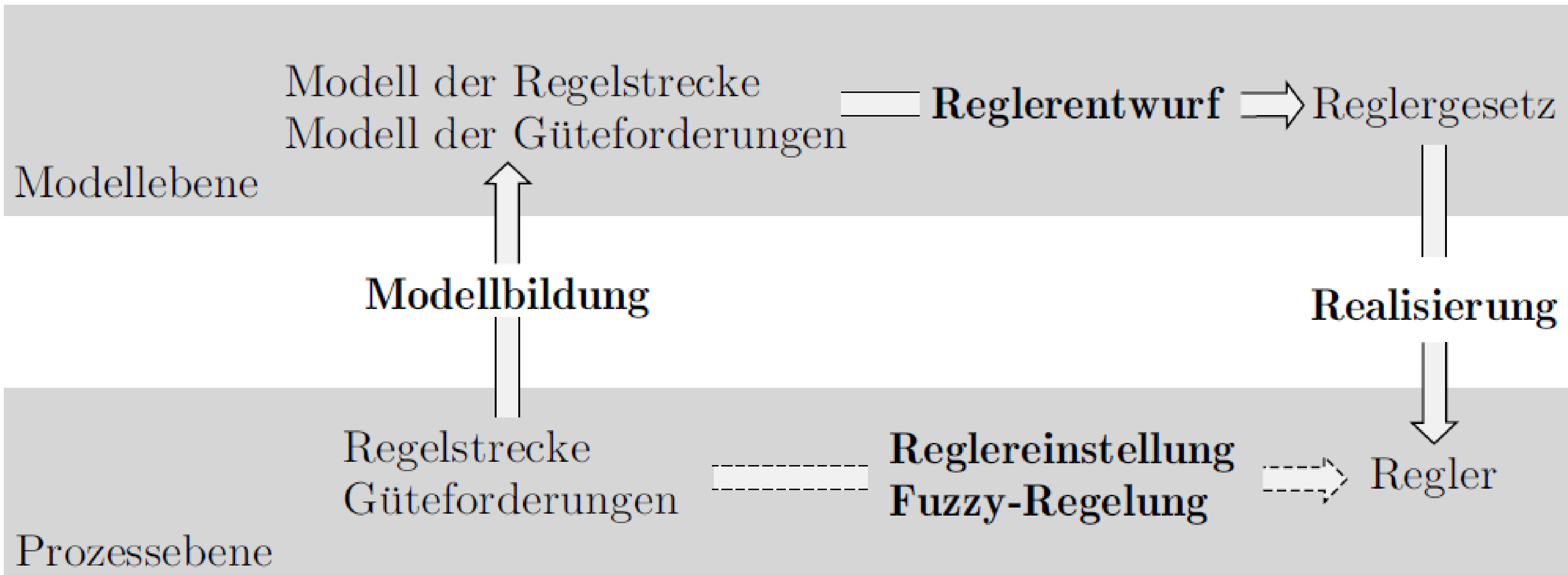
Fahrzeugmechatronik II
Beschreibung und Verhalten von Mehrgrößensystemen

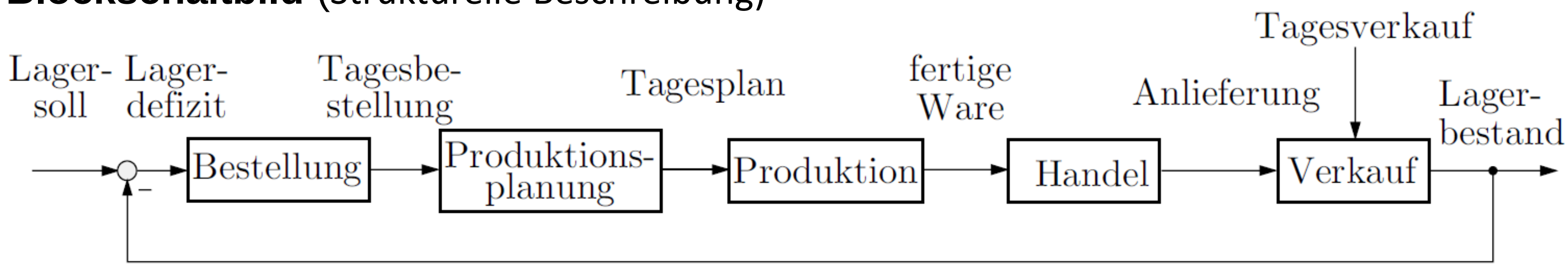
Prof. Dr.-Ing. Steffen Müller
M.Sc. Osama Al-Saidi
Fachgebiet Kraftfahrzeuge • Technische Universität Berlin

