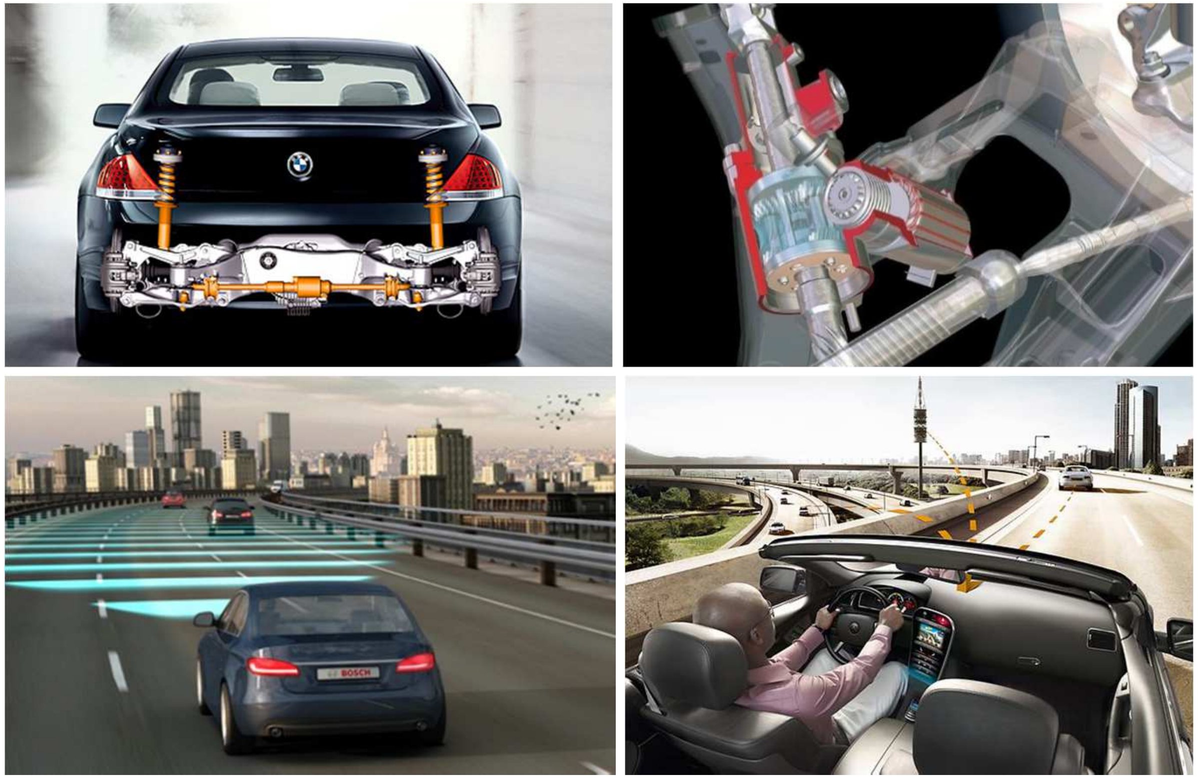
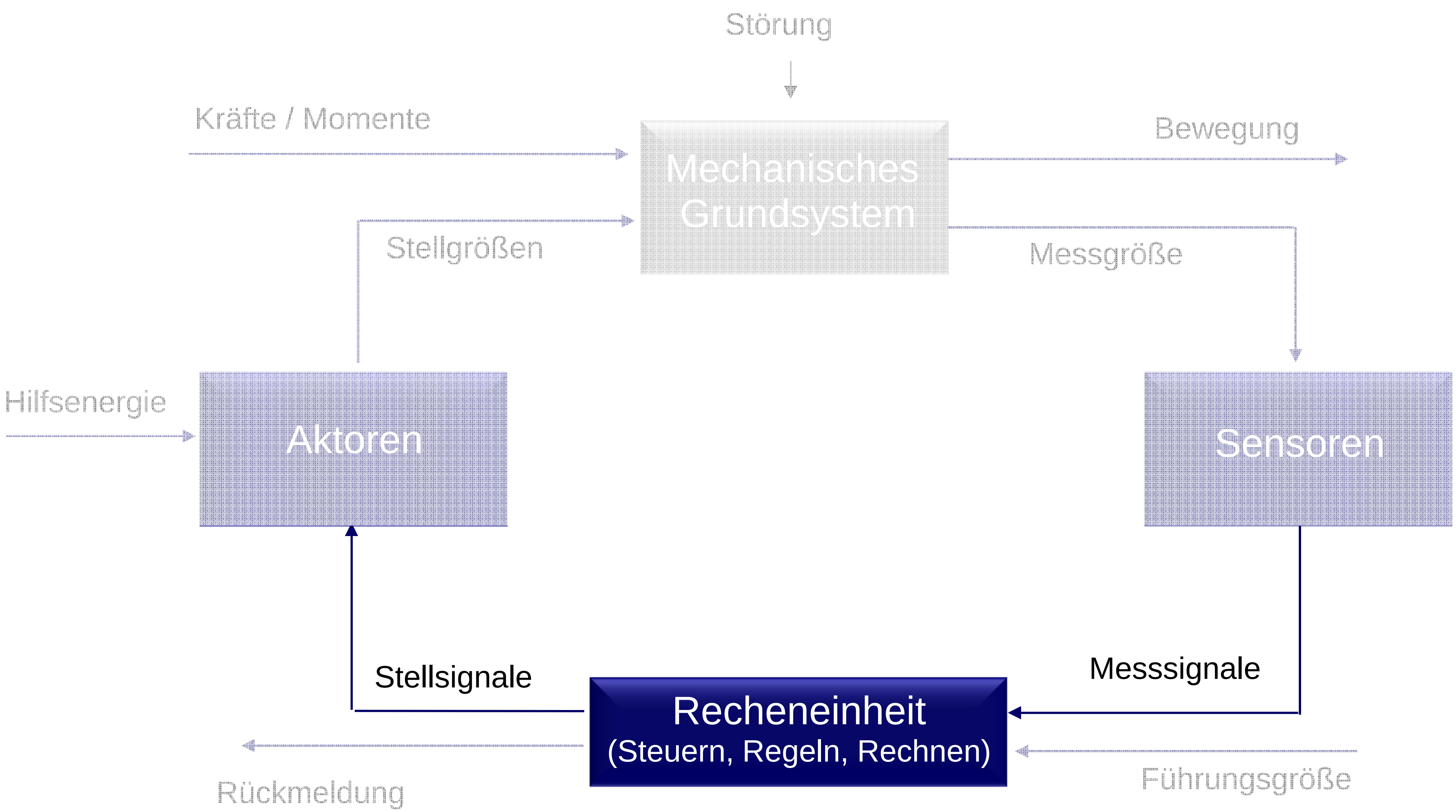
Fahrzeugmechatronik I
Signalverarbeitung



