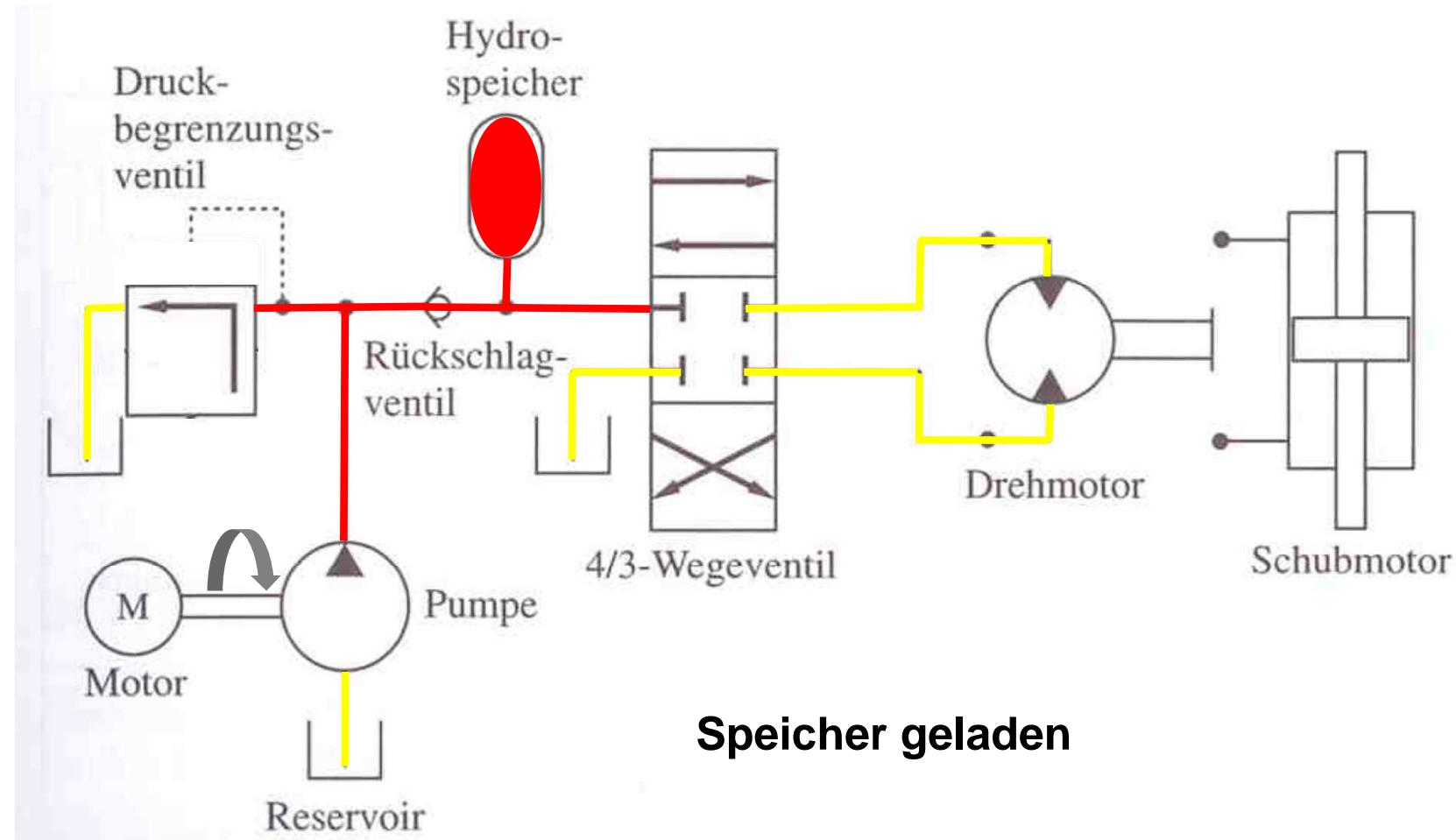
# Grundlagen hydraulischer Aktoren

## Beispiel für prinzipielle Funktionsweise



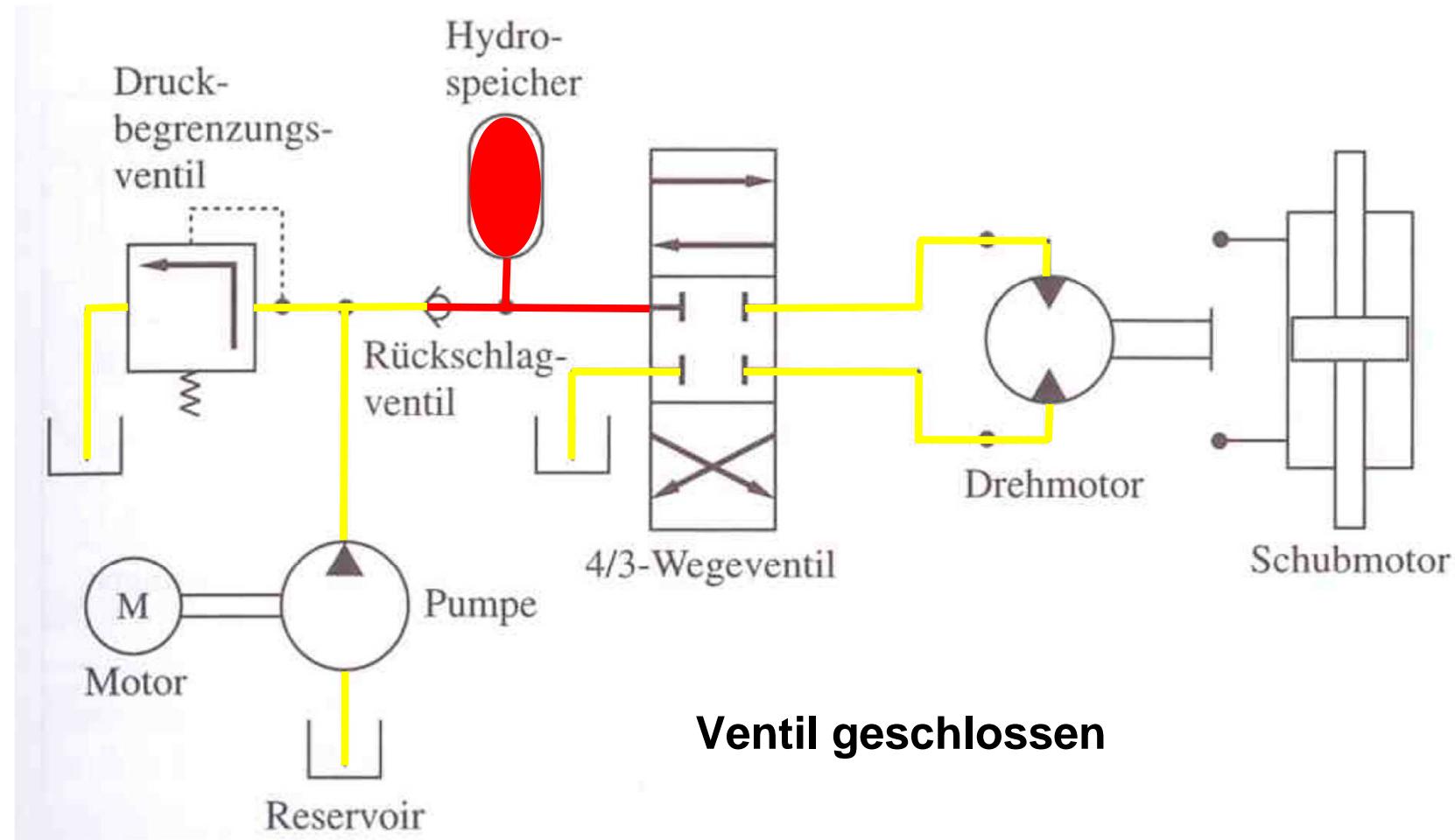
# Grundlagen hydraulischer Aktoren

## Beispiel für prinzipielle Funktionsweise



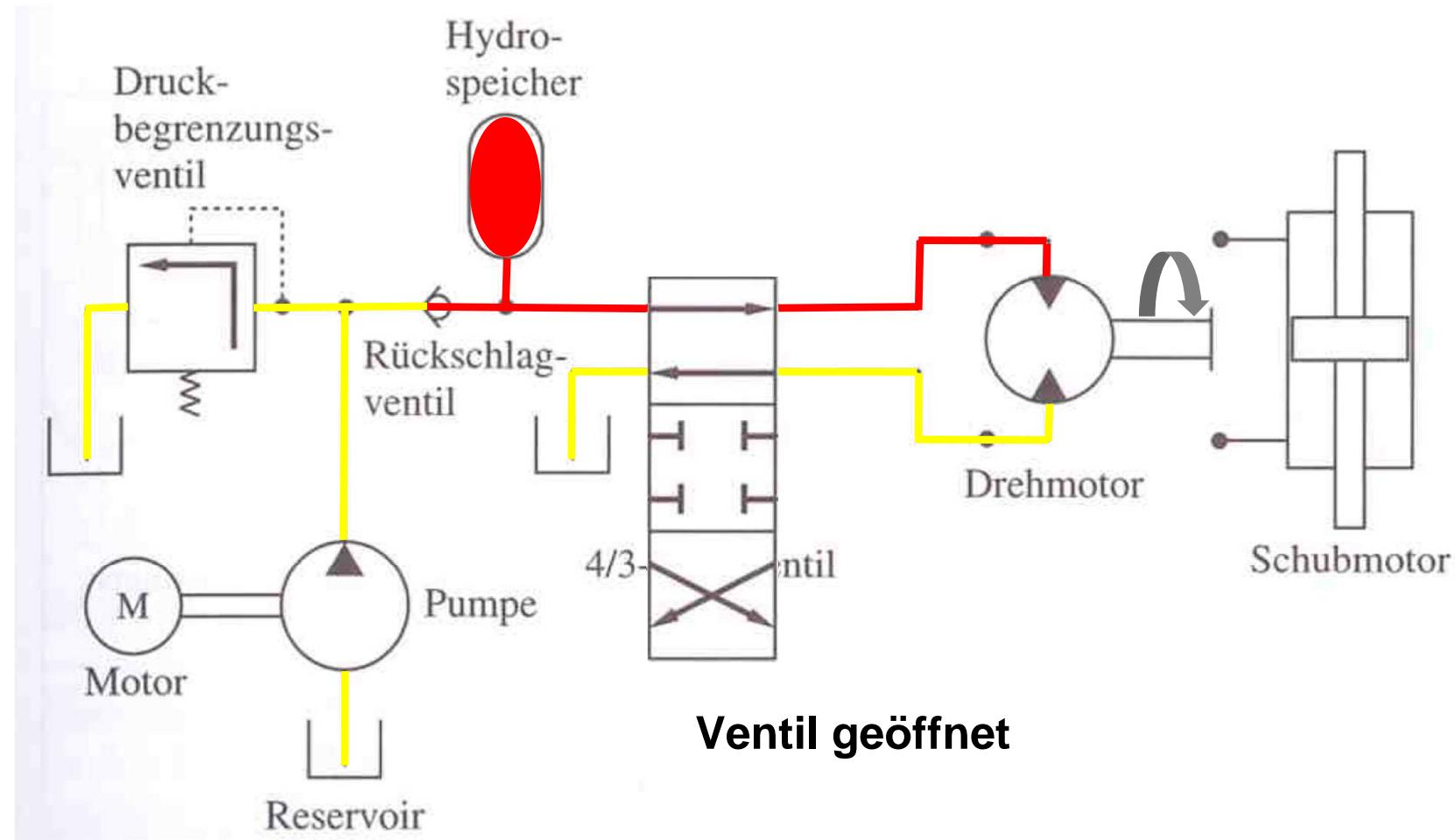
# Grundlagen hydraulischer Aktoren

## Beispiel für prinzipielle Funktionsweise



# Grundlagen hydraulischer Aktoren

## Beispiel für prinzipielle Funktionsweise



# Grundlagen hydraulischer Aktoren

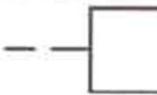
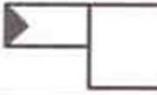
## Symbolik nach DIN ISO 1219-1 (Auswahl)

Ifd.Nr.	Symbol	Bedeutung
1		Strömungsrichtung des Fluids
2		Verstellbarkeit
3	Betätigungsarten	
3a		Muskelkraft
3b		Stößel oder Taster
3c		Feder
3d		Elektromagnet (schaltend)
3e		Proportionalmagnet

Will, Ströhli, Gebhardt:  
Hydraulik

# Grundlagen hydraulischer Aktoren

## Symbolik nach DIN ISO 1219-1 (Auswahl)

3f		hydraulisch direktwirkend
3g		hydraulisch indirektwirkend
3h		Elektromotor
4		Druckleitung, Rückflußleitung, elektrische Leitung
5		Steuerleitung, Leckleitung, Spül- oder Entlüftungsleitung
6		flexible Leitung
7		Leitungskreuzung (keine Verbindung)
8		Leitungsverbindung

Will, Ströhl, Gebhardt:  
Hydraulik

# Grundlagen hydraulischer Aktoren

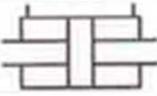
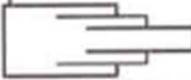
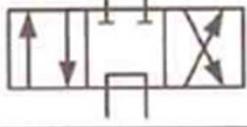
## Symbolik nach DIN ISO 1219-1 (Auswahl)

9		Entlüftung, kontinuierlich
10		Behälter, Leitungsende unterhalb des Fluidspiegels
11		Druckflüssigkeitsspeicher
12		Druckquelle
14		Pumpe mit konstantem Verdrängungsvolumen, einer Förderrichtung und einer Drehrichtung
15		Pumpe mit veränderbarem Verdrängungsvolumen und zwei Förderrichtungen
16		Rotationsmotor mit konstantem Verdrängungsvolumen und einer Drehrichtung
17		Rotationsmotor mit veränderbarem Verdrängungsvolumen und zwei Drehrichtungen
18		einfachwirkender Zylinder mit Tauchkolben
19		doppeltwirkender Zylinder mit einseitiger Kolbenstange

Will, Ströhl, Gebhardt:  
Hydraulik

# Grundlagen hydraulischer Aktoren

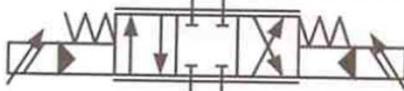
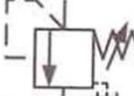
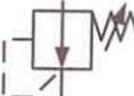
## Symbolik nach DIN ISO 1219-1 (Auswahl)

20		doppeltwirkender Zylinder mit zweiseitiger Kolbenstange
21		Teleskopzylinder einfachwirkend
22		Drosselventil einstellbar
23		Absperrventil
24		Rückschlagventil, ohne Druckabfall
25		Rückschlagventil, mit Druckabfall
26		Rückschlagventil, entsperrbar
27		4/3-Wegeventil
28		4/2-Wegeventil mit Elektromagnet und Federrückführung

Will, Ströhl, Gebhardt:  
Hydraulik

# Grundlagen hydraulischer Aktoren

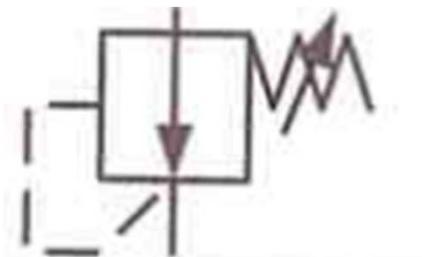
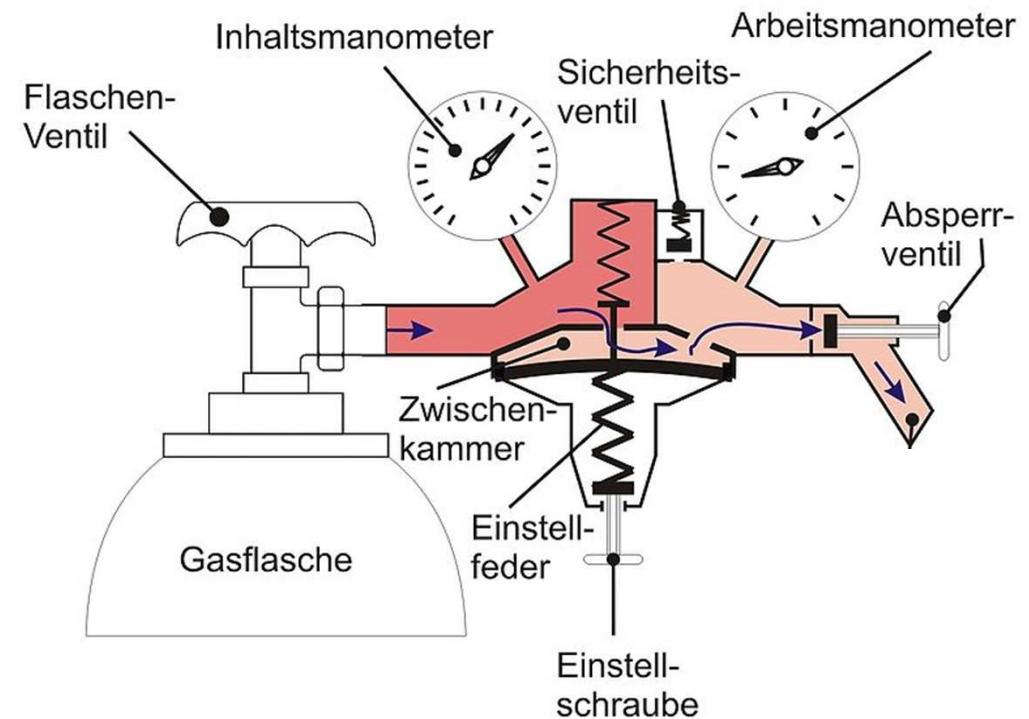
## Symbolik nach DIN ISO 1219-1 (Auswahl)

29		Servoventil, zweistufig, mit positiver Überdeckung
30		Druckbegrenzungsventil, direktgesteuert, mit externem Leckanschluß
31		Druckreduzierventil, einstufig,
32		2-Wege-Stromregelventil
33		3-Wege-Stromregelventil
34		Filter
35		Kühler
36		Vorwärmer
37		Manometer
38		Volumenstrommesser
39		Thermometer

Will, Ströhl, Gebhardt:  
Hydraulik

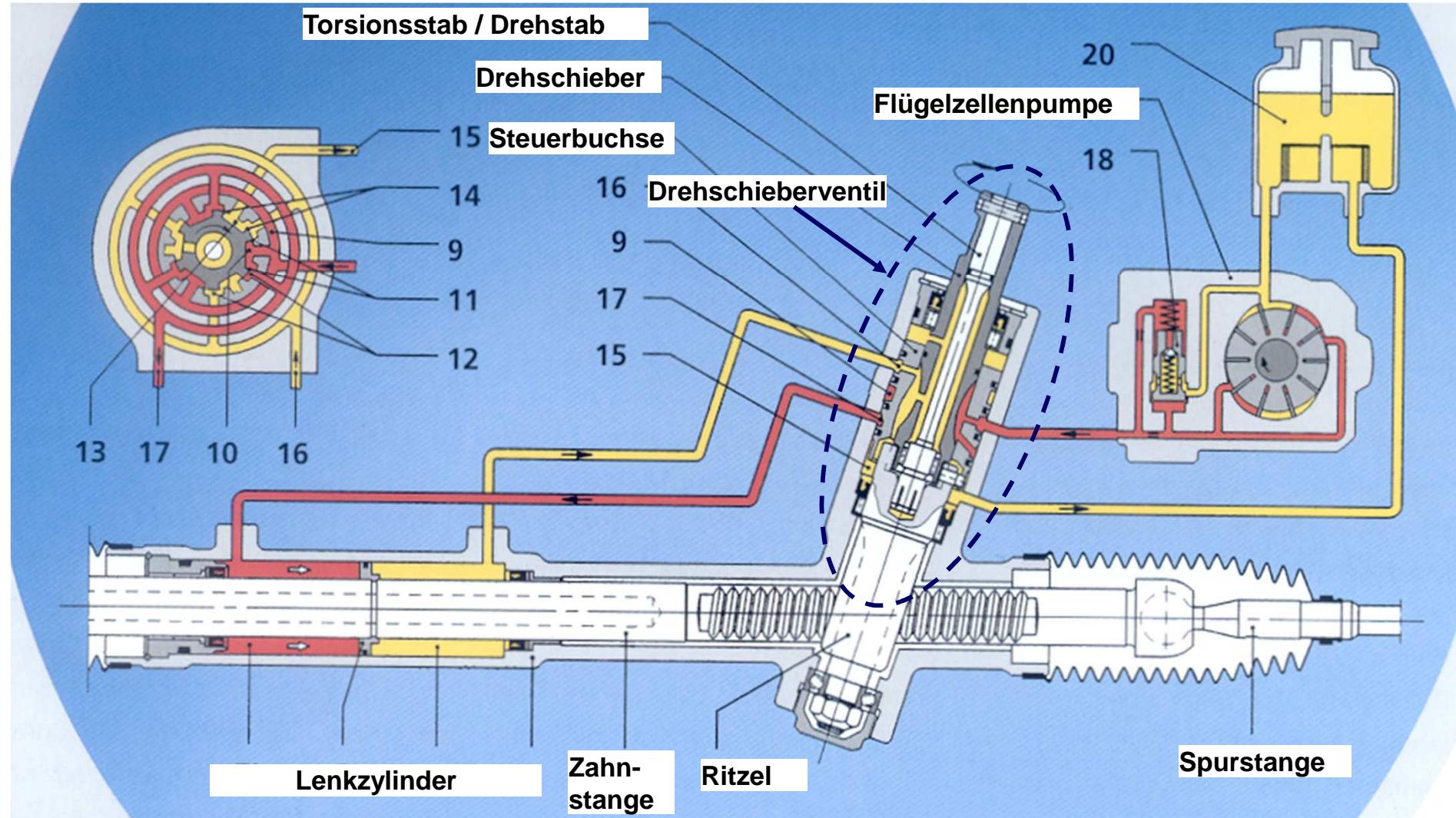
# Grundlagen hydraulischer Aktoren

## Druckreduzierventil - Beispiel



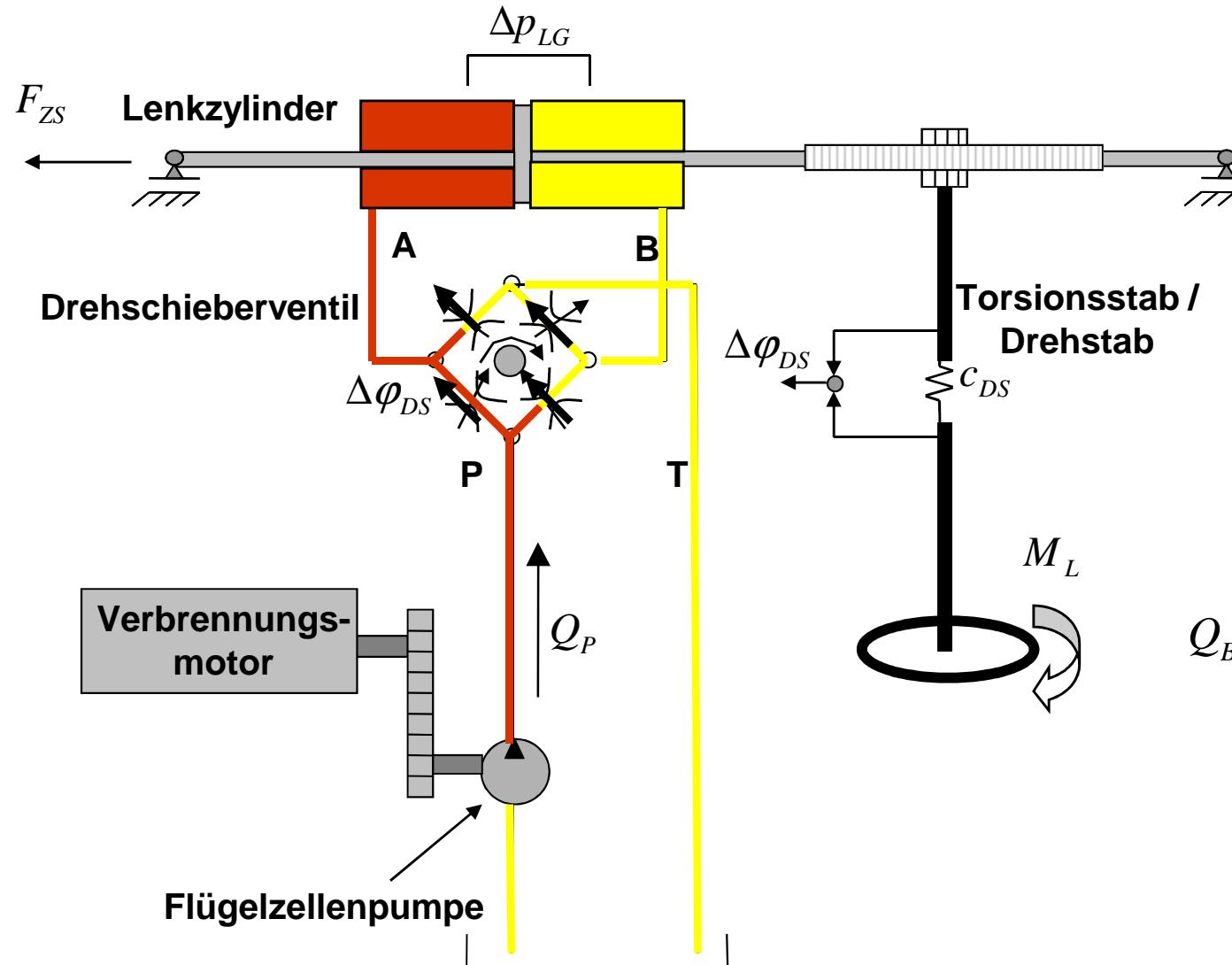
# Grundlagen hydraulischer Aktoren

## Stromregelventil – Beispiel Pkw-Lenkung

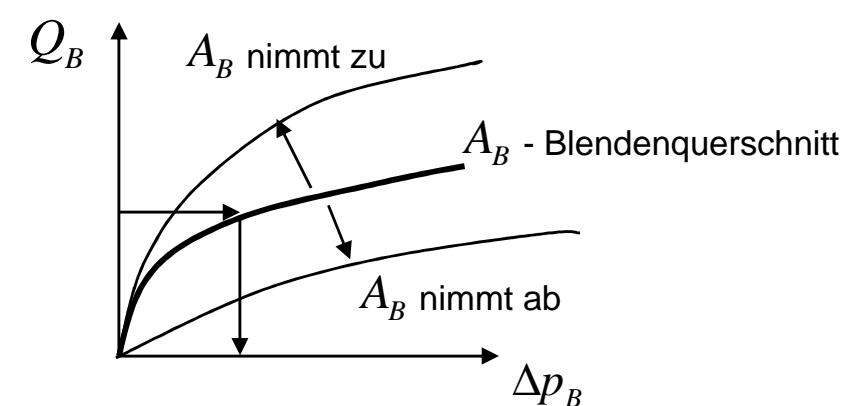
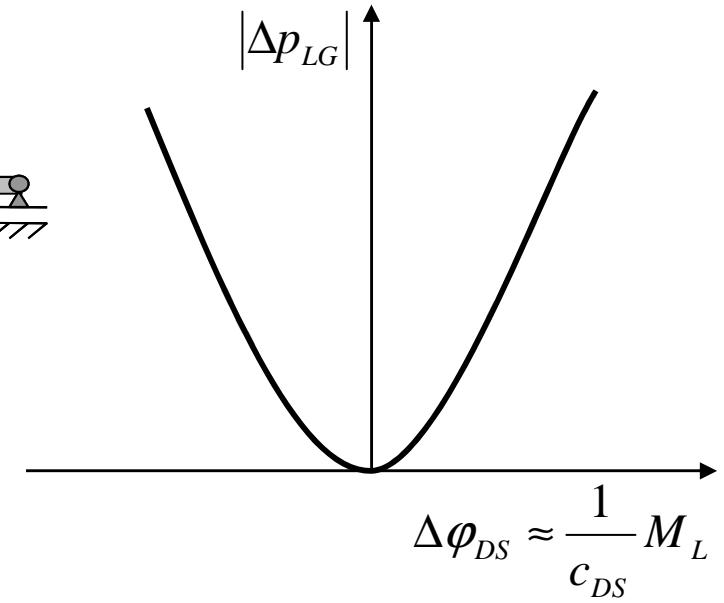


# Grundlagen hydraulischer Aktoren

## Stromregelventil – Beispiel Pkw-Lenkung



Unterstützungskennlinie



**Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!**

# Fahrzeugmechatronik I

## Aktoren

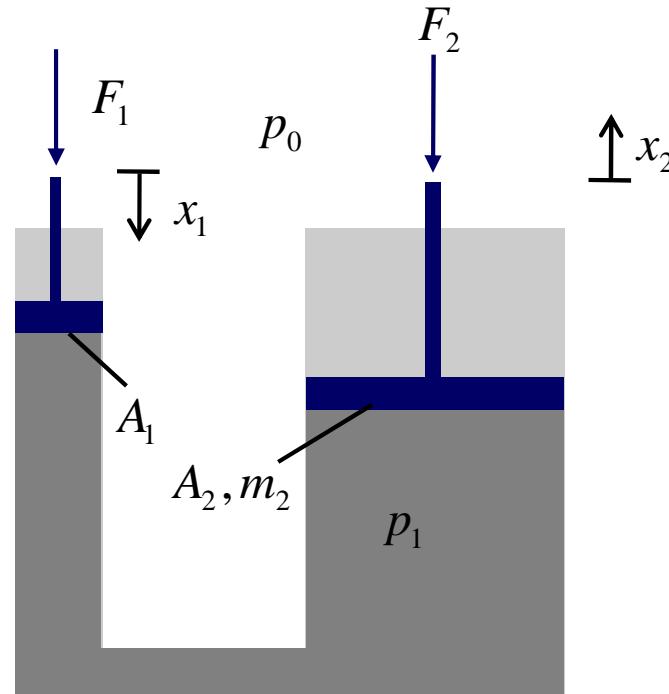


**Prof. Dr.-Ing. Steffen Müller  
M. Sc. Osama Al-Saidi  
Fachgebiet Kraftfahrzeuge • Technische Universität Berlin**

---

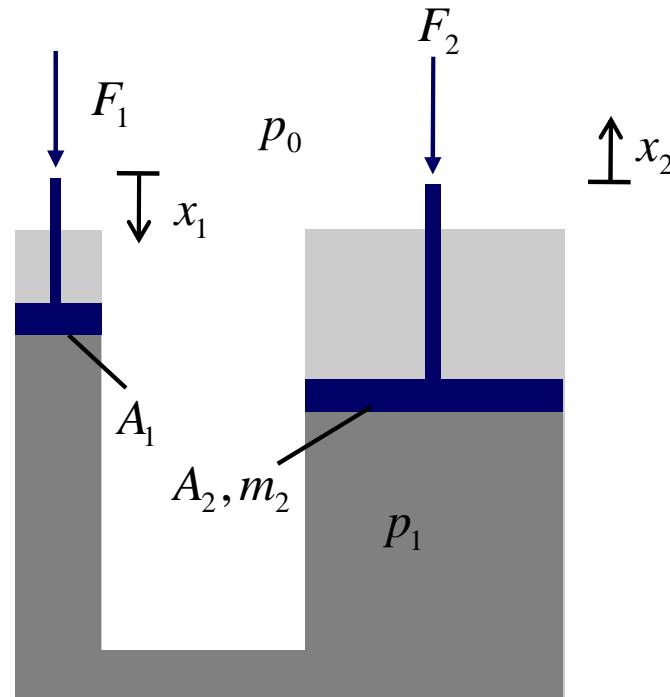
# Grundgleichungen hydraulischer Wandler

## Translatorische Energiewandlung



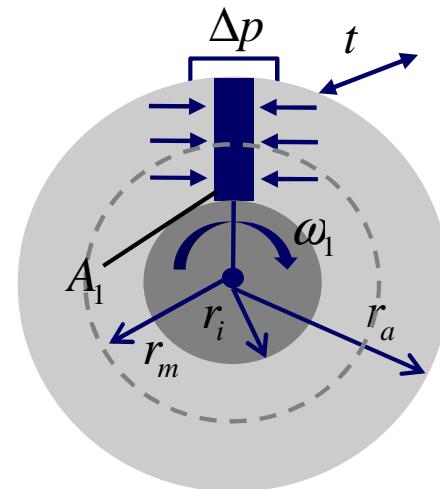
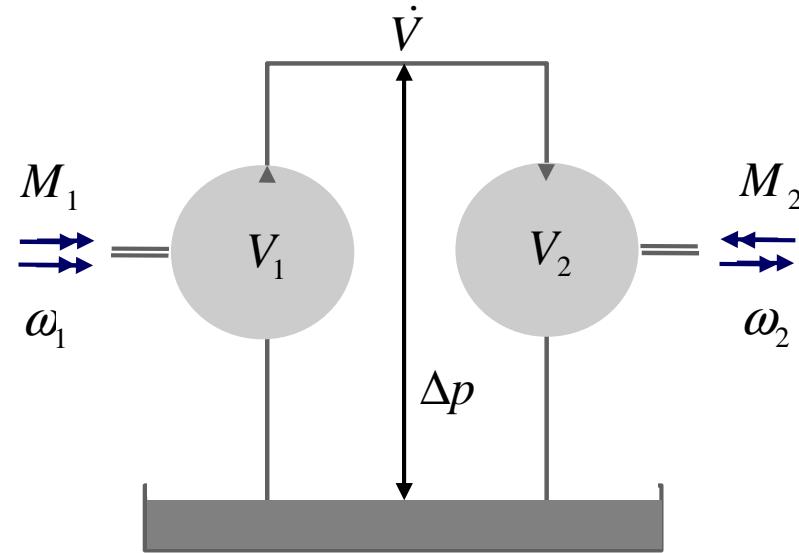
# Grundgleichungen hydraulischer Wandler

## Mathematisches Modell des Schubmotors



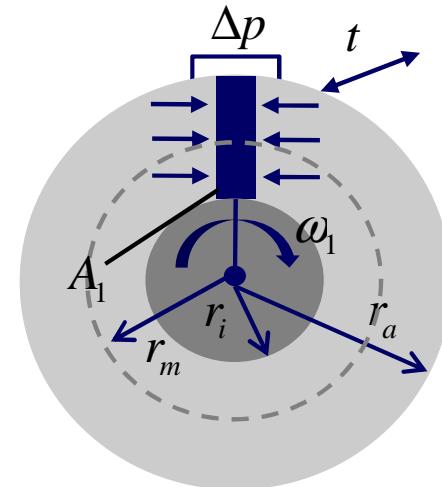
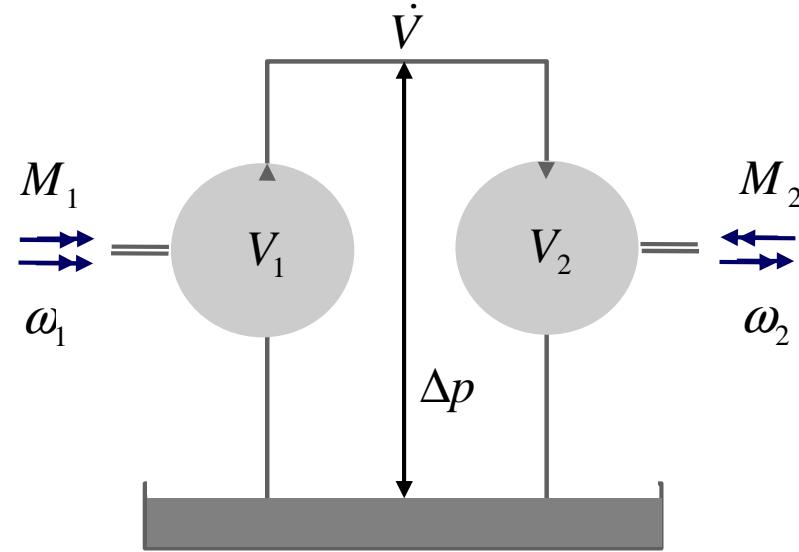
# Grundgleichungen hydraulischer Wandler

## Rotatorische Energiewandlung



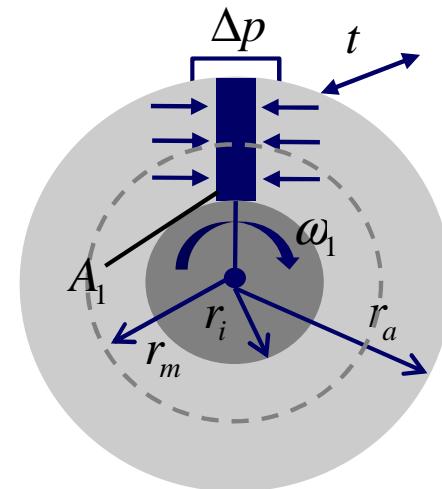
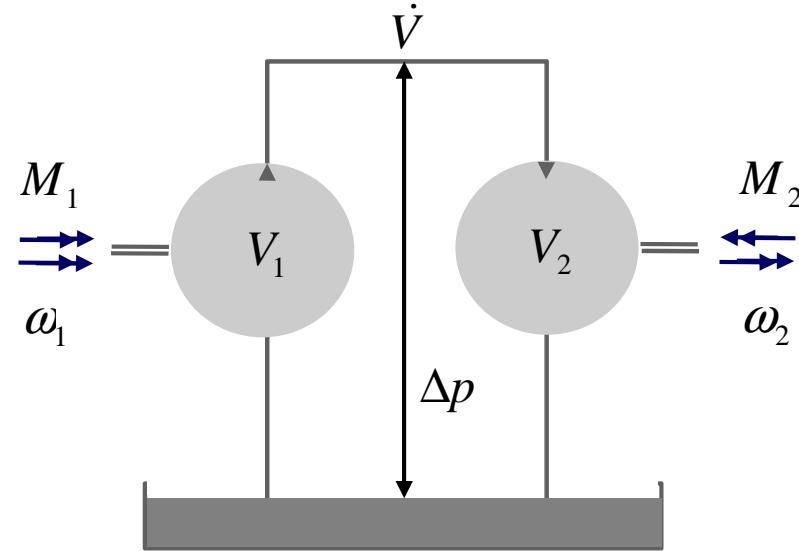
# Grundgleichungen hydraulischer Wandler

## Rotatorische Energiewandlung



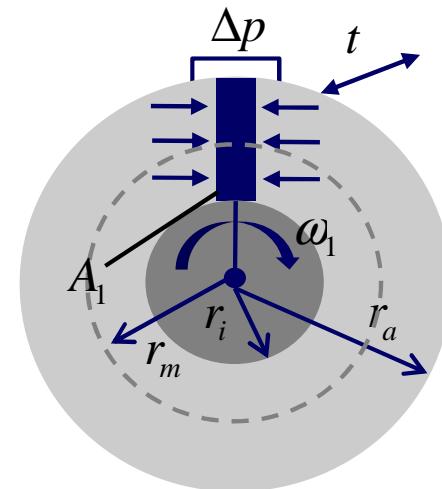
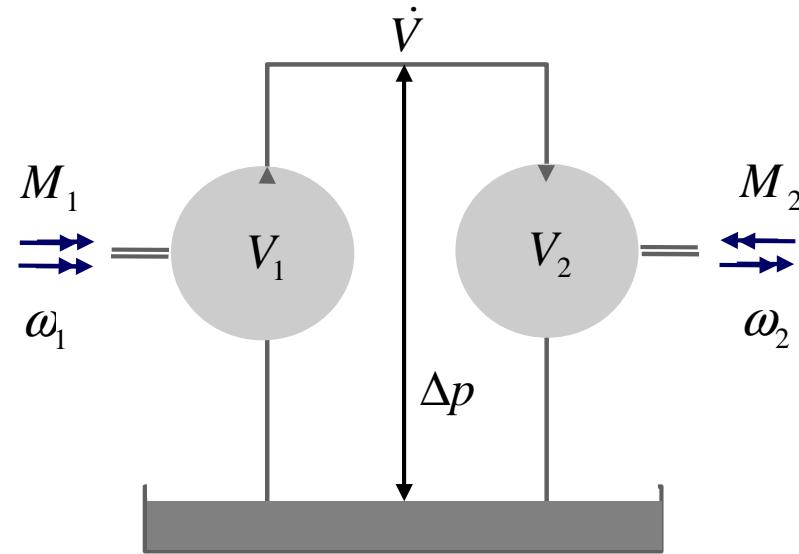
# Grundgleichungen hydraulischer Wandler

## Rotatorische Energiewandlung



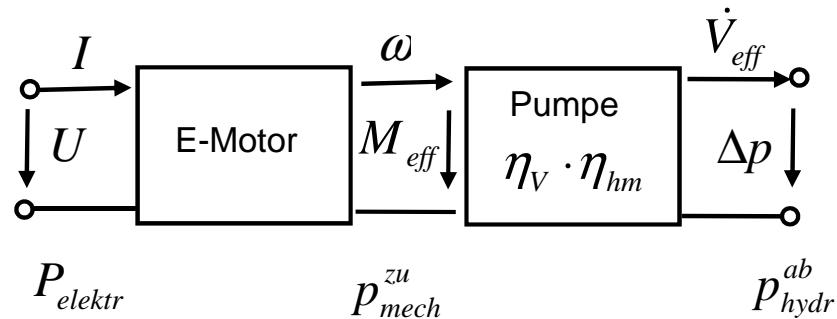
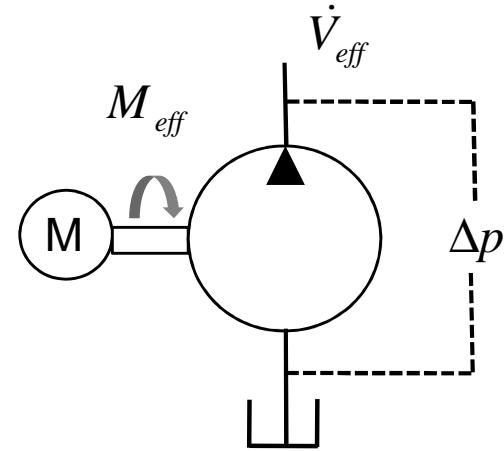
# Grundgleichungen hydraulischer Wandler