Überblick
Prozess zu Realisierung eines Reglers

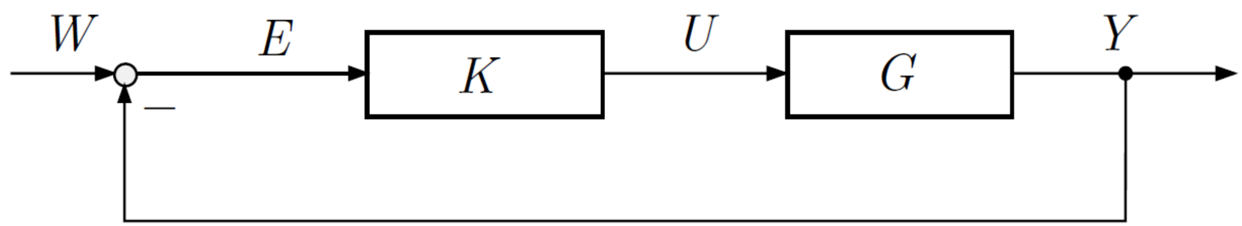


Modellbildung für Regelsysteme
Beschreibung als Blockschaltbild

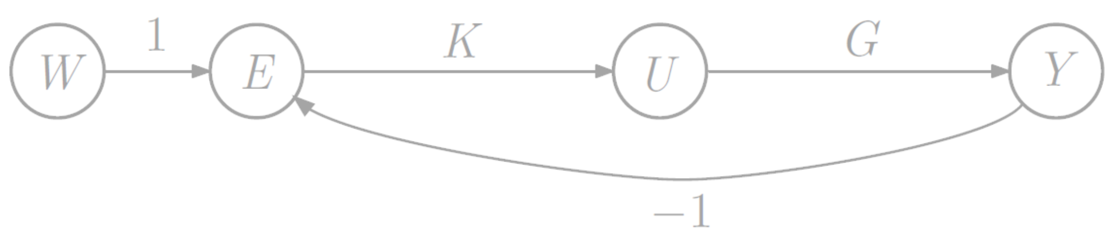
Blockschaltbild (Strukturelle Beschreibung)



Blockschaltbild (Mathematische Beschreibung)



Signalflussgraf



Beschreibung im Zeitbereich
Beschreibung als Differentialgleichung

$$\sum_{j=0}^{n} a_{ij} \frac{d^j y_i}{dt^j} = \sum_{k=1}^{m} \sum_{j=0}^{q} b_{kj} \frac{d^j u_k}{dt^j} \quad (i = 1,2,\ldots, r)$$