Prof. Dr.-Ing. Steffen Müller
M. Sc. Osama Al-Saidi
Fachgebiet Kraftfahrzeuge • Technische Universität Berlin

Übersicht
Mechatronisches System

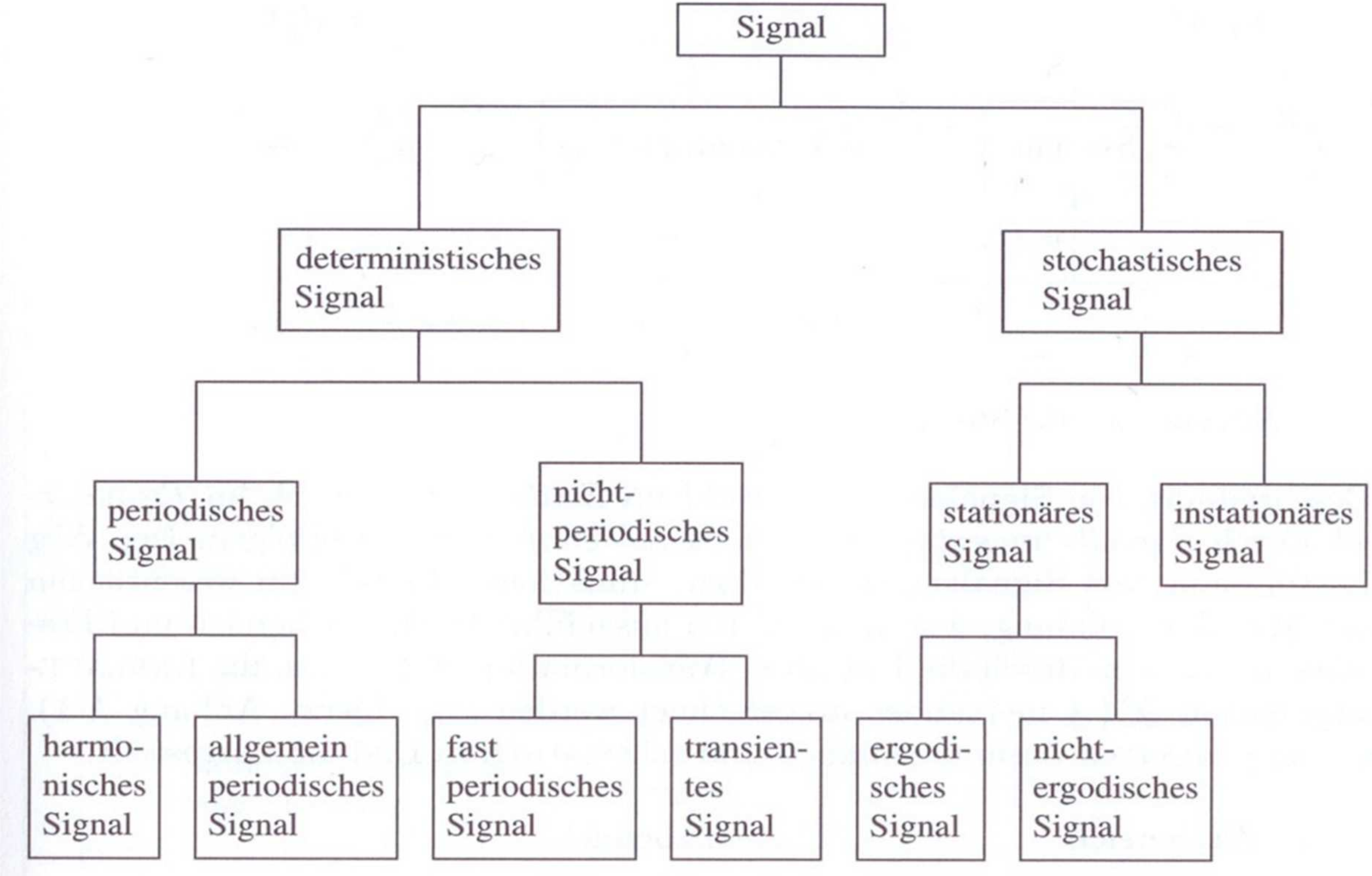


Übersicht
Definition Signal und Signalverarbeitung

Der Begriff „Signal“ kennzeichnet eine zeitveränderliche, **informationstragende Messgröße**. Signale werden in unterschiedliche **Klassen** eingeteilt und kontextabhängig **durch Kennwerte** sowie **Kennfunktionen beschrieben**.

Unter dem Begriff **Signalverarbeitung** sind alle Bearbeitungsschritte zusammengefasst, die das Ziel haben, **Informationen aus einem Signal zu extrahieren** oder **für die Übertragung vorzubereiten**.

Übersicht
Klassifizierung von Signalen



Übersicht
Inhalte

- Statistische Kenngrößen und –funktionen
- Ausgleichsrechnung
- Numerisches Glätten
- Digitale Filterung