## Mathematisches Modell des Drehmotors



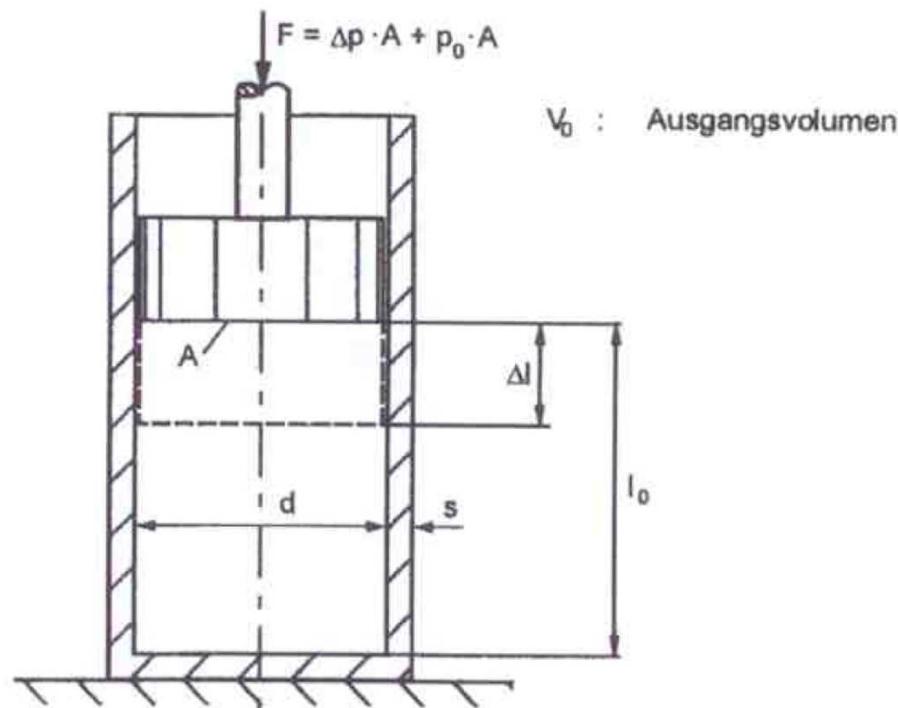
# Grundgleichungen hydraulischer Wandler

## Wirkungsgrad der rotator. Energiewandlung



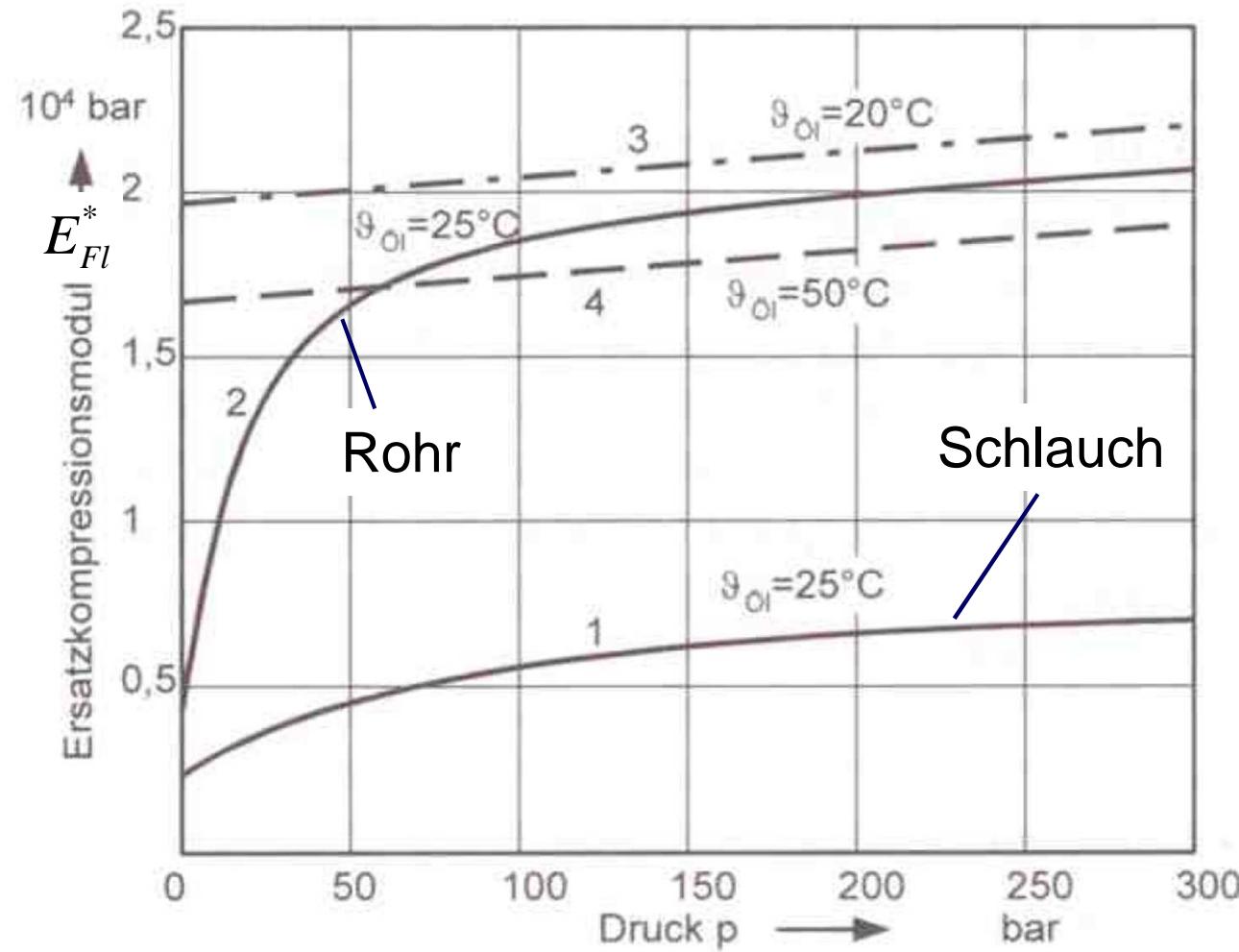
# Grundgleichungen hydraulischer Wandler

## Kompressibilität des Fluids (hydr. Kapazität)



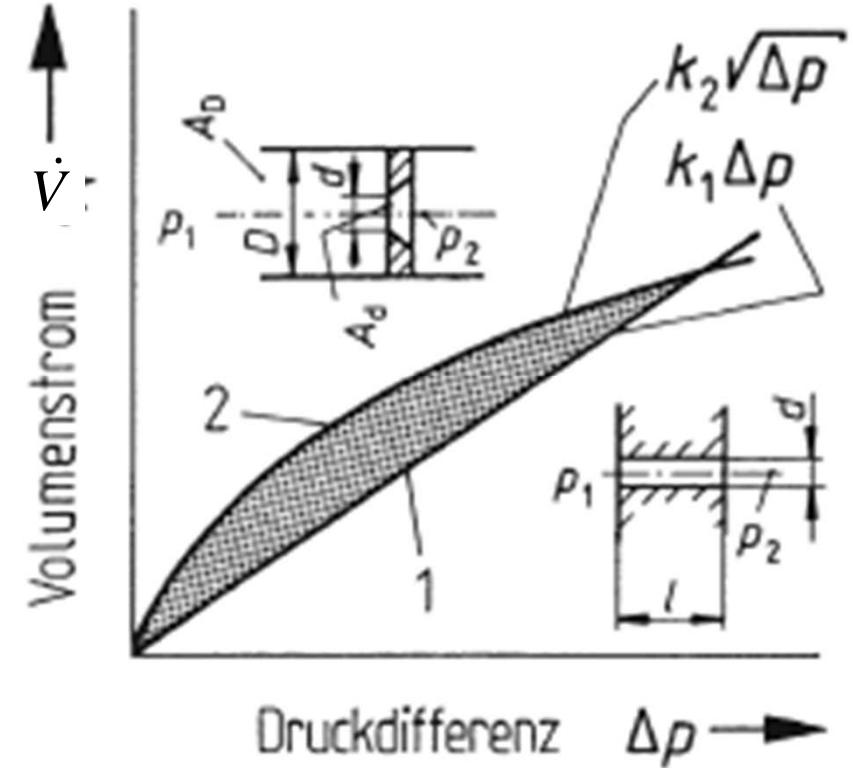
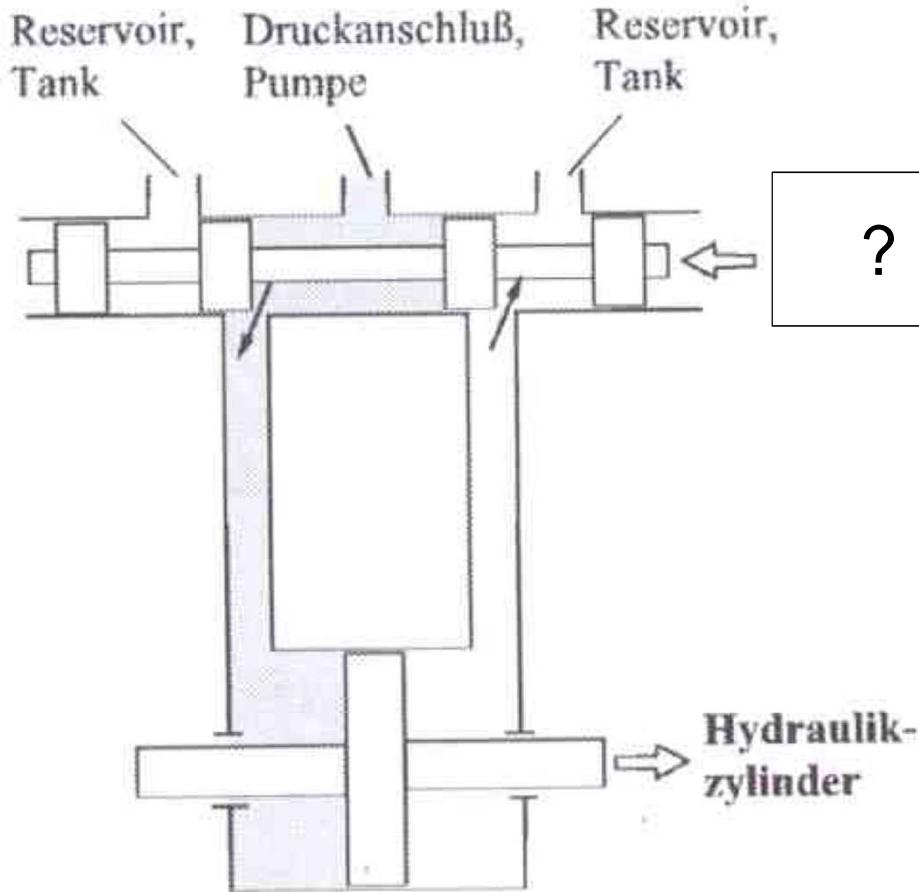
# Grundgleichungen hydraulischer Wandler

## Kompressibilität des Fluids



# Grundgleichungen hydraulischer Steller Durchflussgesetz bei Ventilquerschnitten

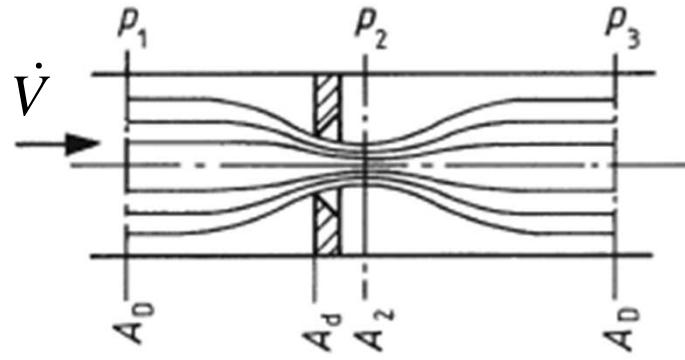
**Beispiel:** Schieberventil



Findeisen:  
Ölhydraulik

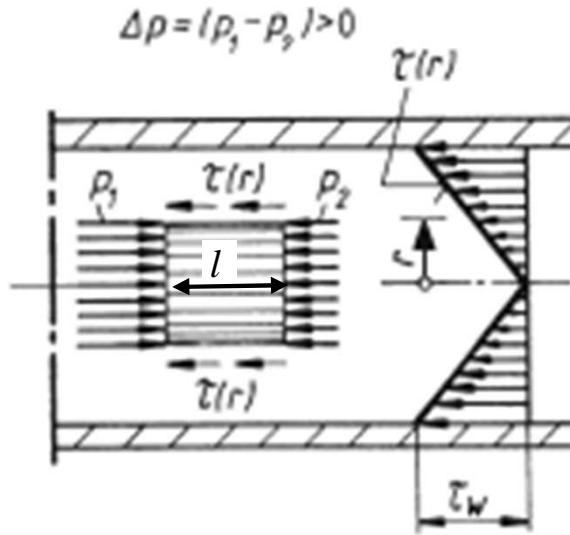
# Grundgleichungen hydraulischer Steller

## Durchflussgesetz der Blende

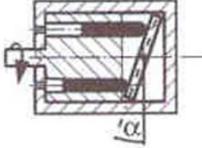
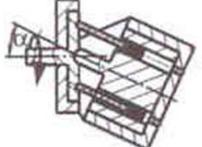
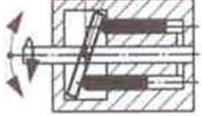


# Grundgleichungen hydraulischer Steller

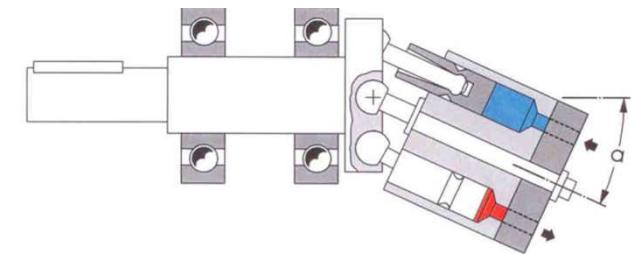
## Durchflussgesetz der Drossel



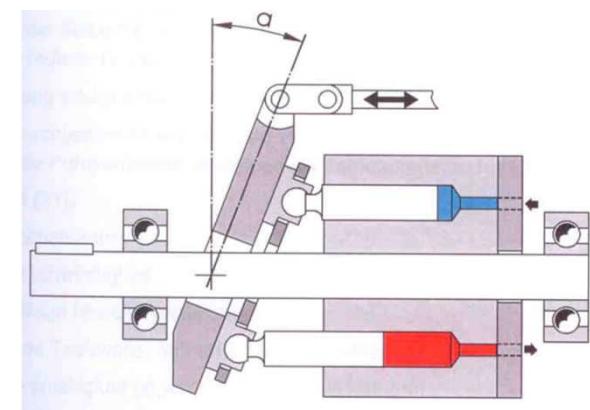
# Ausführungsformen hydraulischer Wandler Pumpen / Motoren (Verdrängereinheiten)

Schematische Darstellung	Merkmale	Ausführung	Schluckvolumen in cm <sup>3</sup>	Drehzahlbereich in min <sup>-1</sup>	Arbeitsdruck in bar
	universell einsetzbar, sehr guter Wirkungsgrad, Wirkungsgrad in weiten Bereichen, von Druck, Drehzahl und Drehmoment wenig abhängig, für hohe Anforderungen geeignet, typischer Schnellläufer	Konstantmotor Verstellmotor	25 – 800	750 – 8000	400
	wie Schrägscheibenmotor, für niedrige Drehzahlen geeignet, hohes Anfahrmoment	Konstantmotor Verstellmotor	25 – 800	– 8000	400
	universell einsetzbar, sehr guter Wirkungsgrad, nicht so hohe Drehzahlen wegen der Unwucht der Taumelscheibe möglich	Konstantmotor	– 100	– 3000	100
	universell einsetzbar, sehr guter Wirkungsgrad, für hohe Anforderungen geeignet	Konstantmotor Verstellmotor	5 – 7000	500 – 3000	350

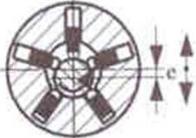
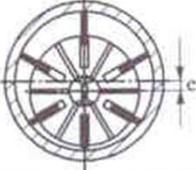
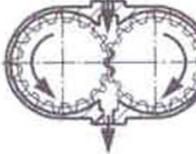
Schrägachsenmotor



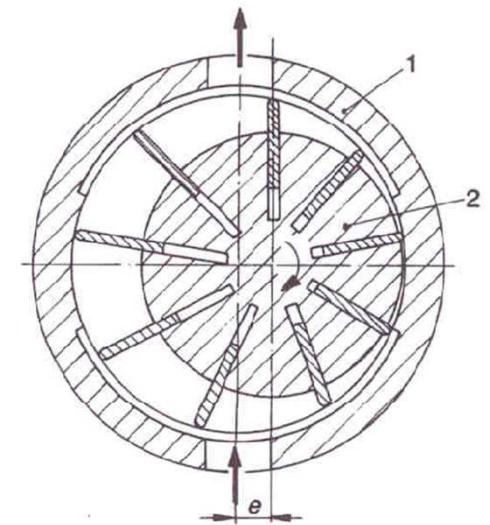
Taumelscheibenmotor



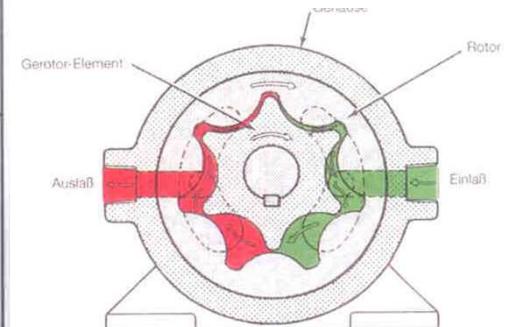
# Ausführungsformen hydraulischer Wandler Pumpen / Motoren (Verdrängereinheiten)

Schematische Darstellung	Merkmale	Ausführung	Schluckvolumen in cm <sup>3</sup>	Drehzahlbereich in min <sup>-1</sup>	Arbeitsdruck in bar
	universell einsetzbar, sehr guter Wirkungsgrad, besonders für kleine Drehzahlen und hohe Drehmomente geeignet, typischer Langsamläufer	Konstantmotor Verstellmotor	5 – 7000	– 2000	200
	mittlerer Leistungsbereich, geräuscharm	Konstantmotor Verstellmotor	5 – 2000	– 3000	200
	mittlerer Leistungsbereich, einfache Bauweise, Wirkungsgrad in weiten Bereichen von Druck, Drehzahl und Drehmoment unabhängig	Konstantmotor	5 – 300	200 – 3000	280
	geräuscharm, mittlerer Leistungsbereich, für kleine Drehzahlen und hohe Drehmomente geeignet	Konstantmotor	50 – 900	10 – 1000	250

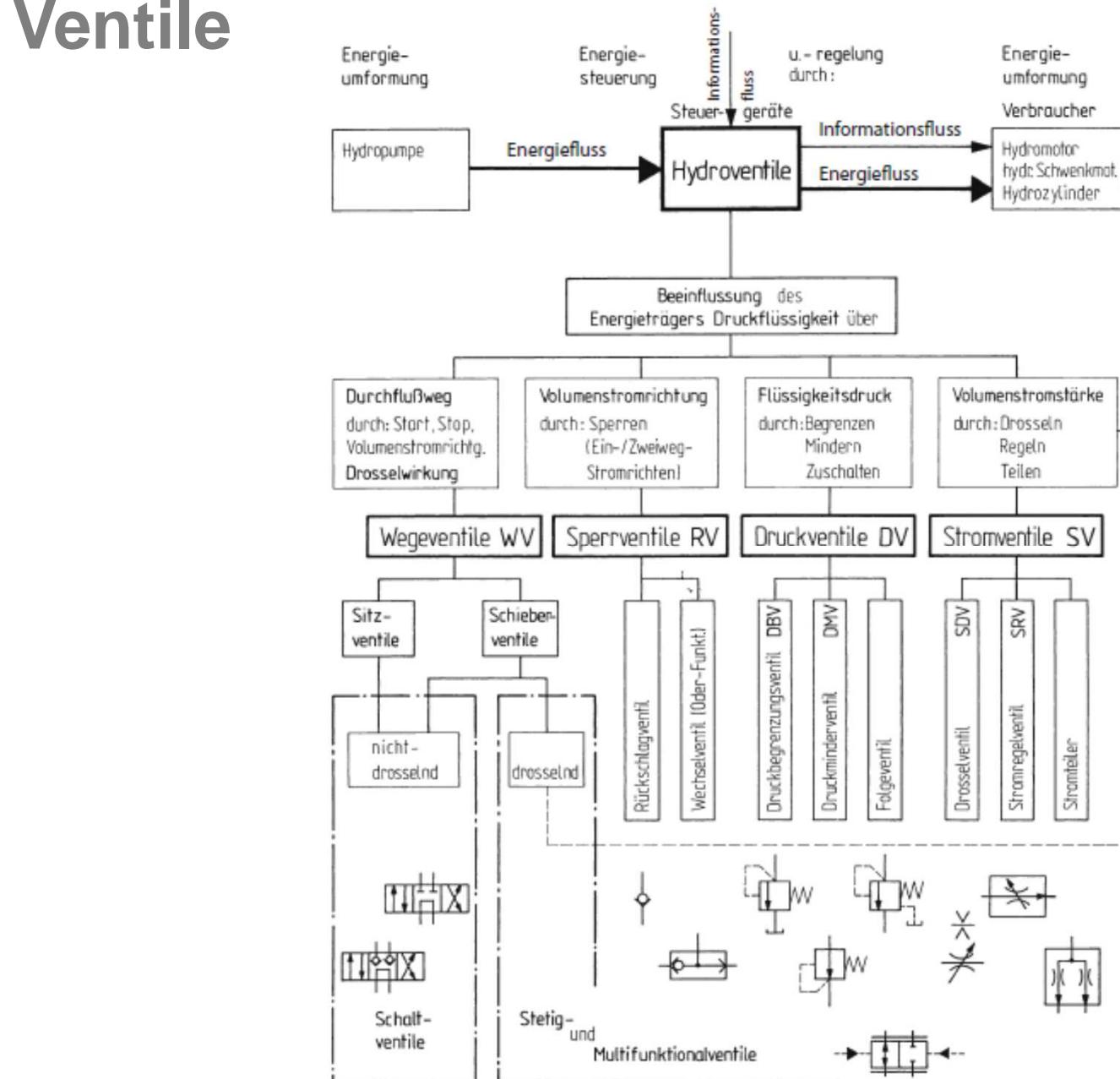
Flügelzellenmotor



Zahnringmotor

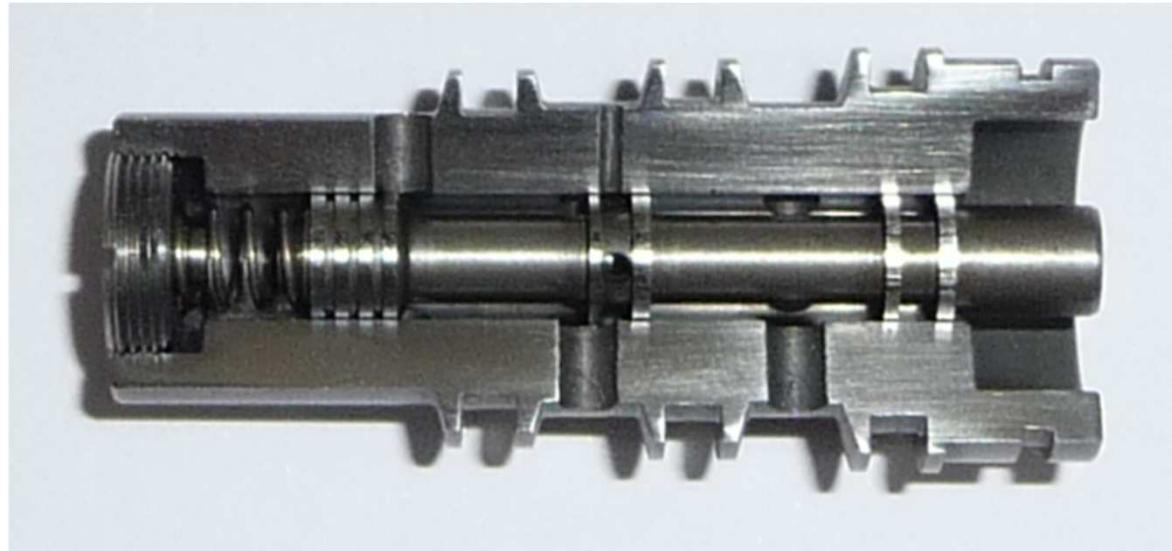


# Ausführungsformen hydraulischer Steller Ventile



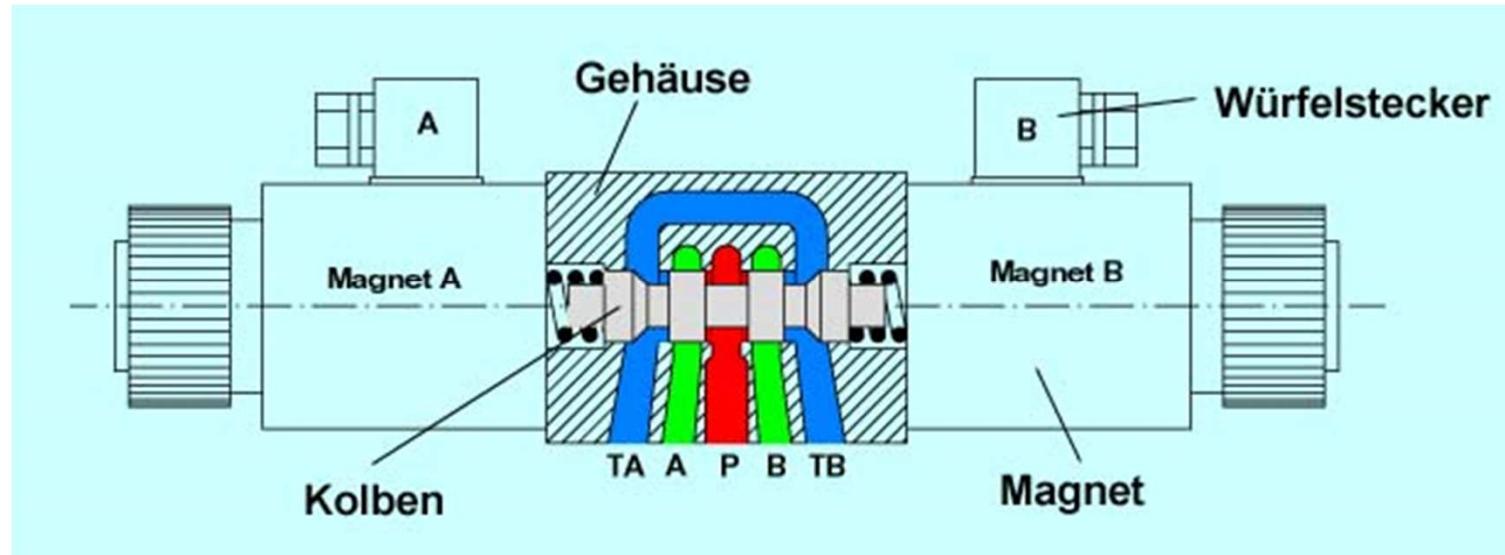
# Ausführungsformen hydraulischer Steller Ventile

**Beispiel:** 3/2-Wegeventil

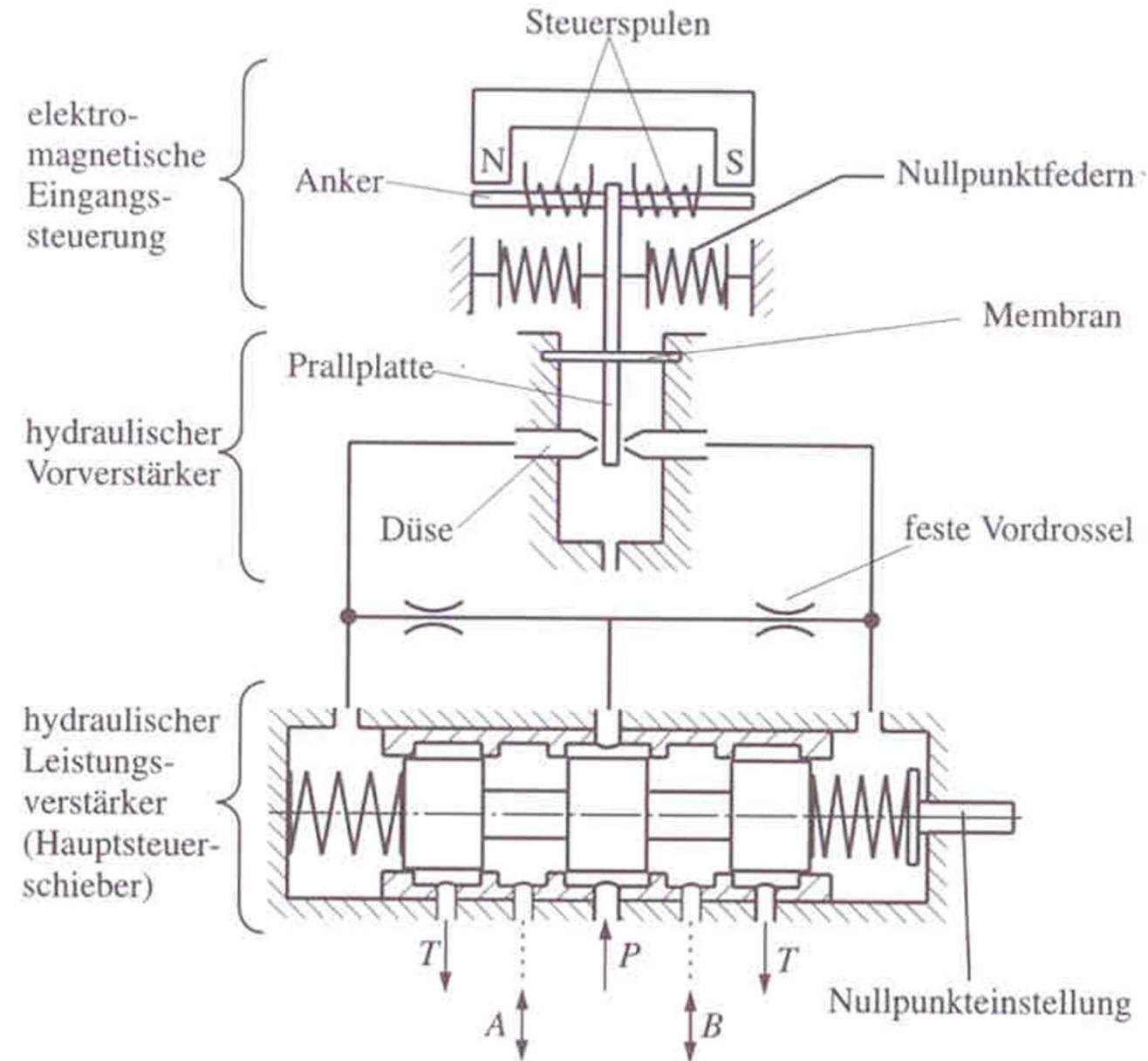


# Ausführungsformen hydraulischer Steller Ventile

**Beispiel: 4/3-Wegeventil**



# Ausführungsformen hydraulischer Steller Ventile



**Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!**

# Fahrzeugmechatronik I

## Aktoren



**Prof. Dr.-Ing. Steffen Müller  
M. Sc. Osama Al-Saidi  
Fachgebiet Kraftfahrzeuge • Technische Universität Berlin**

---

# Neuartige Aktoren

## Übersicht

Physikalischer Effekt	Technische Daten (Anhaltswerte)	Anwendungen
Piezoelektrische Aktoren		
Bei Anlegen einer elektrischen Spannung an einen scheibenförmigen Piezokristall tritt aufgrund des reziproken piezoelektrischen Effektes eine Dickenänderung auf.	Nennspannung 800–1500 V Nennstellweg 70–200 µm Steifigkeit bis 2000 N/ µm Eigenfrequenz 2–50 kHz	Stapel- und Streifentranslatoren, Biegelemente, Inchworm-Motor, Ultraschall-Motor, Tintentropfenerzeugung
Magnetostruktive Aktoren		
Bei Anlegen eines magnetischen Feldes an ferromagnetische Kristalle tritt aufgrund des magnetostruktiven Effektes eine volumeninvariante Längenänderung auf.	Stromstärke 2 A Erregung 50 kA/m Nennstellweg 50 µm Last 500 N Eigenfrequenz > 1 kHz	Translatoren (keine Stapelbauweise erforderlich), Wurmmotor, Einspritzventil für Dieselkraftstoff, aktive Schwingungsdämpfer

**Effekt:**

**Ursache:**

**Anwendungsbsp.:**

# Neuartige Aktoren Übersicht

Physikalischer Effekt	Technische Daten (Anhaltswerte)	Anwendungen
Elektrorheologe Aktoren (ERA)		
Bei Anlegen eines elektrischen Feldes zeigen bestimmte Flüssigkeiten eine Erhöhung der Viskosität.	Scherspannung pro Feldstärke 600–800 Pa/(kV/mm)	schaltbare Kupplungen, Ventile, Motorlager, Stoßdämpfer
Magnetorheologe Aktoren (MRA)		
Bei Anlegen eines magnetischen Feldes zeigen bestimmte Flüssigkeiten eine Erhöhung der Viskosität.		ähnlich ERA

**Effekt:**

**Ursache:**

**Anwendungsbsp.:**

# Neuartige Aktoren Übersicht

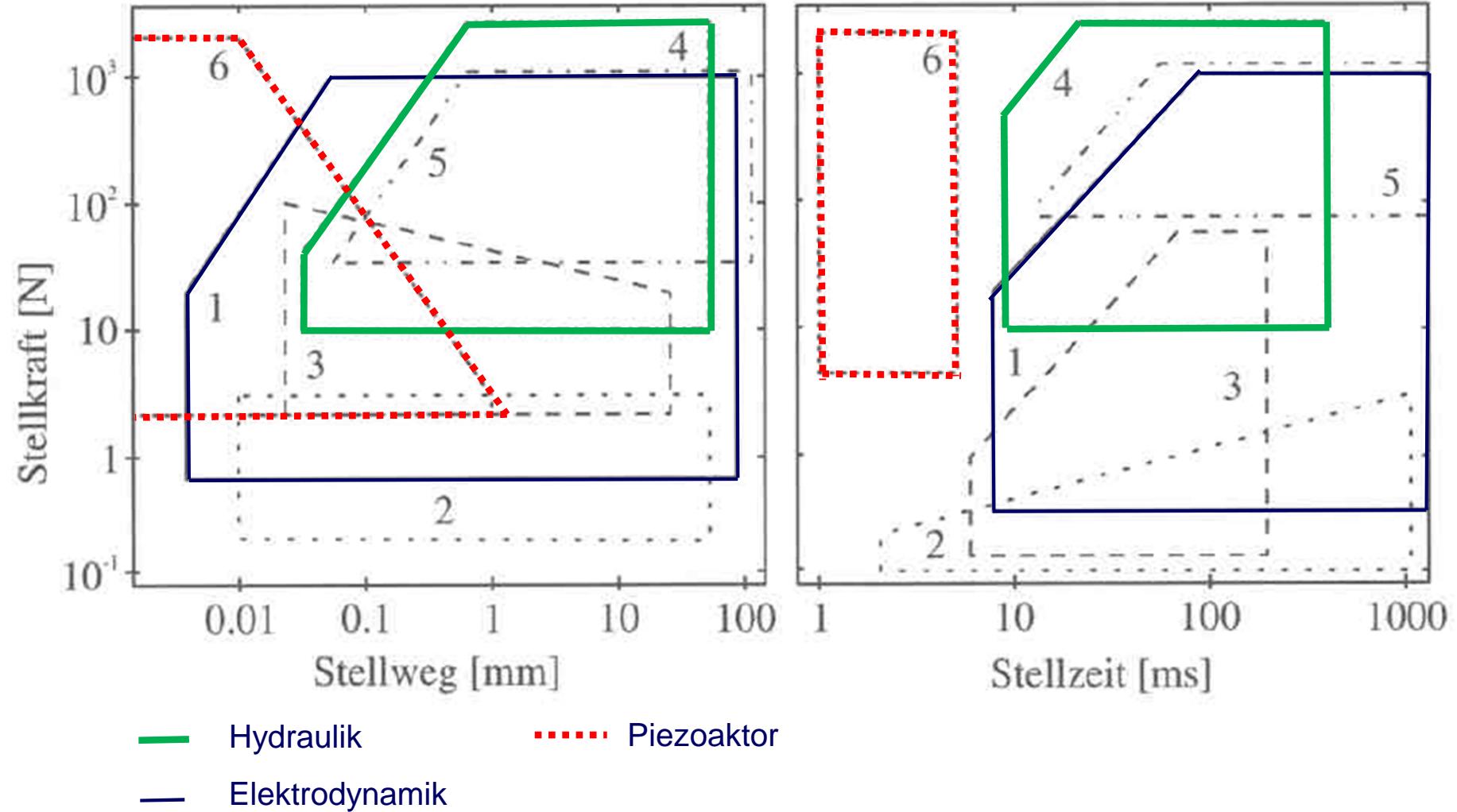
Physikalischer Effekt	Technische Daten (Anhaltswerte)	Anwendungen
Thermobimetall-Aktoren		
Bei einer Erwärmung krümmen sich zwei fest miteinander verbundene Metalle unterschiedlicher Wärmedehnung.	spezifische Krümmung $28,5 \cdot 10^{-6} \text{ 1/K}$ Elastizitätsmodul $170 \cdot 10^3 \text{ N/mm}^2$ zulässige Biegespannung $200 \text{ N/mm}^2$	Thermoschalter aller Art für kleine Stellkräfte
Aktoren mit Formgedächtnislegierungen (FGL)		
Die bei Raumtemperatur aufgebrachte Verformung eines Bauteils aus einer FGL verschwindet bei Erwärmung.	Einwegeffekt und Zweiweg-effekt möglich. Umwandlungstemperatur ca. $-100^\circ\text{C}$ bis $+100^\circ\text{C}$ Überhitzung ca. $160^\circ\text{C}$ bis $400^\circ\text{C}$	Thermoschalter aller Art, Stellglieder mit geringer Dynamik
Dehnstoff-Aktoren		
Bei Erwärmung treten bei Dehnstoffen starke Volumenvergrößerungen auf.	Arbeitstemperaturen ca. $-20^\circ\text{C}$ bis $+120^\circ\text{C}$ Hub 5–25 mm Stellkraft 250–1500 N Reaktionszeit 8–50 s	einfache Stellantriebe für Heizkörper, Starteinrich-tung für Vergasermotoren

**Effekt:**

**Ursache:**

**Anwendungbsp.:**

# Neuartige Aktoren Gegenüberstellung



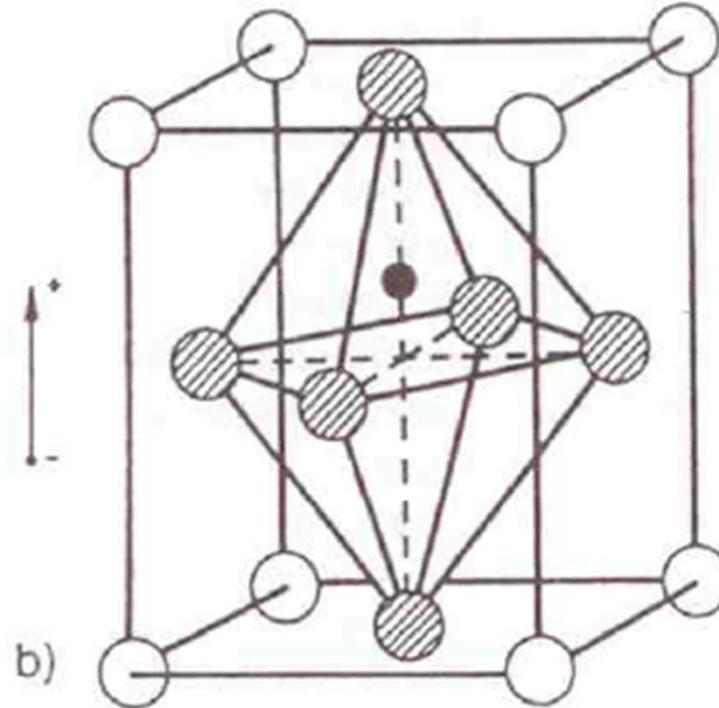
# Grundlagen piezoelektrischer Aktoren

## Entdeckung des piezoelektrischen Effektes

1880 entdeckten die Brüder **Pierre und Jacque Curie**, dass z.B. Quarz ( $\text{SiO}_2$ , Grundmaterial für Herstellung Keramik, Si ist Halbmetall (Si: *Silicia* (lat) – „Kieselerde“ bzw. *Silex* (lat.) – „Kieselstein“) **mechanische Beanspruchungen zu Ladungen** (Piezoeffekt) und **elektrische Felder zu Verformungen** (inverser Piezoeffekt) führen.