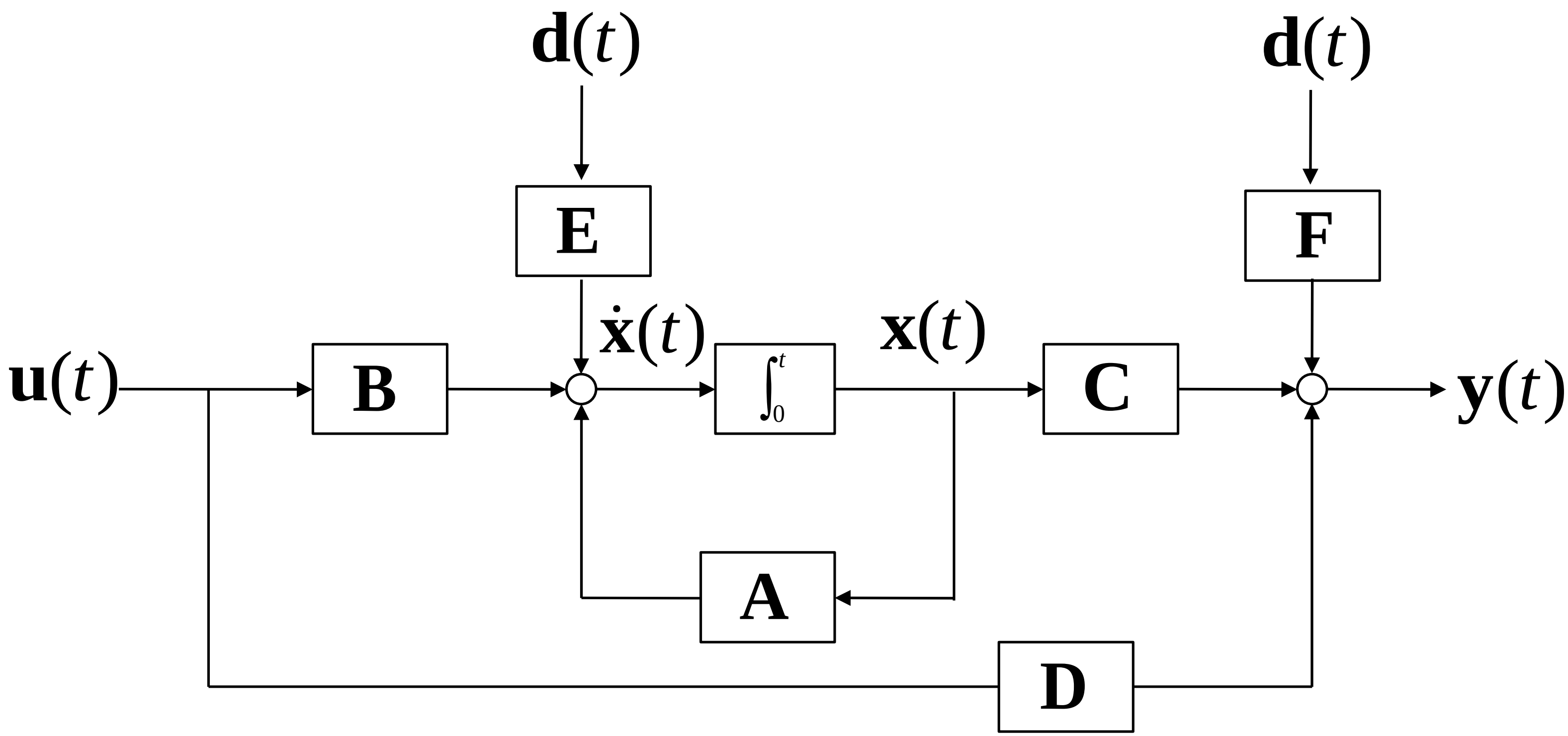
mit den Anfangsbedingungen

$$\frac{d^j y_i}{dt^j}(0) = y_{0,ij} \quad (i = 1,2,\ldots, r;\ j = 0,1,\ldots, n-1)$$

Beschreibung im Zeitbereich
Beschreibung im Zustandsraum

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{E}\mathbf{d}(t) \qquad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\mathbf{u}(t) + \mathbf{F}\mathbf{d}(t)$$