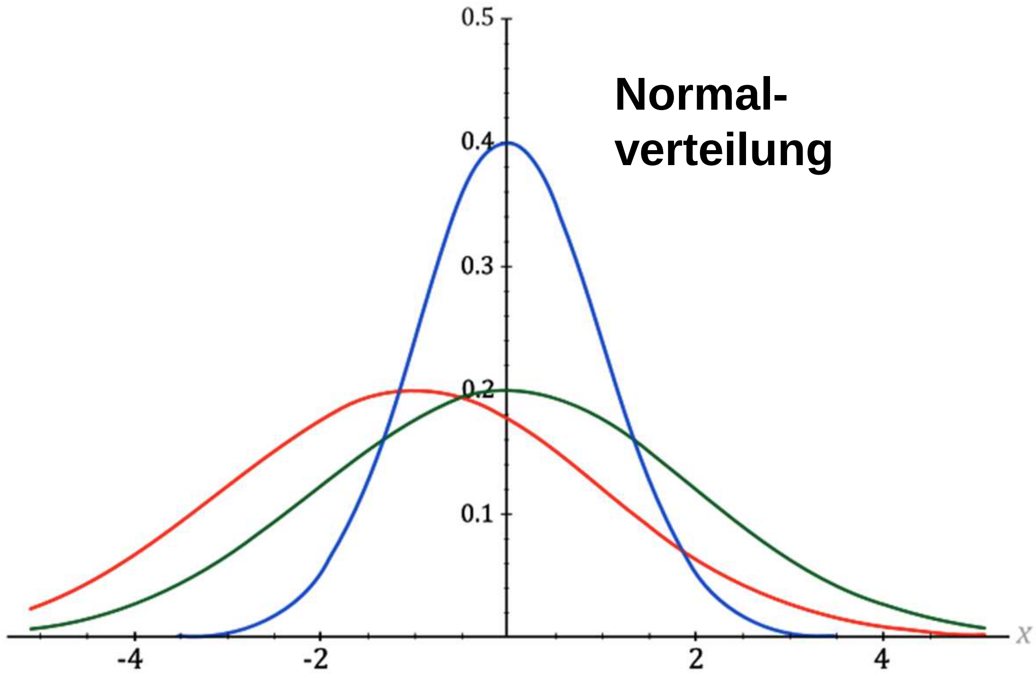
Statische Kennwerte und -funktionen
Kennwerte

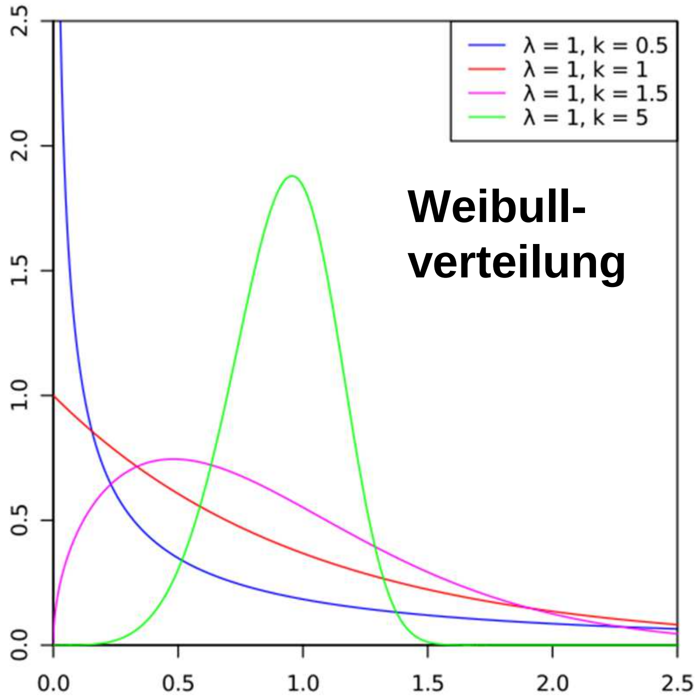
Statische Kennwerte und -funktionen
Kennwerte