# Grundlagen piezoelektrischer Aktoren

## Entdeckung des piezoelektrischen Effektes



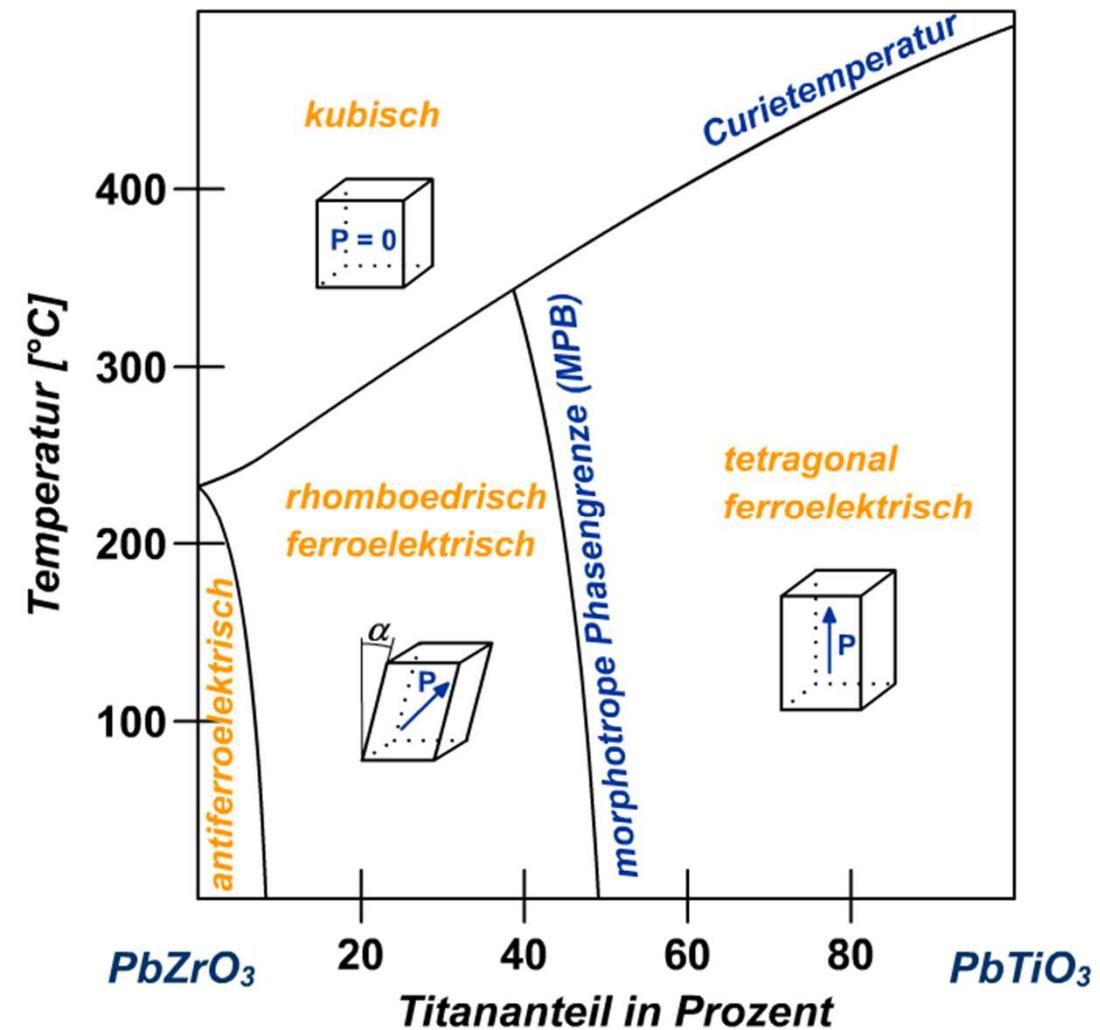
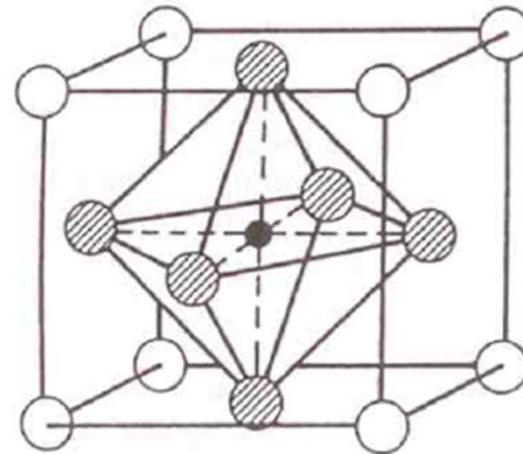
- $A^{2+}$  (Pb, Ba) Blei oder Barium (2+)
- $O^{2-}$  Sauerstoff (2-)
- $B^{4+}$  (Ti, Zr) Titan oder Zirkum (4+)

**Beispiele für piezokeramische Elemente**  
Bariumtitanat , -zirkonat oder Blei-Zirkonat-Titanat (PZT)

# Grundlagen piezoelektrischer Aktoren

## Phasendiagramm – Blei-Zirkonat-Titanat (PZT)

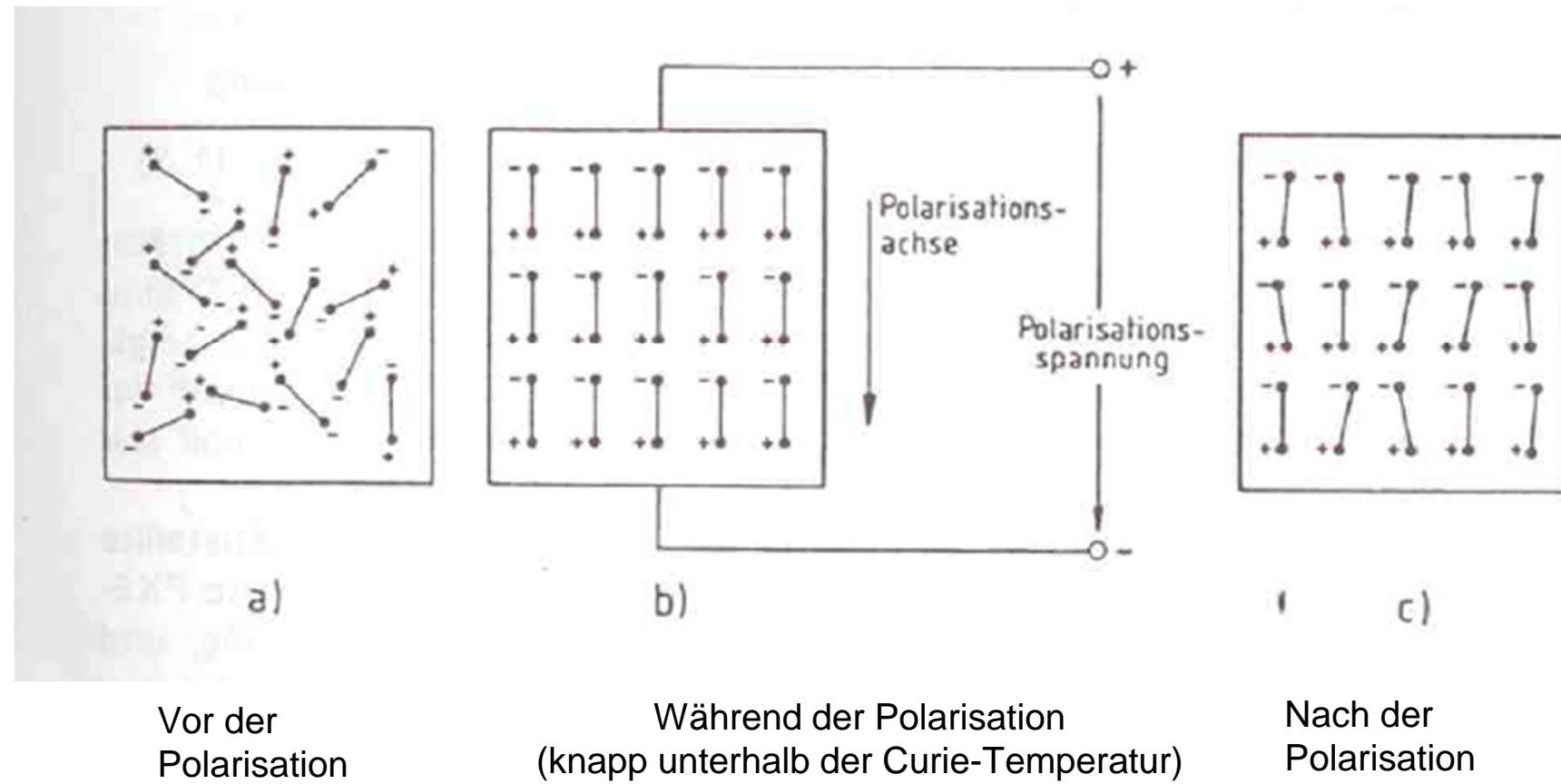
Oberhalb der Curie-Temperatur  
(kubisches Gitter)



# Grundlagen piezoelektrischer Aktoren

## Polarisation

Für die Nutzung des piezoelektrischen Effektes müssen die Elementarzellen zunächst polarisiert werden.



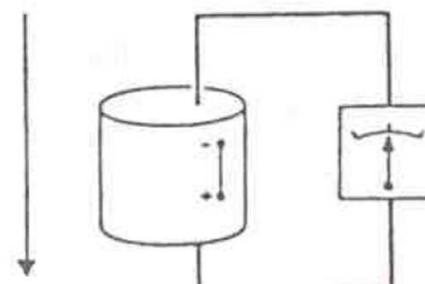
Vor der  
Polarisation

Während der Polarisation  
(knapp unterhalb der Curie-Temperatur)

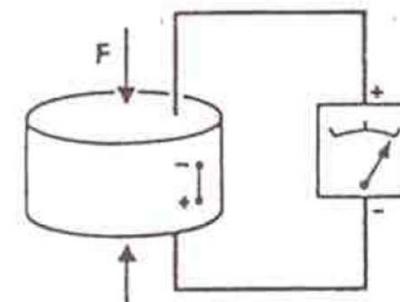
Nach der  
Polarisation

# Grundlagen piezoelektrischer Aktoren Wirkungsweise

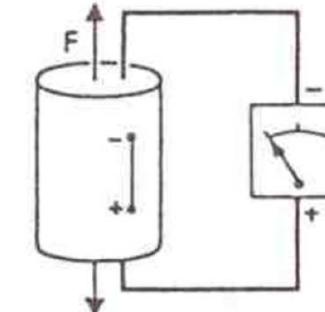
Polarisations -  
achse



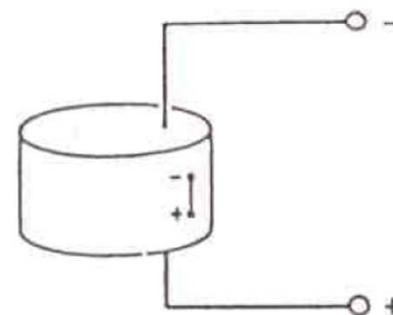
a)



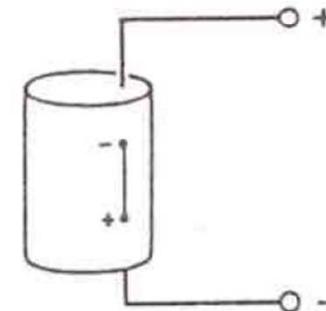
b)



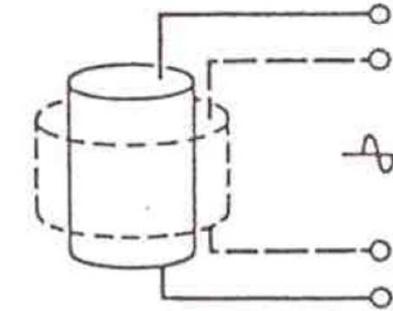
c)



d)



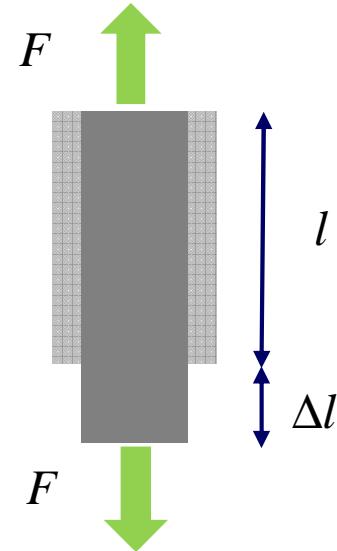
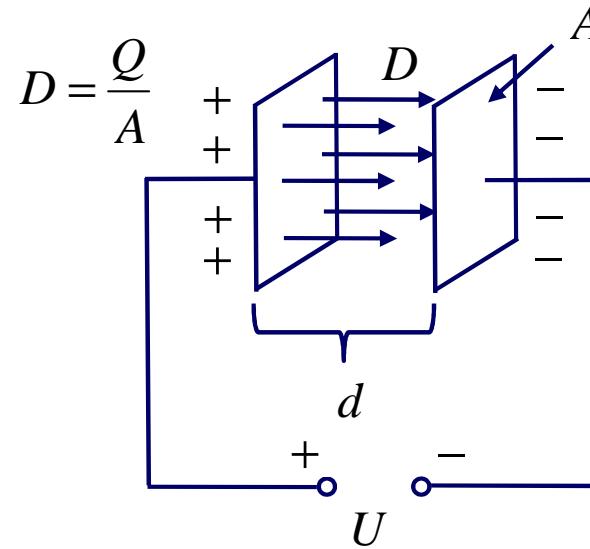
e)



f)

# Grundlagen piezoelektrischer Aktoren

## Physikalische Grundbeziehungen

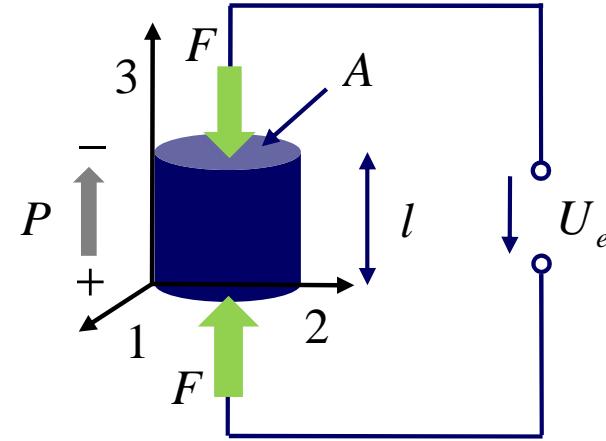


# Grundlagen piezoelektrischer Aktoren

## Grundgleichungen

# Grundlagen piezoelektrischer Aktoren

## Analyse des grundsätzlichen Verhaltens



# Grundlagen piezoelektrischer Aktoren

## Analyse des grundsätzlichen Verhaltens

$$\begin{Bmatrix} \Delta l \\ U \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{l}{E_{33}A} & d_{33} \\ -\frac{d_{33}l}{A\varepsilon_0\varepsilon_r} & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F \\ U_e \end{Bmatrix}$$

Typische Materialwerte und Abmessungen  
(PZT Keramik PXE 52)

$$\varepsilon_0 \varepsilon_r = 3 \cdot 10^{-8} \frac{As}{Vm} \quad l = 2 \cdot 10^{-2} m$$

$$E_{33} = 110 \cdot 10^9 \frac{N}{m^2} \quad A = 1 \cdot 10^{-4} m^2$$

$$d_{33} = 580 \cdot 10^{-12} \frac{As}{N}$$

Sonderfall 1:

$$50 \mu m = 580 \cdot 10^{-12} \frac{As}{N} \cdot 86 kV$$

Sonderfall 2:

$$220 N = 0.319 \frac{As}{m} \cdot 690 V$$

Sonderfall 3 (Sensorfunktion):

$$3.9 V = 3.9 \frac{V}{N} \cdot 1 N$$

# Betriebsverhalten piezoelektrischer Aktoren

## Randbedingungen

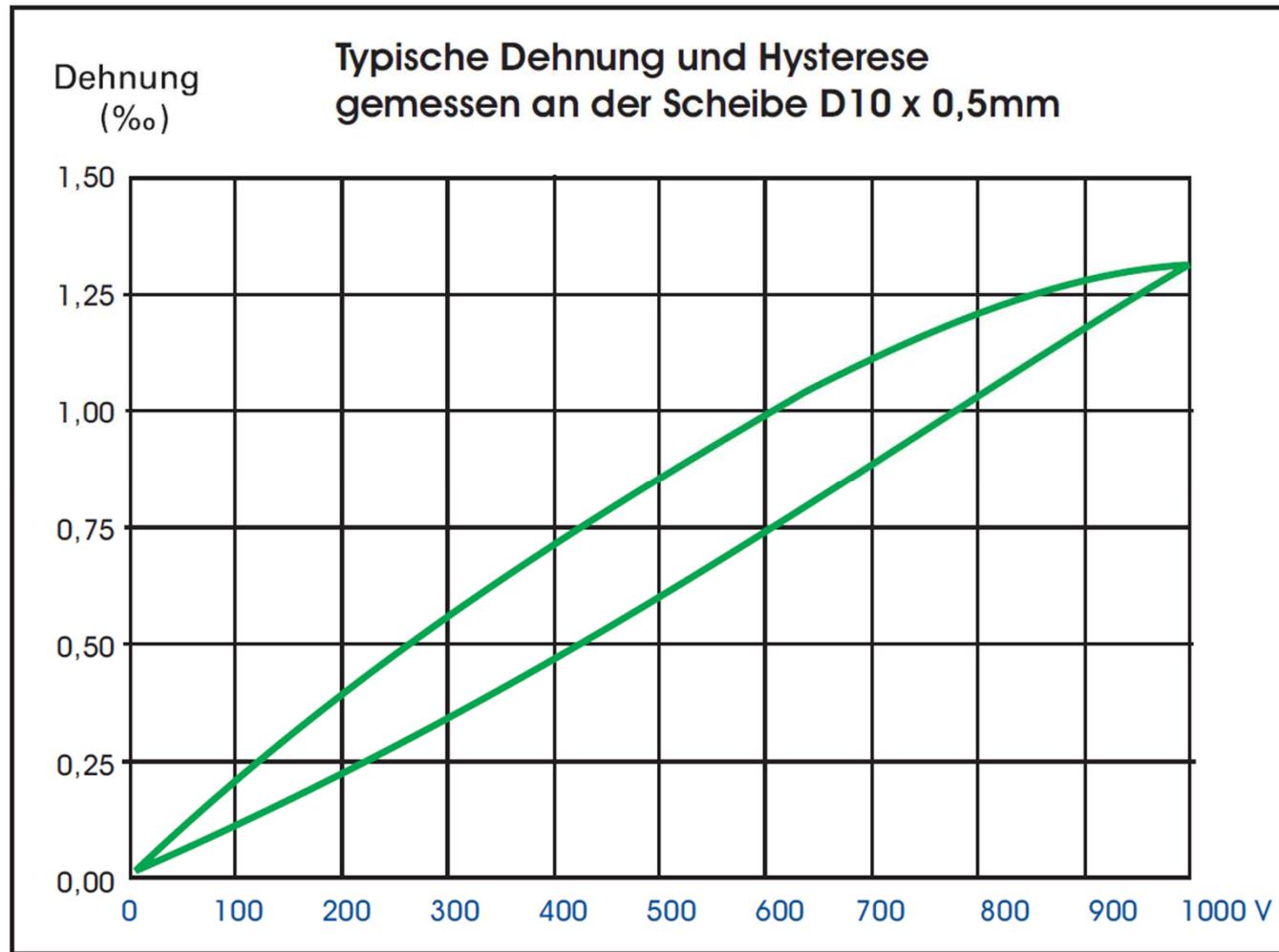
➤ **Vermeidung einer Depolarisation durch**

- zu hohe Zug-/Druckbeanspruchung
- zu hohe elektrische Spannung (Betriebsbereich meist < 1000V)
- zu hohe Temperaturen (PZT: Curie-Temperatur bei ca. 350-500°C)

➤ **Vermeidung von Zug- und Schubbeanspruchungen  
(z.B. durch mechanische Vorspannung)**

# Betriebsverhalten piezoelektrischer Aktoren

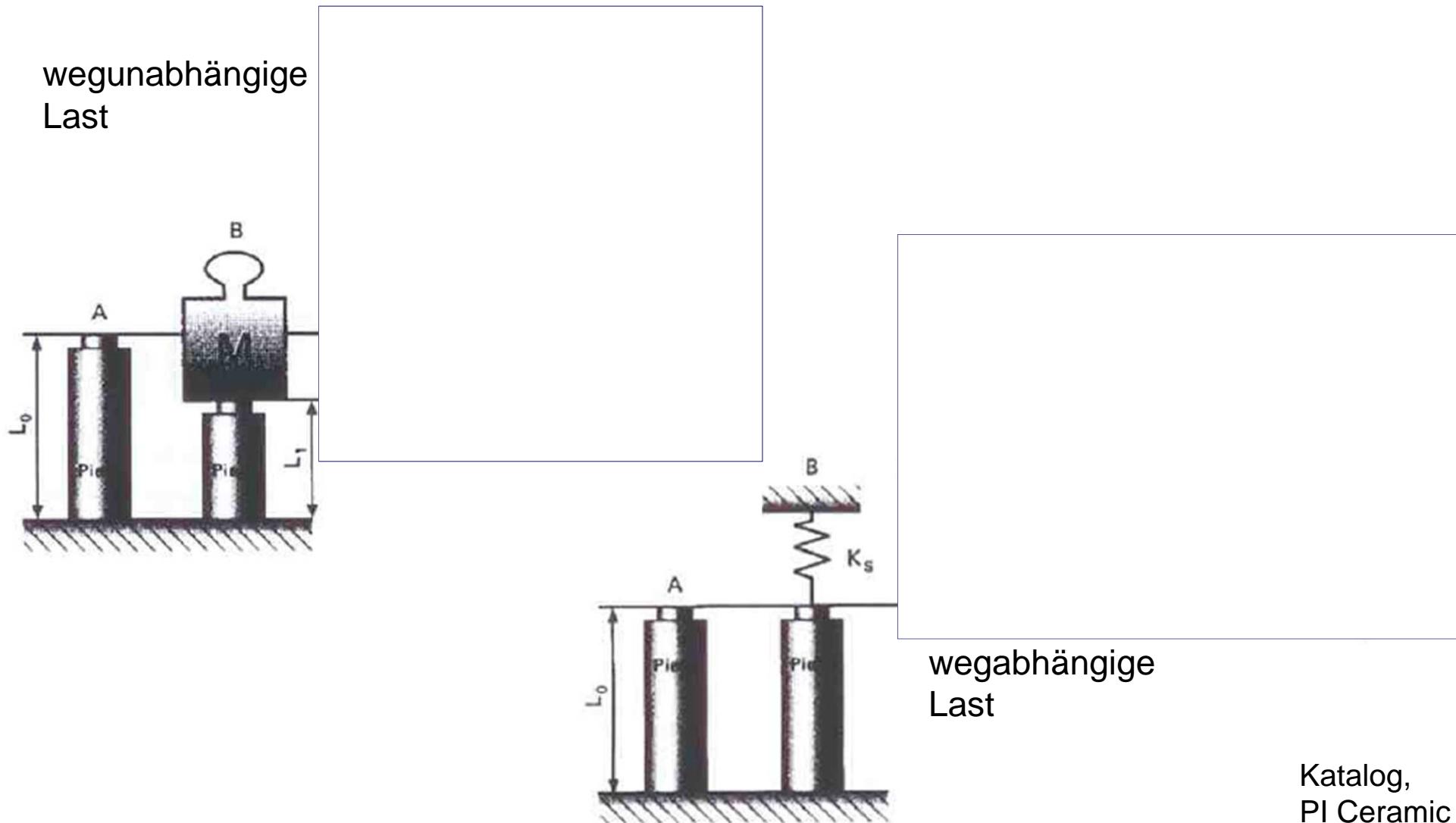
## Dehnung und Hysterese von PZT



Katalog,  
PI Ceramic

# Betriebsverhalten piezoelektrischer Aktoren

## Verschiebungsverhalten von PZT

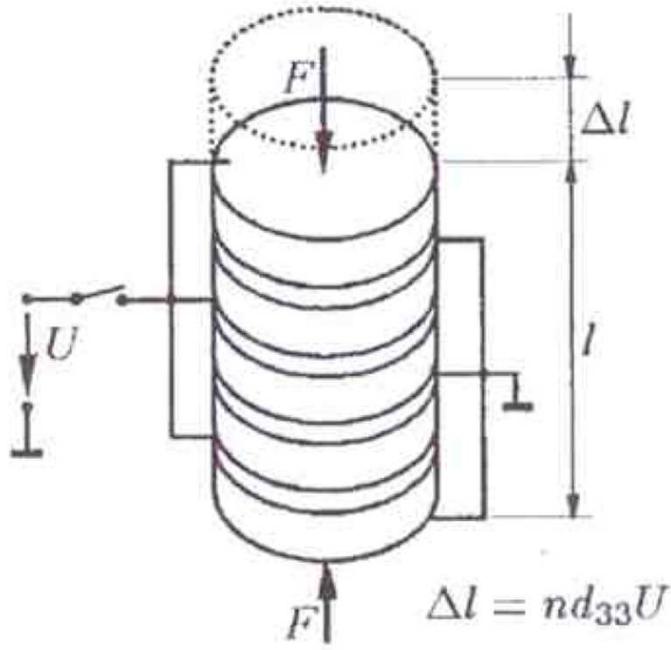


# Bauformen piezoelektrischer Aktoren

## Verschiebungsverhalten von PZT

- Stapelaktoren
- Streifenaktoren
- Biegeaktoren
- Hybridaktoren

# Bauformen piezoelektrischer Aktoren Stapelaktoren

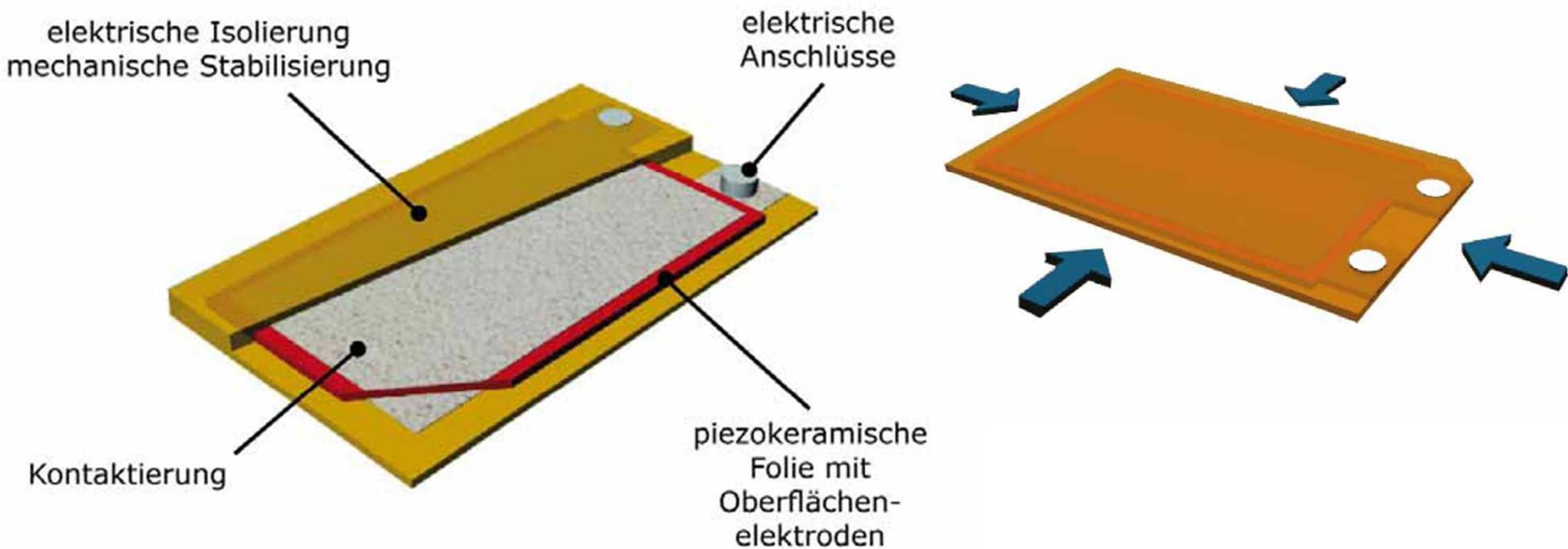


Katalog,  
PI Ceramic

- elektrisch parallel (gleiche Spannung)
- mechanisch in Reihe (gleiche Kraft)

# Bauformen piezoelektrischer Aktoren Streifenaktoren

Katalog,  
PI Ceramic



- Querkontraktion durch piezoelektrischen Quereffekt

# Bauformen piezoelektrischer Aktoren Biegeaktoren

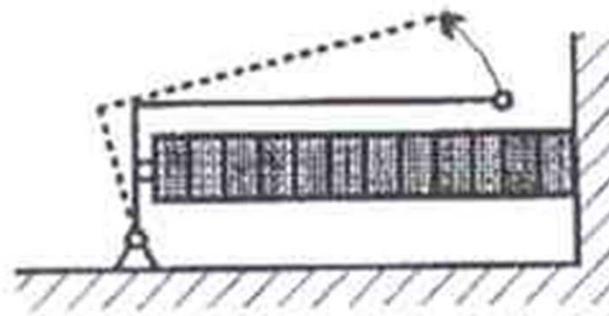
Katalog,  
PI Ceramic



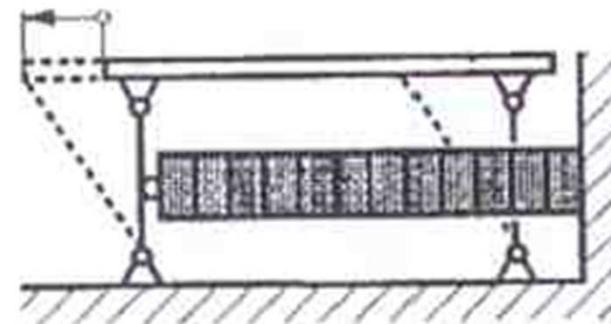
Bestellnummer*	Betriebs- spannung [V]	Auslenkung [µm] ±20%	Freie Länge [mm]***	Abmessungen L x W x T [mm]	Blockier- kraft [N] ±20%	El. Kapazität [µF] ±20%	Resonanz- frequenz [Hz] ±20%
PL112.10**	0-60 (±30)	±80	12	17,8 x 9,6 x 0,65	2,0	2 x 1,1	> 1000
PL122.10	0-60 (±30)	±250	22	25,0 x 9,6 x 0,65	1,1	2 x 2,4	660
PL127.10	0-60 (±30)	±450	27	31,0 x 9,6 x 0,65	1,0	2 x 3,4	380
PL128.10**	0-60 (±30)	±450	28	35,5 x 6,3 x 0,75	0,5	2 x 1,2	360
PL140.10	0-60 (±30)	±1000	40	45,0 x 11,0 x 0,60	0,5	2 x 4,0	160

➤ Biegung durch unterschiedliches Kontraktionsverhalten

# Bauformen piezoelektrischer Aktoren Hybridaktoren



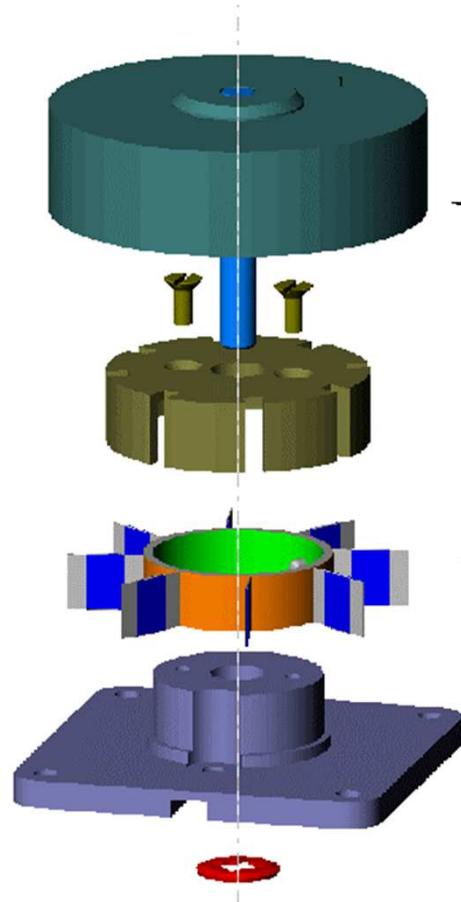
Hebelübersetzung mit  
Stapelbauweise



Hebelübersetzung mit  
integrierter Geradführung

# Anwendungen piezoelektrischer Aktoren

## Ultraschall-Piezo-Drehmotor



# Anwendungen piezoelektrischer Aktoren Inch-Worm-Motor



Stellweg	6 ... 200 mm
Wegauflösung	2 ... 4 nm
Geschwindigkeit	0,5 ... 2 mm/s
( $v_{\max} / v_{\min} = 5 \cdot 10^5$ )	
Axiale Last	0,5 ... 1,5 kg

**Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!**

# Fahrzeugmechatronik I

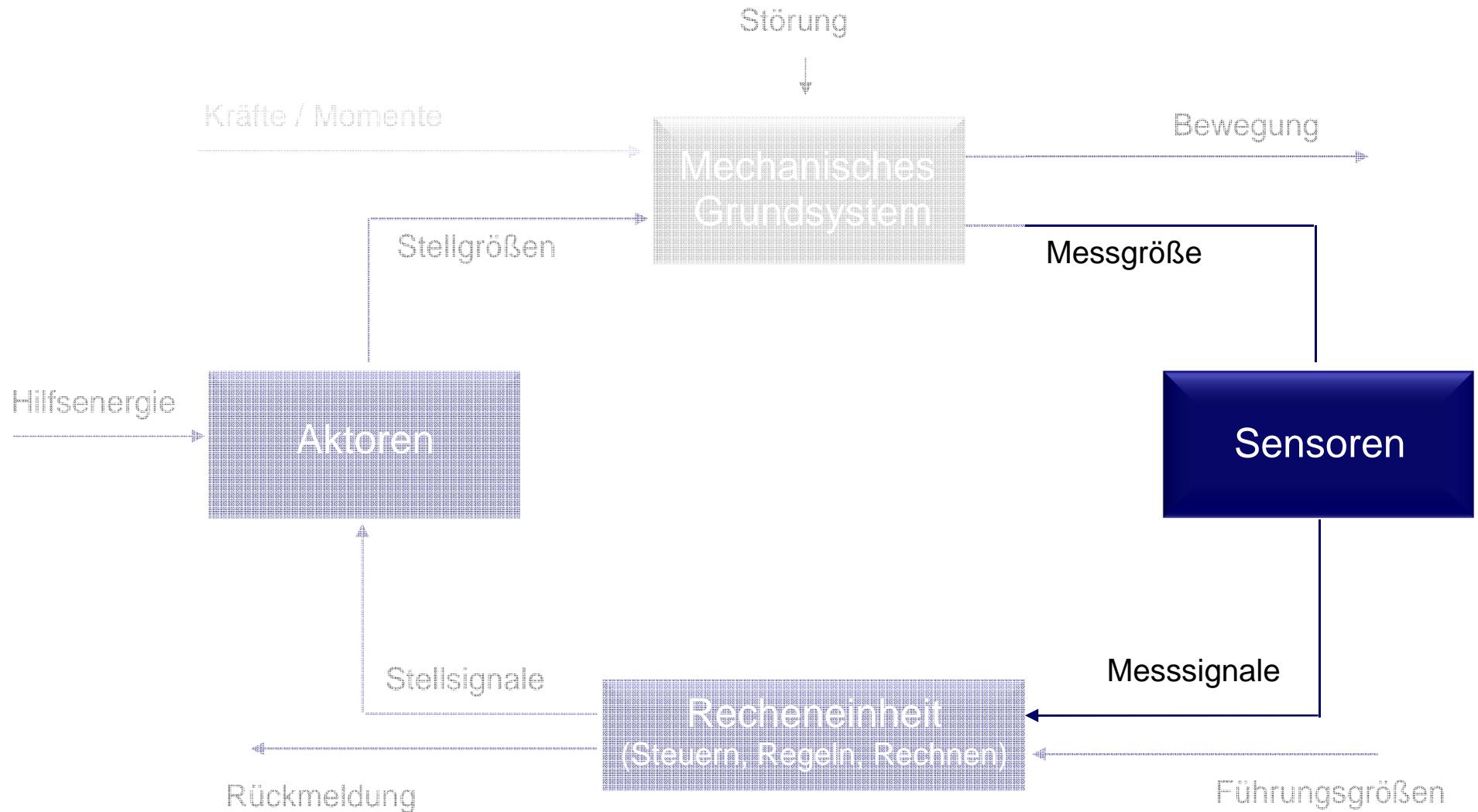
## Sensoren



**Prof. Dr.-Ing. Steffen Müller  
M. Sc. Osama Al-Saidi  
Fachgebiet Kraftfahrzeuge • Technische Universität Berlin**

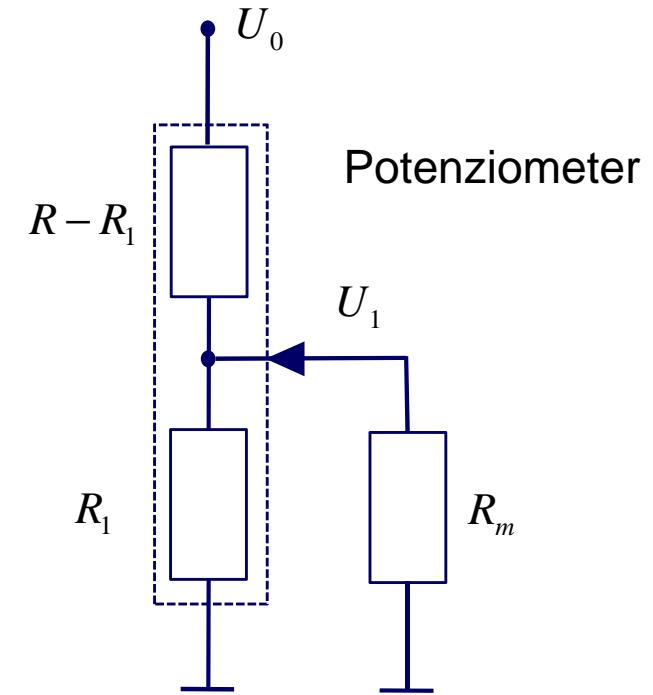
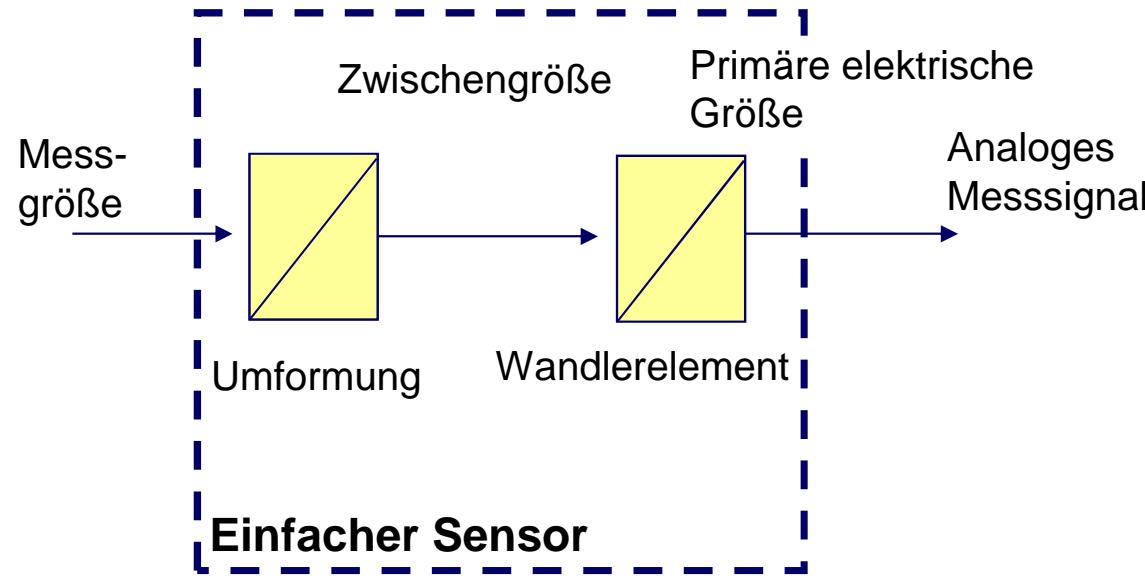
---

# Allgemeine Betrachtungen Mechatronisches System



# Allgemeine Betrachtungen

## Einfacher Sensor

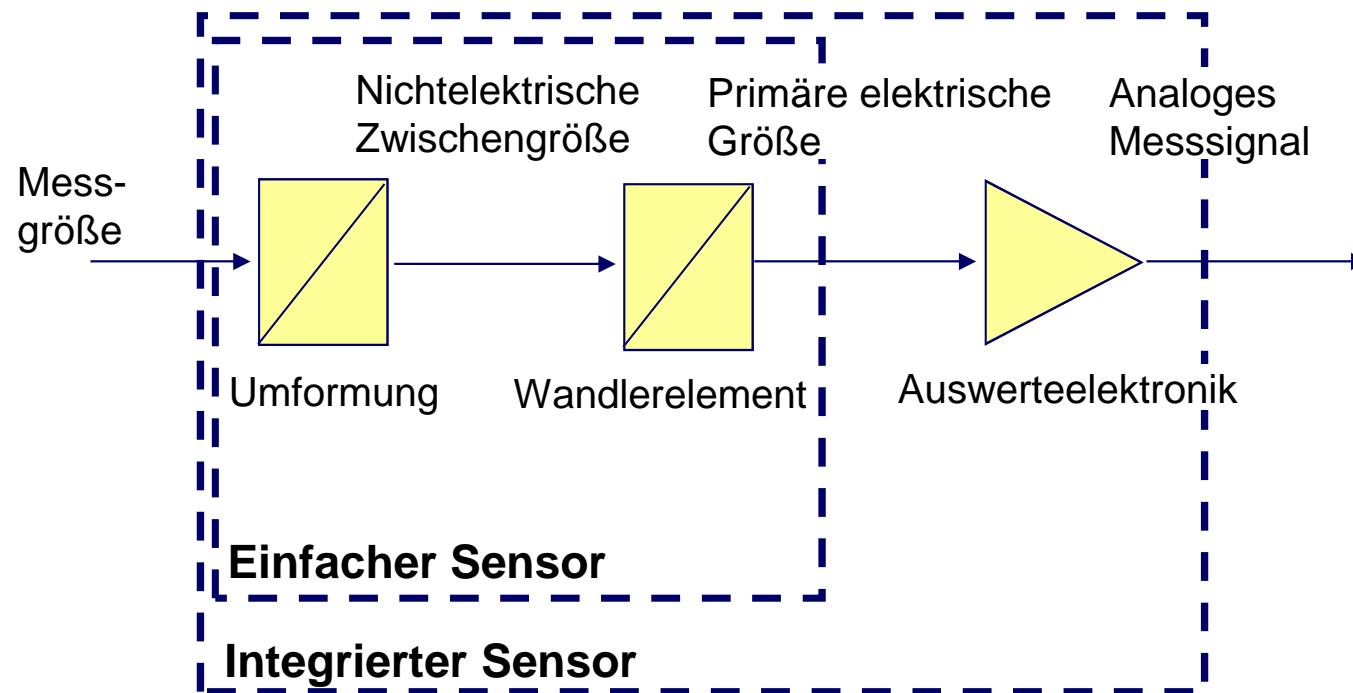


**Direkte Messverfahren:** Ergebnis ist unmittelbar am Messmittel ablesbar, beispielsweise Messungen mit Lineal, Winkelmesser oder Maßband.

**Indirekte Messverfahren:** Resultat liegt erst nach einigen Zwischenstufen vor

# Allgemeine Betrachtungen

## Integrierter Sensor

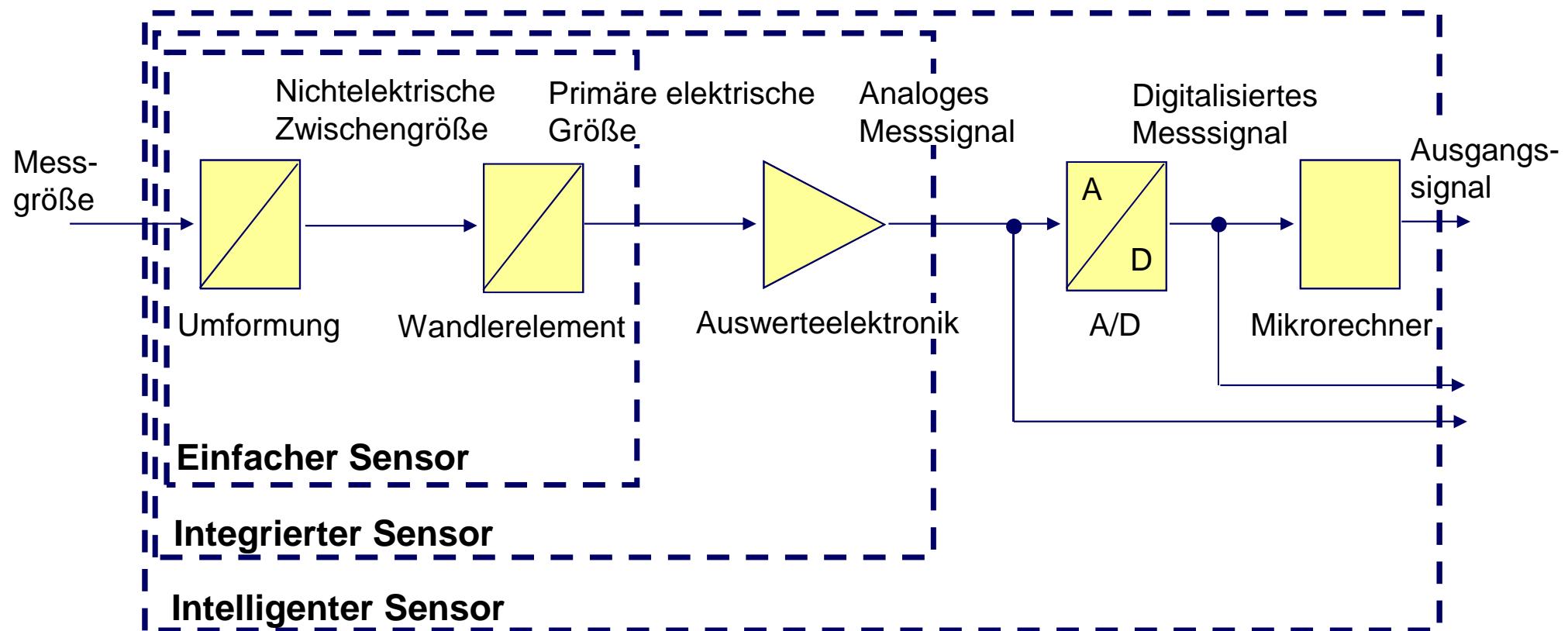


### Typische Aufgaben der Auswerteelektronik:

- Verstärkung, z.B. zur Normierung (z.B. auf 0...5V)
- Ausfilterung von Störsignalen
- Reset des Nullpunktes
- Linearisierung des Primärsignals
- Messbereichsanpassung und Umschaltung
- ...