Beschreibung im Zeitbereich
Ableitung aus einem DGL-System 2. Ordnung

Beschreibung im Zeitbereich
Zustandsgrößen eines dynamischen Systems

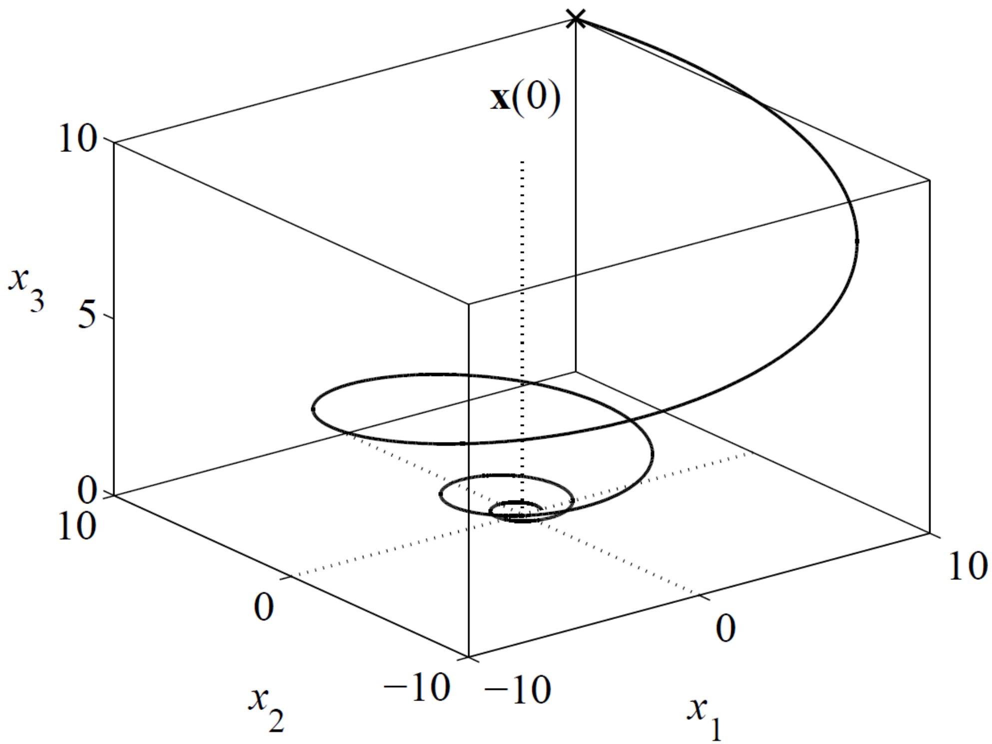
Definition: Zustand eines dynamischen Systems
Ein Vektor $\mathbf{x}$ *wird Zustand eines Systems genannt, wenn für eine beliebige Zeit* $t_e \geq 0$ *die Elemente* $x_i(0)$ *von* $\mathbf{x}$ *zum Zeitpunkt 0 zusammen mit dem Verlauf der Eingangsgröße* $u(\tau)$ *für* $0 \leq \tau \leq t_e$ *den Wert* $\mathbf{x}(t_e)$ *und den Wert der Ausgangsgröße* $\mathbf{y}(t_e)$ *eindeutig bestimmen.* $\mathbf{x}$ *heißt auch Zustandsvektor und die Komponenten* $x_i(t)$ *von* $\mathbf{x}$ *Zustandsvariable oder Zustandsgrößen.*

- **Typische Zustandsgrößen** sind: Strom, Spannung, Wege, Geschwindigkeiten.

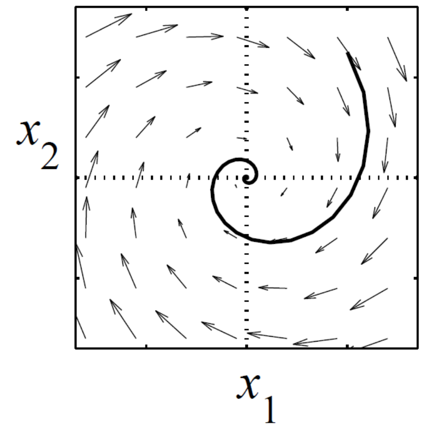
- Die **Wahl der Zustände** ist im allg. nicht eindeutig. Es können auch physikalisch nicht interpretierbare Zustände gewählt werden.