Statische Kennwerte und -funktionen
Kennfunktionen

Statische Kennwerte und -funktionen
Kennfunktionen

Beispiele für Dichtefunktionen



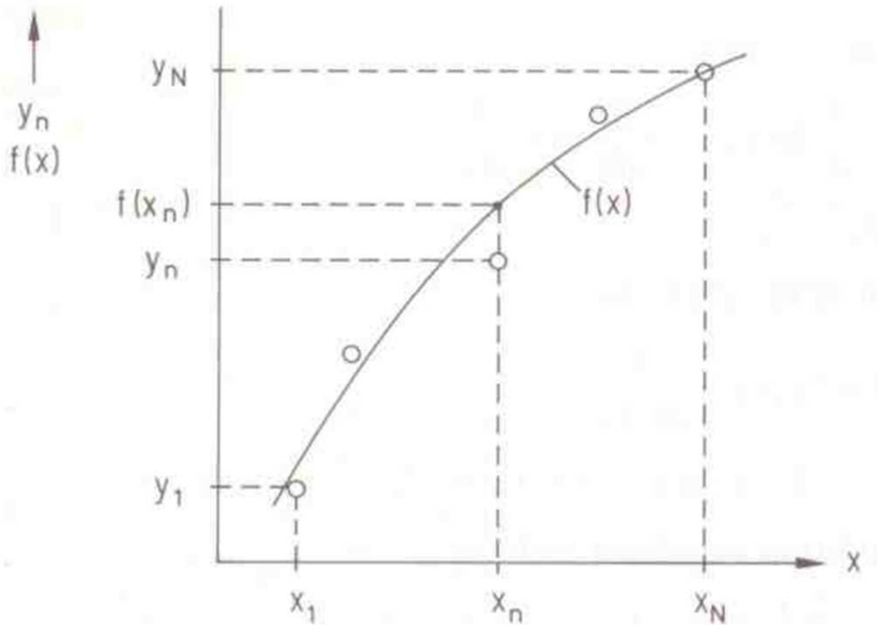


Übersicht
Inhalte

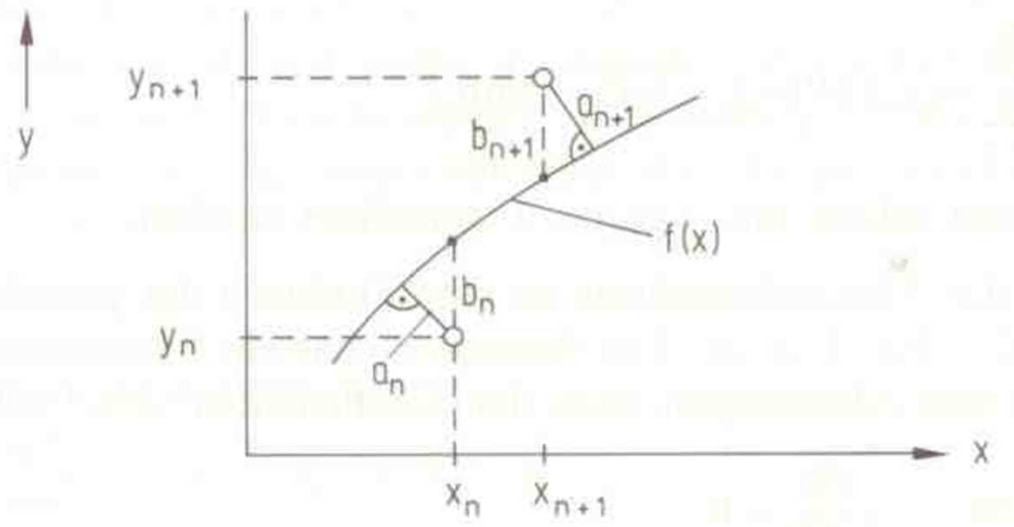
- Statistische Kenngrößen und –funktionen
- Ausgleichsrechnung
- Numerisches Glätten
- Digitale Filterung

Ausgleichsrechnung
Einführung

Gegeben seien Wertepaare (x_n, y_n), wobei der Zählparameter n von 1 bis N läuft. **Durch die insgesamt N Wertepaare** ist eine Funktion f(x) zu legen, so dass der Zusammenhang zwischen x_n und y_n, d.h. die **Kennlinie**, **analytisch** angegeben werden kann.