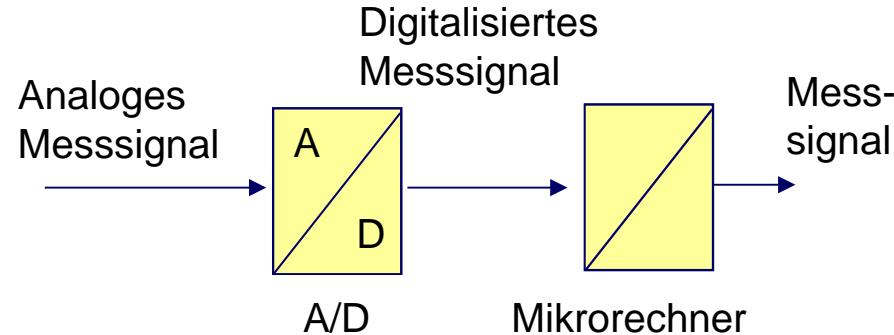
# Allgemeine Betrachtungen

## Intelligenter Sensor



# Allgemeine Betrachtungen

## Intelligenter Sensor

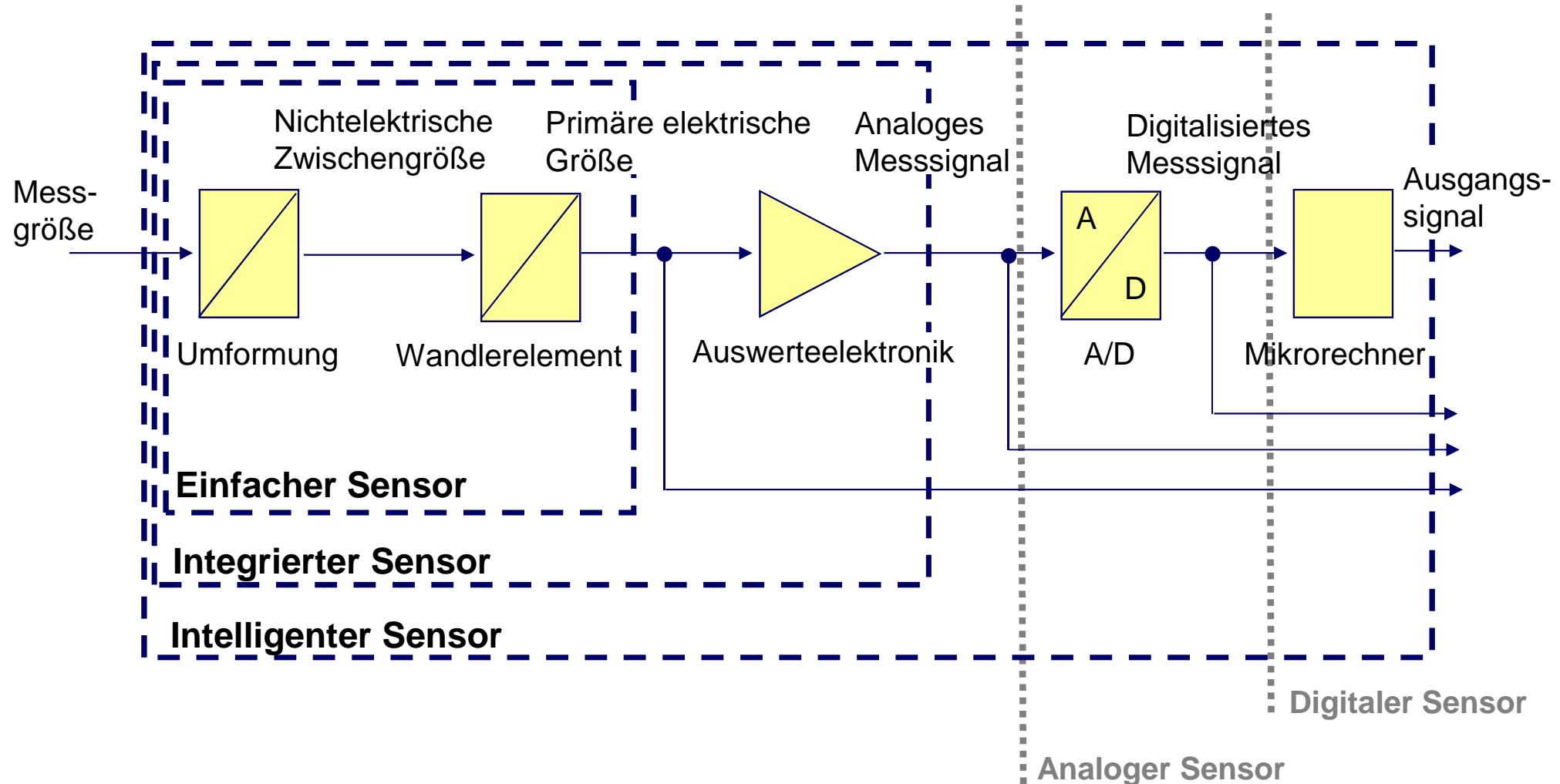


### Beispiele für zusätzliche Funktionen intelligenter Sensoren:

- Übernahme von Funktionen der Auswertelektronik (spart Platz, Gewicht, ggf. Kosten)
- Plausibilisierung der Messsignale
- Protokollierung von Messdaten und Fehlern
- Berechnung abgeleiteter Größen (z.B. Ableiten nach der Zeit)
- Kommunikation mit einem Bussystem
- Gemeinsame Auswertung mehrerer Sensorsignale
- Kalibrierung durch Software
- ...

# Allgemeine Betrachtungen

## Das System Sensor - Übersicht



# Allgemeine Betrachtungen

## Beispiele für Anforderungen an Sensoren

- Eindeutige und reproduzierbare Abbildung
- Unempfindlichkeit ggü. Störungen
- Einfache Stromversorgung
- Funktionskontrolle
- ...

# Kenngrößen von Sensoren

## Überblick

- Messbereich
- Empfindlichkeit
- Messgenauigkeit
- Auflösung
- Zulässiger Frequenzbereich

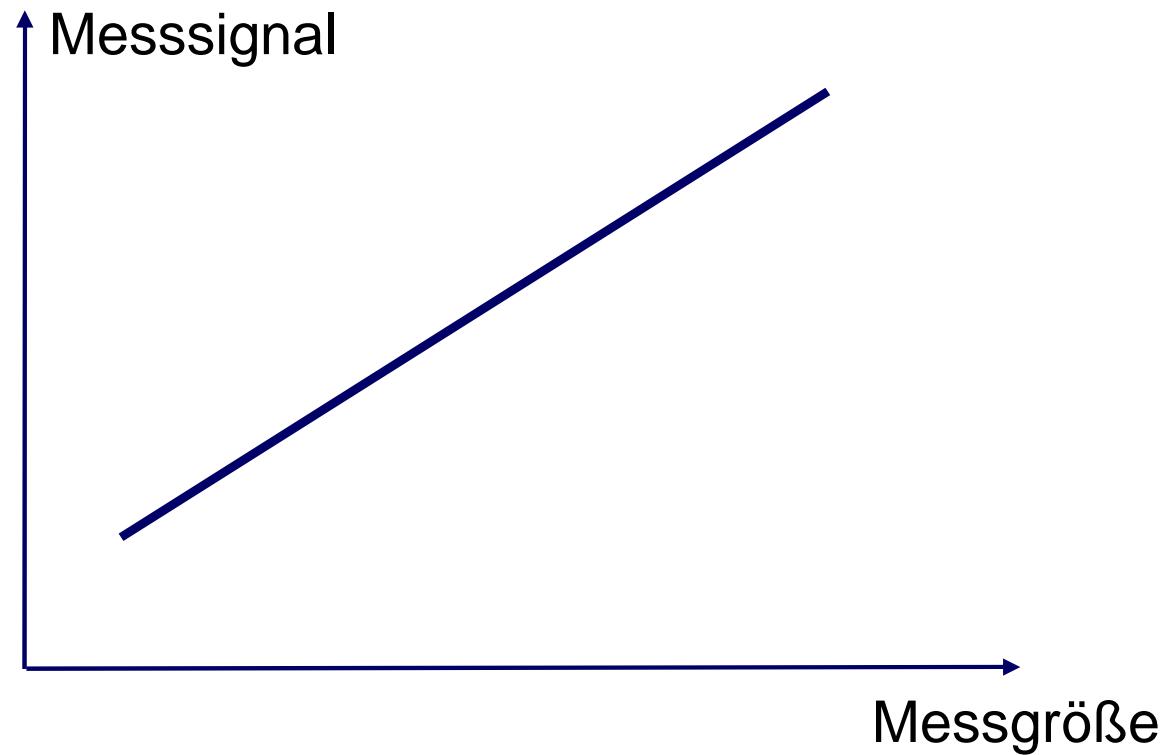
# Kenngrößen von Sensoren

## Messbereich

*„Wertebereich der Messgröße, der im Rahmen der vom Hersteller genannten Kenngrößen (z.B. Genauigkeit, Auflösung,...) auf das Messsignal korrekt abgebildet wird.“*

# Kenngrößen von Sensoren

## Messbereich



# Kenngrößen von Sensoren

## Überblick

- Messbereich
- Empfindlichkeit
- Messgenauigkeit
- Auflösung
- Zulässiger Frequenzbereich

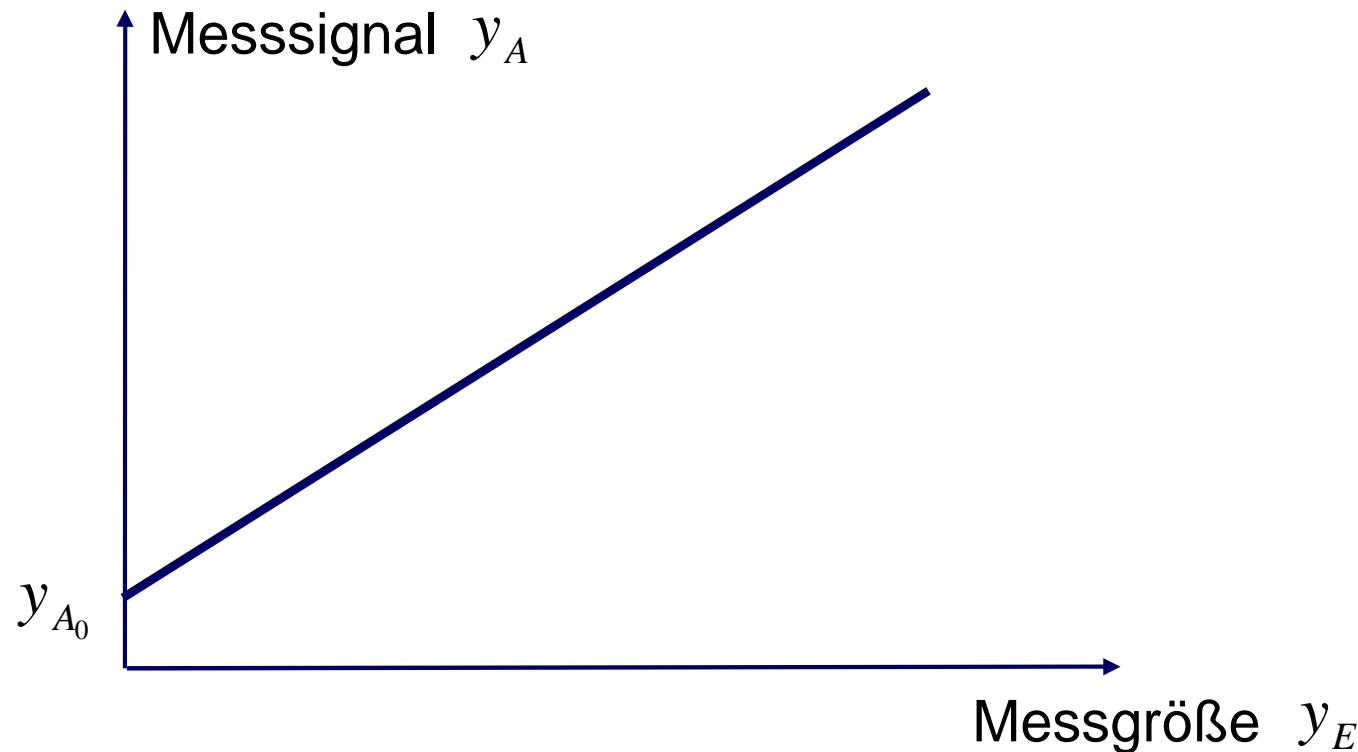
# Kenngrößen von Sensoren

## Empfindlichkeit

*„Maß für die Änderung des Messsignals auf eine Zu- oder Abnahme der Messgröße.“*

# Kenngrößen von Sensoren

## Empfindlichkeit



Erhöhung der Empfindlichkeit  $k$  durch Verstärkung des Messsignals  
-> mehr Rauschen

# Kenngrößen von Sensoren

## Überblick

- Messbereich
- Empfindlichkeit
- Messgenauigkeit
- Auflösung
- Zulässiger Frequenzbereich

# Kenngrößen von Sensoren

## Messgenauigkeit

In der für die Messtechnik grundlegenden DIN 1319 wird zwischen diesen beiden Werten unterschieden:

- **Wahrer Wert** der Messgröße als Ziel der Auswertungen von Messungen der Messgröße; das ist ein „ideeller Wert“, der in aller Regel **nicht genau bekannt** ist.
- **Richtiger Wert** der Messgröße als „**bekannter Wert**“ für Vergleichszwecke, dessen Abweichung vom wahren Wert für den Vergleichszweck als vernachlässigbar betrachtet wird.

Der richtige Wert ist der Wert, den eine fehlerfreie Messeinrichtung ausgeben würde, ein durch Vergleich mit einem Norm ermittelter (oder fundamental ermittelter oder als richtig festgelegter) Wert. Zwischen wahren und richtigem Wert besteht ein zwar prinzipieller, aber quantitativ unerheblicher Unterschied.

# Kenngrößen von Sensoren

## Messgenauigkeit

DIN EN 60051:

*„Grad der Übereinstimmung zwischen angezeigtem und richtigen Wert.“*

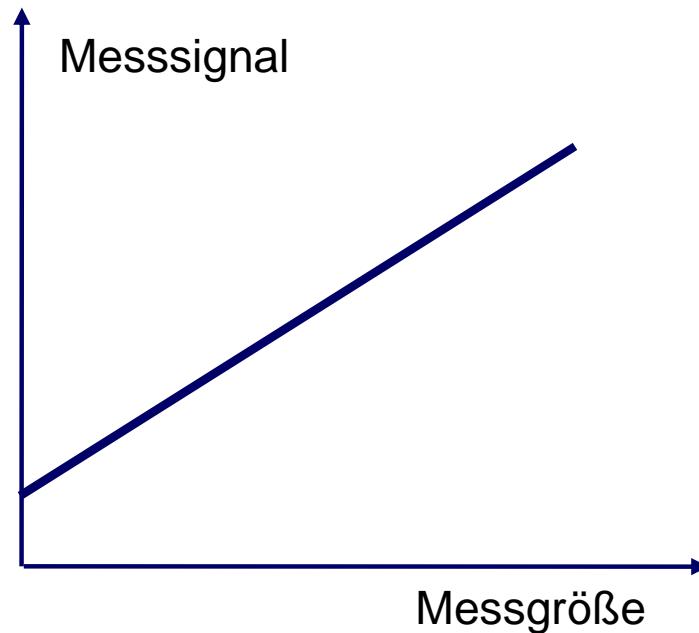
Man unterscheidet zwischen

- Nullpunktfehler
- Steigungsfehler
- Linearitätsfehler
- Hysteresefehler

# Kenngrößen von Sensoren

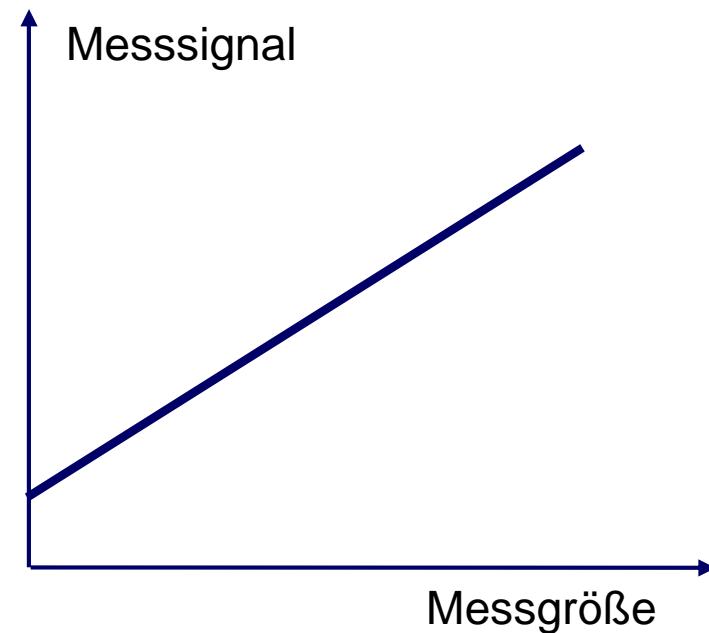
## Messgenauigkeit

### Nullpunktfehler



- Äußere Ursache, z.B. Temperaturdrift
- Innere Ursache,  
z.B. Langzeitdrift (Alterung)

### Steigungsfehler

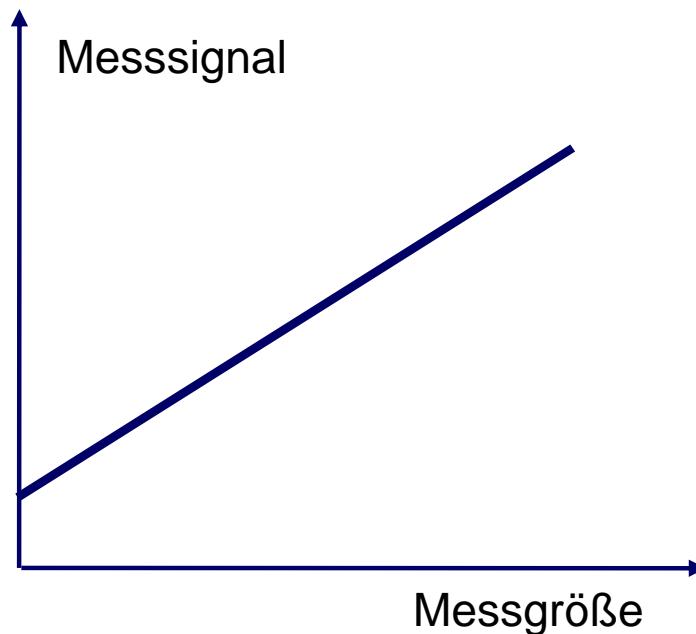


- z.B. Temperatur oder Alterung

# Kenngrößen von Sensoren

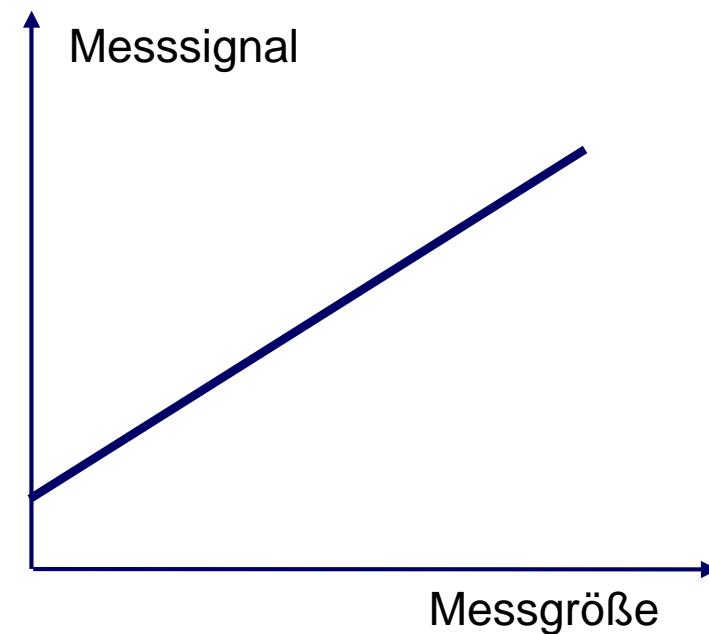
## Messgenauigkeit

### Linearitätsfehler



- z.B. Materialinhomogenitäten oder Abnutzungseffekte

### Hysteresefehler



- Dissipation oder Energiespeicherung, z.B. Reibung oder elektromagnetische Messprinzipien (Ummagnetisierung)

# Kenngrößen von Sensoren

## Messgenauigkeit

# Kenngrößen von Sensoren

## Überblick

- Messbereich
- Empfindlichkeit
- Messgenauigkeit
- Auflösung
- Zulässiger Frequenzbereich

# Kenngrößen von Sensoren

## Auflösung

*„Minimale Änderung der Messgröße, ab der eine Differenzierung im Messsignal möglich ist.“*

# Kenngrößen von Sensoren

## Auflösung

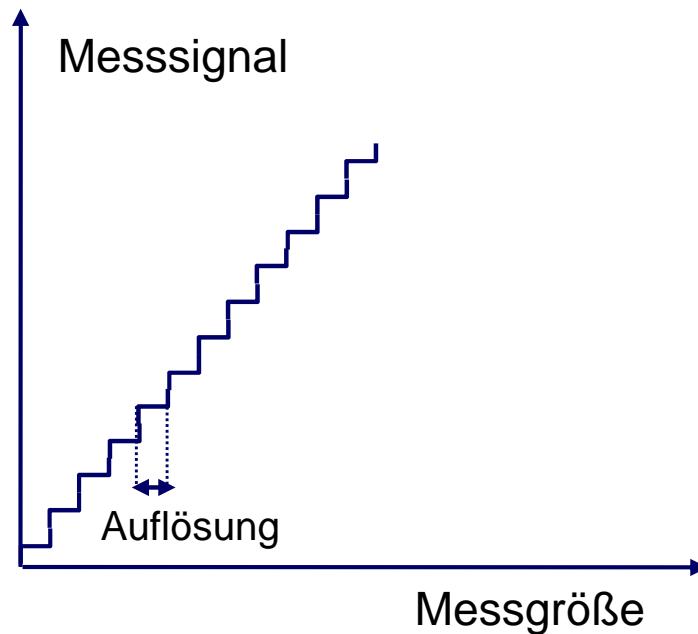
Ursachen für eine reduzierte Auflösung sind

- Unstetigkeit der Messgrößenerfassung
- Ziffernschrittweite
- Rauschanteil
- Amplitudenauflösung bei A/D-Wandlung
- Zeitauflosung bei A/D-Wandlung

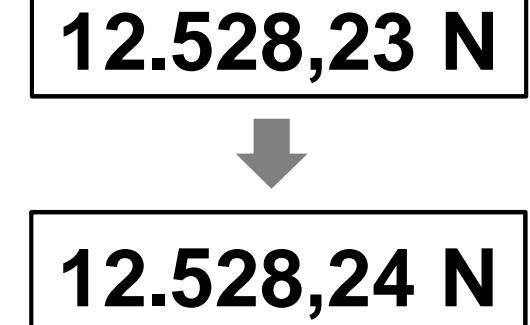
# Kenngrößen von Sensoren

## Auflösung

### Unstetigkeit der Messgrößenerfassung



### Zifferschrittweite

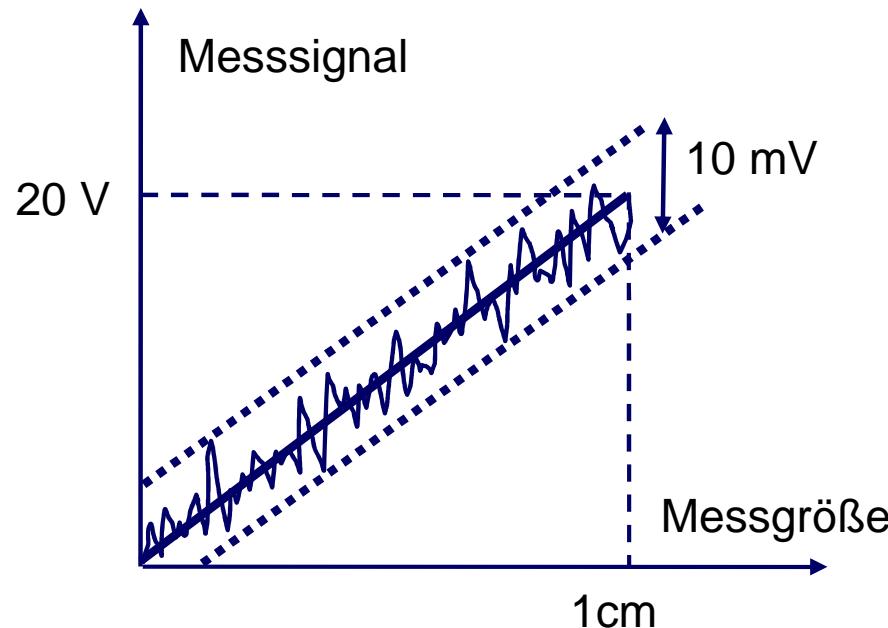


- z.B. Drahtpotenziometer

# Kenngrößen von Sensoren

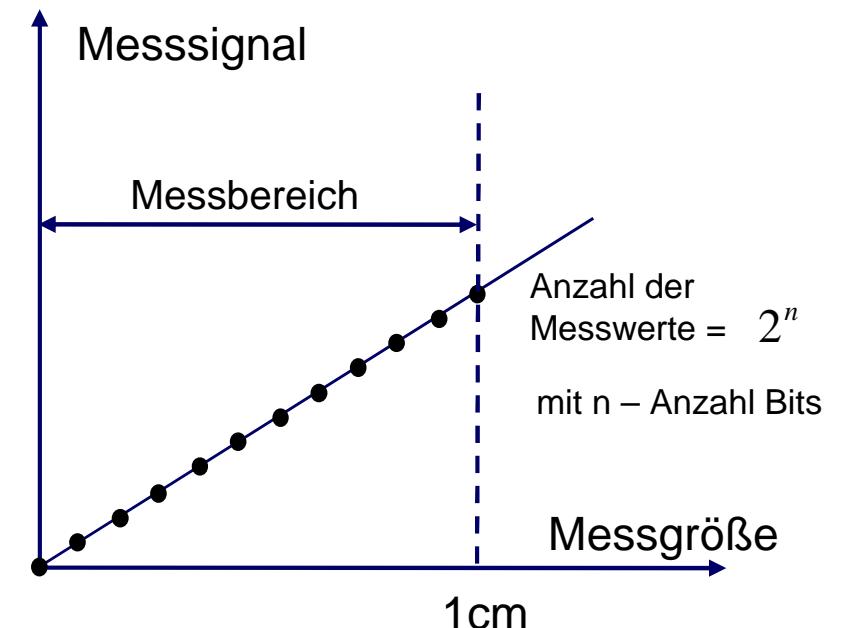
## Auflösung

### Rauschanteil



$$\text{Auflösung} =$$

### Amplitudenauflösung bei A/D-Wandlung

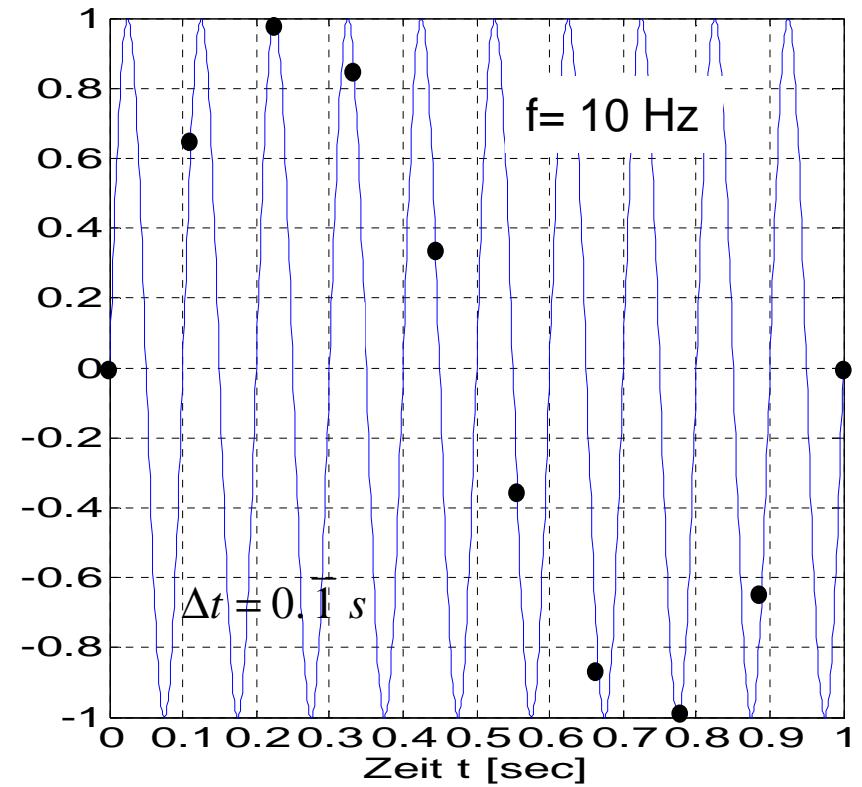
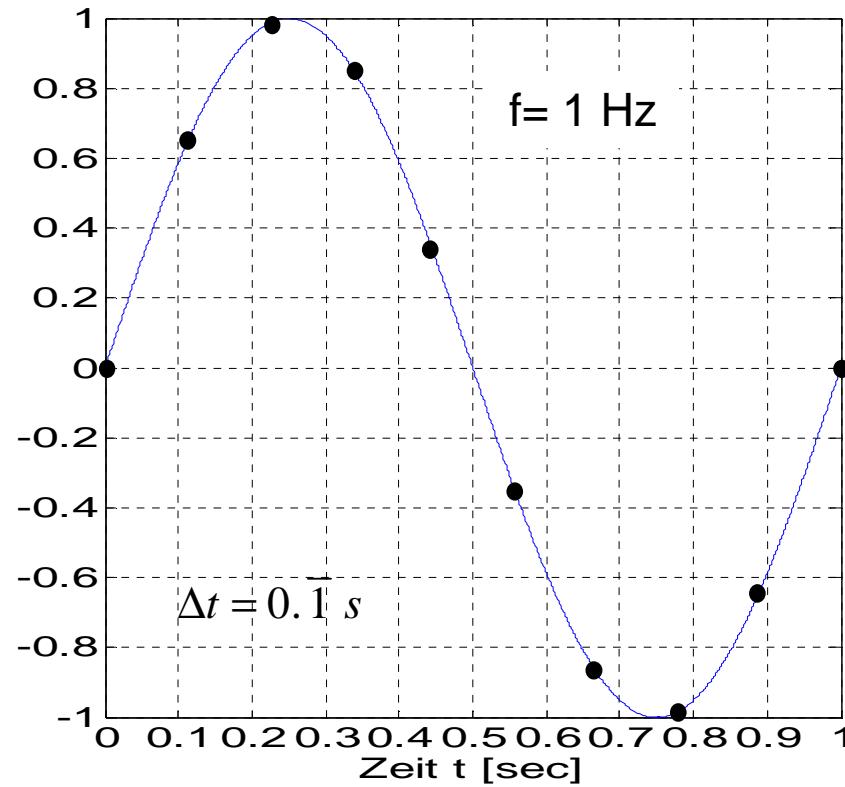


$$\text{Auflösung} =$$

# Kenngrößen von Sensoren

## Auflösung

### Zeitauflösung bei A/D-Wandlung



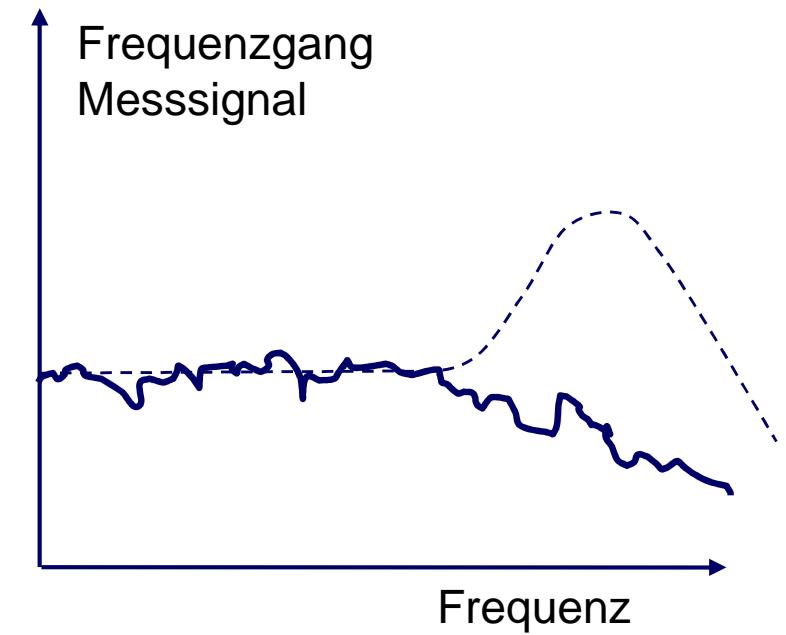
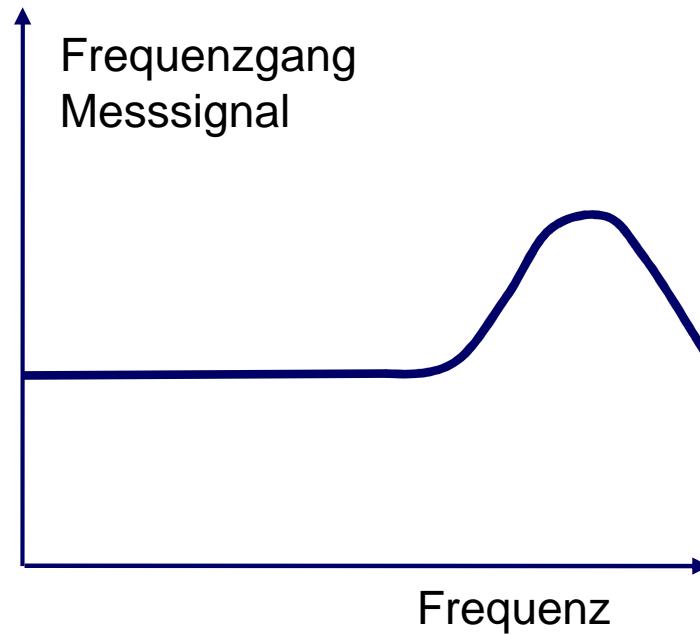
# Kenngrößen von Sensoren

## Überblick

- Messbereich
- Empfindlichkeit
- Messgenauigkeit
- Auflösung
- Zulässiger Frequenzbereich

# Kenngrößen von Sensoren

## Zulässiger Frequenzbereich



**Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!**

# Fahrzeugmechatronik I

## Sensoren



**Prof. Dr.-Ing. Steffen Müller  
M. Sc. Osama Al-Saidi  
Fachgebiet Kraftfahrzeuge • Technische Universität Berlin**

---

# Wirkprinzip Übersicht (Auswahl)

Wirkprinzipien	$s, \varphi$	$v, \omega$	$a, \dot{\omega}$	$F, M, p$
potentiometrisch	X			X
induktiv	X	X		X
kapazitiv	X		X	X
Ultraschall	X			
magnetisch	X	X		X
optisch	X	X		X
piezoelektrisch			X	X
piezoresistiv	X		X	X
kompensatorisch				X

Differentiation zur Bestimmung einer Messgröße wurde nicht berücksichtigt

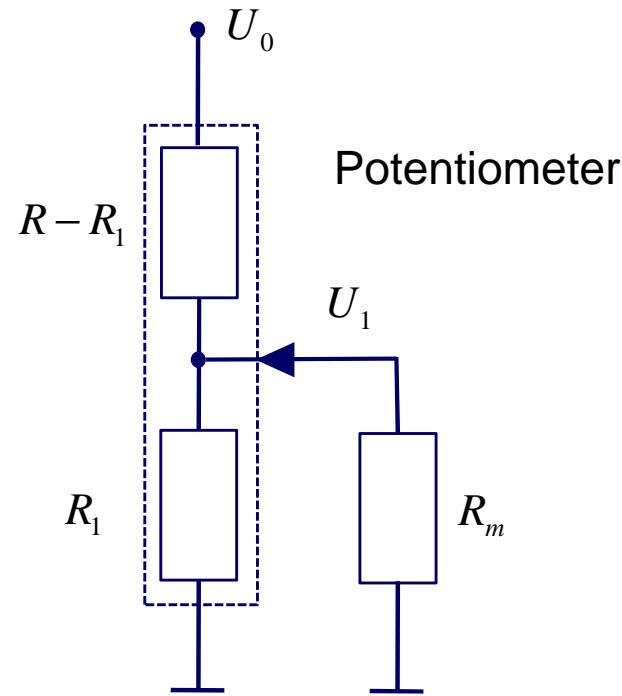
# Wirkprinzip Übersicht (Auswahl)

Wirkprinzipien	s, φ	v, ω	a, ḡ	F, M, p
potentiometrisch	X			X
induktiv	X	X		X
kapazitiv	X		X	X
Ultraschall	X			
magnetisch	X	X		X
optisch	X	X		X
piezoelektrisch			X	X
piezoresistiv	X		X	X
kompensatorisch				X

Differentiation zur Bestimmung einer Messgröße wurde nicht berücksichtigt

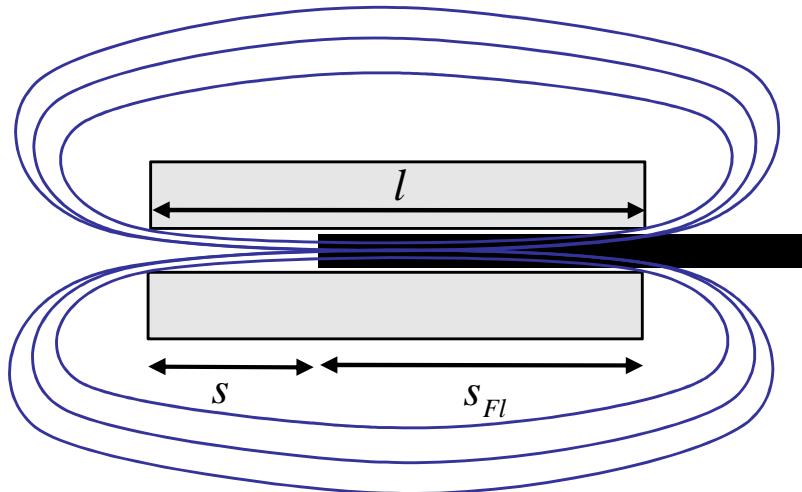
# Weg- und Winkelmessung

## Potentiometrische Verfahren



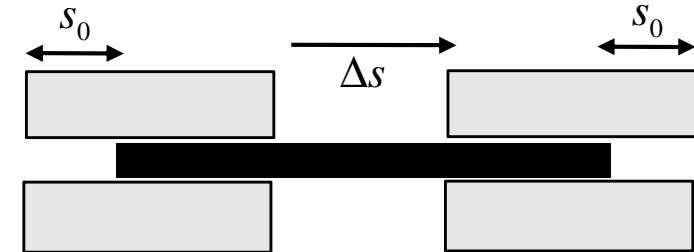
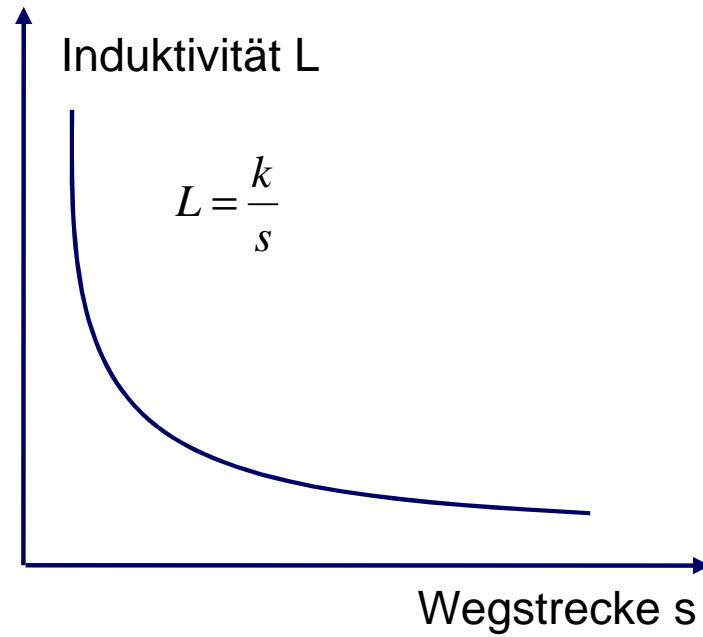
# Weg- und Winkelmessung

## Induktive Verfahren - Grundlagen

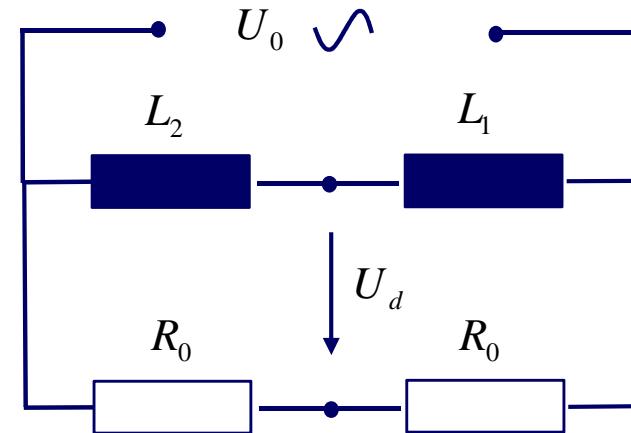


# Weg- und Winkelmessung

## Induktive Verfahren - Grundlagen



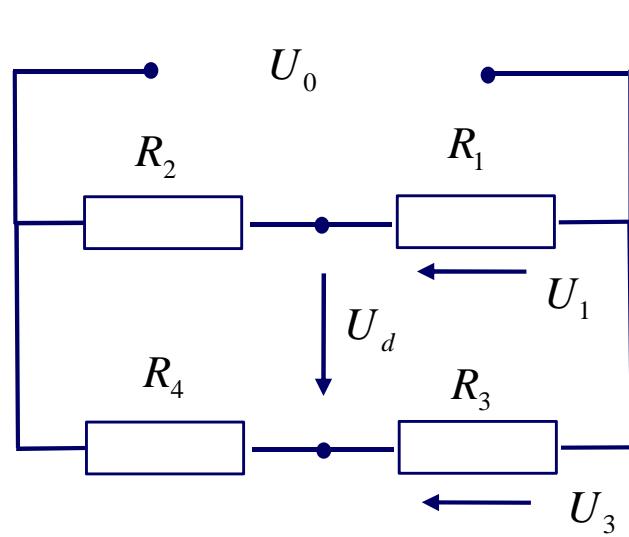
Differenzial-Tauchanker-Geber



Halbbrücke

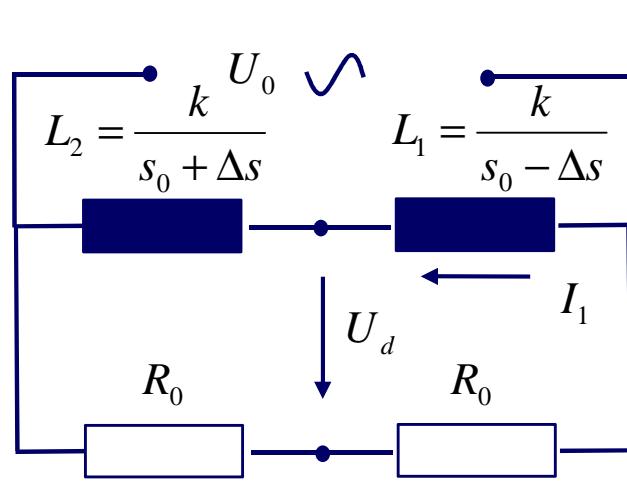
# Weg- und Winkelmessung

## Weatstonesche Messbrücke



# **Weg- und Winkelmessung**

## Differenzial-Tauchanker-Geber (Halbbrücke)



# Weg- und Winkelmessung

## Kapazitive Verfahren

Der Messeffekt kapazitiver Wegsensoren ist die Änderung der Kapazität eines Plattenkondensators.

$$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r A}{d}$$

Aufbau, Auswertung und Anwendungsbereich sind ähnlich wie bei induktiven Wegsensoren.