- Die **Anzahl der Zustände n** stimmt mit der Anzahl der Speicherelemente (Kapazität, Induktivität, Masse, Feder) des Systems überein.

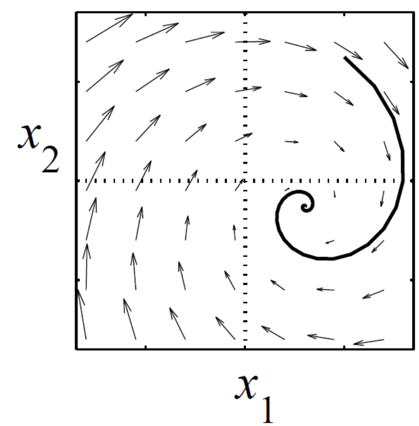
Beschreibung im Zeitbereich
Zustandsraum



Homogenes System



Inhomogenes System

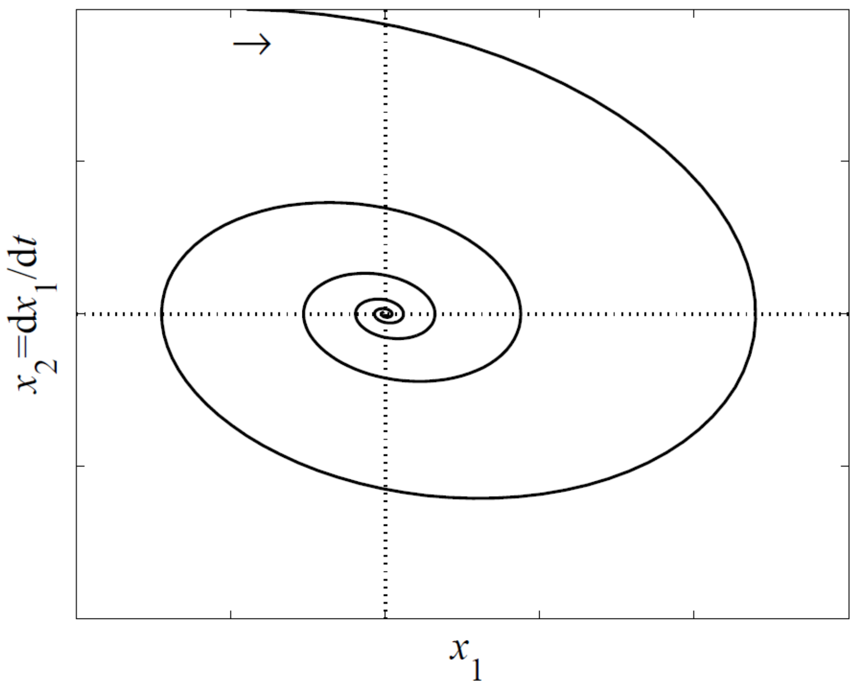


Beschreibung im Zeitbereich
Phasenportrait

Für **2-dim Systeme** (z.B. 1-Massenschwinger) mit

$$x_2(t) = \dot{x}_1(t)$$

heißt der Zustandsraum **Phasenraum** und die Trajektorie **Phasenporträt.**



Beschreibung im Zeitbereich
Ähnlichkeitstransformation

Ausgangspunkt ist

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \qquad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\mathbf{u}(t)$$

Beschreibung im Zeitbereich
Ähnlichkeitstransformation

Somit ergibt sich für

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \qquad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0$$
$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\mathbf{u}(t)$$

folgende äquivalente Beziehung

Beschreibung im Zeitbereich
Kanonische Normalform – EW-Aufgabe

Beschreibung im Zeitbereich
Kanonische Normalform - Transformation

Ausgangspunkt ist

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \qquad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\mathbf{u}(t)$$

Beschreibung im Zeitbereich
Regelungsnormalform - Transformation

Ausgangspunkt ist

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{b}u(t) \qquad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0$$

$$y(t) = \mathbf{c}^T \mathbf{x}(t) + du(t)$$

Beschreibung im Zeitbereich

Regelungsnormalform - Transformation

Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!