Ausgleichsrechnung
Einführung



Ausgleichsrechnung
Ausgleichspolynom

Ausgleichsrechnung
Ausgleichspolynom

Ausgleichsrechnung
Ausgleichspolynom

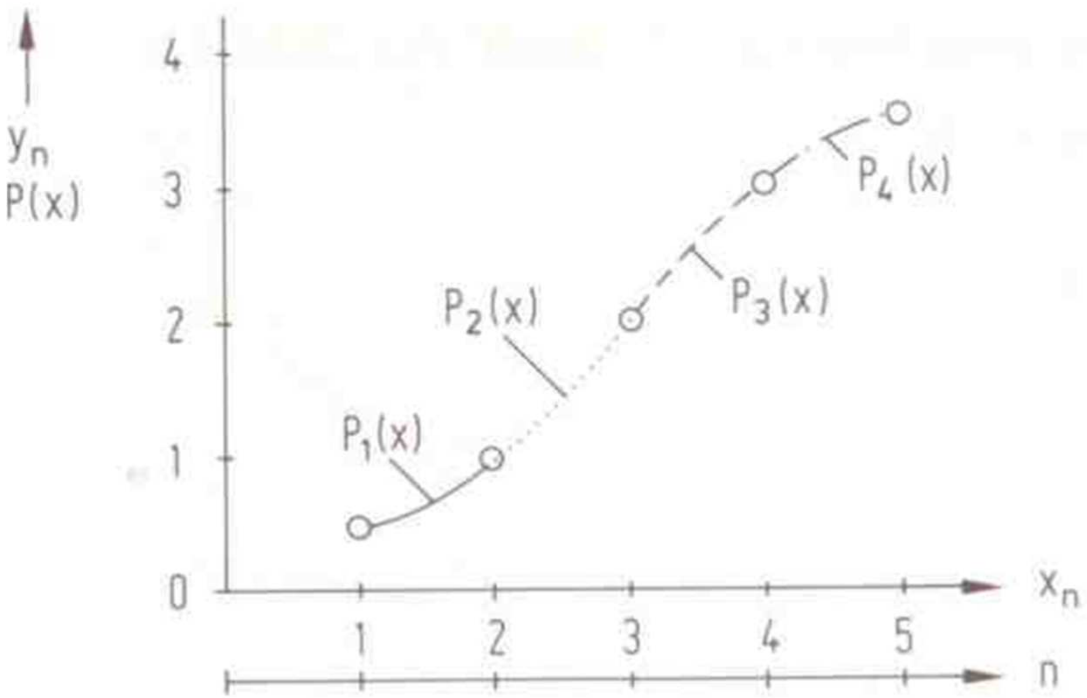
a, b, c und d folgen dann aus

$$\begin{bmatrix} N & \sum x_n & \sum x_n^2 & \sum x_n^3 \\ \sum x_n & \sum x_n^2 & \sum x_n^3 & \sum x_n^4 \\ \sum x_n^2 & \sum x_n^3 & \sum x_n^4 & \sum x_n^5 \\ \sum x_n^3 & \sum x_n^4 & \sum x_n^5 & \sum x_n^6 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sum y_n \\ \sum x_n y_n \\ \sum x_n^2 y_n \\ \sum x_n^3 y_n \end{Bmatrix}$$

Falls Ausgleich durch Polynome 3. Ordnung unzureichend:

Ausgleichspolynome höherer Ordnung neigen zu Welligkeiten und großen Abweichungen zwischen den Stützstellen -> **Ausgleich durch Splines**

Ausgleichsrechnung
Splines



Ausgleichsrechnung

Splines

Ausgleichsrechnung
Splines

a_n, b_n, c_n und d_n lassen sich durch die gegebenen Stützwerte und die noch unbekannten 2. Ableitungen ausdrücken

$$a_n = y_n$$

$$b_n = \frac{1}{h_n}\left(y_{n+1} - y_n\right) - \frac{1}{6} h_n \left(y''_{n+1} + 2 y''_n\right)$$

$$c_n = \frac{1}{2} y''_n$$

$$d_n = \frac{1}{6h_n}\left(y''_{n+1} - y''_n\right)$$

Ausgleichsrechnung
Splines

Einsetzen liefert

$$P_n'(x_{n+1}) = \frac{1}{h_n}(y_{n+1} - y_n) + \frac{1}{6} h_n (2y_{n+1}'' + y_n'')$$

und somit

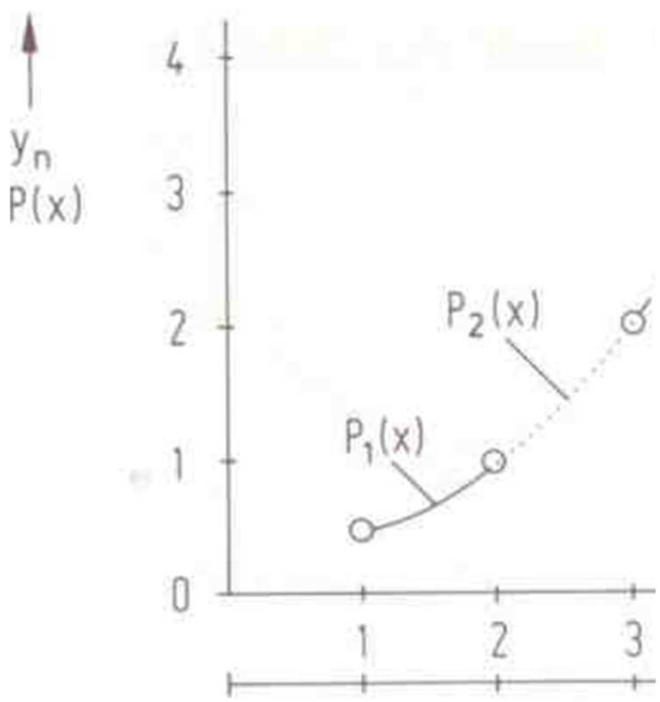
$$P_{n-1}'(x_n) = \frac{1}{h_{n-1}}(y_n - y_{n-1}) + \frac{1}{6} h_{n-1} (2y_n'' + y_{n-1}'')$$