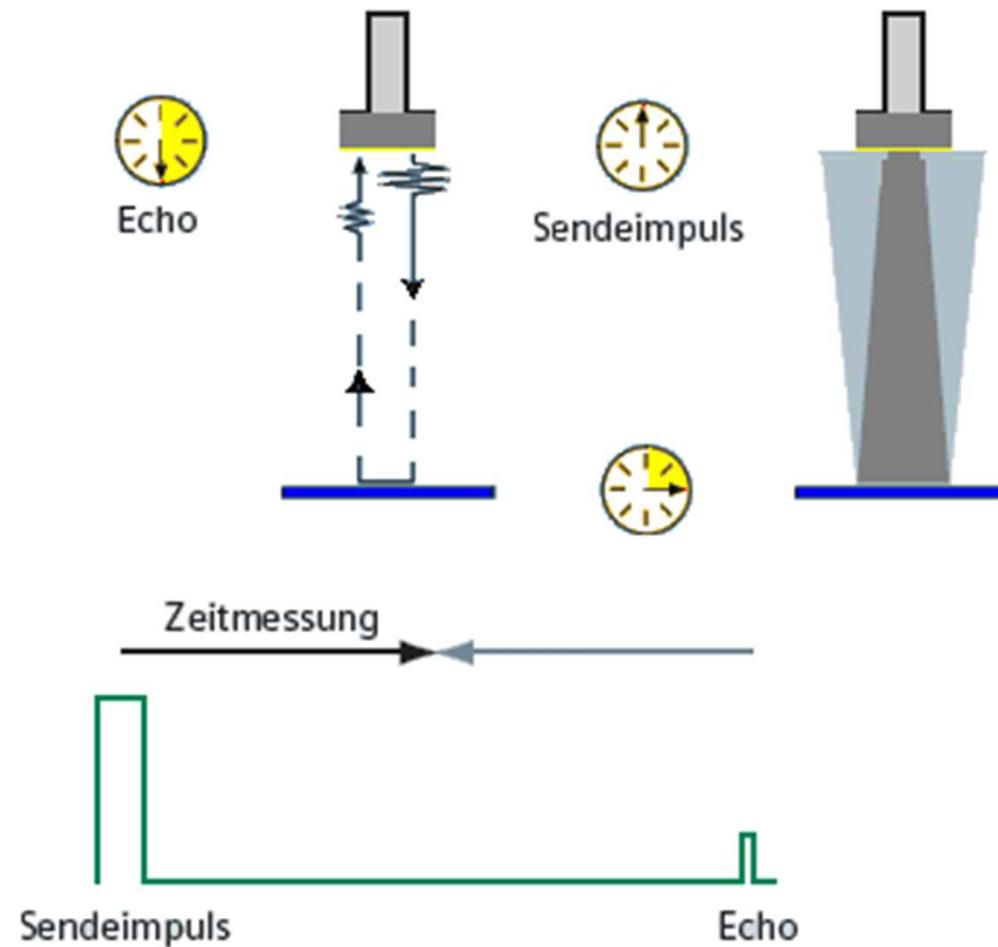
# Weg- und Winkelmessung

## Kapazitive Verfahren - Konfigurationen

	Bewegung relativ	Einzelplatte		Mehrfachplatte Einzelkapazität
		Einzelkapazität	Differenzialsystem	
Änderung der Fläche A	LINEAR			
	DREHEND			
Änderung des Abstandes s	LINEAR			
	DREHEND			
Änderung der Permeabilität	LINEAR			

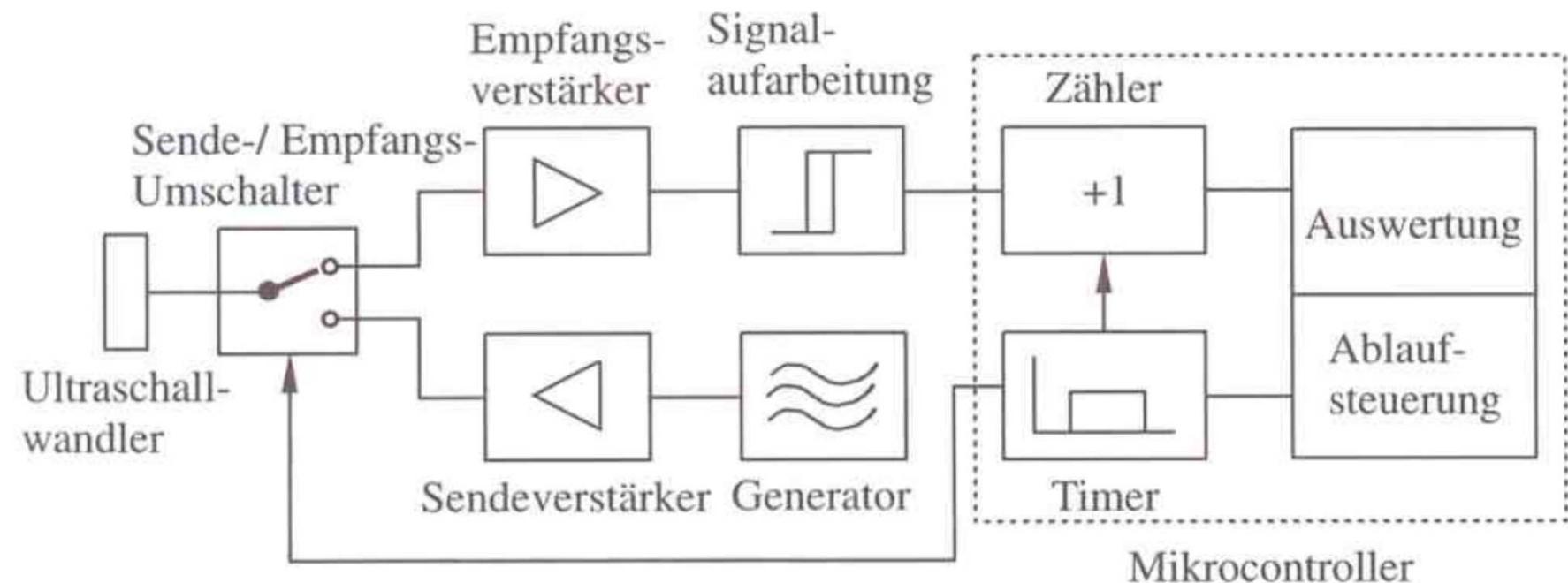
# Weg- und Winkelmessung Verfahren auf Ultraschallbasis

Messung der Zeit zwischen Ultraschallimpuls und Echoeingang



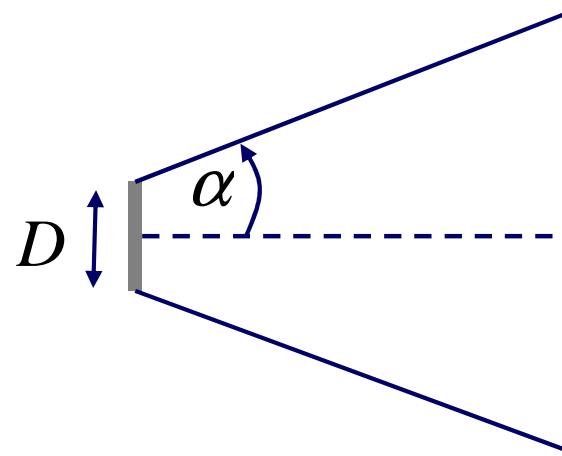
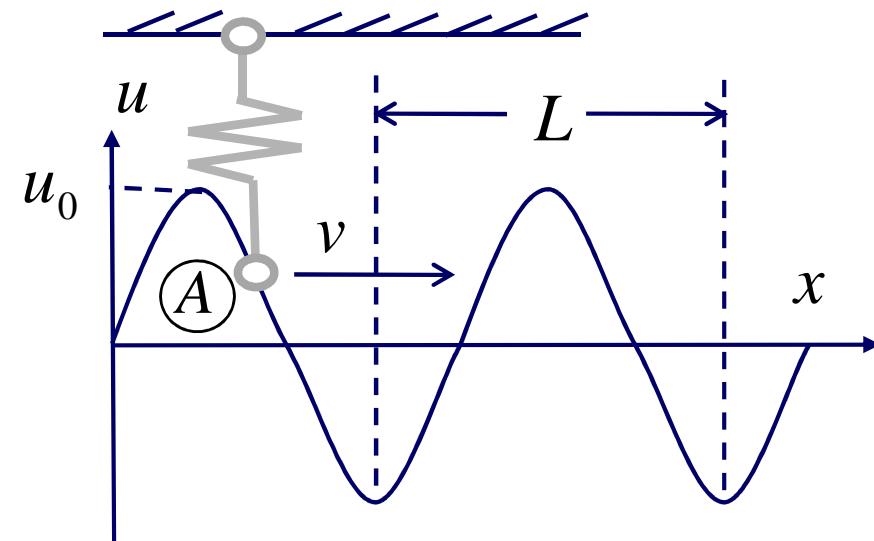
# Weg- und Winkelmessung

## Ultraschallsensor - Prinzipschaltbild



# Weg- und Winkelmessung

## Wellenlänge und Schallkegel

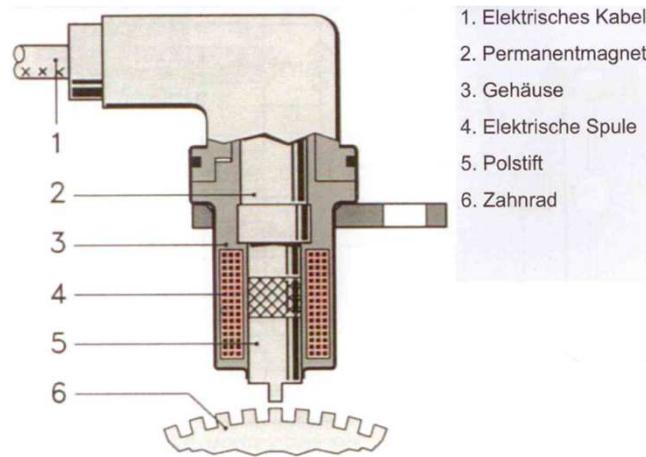


# Wirkprinzipien Übersicht (Auswahl)

Wirkprinzipien	s, φ	v, ω	a, ḡ	F, M, p
potentiometrisch	X			X
induktiv	X	X		X
kapazitiv	X		X	X
Ultraschall	X			
magnetisch	X	X		X
optisch	X	X		X
piezoelektrisch			X	X
piezoresistiv	X		X	X
kompensatorisch				X

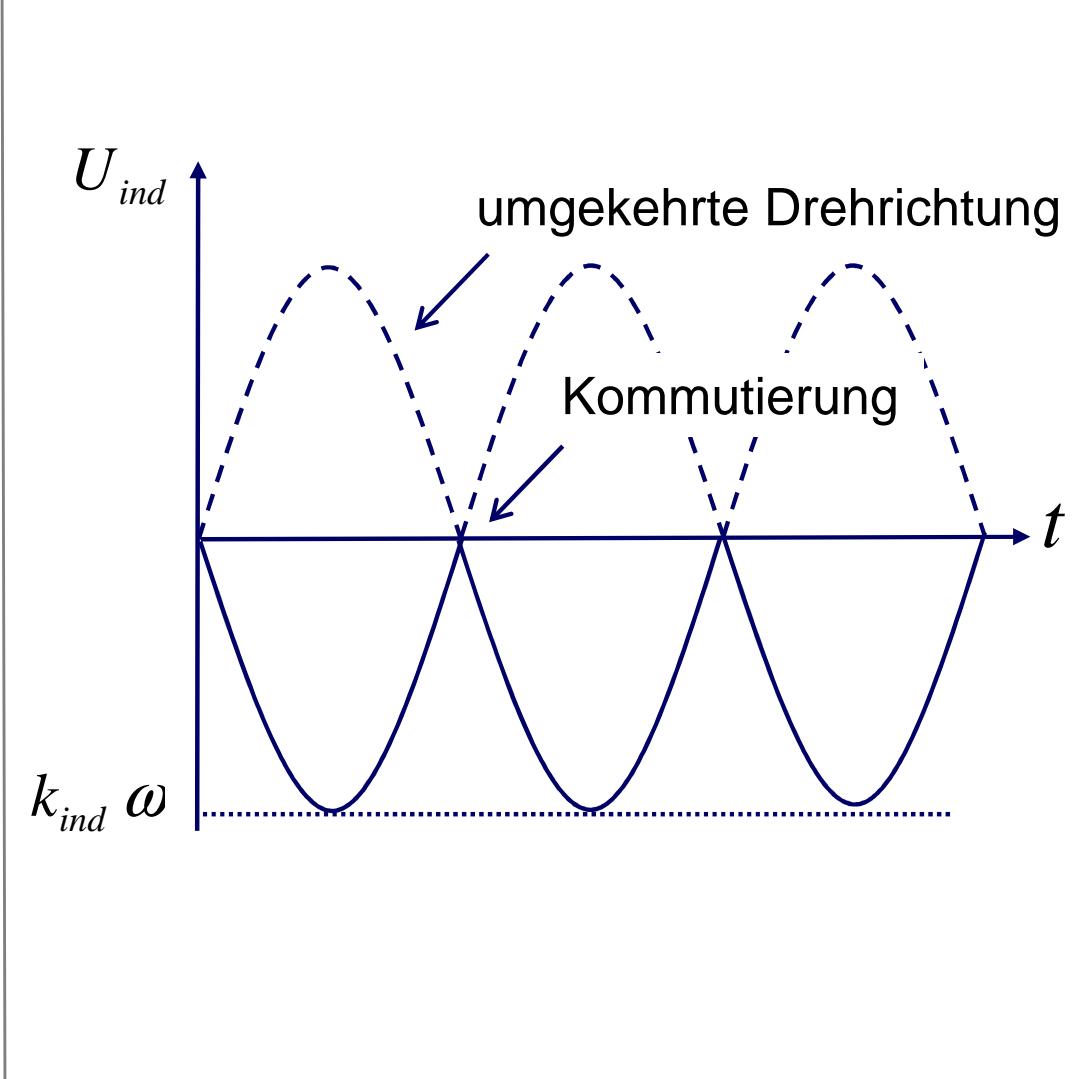
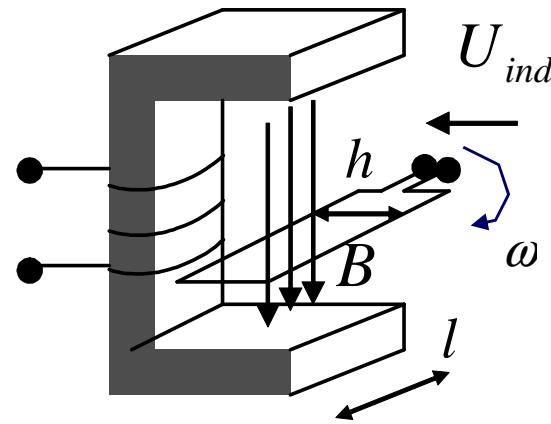
Differentiation zur Bestimmung einer Messgröße wurde nicht berücksichtigt

# Geschwindigkeitsmessung Induktionsgeber



# Geschwindigkeitsmessung

## Tachogenerator

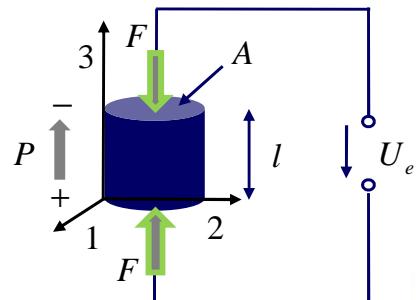
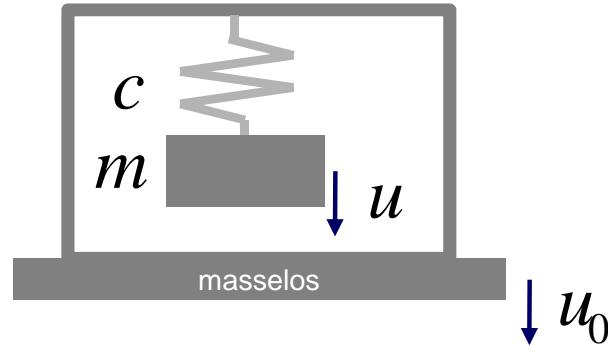


# Wirkprinzipien Übersicht (Auswahl)

Wirkprinzipien	s, φ	v, ω	a, ω̇	F, M, p
potentiometrisch	X			X
induktiv	X	X		X
kapazitiv	X		X	X
Ultraschall	X			
magnetisch	X	X		X
optisch	X	X		X
piezoelektrisch			X	X
piezoresistiv	X		X	X
kompensatorisch				X

Differentiation zur Bestimmung einer Messgröße wurde nicht berücksichtigt

# Beschleunigungsmessung Piezoelektrisches Verfahren



$$\begin{Bmatrix} \Delta l \\ U \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{l}{E_{33}A} & d_{33} \\ -\frac{d_{33}l}{A\varepsilon_0\varepsilon_r} & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F \\ U_e \end{Bmatrix}$$

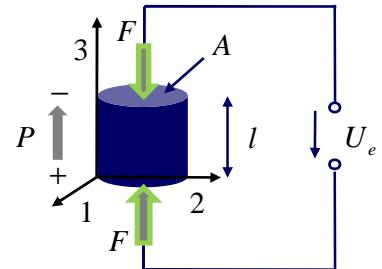
# Wirkprinzipien Übersicht (Auswahl)

Wirkprinzipien	s, φ	v, ω	a, ḡ	F, M, p
potentiometrisch	X			X
induktiv	X	X		X
kapazitiv	X		X	X
Ultraschall	X			
magnetisch	X	X		X
optisch	X	X		X
piezoelektrisch			X	X
piezoresistiv	X		X	X
kompensatorisch				X

Differentiation zur Bestimmung einer Messgröße wurde nicht berücksichtigt

# Kraft- und Momentenmessung

## Piezoelektrisches Verfahren



$$\begin{Bmatrix} \Delta l \\ U \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{l}{E_{33}A} & d_{33} \\ -\frac{d_{33}l}{A\varepsilon_0\varepsilon_r} & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F \\ U_e \end{Bmatrix}$$

Sonderfall 1: Piezo frei,  $U_e \neq 0$

$$\Delta l = d_{33} U_e$$

Sonderfall 2: Piezo eingespannt,  $U_e \neq 0$

$$F = + \frac{d_{33} E_{33} A}{l} U_e$$

Sonderfall 3: Druckbelastung,  $U_e = 0$

$$U = - \frac{d_{33} l}{A \varepsilon_0 \varepsilon_r} F$$

Typische Materialwerte und Abmessungen  
(PZT Keramik PXE 52)

$$\varepsilon_0 \varepsilon_r = 3 \cdot 10^{-8} \frac{As}{Vm}$$

$$l = 2 \cdot 10^{-2} m$$

$$E_{33} = 50 \cdot 10^9 \frac{N}{m^2}$$

$$A = 1 \cdot 10^{-4} m^2$$

$$d_{33} = 580 \cdot 10^{-12} \frac{As}{N}$$

Sonderfall 1:

$$50 \mu m = 580 \cdot 10^{-12} \frac{As}{N} \cdot 86 kV$$

Sonderfall 2:

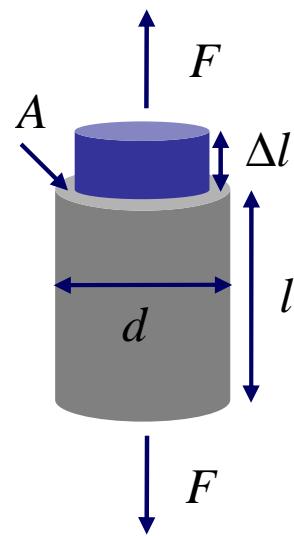
$$100 N = 0.145 \frac{As}{m} \cdot 690 V$$

Sonderfall 3 (Sensorfunktion):

$$3.9 V = 3.9 \frac{V}{N} \cdot 1 N$$

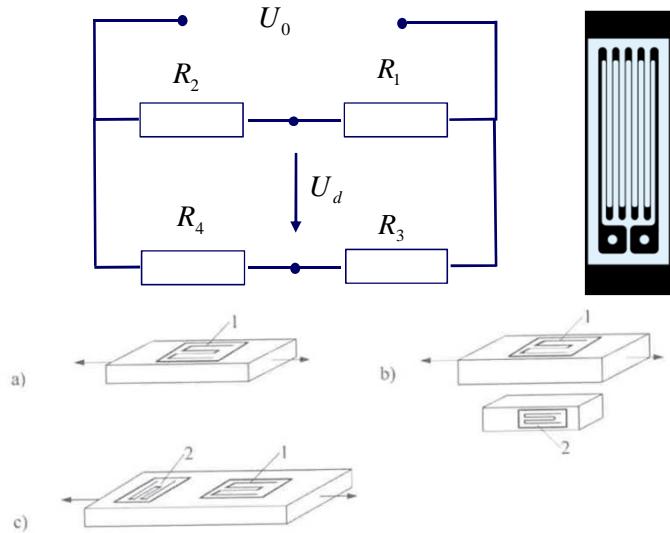
# Kraft- und Momentenmessung

## Messverfahren mit Dehnungsmessstreifen



# Kraft- und Momentenmessung

## Messverfahren mit Dehnungsmessstreifen



**Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!**

# Fahrzeugmechatronik I

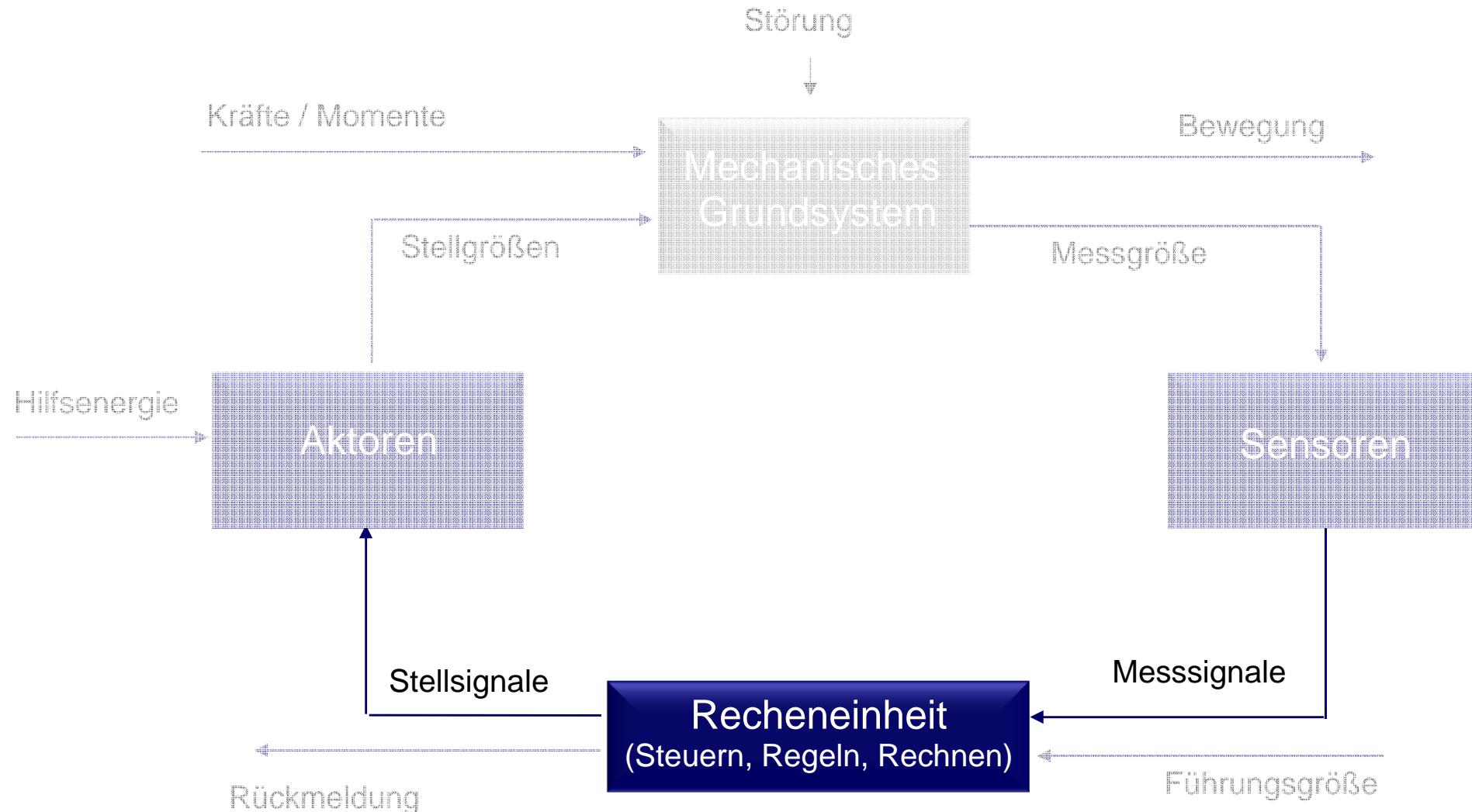
## Signalverarbeitung



**Prof. Dr.-Ing. Steffen Müller  
M. Sc. Osama Al-Saidi  
Fachgebiet Kraftfahrzeuge • Technische Universität Berlin**

---

# Übersicht Mechatronisches System



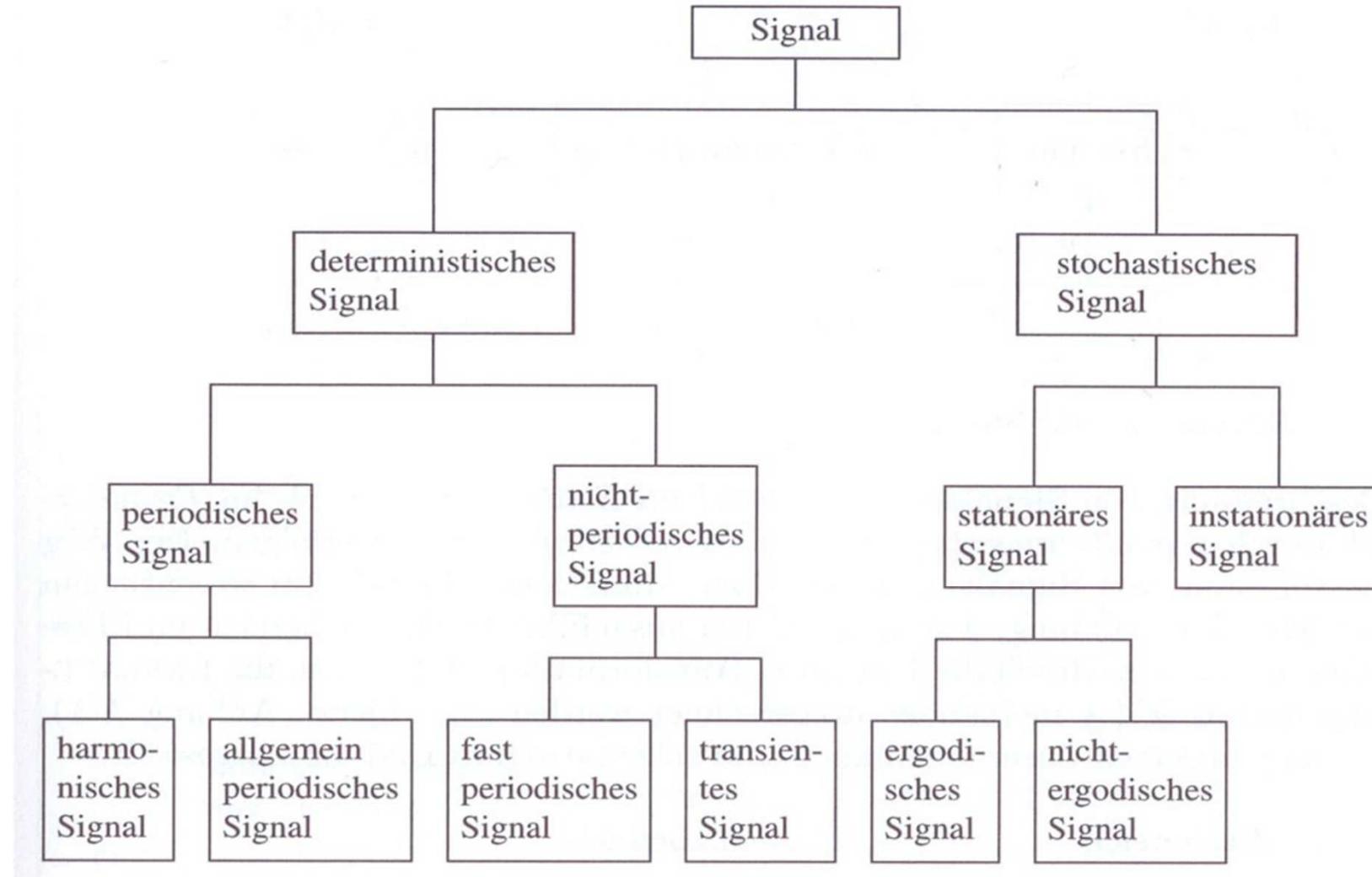
# Übersicht

## Definition Signal und Signalverarbeitung

Der Begriff „Signal“ kennzeichnet eine zeitveränderliche, **informationstragende Messgröße**. Signale werden in unterschiedliche **Klassen** eingeteilt und kontextabhängig **durch Kennwerte sowie Kennfunktionen beschrieben**.

Unter dem Begriff **Signalverarbeitung** sind alle Bearbeitungsschritte zusammengefasst, die das Ziel haben, **Informationen aus einem Signal zu extrahieren** oder **für die Übertragung vorzubereiten**.

# Übersicht Klassifizierung von Signalen



# Übersicht Inhalte

- Statistische Kenngrößen und –funktionen
- Ausgleichsrechnung
- Numerisches Glätten
- Digitale Filterung

# **Statische Kennwerte und -funktionen**

## Kennwerte

# **Statische Kennwerte und -funktionen**

## Kennwerte

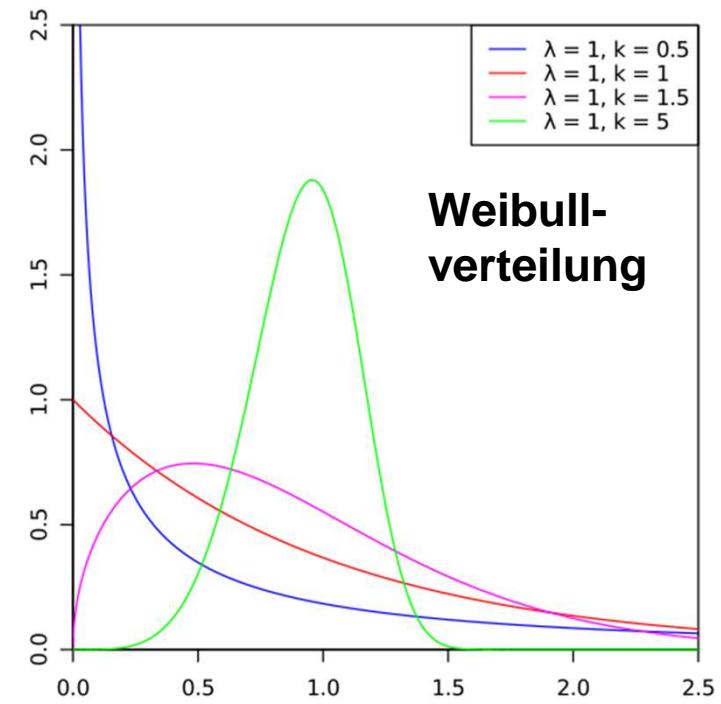
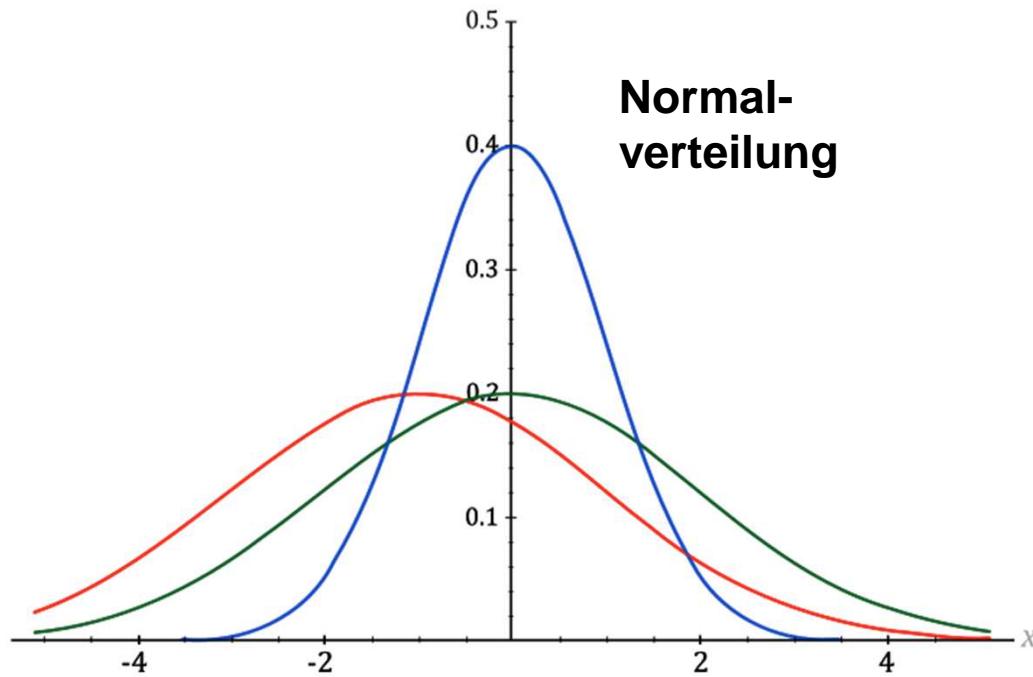
# **Statische Kennwerte und -funktionen**

## Kennfunktionen

# Statische Kennwerte und -funktionen

## Kennfunktionen

### Beispiele für Dichtefunktionen



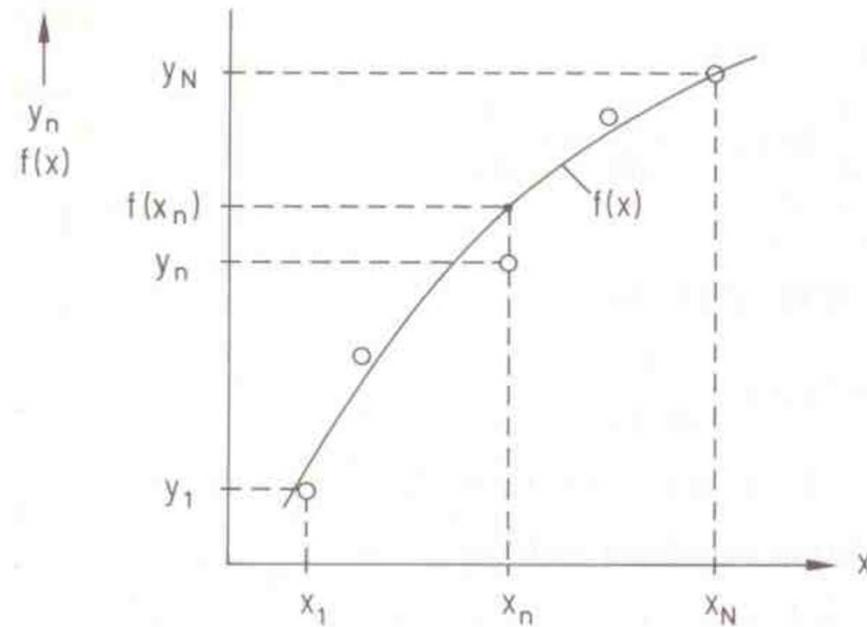
# Übersicht Inhalte

- Statistische Kenngrößen und -funktionen
- Ausgleichsrechnung
- Numerisches Glätten
- Digitale Filterung

# Ausgleichsrechnung

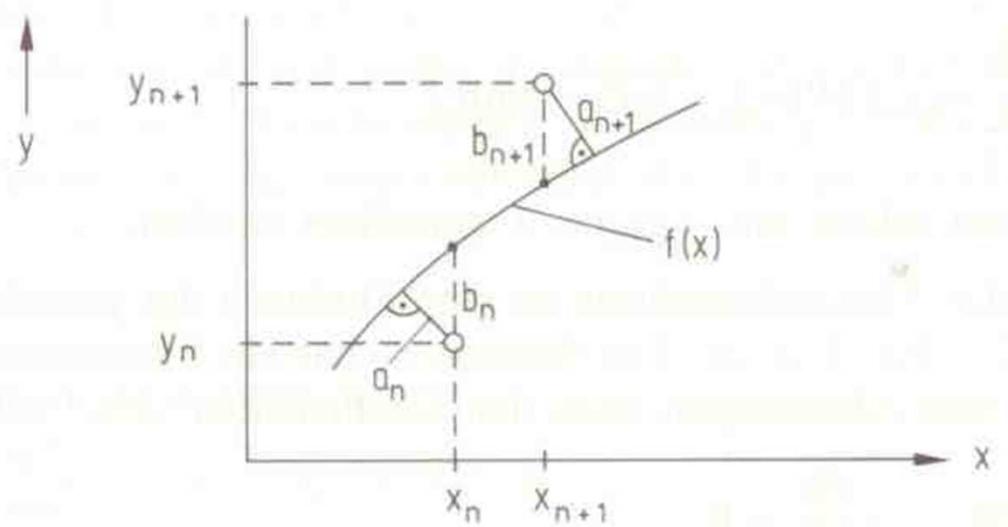
## Einführung

Gegeben seien Wertepaare  $(x_n, y_n)$ , wobei der Zählparameter  $n$  von 1 bis  $N$  läuft. Durch die insgesamt  $N$  Wertepaare ist eine Funktion  $f(x)$  zu legen, so dass der Zusammenhang zwischen  $x_n$  und  $y_n$ , d.h. die Kennlinie, analytisch angegeben werden kann.



