

Signalverarbeitung

Aufgabe 1: Ausgleichsrechnung

Bei einer Messung wurden 5 Messwerte aufgezeichnet.

x Zeit t [s]	1	2	3	4	5
y Wert f	0,8	1,8	5	4,0	5,3

Schreiben Sie ein M-file (mit Kommentaren!), das die Koeffizienten der Gleichung der Ausgleichsgeraden und des Polynoms der Ausgleichparabel nach der Methode der kleinsten Fehlerquadrate berechnet. Anschließend sollen die Messwerte, die Ausgleichsgerade und die Ausgleichparabel geplottet werden.

Hilfe:

Für jeden Messpunkt (x_i, y_i) soll das Polynom gelten:

$$x_1^0 * a_1 + x_1^1 * a_2 + x_1^2 * a_3 = y_1$$

.

.

$$x_n^0 * a_1 + x_n^1 * a_2 + x_n^2 * a_3 = y_n$$

Dies ergibt folgende Matrizengleichung

$$\begin{pmatrix} x_1^0 & \cdots & x_1^2 \\ \vdots & & \vdots \\ x_n^0 & \cdots & x_n^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}$$

$$\underline{M} * \underline{a} = \underline{y}$$

Das Gleichungssystem ist inkonsistent, da $n \gg \text{"Anzahl } a"$ und somit nicht eindeutig lösbar ist. Man sucht stattdessen eine Lösung \underline{a}^* die den quadratischen Fehler minimiert:

$$\left| \underline{M} \underline{a} - \underline{y} \right|^2 \rightarrow \min$$

Somit ergibt sich für \underline{a}^* :

$$\underline{a}^* = (\underline{M}^T \underline{M})^{-1} \underline{M}^T \underline{y}$$

Das M-File soll dabei die Koeffizienten a_1 bis a_3 bestimmen.

Anmerkung:

Die Koeffizienten sollen genauso ermittelt werden, wie oben dargestellt. D.h. ohne „Backslash-Operator“.

Aufgabe 2: Messung eines Beschleunigungssignals

Es sollen Beschleunigungen an einem Motorblock gemessen werden. Dazu wird an das Zylindergehäuse ein Beschleunigungssensor geklebt. Dabei soll die 1. Ordnung und mindestens noch die 6. Ordnung gemessen werden.

Die maximale Motordrehzahl (1. Ordnung) beträgt 3000 min^{-1} .

- Wie hoch ist die maximale Frequenz, die gemessen werden soll?
- Mit welcher Frequenz oder Sampling Rate muss mindestens gemessen werden?
- In der Realität treten auch noch höhere Frequenzen auf. Welchen Einfluss haben diese auf das gemessene Signal? Erläutern Sie an Hand eines Sinussignals.

Die Abtastfrequenz wird nun, wie in der Praxis üblich, mit 2.2-facher maximaler Signalfrequenz gewählt. Um die in c) erläuterten unerwünschten Effekte zu eliminieren muss ein Anti-aliasing Filter vorgeschaltet werden. In diesem Fall ist es ein RC-Tiefpass mit der Grenzfrequenz bei der maximalen gemessenen Frequenz.

- Zeichnen Sie das Schaltbild und stellen Sie die DGL für den Tiefpass auf.
- Überführen Sie die DGL in den Laplaceraum und formulieren Sie die Übertragungsfunktion mit Hilfe von Laplace (mit $\tau = R \cdot C$).
- Zur Analyse des Übertragungsverhaltens im eingeschwungenen Zustand kann der Realteil vernachlässigt werden. Es gilt somit $s=j\omega$. Bestimmen Sie Realteil und Imaginärteil.
- Bei der Grenzfrequenz liegt eine Phasenverschiebung von -45° vor.
d.h.

$$\varphi(\omega) = \tan^{-1} \left(\frac{\text{Im}}{\text{Re}} \right) = -45^\circ \rightarrow \frac{\text{Im}}{\text{Re}} = -1$$

Bestimmen Sie die Zeitkonstante τ .

Aufgabe 3: Lineare Splines

Gegeben sind folgende 4 Punkte der Funktion $f(x)$ in der (x,y) -Ebene:

x_i	-1	0	1	2
$f(x_i)$	2	1	1	3

Die Funktion $f(x)$ soll zwischen $x = -1$ und 2 durch einen linearen Spline $P(x)$ interpoliert werden.

- Aus wieviel Intervallen setzt sich $P(x)$ zusammen?
- Bestimmen Sie $P(x)$ für die zuvor festgelegten Intervalle.
- Skizzieren Sie das Ergebnis.

Alle Arbeitsschritte (Rechenwege) und Ergebnisse sind zu dokumentieren. Ihre Ausarbeitung ist in Papierform abzugeben und auf der ISIS2-Plattform als PDF-Dokument hochzuladen. Laden Sie bei Simulationsaufgaben die Ausarbeitung zusammen mit den Simulink-Modellen und m-Files als zip-Datei auf der ISIS2-Plattform hoch.