# Ausgleichsrechnung

## Einführung



# Ausgleichsrechnung

## Ausgleichspolynom

# Ausgleichsrechnung

## Ausgleichspolynom

# Ausgleichsrechnung

## Ausgleichspolynom

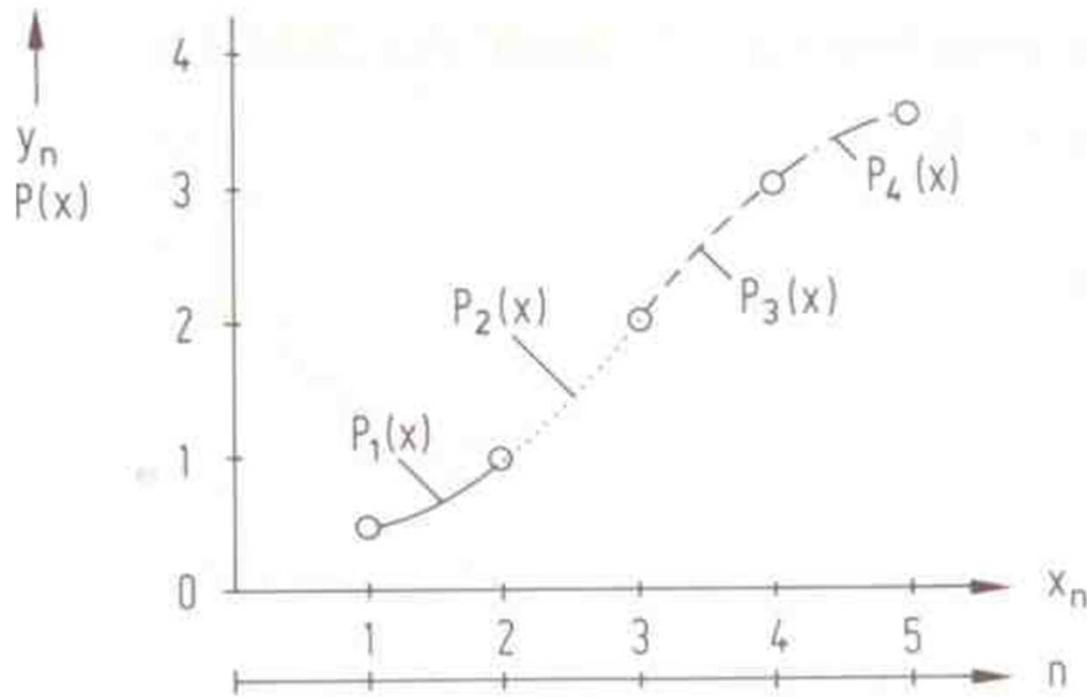
a, b, c und d folgen dann aus

$$\begin{bmatrix} N & \sum x_n & \sum x_n^2 & \sum x_n^3 \\ \sum x_n & \sum x_n^2 & \sum x_n^3 & \sum x_n^4 \\ \sum x_n^2 & \sum x_n^3 & \sum x_n^4 & \sum x_n^5 \\ \sum x_n^3 & \sum x_n^4 & \sum x_n^5 & \sum x_n^6 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sum y_n \\ \sum x_n y_n \\ \sum x_n^2 y_n \\ \sum x_n^3 y_n \end{Bmatrix}$$

Falls Ausgleich durch Polynome 3. Ordnung unzureichend:

Ausgleichspolynome höherer Ordnung neigen zu  
Welligkeiten und großen Abweichungen zwischen den  
Stützstellen -> **Ausgleich durch Splines**

# Ausgleichsrechnung Splines



# Ausgleichsrechnung Splines

# Ausgleichsrechnung Splines

$a_n, b_n, c_n$  und  $d_n$  lassen sich durch die gegebenen Stützwerte und die noch unbekannten 2. Ableitungen ausdrücken

$$a_n = y_n$$

$$b_n = \frac{1}{h_n} (y_{n+1} - y_n) - \frac{1}{6} h_n (y''_{n+1} + 2y''_n)$$

$$c_n = \frac{1}{2} y''_n$$

$$d_n = \frac{1}{6h_n} (y''_{n+1} - y''_n)$$

# Ausgleichsrechnung Splines

Einsetzen liefert

$$P'_n(x_{n+1}) = \frac{1}{h_n} (y_{n+1} - y_n) + \frac{1}{6} h_n (2y''_{n+1} + y''_n)$$

und somit

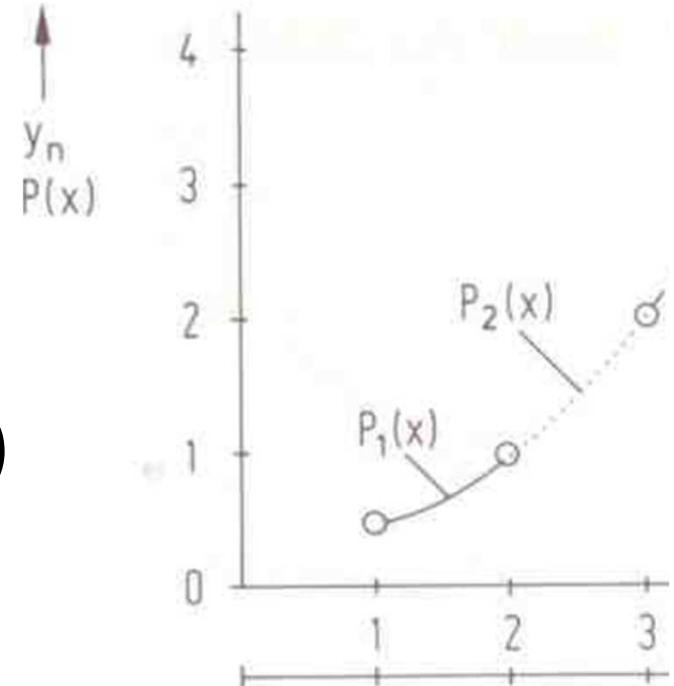
$$P'_{n-1}(x_n) = \frac{1}{h_{n-1}} (y_n - y_{n-1}) + \frac{1}{6} h_{n-1} (2y''_n + y''_{n-1})$$

Außerdem

$$P'_n(x_n) = b_n = \frac{1}{h_n} (y_{n+1} - y_n) - \frac{1}{6} h_n (y''_{n+1} + 2y''_n)$$

Forderung:

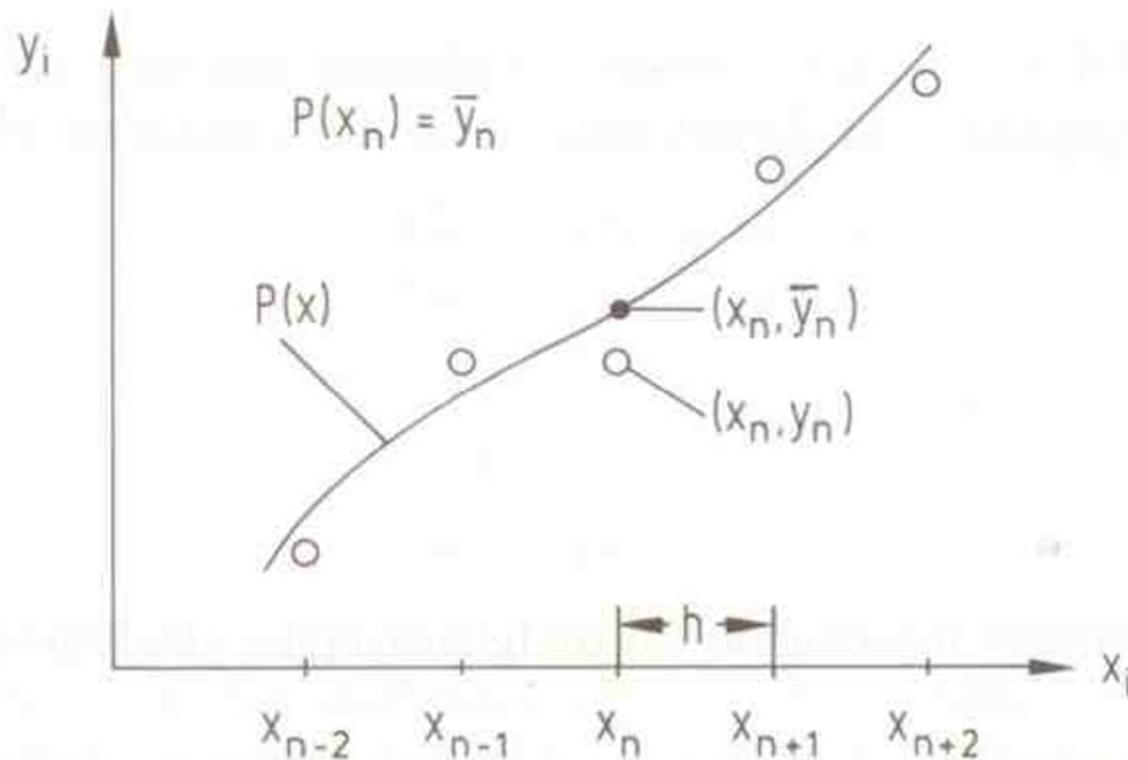
$$P'_{n-1}(x_n) = P'_n(x_n)$$



# Numerisches Glätten

## Ausgleichspolynom

Sollen **verstreute Messwerte**  $y_n$  weiterverarbeitet werden ist es sinnvoll, diese **vor einer Weiterverarbeitung zu glätten**, d.h. auszumitteln.



# Numerisches Glätten

## Ausgleichspolynom

Im Sinne der Methode der kleinsten Fehlerquadrate

$$S_n = \sum_k (P(x_{n+k}) - y_{n+k})^2$$

und mit

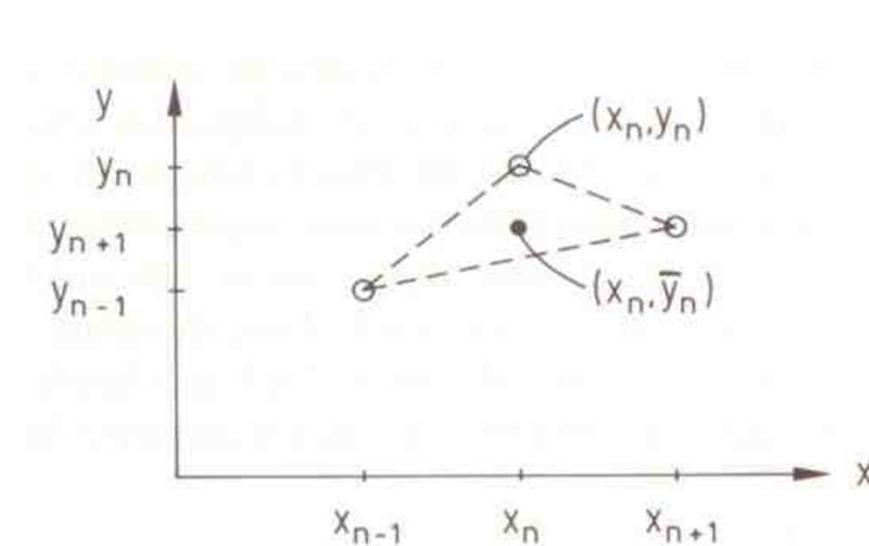
$$\frac{\partial S_n}{\partial a} = 0, \dots \quad \text{und} \quad x_k = x_{n+k} - x_n$$

folgt

$$\begin{bmatrix} \sum_k 1 & \sum_k x_k & \sum_k x_k^2 & \sum_k x_k^3 \\ \sum_k x_k & \sum_k x_k^2 & \sum_k x_k^3 & \sum_k x_k^4 \\ \sum_k x_k^2 & \sum_k x_k^3 & \sum_k x_k^4 & \sum_k x_k^5 \\ \sum_k x_k^3 & \sum_k x_k^4 & \sum_k x_k^5 & \sum_k x_k^6 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sum_k y_{n+k} \\ \sum_k x_k y_{n+k} \\ \sum_k x_k^2 y_{n+k} \\ \sum_k x_k^3 y_{n+k} \end{Bmatrix}$$

# Numerisches Glätten

## Ausgleichspolynom



# Digitales Filter

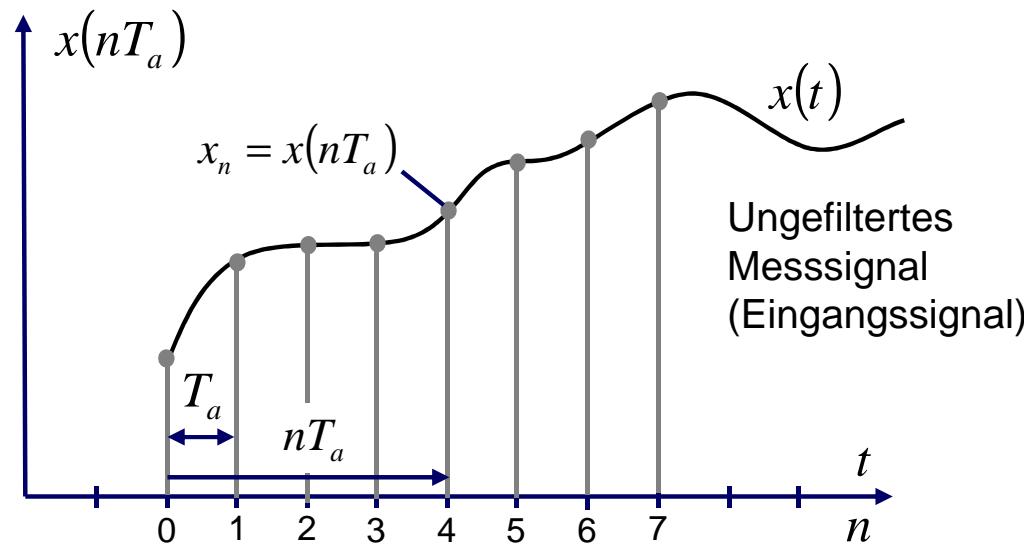
## Nichtrekursive Filter

Bei nichtrekursiven Filtern **hängt das Ausgangssignal** der Filters **nur von den Eingangssignalen** ab, nicht von den zurückliegenden Werten des Ausgangssignals (rekursive Filter).

Wegen dieser fehlenden Rückkopplung kann das nichtrekursive Filter nicht schwingen, es ist **immer stabil** und hat hierdurch eine **endliche Impulsantwort**. Es wird daher auch als **Finite Impulse Response (FIR)** Filter bezeichnet.

# Digitales Filter

## Nichtrekursive Filter



Ungefiltertes  
Messsignal  
(Eingangssignal)

# Digitales Filter

## Nichtrekursive Filter

# Digitales Filter

## Nichtrekursive Filter

# Digitales Filter

## Nichtrekursive Filter

**Wiederholung:** Fourier-Reihenentwicklung im Zeitbereich

$$f(t) \approx \sum_{k=-K}^K c_k e^{jk\omega_0 t}$$

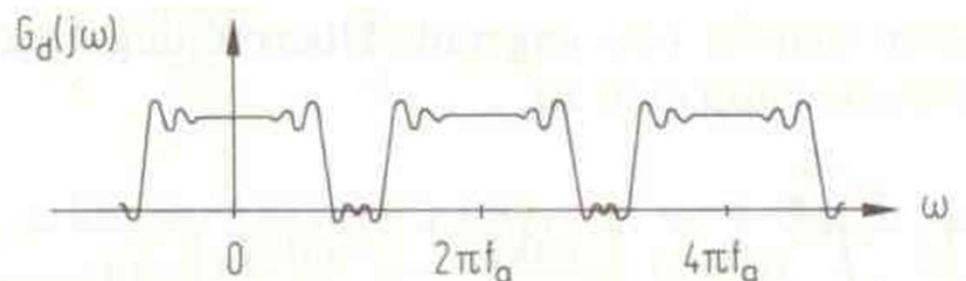
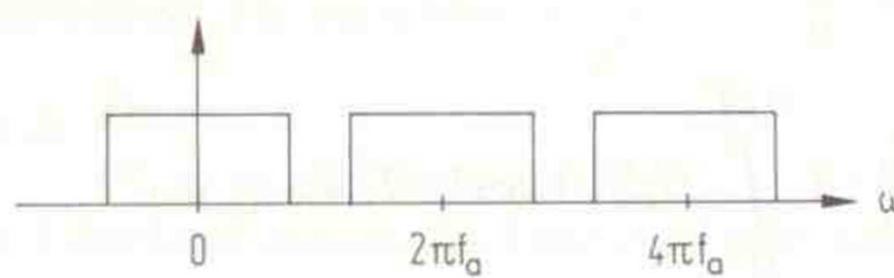
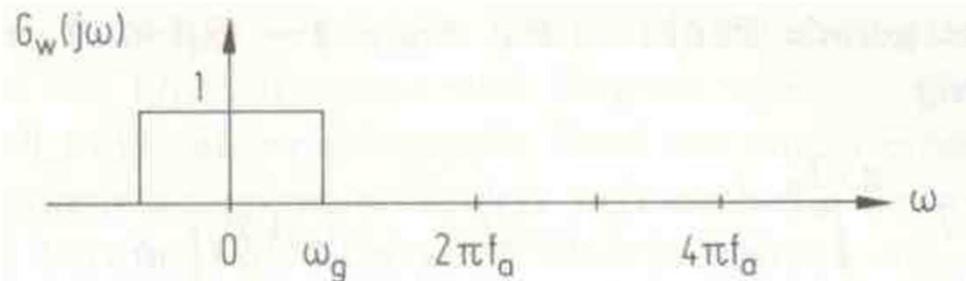
$$c_k = \frac{1}{T_0} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} f(t) e^{-jk\omega_0 t} dt$$

$$G_d(j\omega) = \sum_{k=-N}^N a_k e^{-jkT_a \omega}$$

# Digitales Filter

## Nichtrekursive Filter

**Beispiel:** Tiefpassfilter mit Eckfrequenz  $\omega_g$



**Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!**

# Fahrzeugmechatronik I

## Modellbildung



**Prof. Dr.-Ing. Steffen Müller  
M. Sc. Osama Al-Saidi  
Fachgebiet Kraftfahrzeuge • Technische Universität Berlin**

---

# Einführung

## Wozu benötige ich Berechnungsmodelle?

**Im Allgemeinen werden Berechnungsmodelle insbesondere benötigt, um**

- das Systemverhalten vorhersagen und optimieren zu können,
- physikalische Ursachen für störende oder unerwünschte Effekte zu klären

**Speziell in der Fahrzeugmechatronik werden Berechnungsmodelle häufig benötigt, um**

- Fahrzeugregler zu entwerfen (Entwurfsmodell) und
- das Fahrzeug- bzw. Fahrzeugreglerverhalten zu bewerten (Bewertungsmodell)

# Einführung

## Wichtige Begriffe

### ➤ **Physikalisches Modell**

Ein durch Erfahrung und Kenntnis physikalischer Zusammenhänge erstelltes (meist) symbolisches Ersatzmodell eines realen Systems.

Wesentlicher Bestandteil eines physikalischen Modells sind die zur Ermittlung notwenigen vereinfachenden Annahmen.

### ➤ **Mathematisches Modell**

Mathematische Gleichungen und Funktionszusammenhänge zur Beschreibung eines Systems bzw. dessen Komponenten. Diese Modelle werden durch Anwendung physikalischer Gesetze oder Experimente gewonnen.

# Einführung

## Wichtige Begriffe

### ➤ **Freiheitsgrad**

Koordinate (Verschiebung oder Verdrehung) mit der Systemzustand beschreiben wird. Freiheitsgrade eines Systems beschreiben den Systemzustand eindeutig und sind unabhängig voneinander.

### ➤ **Zustandsgröße**

Physikalische Größe  $\mathbf{x}$  in einer Zustandsgleichung, die nur vom augenblicklichen Zustand des Systems abhängt.

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) \quad \text{mit} \quad \mathbf{x}(t) = \mathbf{x}_0$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t)$$

# Einführung

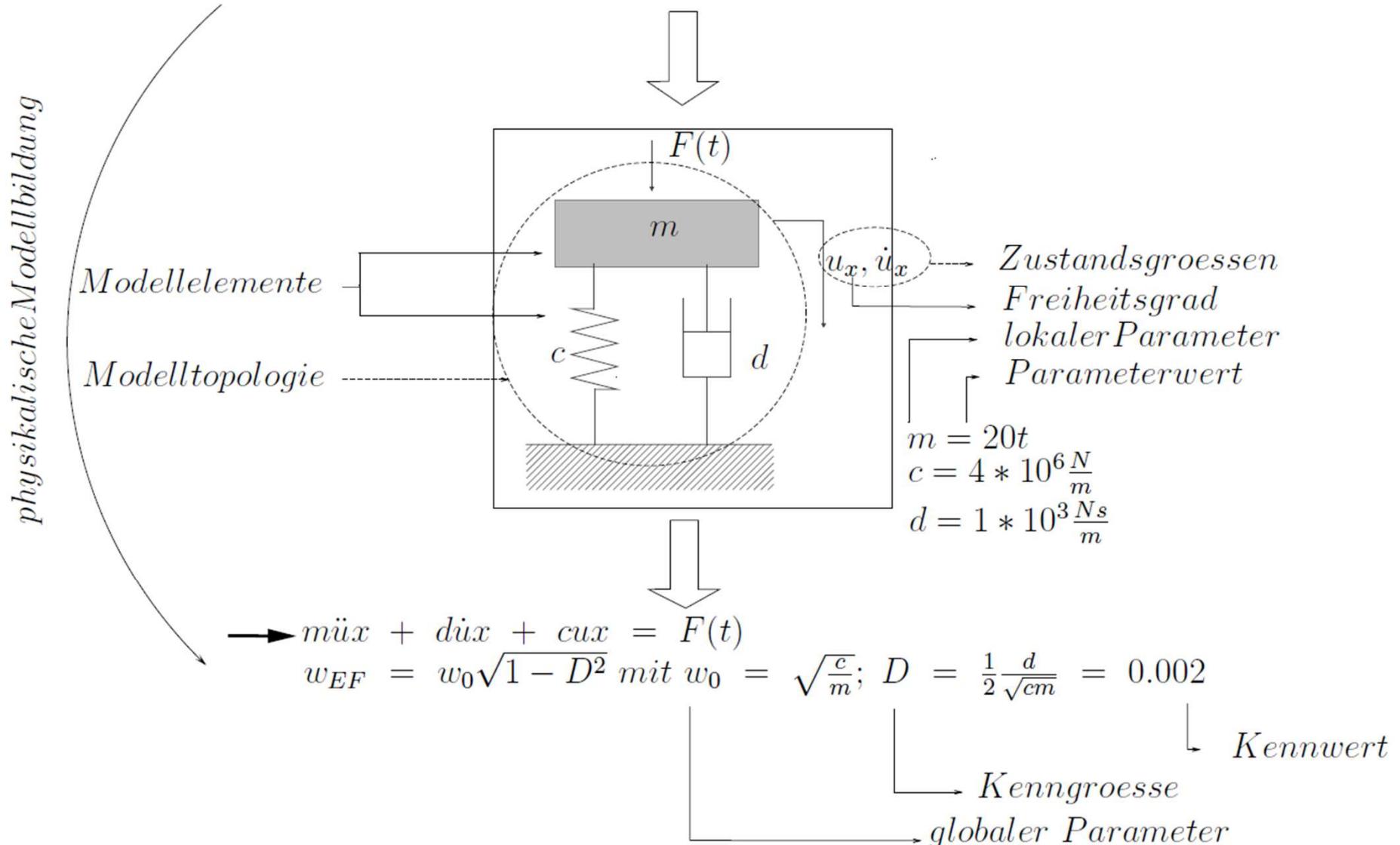
## Wichtige Begriffe

- **Parameter**  
Geometrische oder physikalische Größe in einem Berechnungsmodell, mit einem Buchstaben bezeichnet, meist mit Einheit.
- **Parameterwert**  
Zahlenwert eines Parameters.
- **Kenngröße (Ähnlichkeitszahl)**  
Aus Parametern gebildete dimensionslose Größe, z.B. das Dämpfungsmaß.
- **Kennwert**  
Zahlenwert einer Kenngröße.

# Einführung

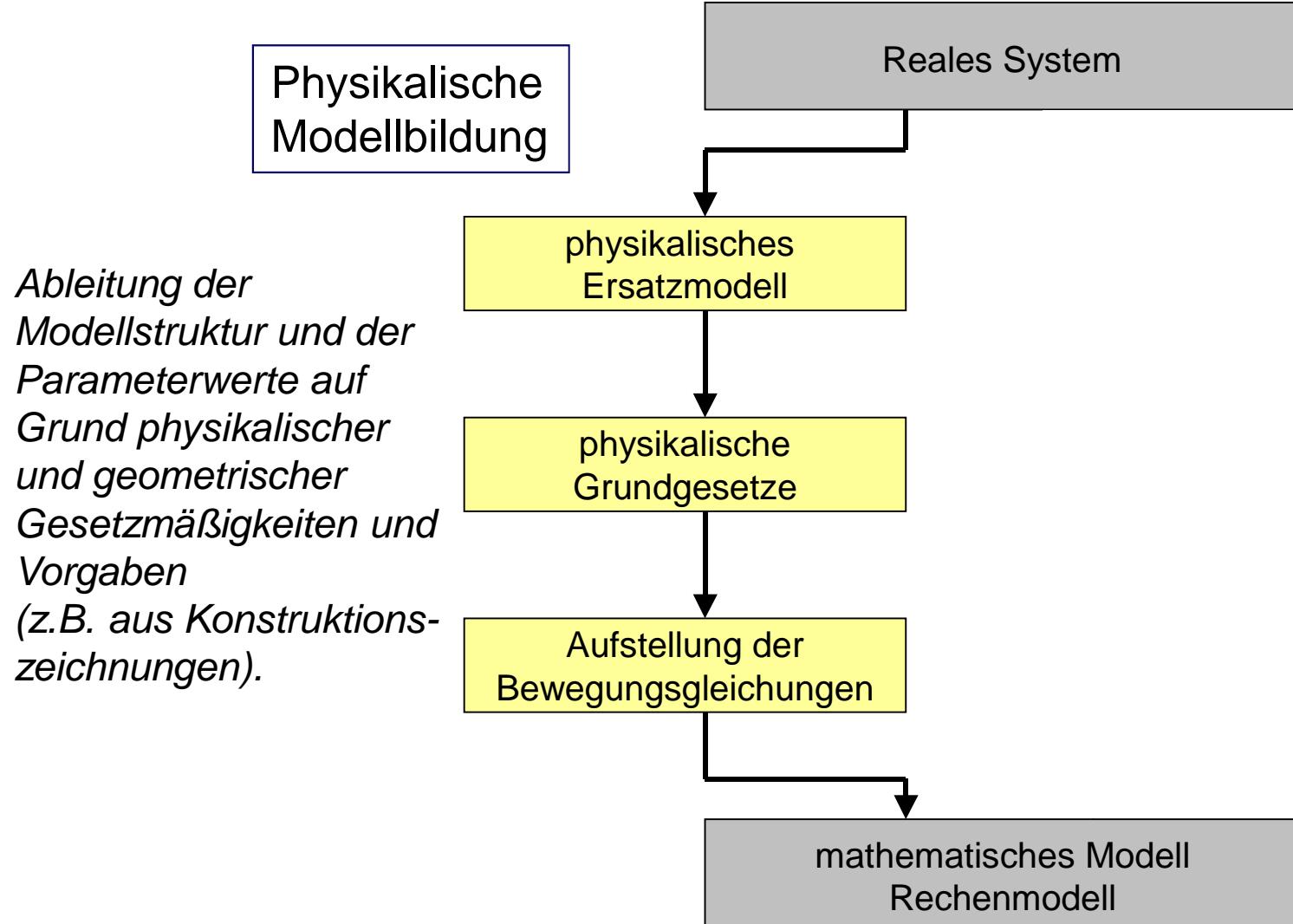
## Wichtige Begriffe

### Reales System

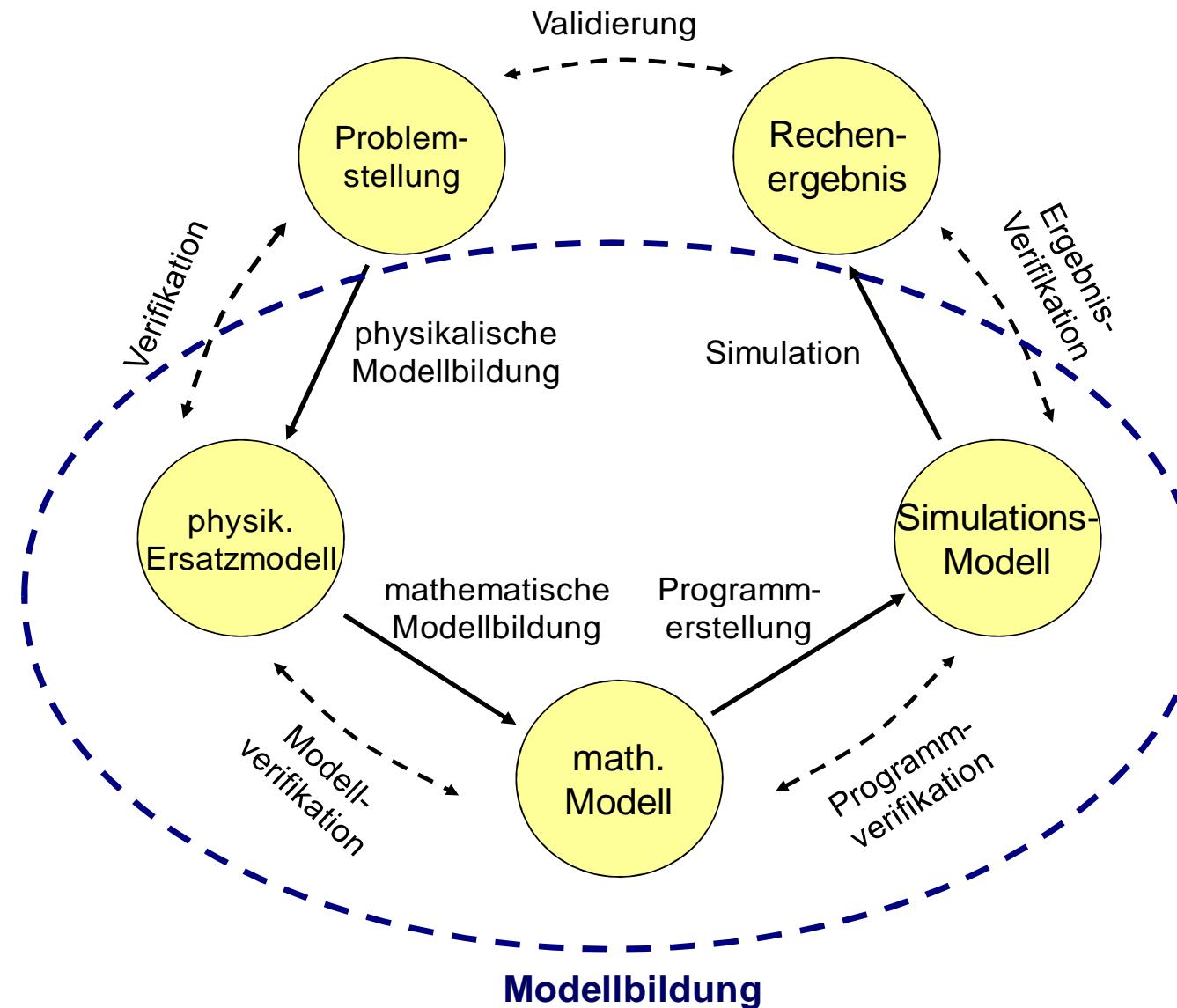


# Einführung

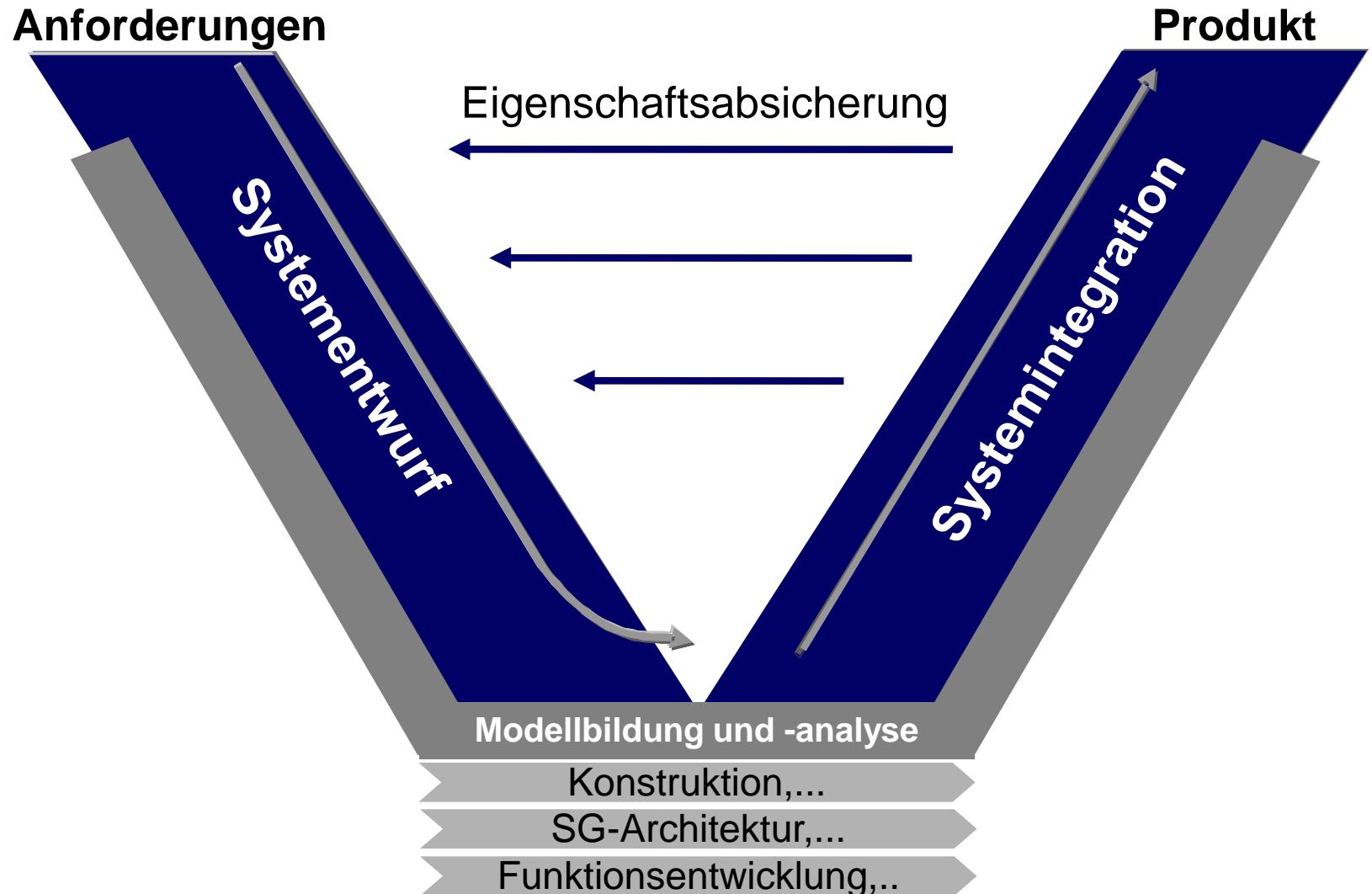
## Wichtige Begriffe



# Einführung Modellbildung im Entwicklungsprozess



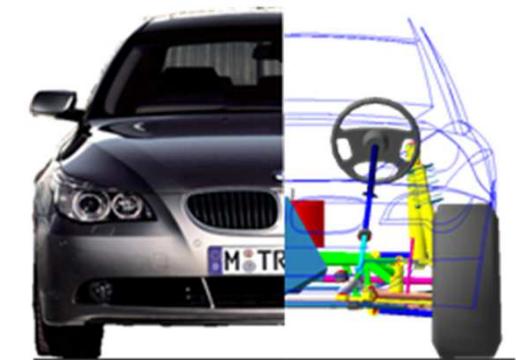
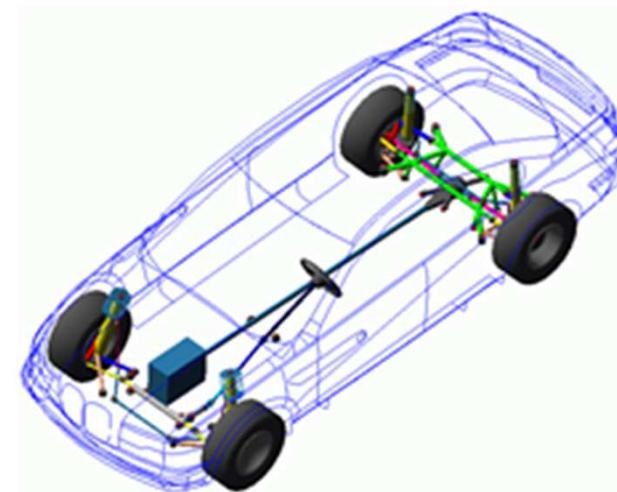
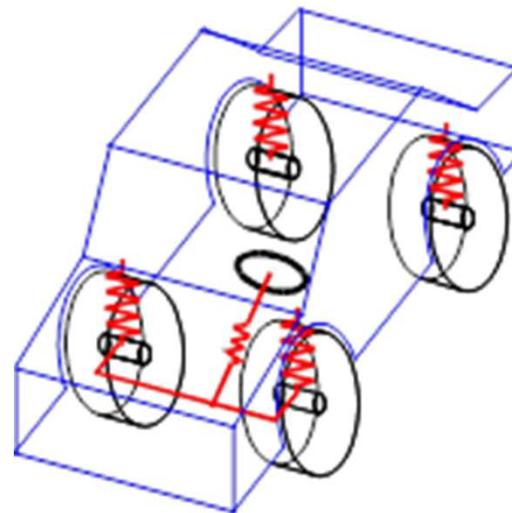
# Einführung Modellbildung im Entwicklungsprozess



( Nach VDI-Richtlinie 2206: „Entwicklungsmethodik für mechatronische Systeme“, „V-Modell“)

# Einführung Modelldetaillierung

Die sinnvolle Modelldetaillierung hängt immer von der **Fragestellung** und den **verfügbarer Informationen** ab!



# Einführung Modelldetailierung

**Bei jeder Modellbildung sollte man mit einem Minimalmodell beginnen**, dieses zeichnet sich durch folgende Eigenschaften aus

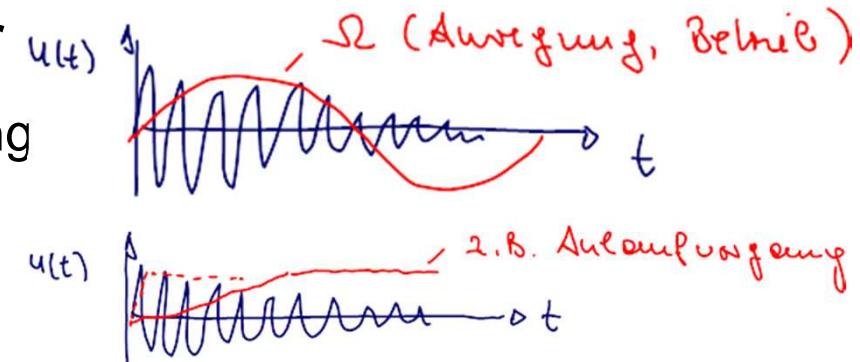
- räumlich und zeitlich eng begrenzt
- möglichst kleine Anzahl von FGs
- möglichst wenige und robuste Parameter
- nur die wesentlichen physikalischen Vorgänge werden berücksichtigt
- Ergebnisse sind nur qualitativ und quantitativ tendenziell richtig

# Einführung Modelldetailierung - Modellklassen

## 1. Zwangsläufiges System starrer Körper

$\Omega \ll \omega_1 = 2\pi f_1$  Periodische Anregung

$$T_1 = \frac{1}{f_1} \ll t_a \quad \text{transiente Anregung}$$



## 2. Lineares Schwingungssystem

$\Omega > \omega_1$  Schwingungsverhalten ist zumindest um den Arbeitspunkt herum linear (Superpositionsprinzip, harmonisches Übertragungsverhalten...)

## 3. Nichtlineares System

Das Schwingungsverhalten wird durch nichtlineare Effekte bestimmt.

## 4. Selbsterregte Systeme

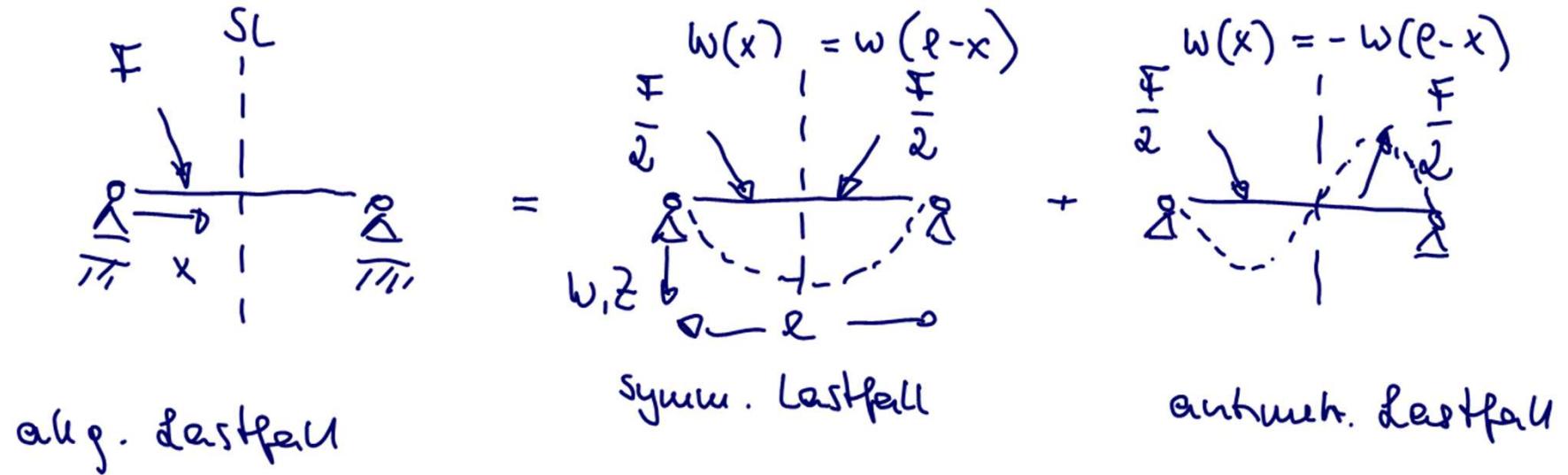
# Einführung Modelldetailierung

## Ausnutzen von Symmetrieeigenschaften

### Notwendige Bedingungen

- Es liegt Symmetrie bzgl. Geometrie, physikalischen Eigenschaften und Randbedingungen vor („Struktursymmetrie“).
- Berechnung wird linear durchgeführt
- Belastungen müssen symmetrisch oder antimetrisch bzgl. der Symmetrielinie sein.  
*Hierbei gilt bei linearen Systemen:*  
*Jede Belastung kann in einen symmetrischen und antimetrischen Lastfall überführt werden.*

# Einführung Modelldetaillierung



# Einführung Modelldetailierung

Für die Verschiebungen und Schnittkräfte eines Balkens mit Struktursymmetrie gilt:

	Symmetrischer Lastfall	Antimetrischer Lastfall
$u(x)$	$u(x) = -u(l-x)$	$u(x) = u(l-x)$
$w(x)$	$w(x) = w(l-x)$	$w(x) = -w(l-x)$
$\beta(x)$	$\beta(x) = -\beta(l-x)$	$\beta(x) = \beta(l-x)$
$N(x)$	$N(x) = -N(l-x)$	$N(x) = N(l-x)$
$M(x)$	$M(x) = M(l-x)$	$M(x) = -M(l-x)$
$Q(x)$	$Q(x) = -Q(l-x)$	$Q(x) = Q(l-x)$
Auf der Symmetrielinie gilt:	$u(l/2) = 0; \beta(l/2) = 0$	$w(l/2) = 0$

# Einführung Modelldetailierung

Im Allgemeinen 3-dim Fall gelten die folgenden Randbedingungen auf der Symmetrielinie:

	Symmetrischer Lastfall	Antimetrischer Lastfall
$u_x (x)$	$u_x = 0$	
$u_y (x)$		$u_y = 0$
$u_z (x)$		$u_z = 0$
$\varphi_x (x)$		$\varphi_x = 0$
$\varphi_y (x)$	$\varphi_y = 0$	
$\varphi_y (x)$	$\varphi_y = 0$	

# Einführung Modellbeschreibung



## Definition System:

*Ein System ist eine abgegrenzte Anordnung von aufeinander einwirkenden Gebilden (nach DIN 66201).*

Die Wechselwirkung eines Systems mit der Systemumgebung erfolgt über die **Eingangs-** und **Ausgangsgrößen**.

Eingangsgrößen, mit denen man das System gezielt beeinflussen kann, heißen **Stellgrößen**. Eingangsgrößen, die das System nicht gezielt Beeinflussen, sind **Störgrößen**. Ausgangsgrößen, die messtechnisch erfassbar sind, nennt man **Messgrößen**.

# Einführung Modellbeschreibung

**Analogie 1. Art** Reihenschaltung -> Parallelschaltung  
Parallelschaltung -> Reihenschaltung

Kraft	-	Spannung	$\vec{F} - U$
Geschwindigkeit	-	Strom	$\vec{v} - I$
Masse	-	Induktivität	$m - L$
Federnachgiebigkeit	-	Kapazität	$n - C$
Reibungswiderstand	-	ohmscher Widerstand	$r - R$

**Analogie 2. Art** Reihenschaltung -> Reihenschaltung  
Parallelschaltung -> Parallelschaltung

Kraft	-	Strom	$\vec{F} - I$
Geschwindigkeit	-	Spannung	$\vec{v} - U$
Masse	-	Kapazität	$m - C$
Federnachgiebigkeit	-	Induktivität	$n - L$
Reibungswiderstand	-	Leitwert	$r - G = 1/R$

# Einführung Modellbeschreibung

## Analogie 1. Art

Element-eigen-schaft System \	Trägheit	Speicher	Widerstand	Element-eigen-schaft System \	Trägheit	Speicher	Widerstand
mechanisch transla-torisch	<p>Massen</p> $F = m\ddot{v}$	<p>Feder</p> $s = \int v dt$ $F = cs$	<p>Dämpfer</p> $F = d\dot{s}$ $F = dv$	<p>elektrisch</p> <p>Induktivität</p> $U = L \dot{I}$	<p>Kapazität</p> $U = \frac{1}{C} \int I dt$	<p>Widerstand</p> $U = RI$	
mechanisch rotatorisch	<p>Drehmasse</p> $M = J\ddot{\omega}$	<p>Drehfeder</p> $\phi = \int \omega dt$ $M = c_\phi \phi$	<p>Drehdämpfer</p> $\dot{\phi} = \omega$ $M = d_\phi \omega$	<p>fluidisch</p> <p>Fluidmasse</p> $\dot{V} = \frac{\rho \Delta x}{A} \cdot V$ $\Delta p = p_1 - p_2 = \rho g h$ $= \frac{\rho \Delta x}{A} \ddot{V}$	<p>Behälter</p> $\Delta p = p_1 - p_2 = \rho g h$ $h = \frac{1}{A} \int \dot{V} dt$	<p>Rohreibung, Blende, Drossel</p> $\Delta p = p_1 - p_2 = \alpha \dot{V}$	

# Einführung Modellbeschreibung

## Definition Zustand:

*Existieren für ein dynamisches System Größen  $x_1, \dots, x_n$  mit der Eigenschaft, dass die Ausgangsgrößen  $y_1, \dots, y_m$  zu einem beliebigen Zeitpunkt  $t$  eindeutig durch den Verlauf der Eingangsgrößen  $u_1(\tau), \dots, u_p(\tau)$  auf dem Intervall  $t_0 \leq \tau \leq t$  und den Werten von  $x_1(t_0), \dots, x_n(t_0)$  für ein beliebiges  $t_0$  festgelegt sind, dann heißen die Größen  $x_1, \dots, x_n$  Zustandsgrößen des Systems.*

## Systeme mit finitem Zustand der Ordnung n (konzentriert-parametrisch):

Dynamische Systeme, die sich durch eine endliche Anzahl von Zustandsgrößen beschreiben lassen.

Beschreibung durch gewöhnliche Differentialgleichungen und algebraische Gleichungen.

## Systeme mit infinit-dimensionalem Zustand (verteilt-parametrisch):

Dynamische Systeme, die sich nur durch eine unendliche Anzahl von Zustandsgrößen beschreiben lassen.

Beschreibung durch partielle Differentialgleichungen. Bsp.: Balken, Platten.

# Einführung Modellbeschreibung

Mathematische Beschreibung eines konzentriert-parametrischen dynamischen Systems im **Zustandsraum**

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) \quad \text{mit} \quad \mathbf{x}(t) = \mathbf{x}_0$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t)$$

Mathematische Beschreibung eines konzentriert-parametrischen dynamischen **linearen Systems** im **Zustandsraum**

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{B} \mathbf{u} \quad \text{mit} \quad \mathbf{x}(t) = \mathbf{x}_0$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C} \mathbf{x} + \mathbf{D} \mathbf{u}$$

# Einführung Modellbeschreibung im Zustandsraum

**Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!**

# Fahrzeugmechatronik I

## Modellbildung



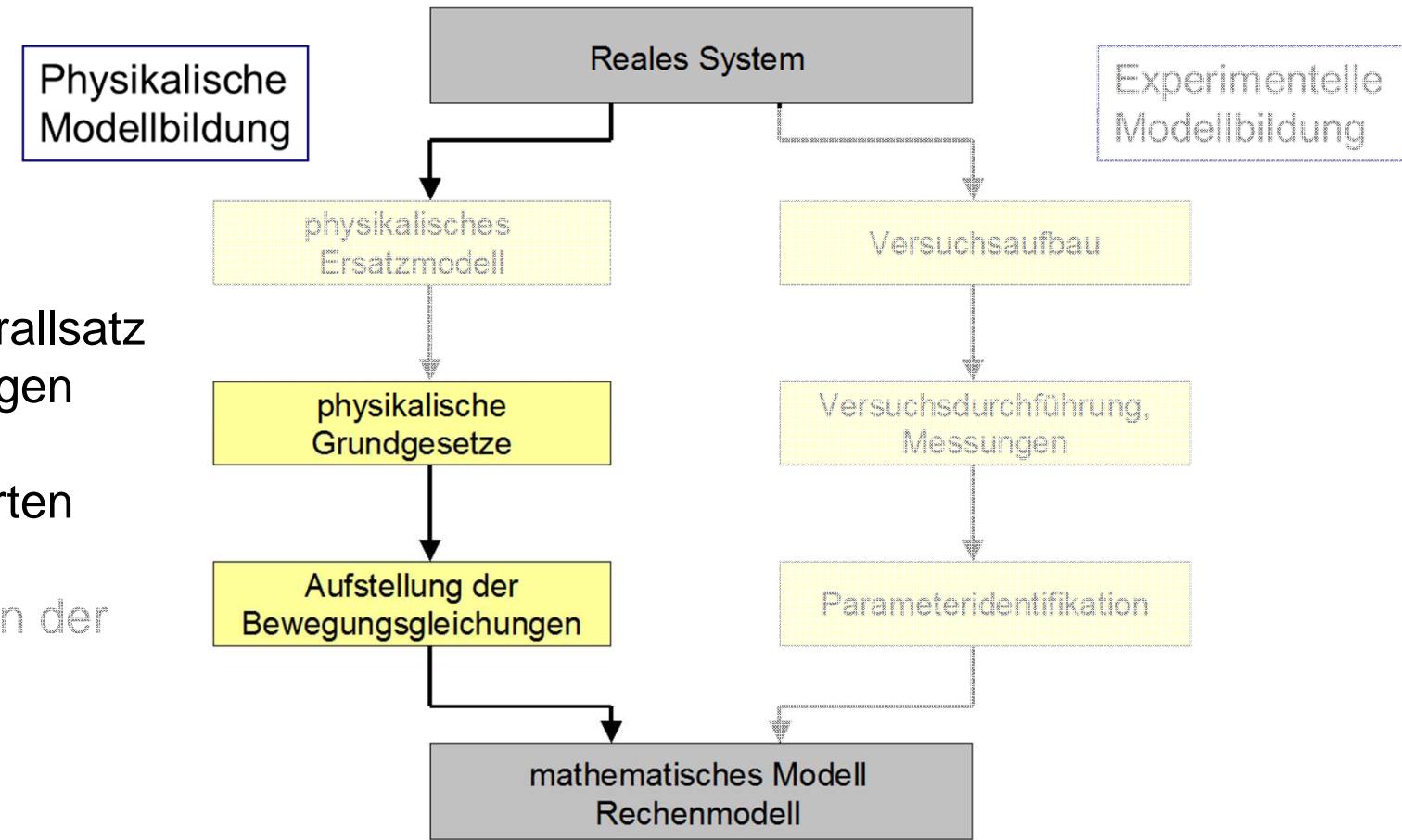
**Prof. Dr.-Ing. Steffen Müller  
M. Sc. Osama Al-Saidi  
Fachgebiet Kraftfahrzeuge • Technische Universität Berlin**

---

# Übersicht Methoden zur physikalischen Modellbildung

## Beispiele

- Schwerpunktsatz und Drallsatz
- Lagrangesche Gleichungen 2. Art
- Konzept der generalisierten Masse
- Prinzip von D'Alembert in der Fassung von Lagrange
- Energiesatz
- PdV
- PdVK



# Schwerpunktsatz und Drallsatz

## Prinzipielle Vorgehensweise

- Ermittlung der Schwerpunktlage im Inertialsystem  $\mathbf{r}_{0P/I}$  ( $P=S$ )
- Ermittlung der Schwerpunktgeschwindigkeit im Inertialsystem  $\dot{\mathbf{r}}_{0P/I}$  ( $P=S$ )
- Ermittlung der Schwerpunktbeschleunigung im Inertialsystem  $\ddot{\mathbf{r}}_{0P/I}$  ( $P=S$ )
- Ermittlung der zeitl. Ableitung des Dralls im Inertialsystem  $\frac{d\mathbf{L}_I^0}{dt}$

**Schwerpunktsatz**  
Im Inertialsystem gilt

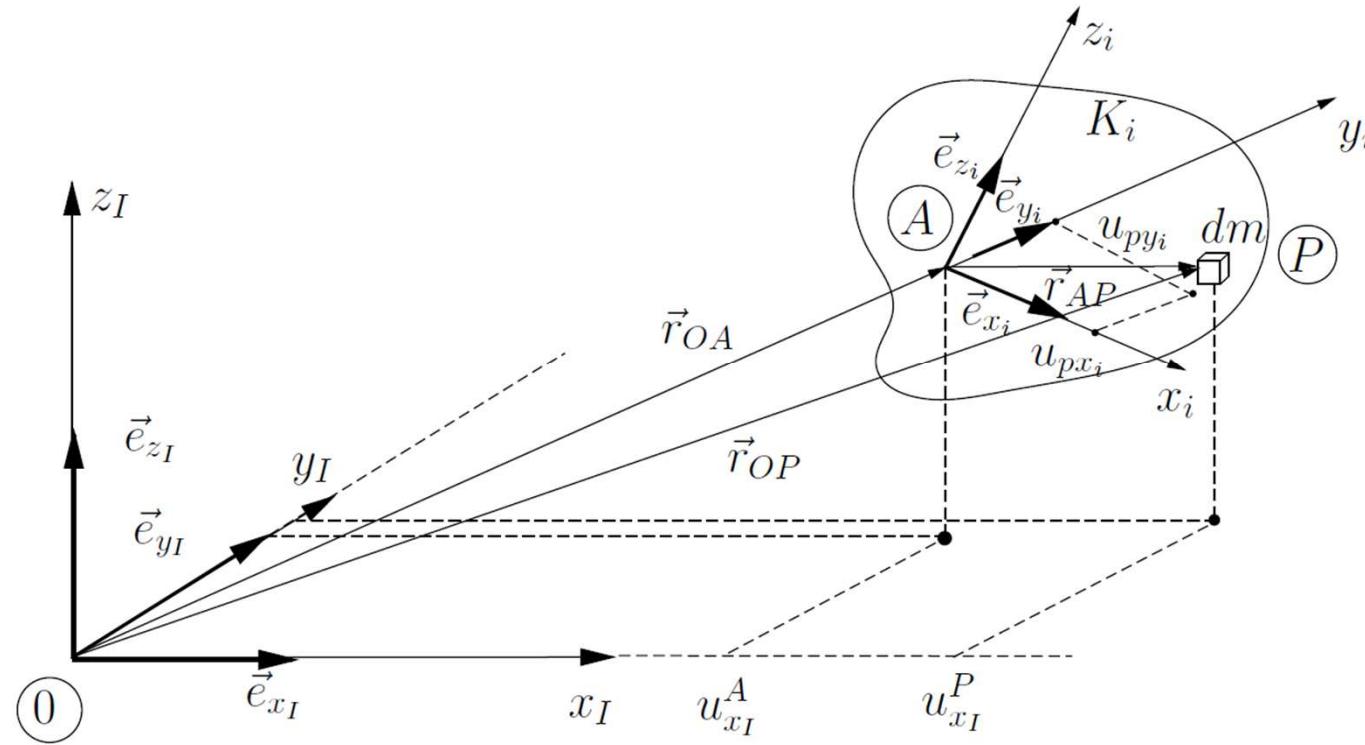
$$m\ddot{\mathbf{r}}_{0S/I} = \mathbf{F}_{/I}$$

**Drallsatz**  
Im Inertialsystem gilt

$$\frac{d\mathbf{L}_I^0}{dt} = \mathbf{M}_{/I}$$

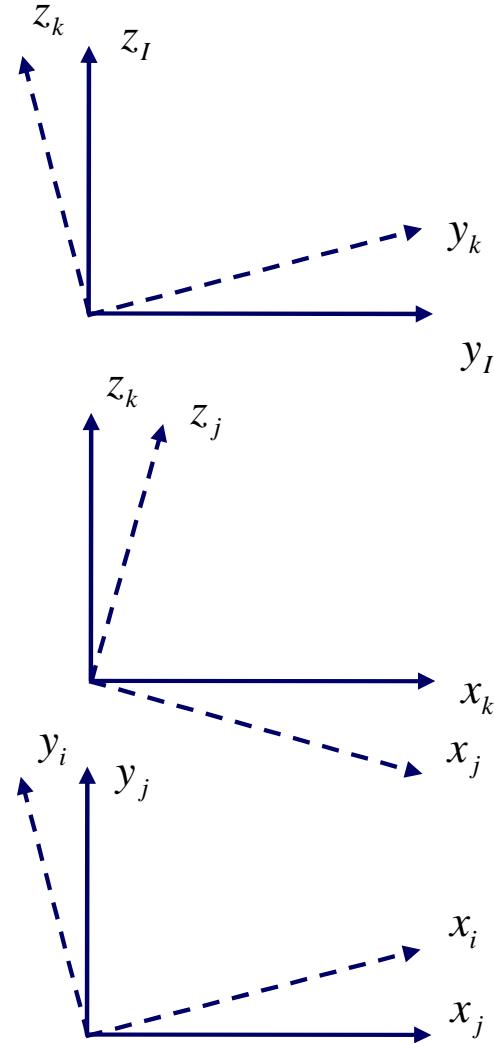
# Schwerpunktsatz und Drallsatz

## Ermittlung der Lage



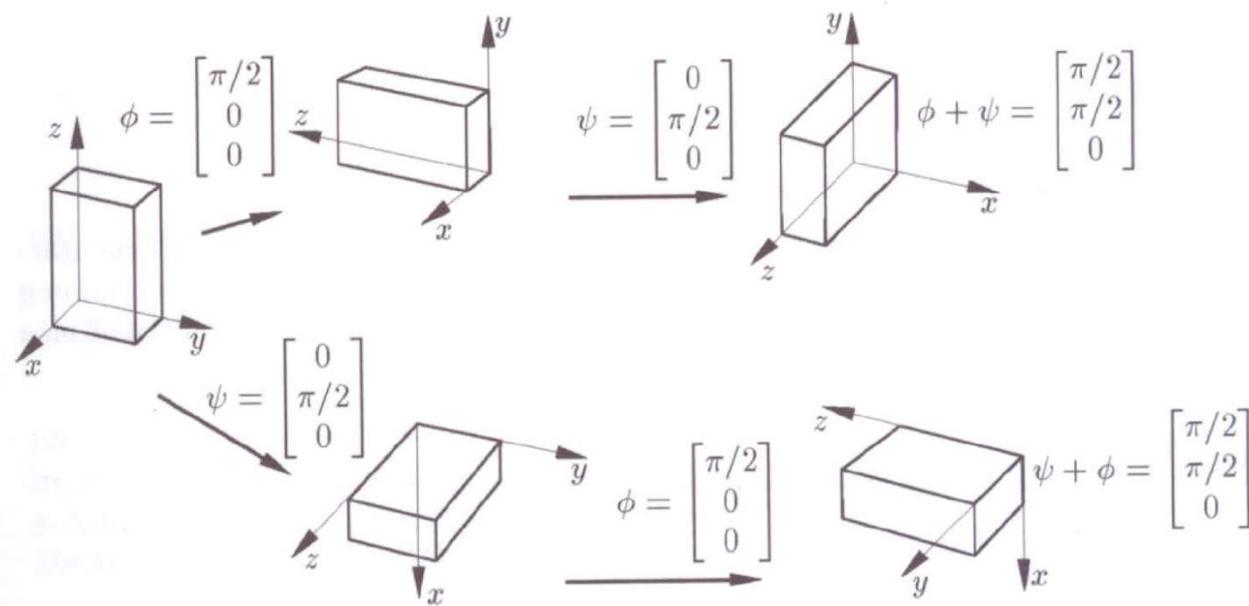
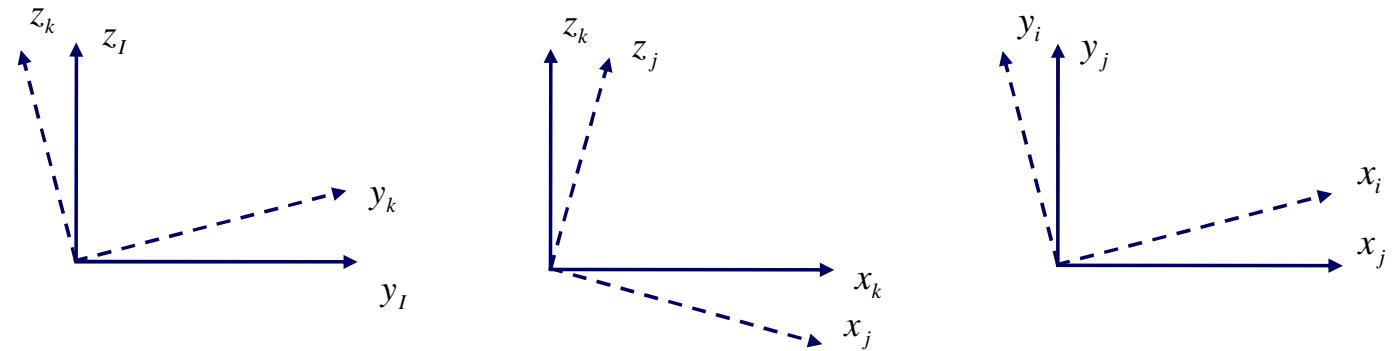
# Schwerpunktsatz und Drallsatz

## Koordinatentransformation



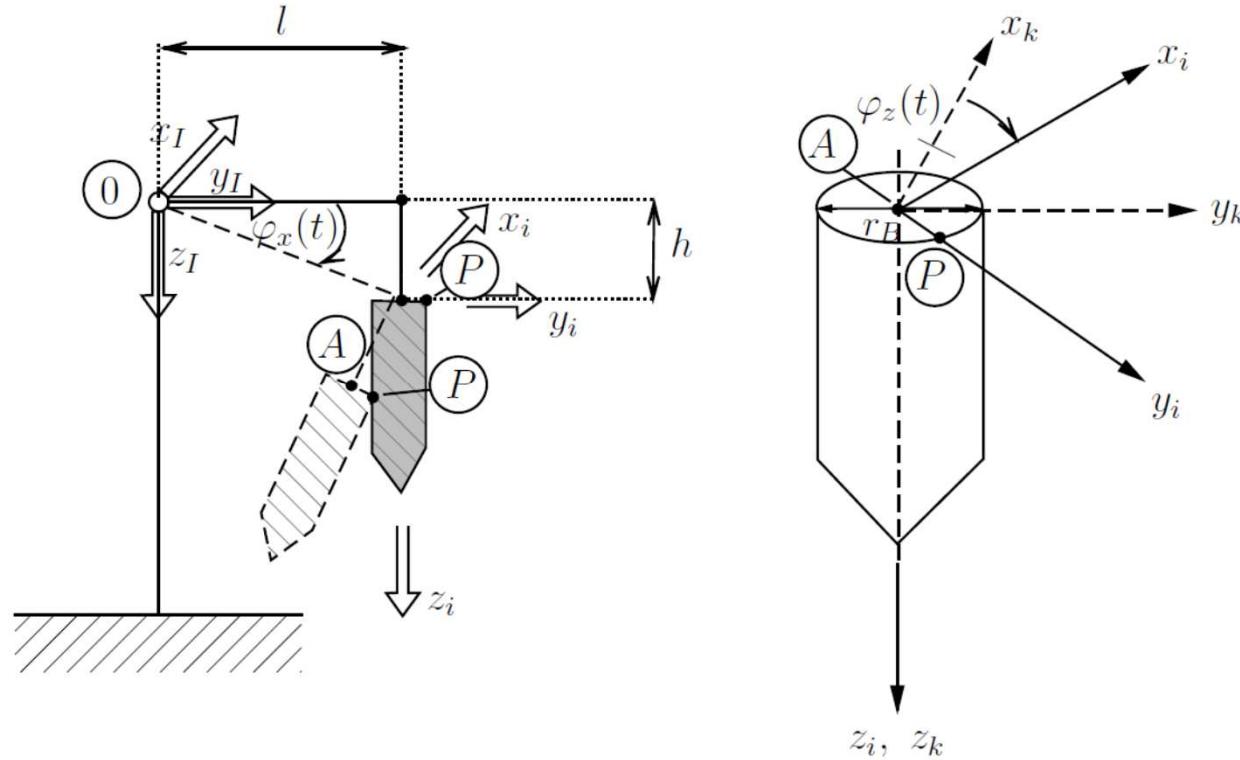
# Schwerpunktsatz und Drallsatz

## Hintereinanderausführung von Transformationen



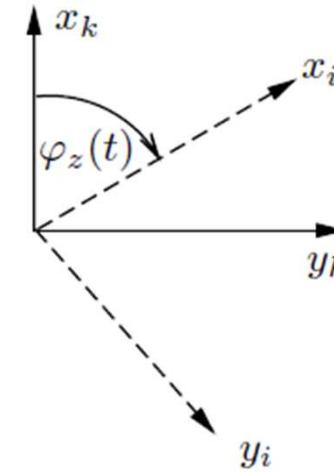
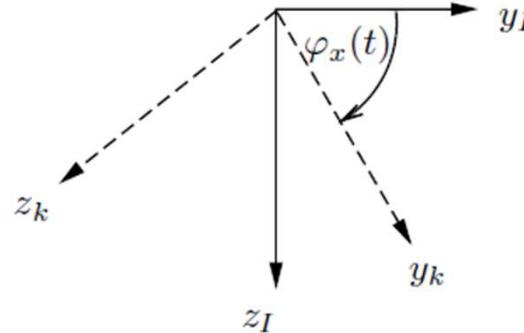
# Schwerpunktsatz und Drallsatz

## Ermittlung der Lage - Beispiel



# Schwerpunktsatz und Drallsatz

## Ermittlung der Lage - Beispiel



# Schwerpunktsatz und Drallsatz

## Prinzipielle Vorgehensweise

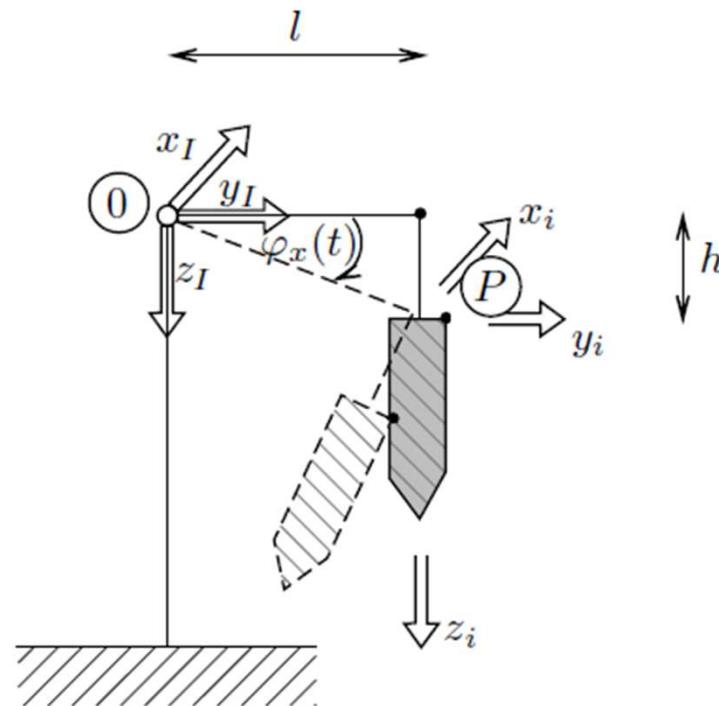
- Ermittlung der Schwerpunktlage im Inertialsystem  $\mathbf{r}_{0P/I}$  ( $P=S$ )
- Ermittlung der Schwerpunktgeschwindigkeit im Inertialsystem  $\dot{\mathbf{r}}_{0P/I}$  ( $P=S$ )
- Ermittlung der Schwerpunktbeschleunigung im Inertialsystem  $\ddot{\mathbf{r}}_{0P/I}$  ( $P=S$ )
- Ermittlung der zeitl. Ableitung des Dralls im Inertialsystem  $\frac{d\mathbf{L}_I^0}{dt}$

# **Schwerpunktsatz und Drallsatz**

## Ermittlung der Geschwindigkeit

# Schwerpunktsatz und Drallsatz

## Ermittlung der Geschwindigkeit - Beispiel



# Schwerpunktsatz und Drallsatz

## Prinzipielle Vorgehensweise

- Ermittlung der Schwerpunktlage im Inertialsystem  $\mathbf{r}_{0P/I}$  ( $P=S$ )
- Ermittlung der Schwerpunktgeschwindigkeit im Inertialsystem  $\dot{\mathbf{r}}_{0P/I}$  ( $P=S$ )
- Ermittlung der Schwerpunktbeschleunigung im Inertialsystem  $\ddot{\mathbf{r}}_{0P/I}$  ( $P=S$ )
- Ermittlung der zeitl. Ableitung des Dralls im Inertialsystem  $\frac{d\mathbf{L}_I^0}{dt}$

# **Schwerpunktsatz und Drallsatz**

## Ermittlung der Beschleunigung

# Schwerpunktsatz und Drallsatz

## Prinzipielle Vorgehensweise

- Ermittlung der Schwerpunktlage  
im Inertialsystem  $\mathbf{r}_{0P/I}$  ( $P=S$ )
- Ermittlung der Schwerpunktgeschwindigkeit im  
Inertialsystem  $\dot{\mathbf{r}}_{0P/I}$  ( $P=S$ )
- Ermittlung der Schwerpunktbeschleunigung im  
Inertialsystem  $\ddot{\mathbf{r}}_{0P/I}$  ( $P=S$ )
- Ermittlung der zeitl. Ableitung  
des Dralls im Inertialsystem  $\frac{d\mathbf{L}_I^0}{dt}$

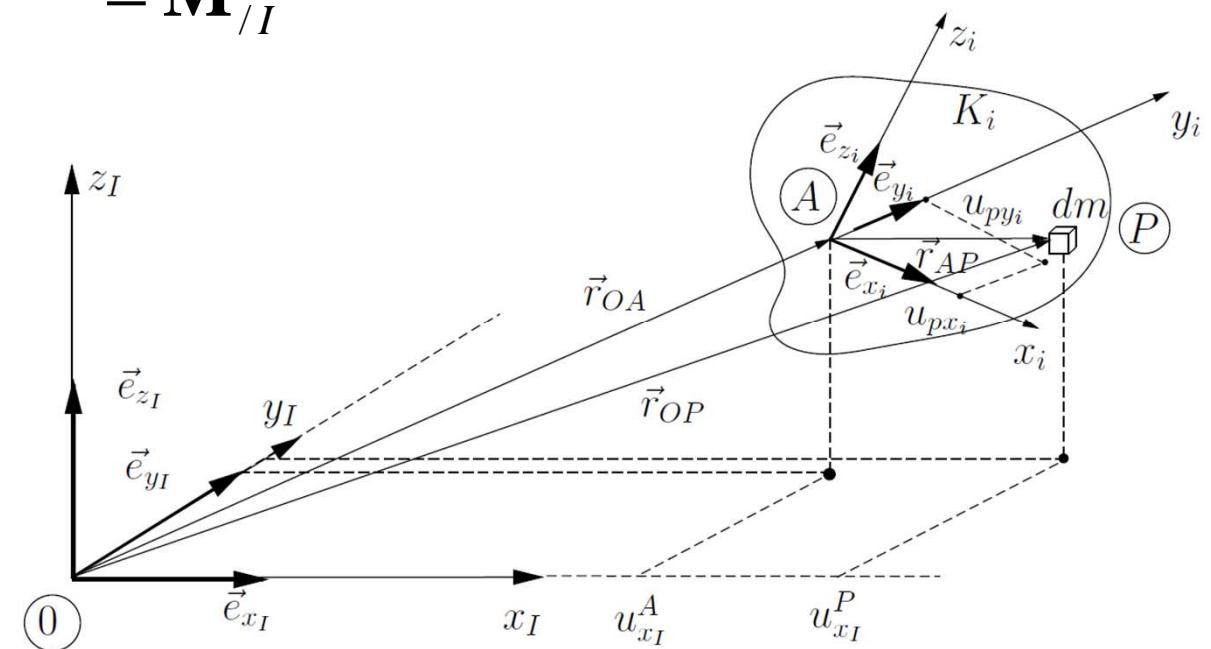
# Schwerpunktsatz und Drallsatz

## Ermittlung der zeitlichen Ableitung des Dralls

**Drallsatz (Momentensatz)**

Im Inertialsystem gilt

$$\frac{d\mathbf{L}_{/I}^0}{dt} = \frac{d \left( \int_m \tilde{\mathbf{r}}_{0P/I} \dot{\mathbf{r}}_{0P/I} dm \right)}{dt} = \mathbf{M}_{/I}$$



# **Schwerpunktsatz und Drallsatz**

## Drallsatz für SP oder raumfesten Punkt

# **Schwerpunktsatz und Drallsatz**

## **Drallsatz im Hauptachsensystem**

**Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!**

# Fahrzeugmechatronik I

## Modellbildung



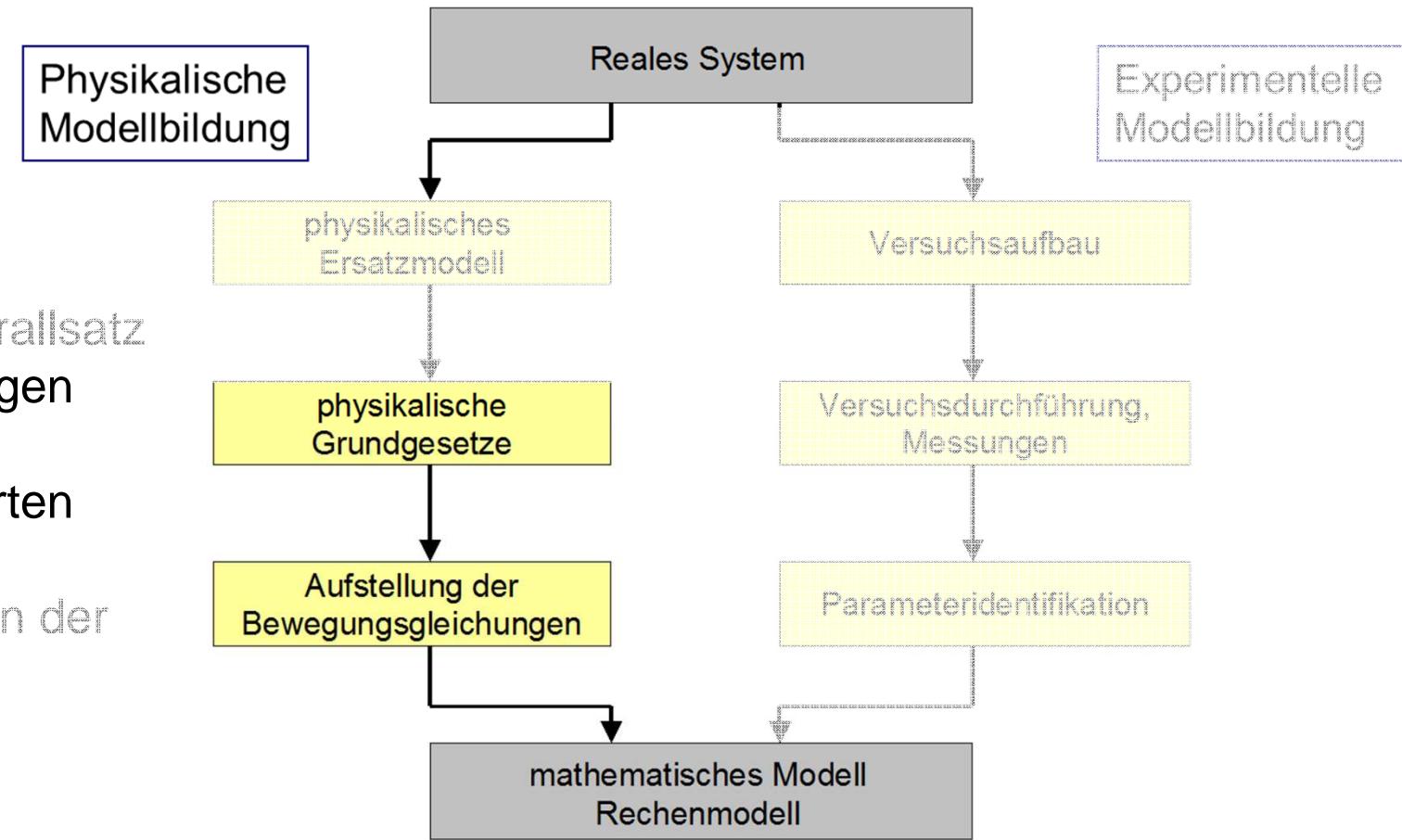
**Prof. Dr.-Ing. Steffen Müller  
M. Sc. Osama Al-Saidi  
Fachgebiet Kraftfahrzeuge • Technische Universität Berlin**

---

# Übersicht Methoden zur physikalischen Modellbildung

## Beispiele

- Schwerpunktsatz und Draillsatz
- Lagrangesche Gleichungen 2. Art
- Konzept der generalisierten Masse
- Prinzip von D'Alembert in der Fassung von Lagrange
- Energiesatz
- PdV
- PdVK



# Lagrangesche Gleichungen 2. Art Herleitung

Aus dem Prinzip der virtuellen Arbeit für n Körper

$$\sum_{k=1}^n \int_{K_k} \left( d\mathbf{F}_k^{(e)}/I + d\mathbf{F}_k^{(z)}/I - dm_k \ddot{\mathbf{r}}_{k/I} \right)^T \delta\mathbf{r}_{k/I} = 0$$

und dem Prinzip von d'Alembert

mit k – Nummer des Körpers

$$\sum_{k=1}^n \int_{K_k} \left( d\mathbf{F}_k^{(z)}/I \right)^T \delta\mathbf{r}_{k/I} = 0$$

folgt

$$\sum_{k=1}^n \int_{K_k} \left( d\mathbf{F}_k^{(e)}/I - dm_k \ddot{\mathbf{r}}_{k/I} \right)^T \delta\mathbf{r}_{k/I} = 0$$

mit

$$\mathbf{r}_{k/I} = f(q_1, q_2, \dots, q_f)$$

mit q –  
generalisierte Koordinate

# Lagrangesche Gleichungen 2. Art

## Herleitung

Nach einigen Umformungen folgt

( vgl. z.B.: Hauger / Schnell / Groß, „Technische Mechanik 3“)

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_j} = Q_j \quad j = 1, \dots, f \quad \begin{aligned} & - \text{Anzahl der generalisierten Koordinaten} \\ f = 6n - r \quad & n - \text{Anzahl starrer Körper} \\ & r - \text{Anzahl Zwangsbedingungen} \end{aligned}$$

mit

$$L = W_{kin} - W_{pot} \quad \text{- Summe der Energien über alle Körper}$$

$$Q = \sum_{k=1}^n \left( F_{xk} \frac{\partial u_{xk}}{\partial q} + F_{yk} \frac{\partial u_{yk}}{\partial q} + M_{zk} \frac{\partial \varphi_{zk}}{\partial q} \right) \quad \begin{aligned} & - \text{Summe der } \text{nicht-konservativen} \\ & \text{generalisierten Kräfte} \\ & (\text{z.B. Dämpfer, äußere Kräfte}) \end{aligned}$$

# Konzept der generalisierten Masse

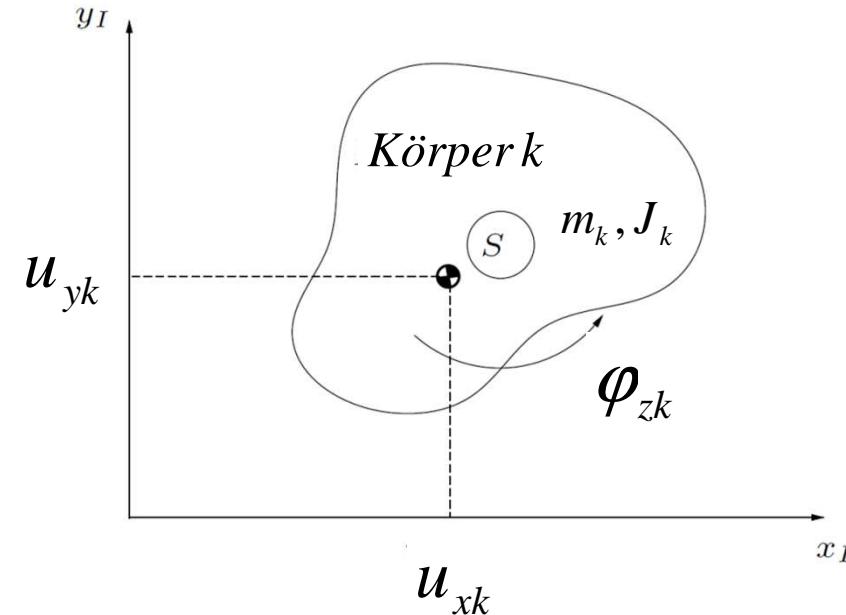
## Motivation

Bei **zwangsgekoppelten starren Systemen** ist zum Aufstellen der Bewegungsgleichungen **nicht** immer ein **Freischnitt notwendig** (z.B. wenn die zwischen den Körpern wirkenden Kräfte nicht von Interesse sind).  
=> Energie basierte Methoden (z.B. Lagrange)

Lässt sich darüber hinaus das System durch **einen Freiheitsgrad** beschreiben, kann das **Konzept der generalisierten Masse** zum Aufstellen der BDGL genutzt werden.

# Konzept der generalisierten Masse

## Allgemeine Formulierung für ebene Mechanismen



# Konzept der generalisierten Masse Einführung der generalisierten Koordinate

# Konzept der generalisierten Masse Kinetische und potenzielle Energie

# Konzept der generalisierten Masse Generalisierte Kraft

# Konzept der generalisierten Masse Auswertung der Lagrangeschen Gleichung 2. Art

# Konzept der generalisierten Masse Auswertung der Lagrangeschen Gleichung 2. Art

Somit ergibt sich

$$m_{gen} \ddot{q} + \frac{1}{2} m'_{gen} \dot{q}^2 + W'_{pot} = Q$$

mit

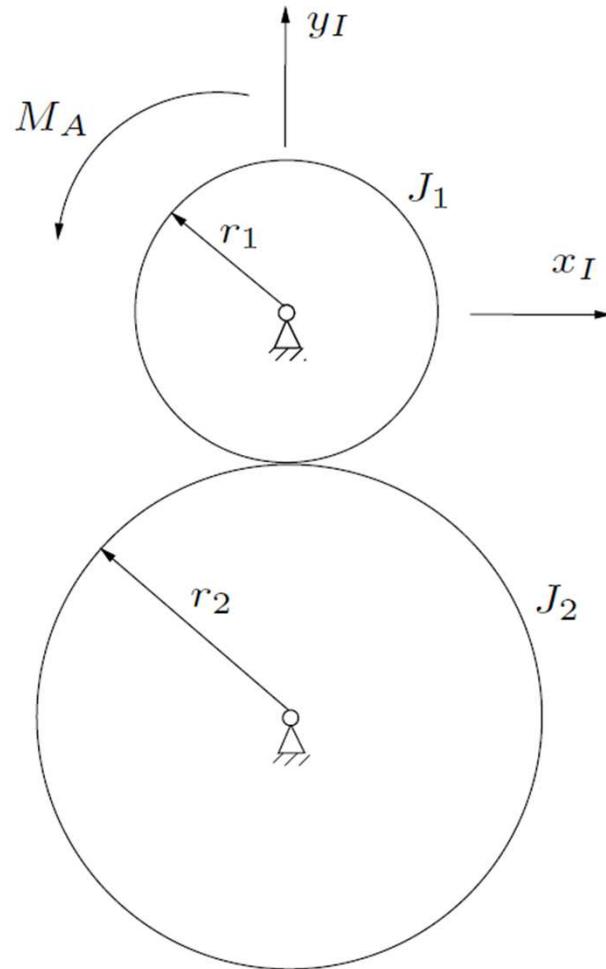
$$m_{gen}(q) = \sum_{k=1}^n \left( m_k (u'^2_{xk} + u'^2_{yk}) + J_k \varphi'^2_{zk} \right)$$

$$m'_{gen}(q) = \sum_{k=1}^n \left( m_k (2\dot{u}_{xk}\ddot{u}_{xk} + 2\dot{u}_{yk}\ddot{u}_{yk}) + J_k 2\dot{\varphi}_{zk}\ddot{\varphi}_{zk} \right)$$

$$W'_{pot} = \sum_{k=1}^n m_k g u'_{yk} + \sum_{i=1}^{n_c} c_i \Delta u_i \Delta u'_i$$

$$Q = \sum_{k=1}^n (F_{xk} \dot{u}_{xk} + F_{yk} \dot{u}_{yk} + M_{zk} \dot{\varphi}_{zk})$$

# Konzept der generalisierten Masse Beispiel



# Konzept der generalisierten Masse Beispiel

# Konzept der generalisierten Masse Beispiel

**Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!**

# Fahrzeugmechatronik I

## Modellbildung



**Prof. Dr.-Ing. Steffen Müller  
M. Sc. Osama Al-Saidi  
Fachgebiet Kraftfahrzeuge • Technische Universität Berlin**

---

# Kennwertermittlung

## Massenparameter

### Parameter

Masse  $m$

Schwerpunktlage  $u_{xS}, u_{yS}, u_{zS}$

Trägheitstensor

$$\begin{bmatrix} J_{xx} & J_{xy} & J_{xz} \\ sym & J_{yy} & J_{yz} \\ sym & sym & J_{zz} \end{bmatrix}$$

# Kennwertermittlung

## Massenparameter

### Parameter

Massen

Schwerpunktlage

Massenträgheits-  
moment um eine  
Achse

Trägheitstensor

### Bestimmung über Zeichnung

Volumenbestimmung,  
Dichte, Zerlegung in  
Elementarkörper

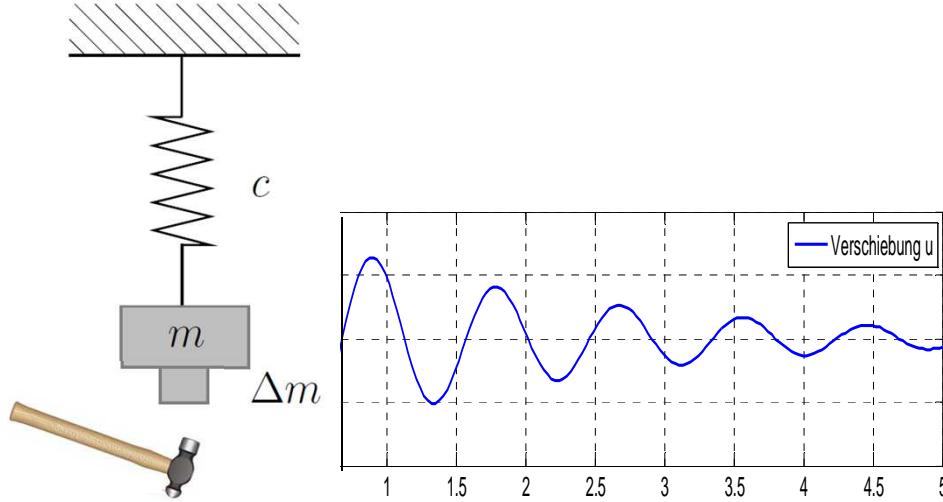
Zerlegung in  
Elementarkörper

Zerlegung in  
Elementarkörper,  
Satz von Steiner

Transformationen

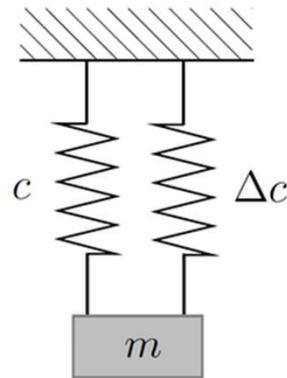
# Ermittlung der Masse

## Verfahren der Frequenzmessung – Variante 1



# Ermittlung der Masse

## Verfahren der Frequenzmessung – Variante 2



Eigenfrequenz mit Zusatzfeder

$$f_{\Delta c} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{c+\Delta c}{m}}$$

Nun

$$f^2 - f_{\Delta c}^2 = \frac{1}{(2\pi)^2} \left( \frac{c}{m} - \frac{c+\Delta c}{m} \right)$$
$$= -\frac{1}{(2\pi)^2} \frac{\Delta c}{m}$$

Somit

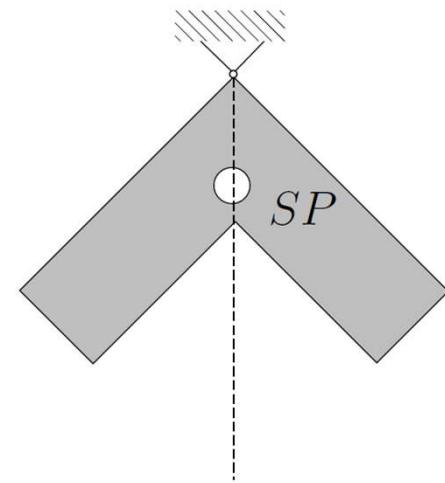
$$m = -\frac{\Delta c}{(2\pi)^2} \frac{1}{(f^2 - f_{\Delta c}^2)} //$$

# Kennwertermittlung

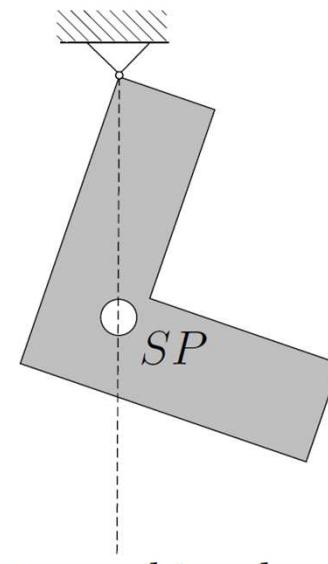
## Massenparameter

Parameter	Ermittlung durch Messung	Bestimmung über Zeichnung
Massen	<ul style="list-style-type: none"><li>• Wiegen</li><li>• Frequenzmessung</li></ul>	Volumenbestimmung, Dichte, Zerlegung in Elementarkörper
Schwerpunktlage	<ul style="list-style-type: none"><li>• Aushängen</li><li>• Ermittlung von Aufstandskräften</li></ul>	Zerlegung in Elementarkörper
Massenträgheitsmoment um eine Achse	einfacher Pendelversuch	Zerlegung in Elementarkörper, Satz von Steiner
Trägheitstensor	Transformationen	Transformationen

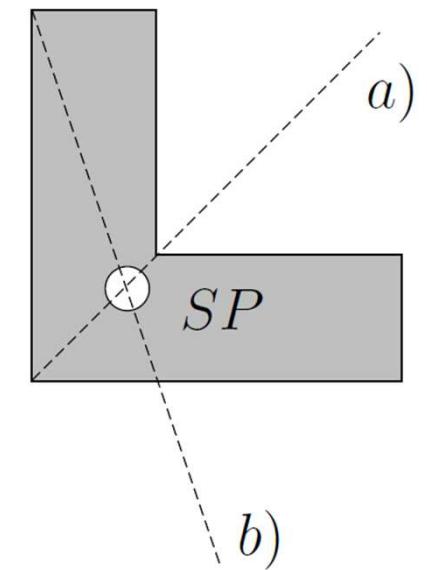
# Ermittlung der Schwerpunktlage Aushängen



Schwerpunktsachse a)



Schwerpunktsachse b)



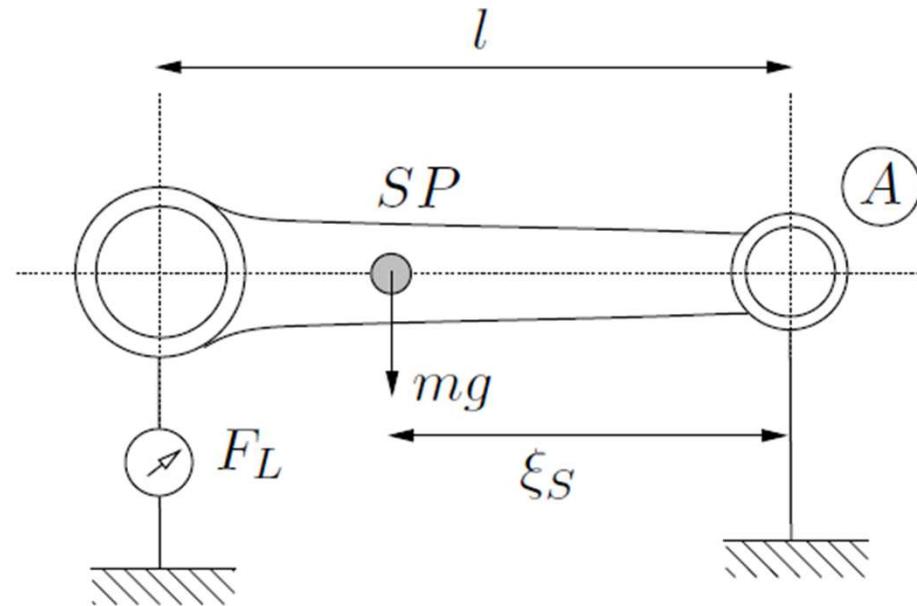
# Kennwertermittlung

## Massenparameter

Parameter	Ermittlung durch Messung	Bestimmung über Zeichnung
Massen	<ul style="list-style-type: none"><li>• Wiegen</li><li>• Frequenzmessung</li></ul>	Volumenbestimmung, Dichte, Zerlegung in Elementarkörper
Schwerpunktlage	<ul style="list-style-type: none"><li>• Aushängen</li><li>• Ermittlung von Aufstandskräften</li></ul>	Zerlegung in Elementarkörper
Massenträgheitsmoment um eine Achse	einfacher Pendelversuch	Zerlegung in Elementarkörper, Satz von Steiner
Trägheitstensor	Transformationen	Transformationen

# Ermittlung der Schwerpunktlage Bestimmung von Aufstandskräften

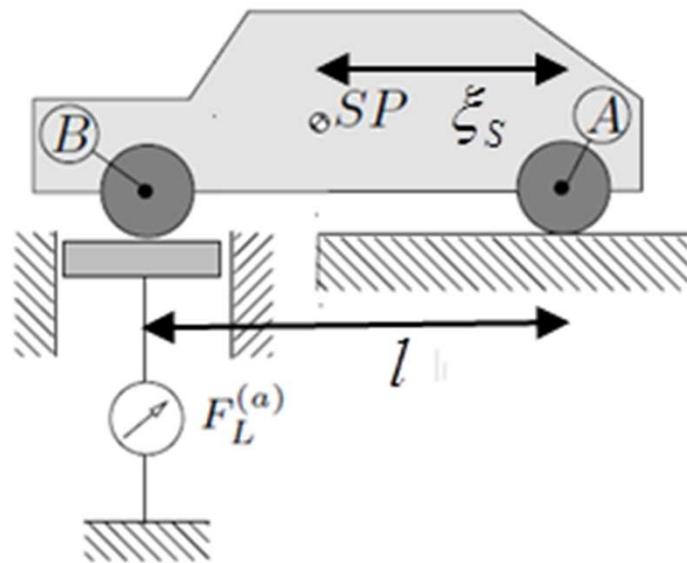
## Bauteil mit 2 Struktursymmetrieebenen



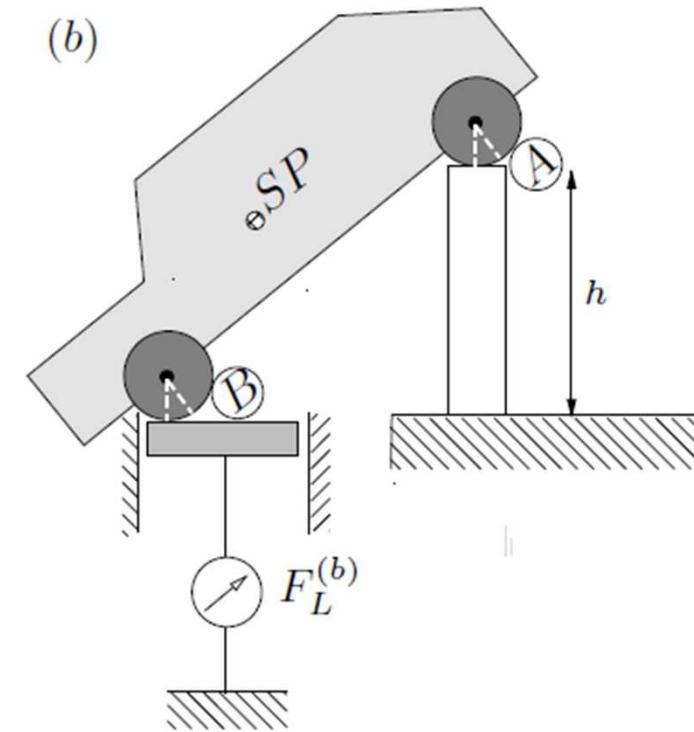
# Ermittlung der Schwerpunktlage Bestimmung von Aufstandskräften

## Bauteile ohne Struktursymmetrie

(a)

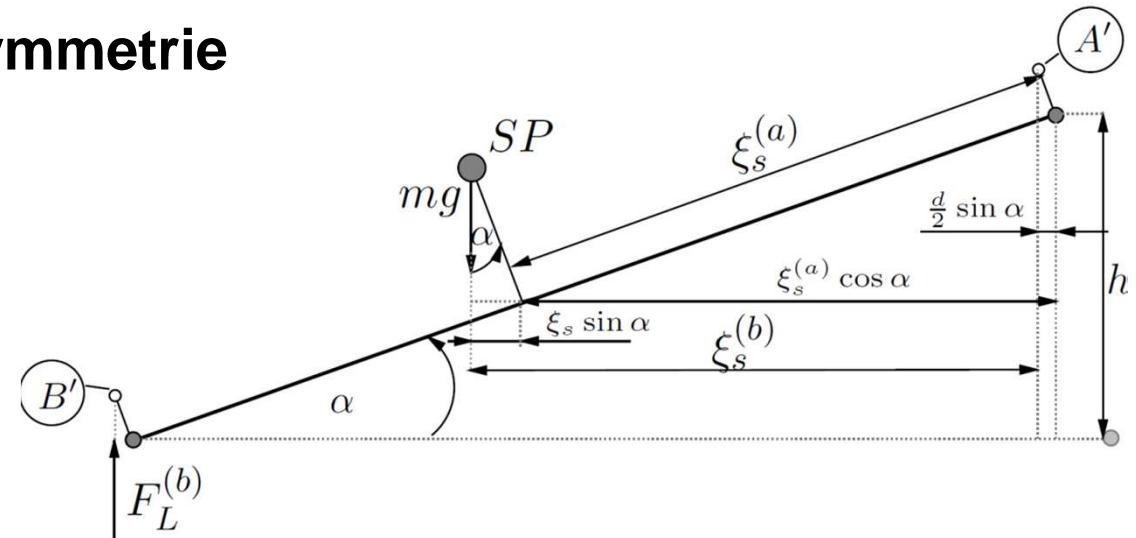
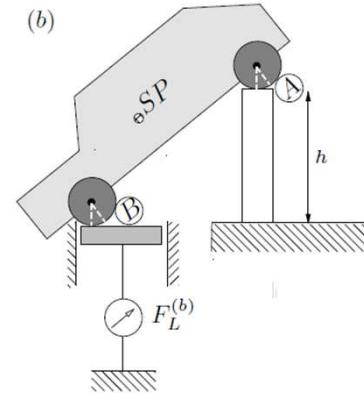
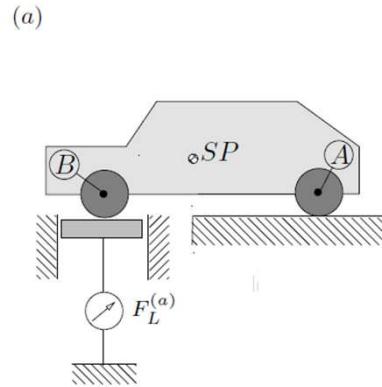


(b)



# Ermittlung der Schwerpunktlage Bestimmung von Aufstandskräften

## Bauteile ohne Struktursymmetrie



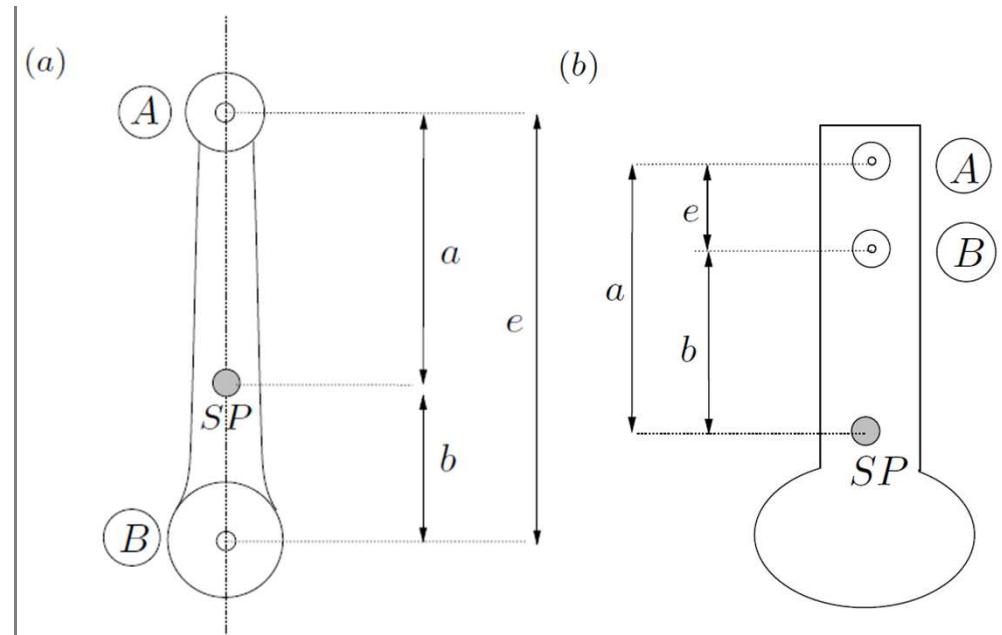
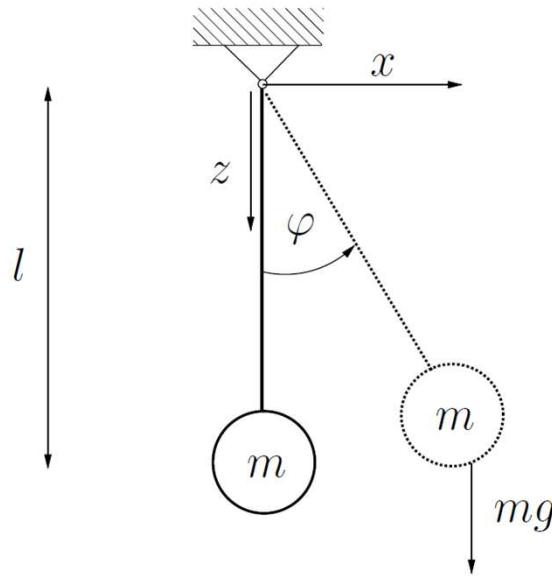
# Kennwertermittlung

## Massenparameter

Parameter	Ermittlung durch Messung	Bestimmung über Zeichnung
Massen	<ul style="list-style-type: none"><li>• Wiegen</li><li>• Frequenzmessung</li></ul>	Volumenbestimmung, Dichte, Zerlegung in Elementarkörper
Schwerpunktlage	<ul style="list-style-type: none"><li>• Aushängen</li><li>• Ermittlung von Aufstandskräften</li></ul>	Zerlegung in Elementarkörper
Massenträgheitsmoment um eine Achse	einfacher Pendelversuch	Zerlegung in Elementarkörper, Satz von Steiner
Trägheitstensor	Transformationen	Transformationen

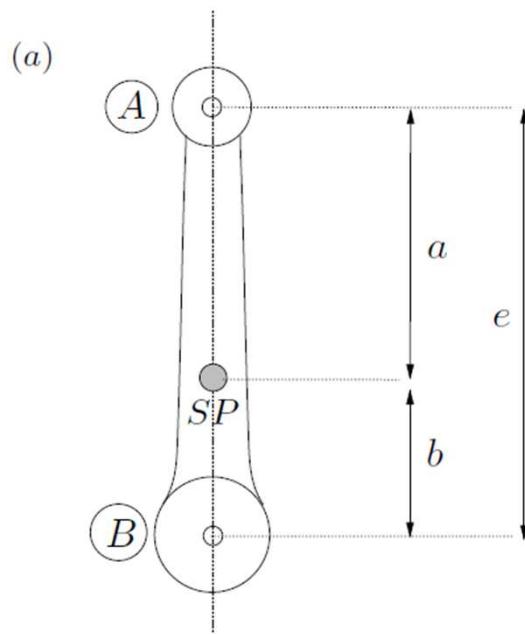
# Ermittlung eines Massenträgheitsmomentes

## Einfacher Pendelversuch



# Ermittlung eines Massenträgheitsmomentes

## Einfacher Pendelversuch



# Ermittlung eines Massenträgheitsmomentes Einfacher Pendelversuch - Praxiseinsatz



Bild 5: Einspannvorrichtung für die Messung der tatsächlichen Massenträgheit des Autos

Figure 5: Inertia jig used to measure the real inertia of the complete car (driver included)

Quelle: ATZ Extra 12/08, Formular Student Germany, „Konstruktion einer Radaufhängung“, Team Quebec

# Kennwertermittlung

## Massenparameter

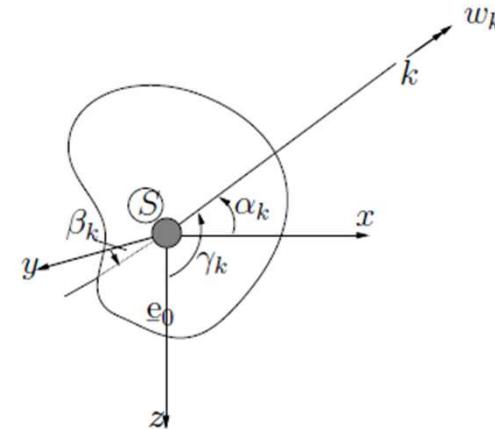
Parameter	Ermittlung durch Messung	Bestimmung über Zeichnung
Massen	<ul style="list-style-type: none"><li>• Wiegen</li><li>• Frequenzmessung</li></ul>	Volumenbestimmung, Dichte, Zerlegung in Elementarkörper
Schwerpunktlage	<ul style="list-style-type: none"><li>• Aushängen</li><li>• Ermittlung von Aufstandskräften</li></ul>	Zerlegung in Elementarkörper
Massenträgheitsmoment um eine Achse	einfacher Pendelversuch	Zerlegung in Elementarkörper, Satz von Steiner
Trägheitstensor	Transformationen	Transformationen

# Ermittlung des Trägheitstensors

## Verfahren des Energievergleichs

Für die Ermittlung des Trägheitstensors sind 6 Werte zu bestimmen

$$\mathbf{J}^S = \begin{pmatrix} J_{xx} & J_{yx} & J_{zx} \\ J_{yx} & J_{yy} & J_{zy} \\ J_{zx} & J_{zy} & J_{zz} \end{pmatrix}$$



Für ein körperfestes Koordinatensystem  $\underline{e}_0$  gilt für die kinetische Energie einer reinen Drehung um den Schwerpunkt:

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \boldsymbol{\omega}^T \cdot \mathbf{J}^S \cdot \boldsymbol{\omega} = \frac{1}{2} [\omega_x \quad \omega_y \quad \omega_z] \begin{bmatrix} J_{xx} & J_{yx} & J_{zx} \\ J_{yx} & J_{yy} & J_{zy} \\ J_{zx} & J_{zy} & J_{zz} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{Bmatrix}$$
$$= \frac{1}{2} (J_{xx} \omega_x^2 + J_{yy} \omega_y^2 + J_{zz} \omega_z^2 + 2J_{yx} \omega_y \omega_x + 2J_{zx} \omega_z \omega_x + 2J_{zy} \omega_z \omega_y)$$

# Ermittlung des Trägheitstensors

## Verfahren des Energievergleichs

Mit dem Massenträgheitsmoment  $J_{kk}$  um eine Achse gilt für die kinetische Energie

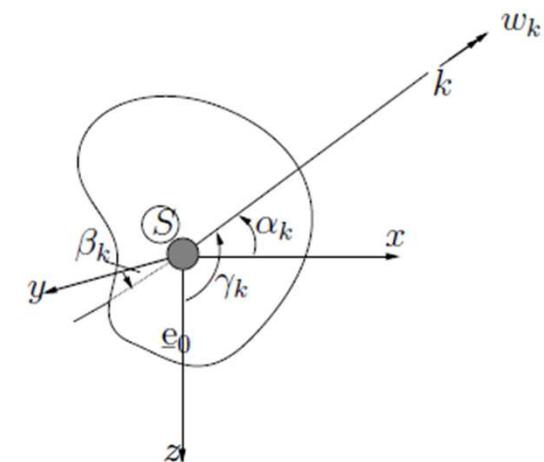
$$E_{kin} = \frac{1}{2} J_{kk} \cdot \omega_k^2$$

Für die Komponenten von  $\omega$  ausgedrückt im  $\underline{e}_0$  – Koordinatensystem ergibt sich

$$\omega_x = \omega_k \cos \alpha_k$$

$$\omega_y = \omega_k \cos \beta_k$$

$$\omega_z = \omega_k \cos \gamma_k$$



Die Winkel  $\alpha_k, \beta_k$  und  $\gamma_k$  müssen gemessen werden.

# Ermittlung des Trägheitstensors

## Verfahren des Energievergleichs

Die kinetische Energie bei einer Drehung um die k-Achse ist gleich der kinetischen Energie der gleichen Drehung ausgedrückt im  $\underline{e}_0$ -System

$$E_{kin} = \frac{1}{2} J_{kk} \cdot \omega_k^2 = \frac{1}{2} (J_{xx} \omega_x^2 + J_{yy} \omega_y^2 + J_{zz} \omega_z^2 + 2J_{yx} \omega_y \omega_x + 2J_{zx} \omega_z \omega_x + 2J_{zy} \omega_z \omega_y)$$

Daraus folgt:

$$\begin{aligned} J_{kk} &= J_{xx} \cos^2 \alpha_k + J_{yy} \cos^2 \beta_k + J_{zz} \cos^2 \gamma_k \\ &+ 2J_{yx} \cos \alpha_k \cos \beta_k + 2J_{zx} \cos \alpha_k \cos \gamma_k + 2J_{zy} \cos \beta_k \cos \gamma_k \end{aligned}$$

Werden nun 6 Versuche durchgeführt, ergeben sich 6 Bestimmungs-gleichungen für die 6 unbekannten Tensorkomponenten.

# Ermittlung des Trägheitstensors

## Verfahren des Energievergleichs

Es werden  $i=1, \dots, K$  Versuche um  $K$   $k_i$ -Achsen durchgeführt und die Messgleichung

$$\mathbf{y} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x}$$

aufgestellt. Hierbei sind

$$\mathbf{y} = [J_{11}, J_{22}, \dots, J_{KK}]^T$$

$$\mathbf{x} = [J_{xx}, J_{yy}, J_{zz}, J_{yx}, J_{zx}, J_{zy}]^T$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \cos^2 \alpha_1 & \cos^2 \beta_1 & \cos^2 \gamma_1 & 2\cos \alpha_1 \cos \beta_1 & 2\cos \alpha_1 \cos \gamma_1 & 2\cos \beta_1 \cos \gamma_1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \cos^2 \alpha_K & \cos^2 \beta_K & \cos^2 \gamma_K & 2\cos \alpha_K \cos \beta_K & 2\cos \alpha_K \cos \gamma_K & 2\cos \beta_K \cos \gamma_K \end{bmatrix}$$

**Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!**

# Fahrzeugmechatronik I

## Modellbildung



**Prof. Dr.-Ing. Steffen Müller  
M. Sc. Osama Al-Saidi  
Fachgebiet Kraftfahrzeuge • Technische Universität Berlin**

---

# Kennwertermittlung

## Ermittlung von Federkonstanten

### Mögliche Vorgehensweisen

- Katalogangaben
- Aufbringen einer Last und Messung der Verschiebung
- Frequenzmessung (analog Massenbestimmung)
- analytische Berechnung
- Tabellen
- Behandlung als Federschaltungen

# Ermittlung von Federkonstanten

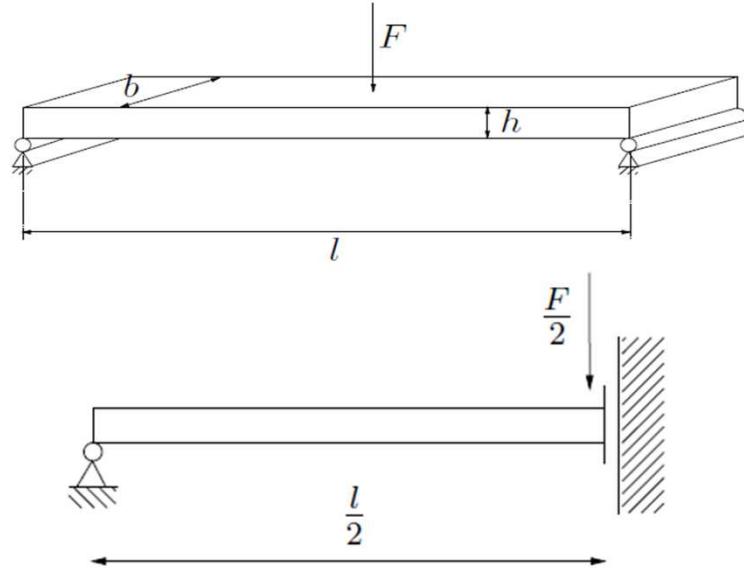
## Analytische Berechnung



**Beispiel:** Blattfederung eines geländegängigen LKW

# Ermittlung von Federkonstanten

## Analytische Berechnung



Definition von Schnittkräften

$$M(x) = \int_A z \sigma_x dA$$

Stoffgesetz

$$\sigma_x = E \varepsilon_x$$

Kinematik (schubstarr)

$$\varepsilon_x = \frac{du}{dx} \quad \text{mit} \quad u(x, z) = z\beta(x) = -z\omega'(x)$$

Einsetzen liefert

$$M(x) = - \int_A E z^2 \omega''(x) dA = -EI_y \omega''(x) \quad I_y = \frac{bh^3}{12}$$

Mit

$$M(x) = \frac{F}{2} x$$

folgt

$$EI_y \omega'(x) = -\frac{F}{2} \frac{x^2}{2} + C_1$$

$$EI_y \omega(x) = -\frac{F}{4} \frac{x^3}{3} + C_1 x + C_2$$

# Ermittlung von Federkonstanten

## Analytische Berechnung

Randbedingungen

$$\omega(x=0) = 0$$

$$\omega'(x=\frac{l}{2}) = 0$$

Hieraus folgt

$$C_2 = 0$$

$$C_1 = \frac{F}{4} \frac{l^2}{4} = \frac{Fl^2}{16}$$

Einsetzen liefert

$$EI_y \omega(x) = -\frac{F}{4} \frac{x^3}{3} + \frac{Fl^2}{16} x$$

Somit folgt für  $l/2$

$$EI_y \omega(\frac{l}{2}) = -\frac{F}{12} \frac{l^3}{8} + \frac{Fl^2}{16} \frac{l}{2} \frac{3}{3} = \frac{Fl^3}{48}$$

Dann ergibt sich

$$F = 48 \frac{EI_y}{l^3} \omega(\frac{l}{2}) = c_{BF} \omega(\frac{l}{2})$$

mit

$$c_{BF} = 48 \frac{EI_y}{l^3}$$

# Kennwertermittlung

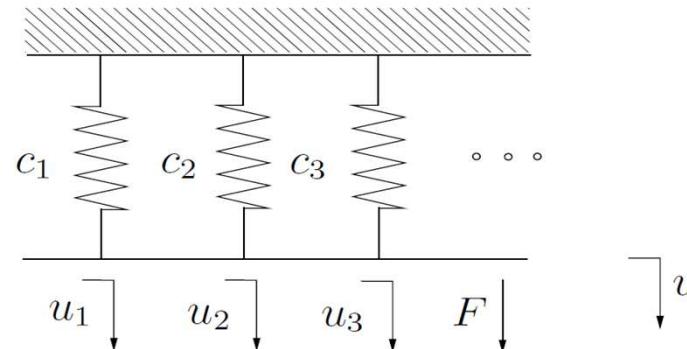
## Ermittlung von Federkonstanten

### Mögliche Vorgehensweisen

- Katalogangaben
- Aufbringen einer Last und Messung der Verschiebung
- Frequenzmessung (analog Massenbestimmung)
- analytische Berechnung
- Tabellen
- Behandlung als Federschaltungen

# Ermittlung von Federkonstanten Behandlung als Federschaltung

## Parallelschaltung



Es gilt

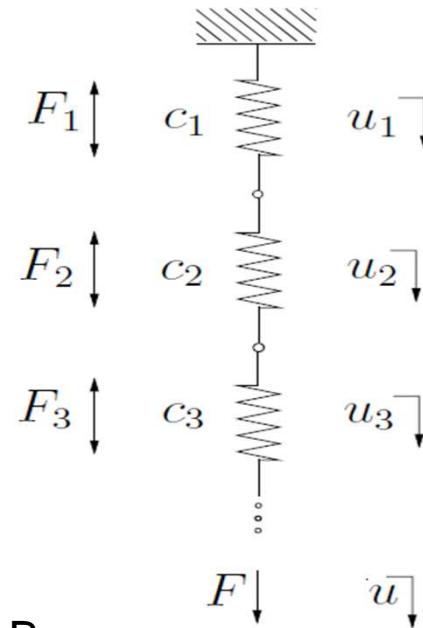
$$u_1 = u_2 = \dots = u$$

$$F_1 + F_2 + \dots = F = c_{ges} u$$

Somit folgt

$$F = (\sum_i c_i) u$$

## Reihenschaltung



Es gilt

$$F_1 = F_2 = \dots = F$$

$$u_1 + u_2 + \dots = u = \frac{F}{c_{ges}}$$

Somit folgt

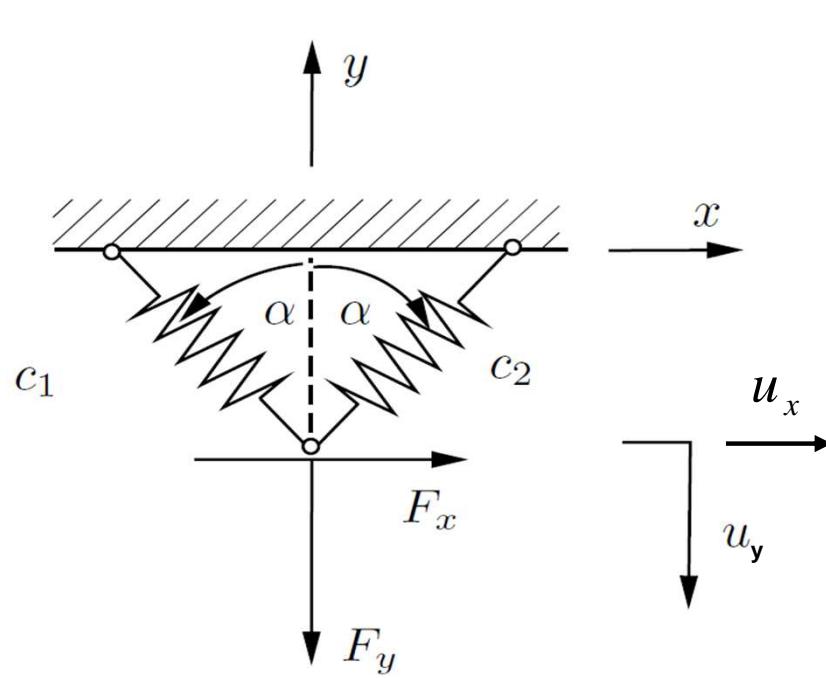
$$u = (\sum_i \frac{1}{c_i}) F$$

Bsp.:

$$i = 2 : \frac{1}{c_{ges}} = \frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2} = \frac{c_1 + c_2}{c_1 c_2}$$

$$i = 3 : \frac{1}{c_{ges}} = \frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2} + \frac{1}{c_3} = \frac{c_2 c_3 + c_1 c_3 + c_1 c_2}{c_1 c_2 c_3}$$

# Ermittlung von Federkonstanten Behandlung als Federschaltung



# Ermittlung von Dämpfungskonstanten

## Grundsätzliche Überlegungen

- Dämpfung führt zu Energieverlusten
- Dämpfung entsteht an der Oberfläche (z.B. Reibung) oder im Innern eines Bauteils
- Die Dämpfungskraft ist der Bewegungsrichtung immer entgegen gerichtet und es gilt

$$F_D = |F_D(u, \dot{u})| \operatorname{sign}(\dot{u})$$

# Ermittlung von Dämpfungskonstanten Modellierungsansätze für die Dämpferkraft

Die am weitesten verbreiteten Ansätze sind

- Coulombsche Reibung

$$F_D = |F_R| \operatorname{sign}(\dot{u}) = F_R \operatorname{sign}(\dot{u})$$

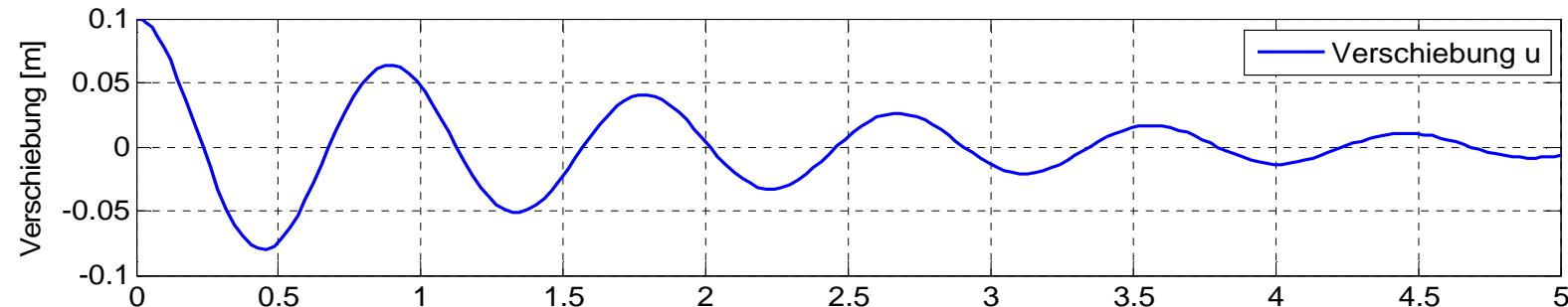
- Viskose Dämpfung

$$F_D = |d \dot{u}| \operatorname{sign}(\dot{u}) = d \dot{u}$$

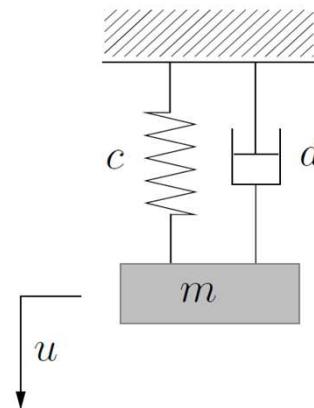
# Ermittlung von Dämpfungskonstanten

## Viskose Dämpfung

### Ausschwingversuch - Prinzipielle Idee

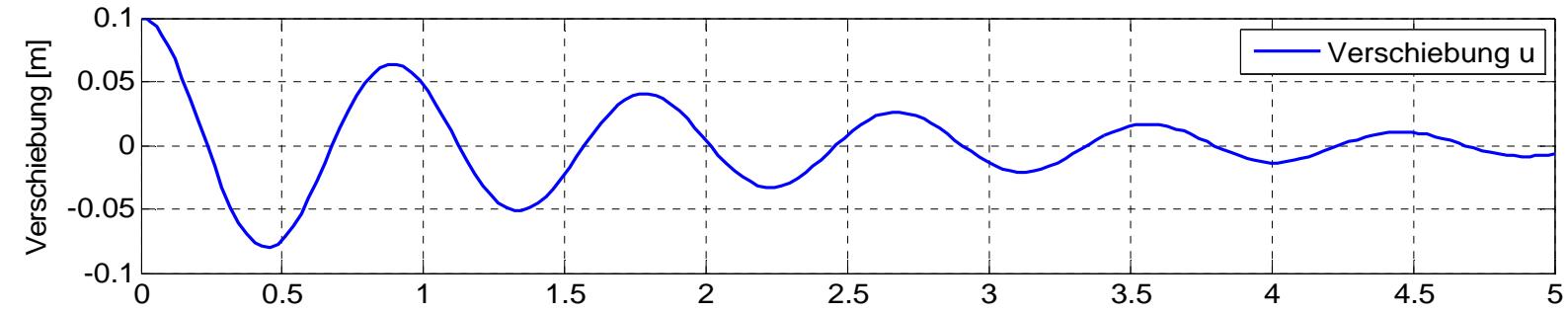
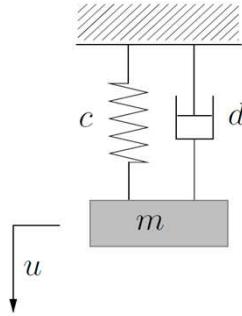


### Theoretische Grundlagen



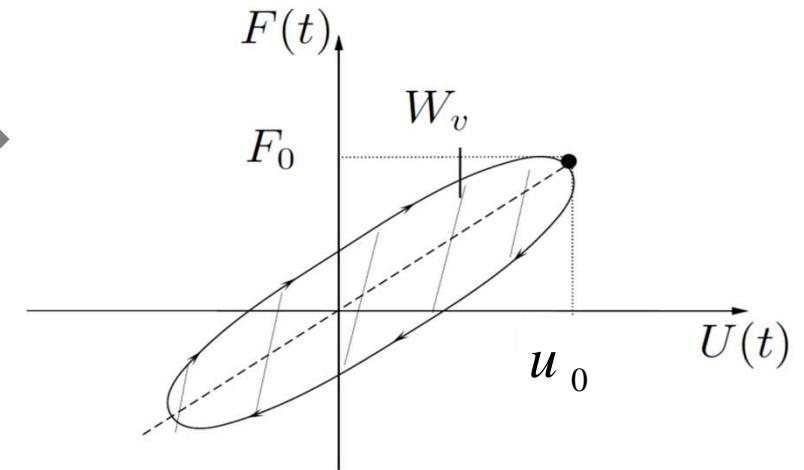
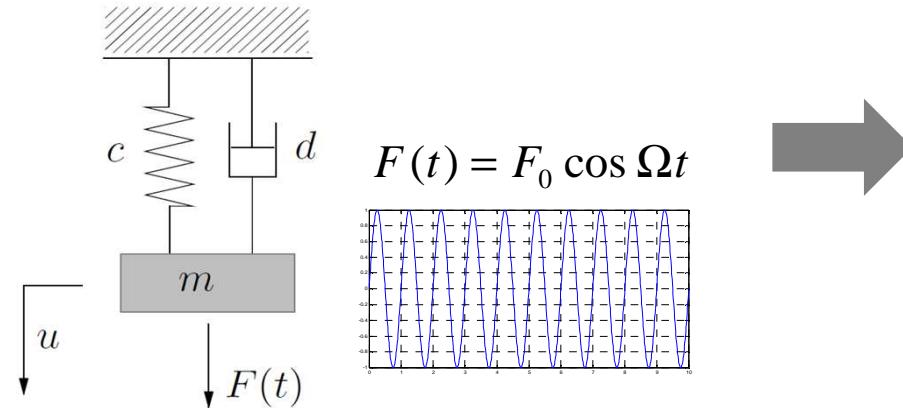
# Ermittlung von Dämpfungskonstanten

## Viskose Dämpfung



# Ermittlung von Dämpfungskonstanten Viskose Dämpfung

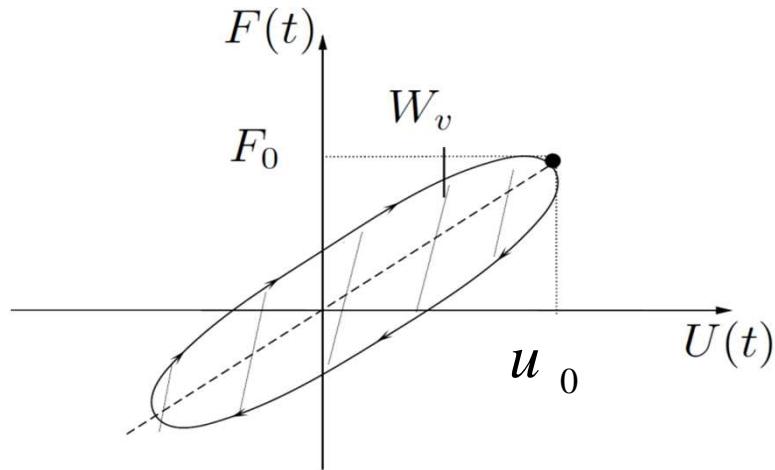
## Harmonische Anregung - Prinzipielle Idee



## Theoretische Grundlagen

# Ermittlung von Dämpfungskonstanten

## Viskose Dämpfung



# Ermittlung von Dämpfungskonstanten

## Viskose Dämpfung

**Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!**