Außerdem

$$P_n'(x_n) = b_n = \frac{1}{h_n}(y_{n+1} - y_n) - \frac{1}{6} h_n (y_{n+1}'' + 2y_n'')$$

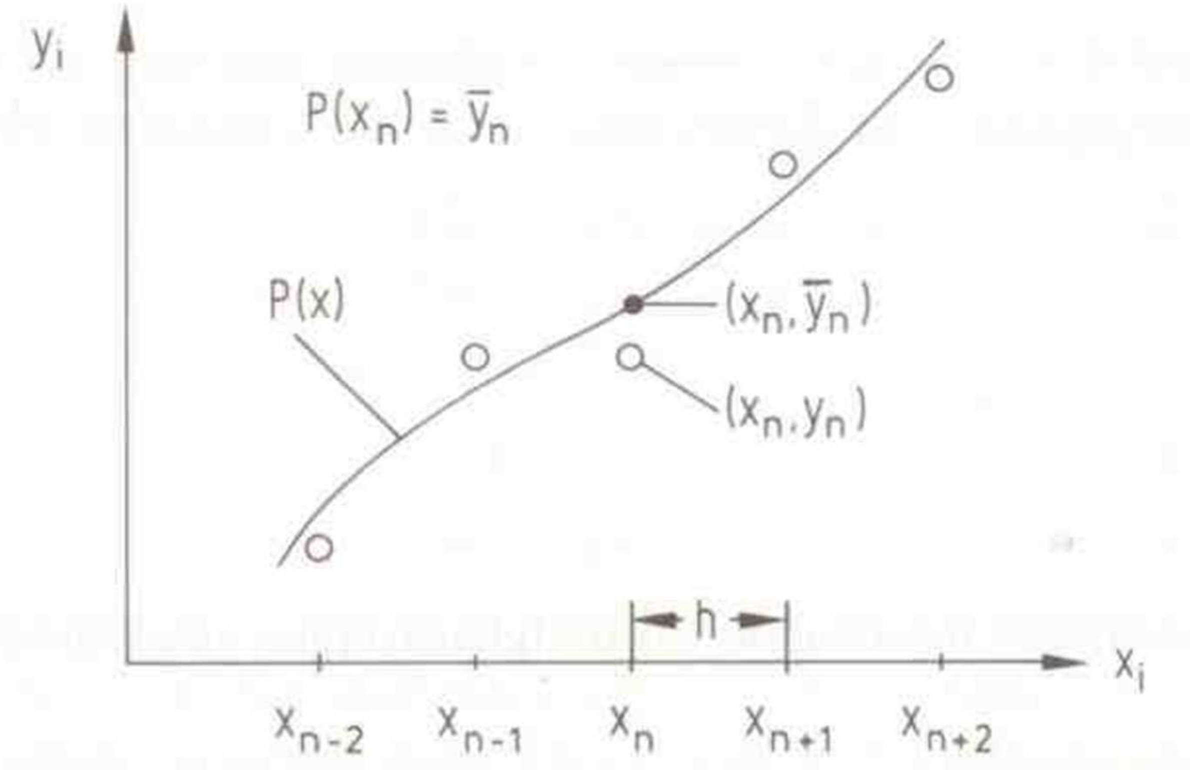
Forderung:

$$P_{n-1}'(x_n) = P_n'(x_n)$$



Numerisches Glätten
Ausgleichspolynom

Sollen **verstreute Messwerte** y_n weiterverarbeitet werden ist es sinnvoll, diese **vor einer Weiterverarbeitung** zu **glätten**, d.h. auszumitteln.



Numerisches Glätten
Ausgleichspolynom

Im Sinne der Methode der kleinsten Fehlerquadrate

$$S_n = \sum_k \left(P\left(x_{n+k}\right) - y_{n+k} \right)^2$$

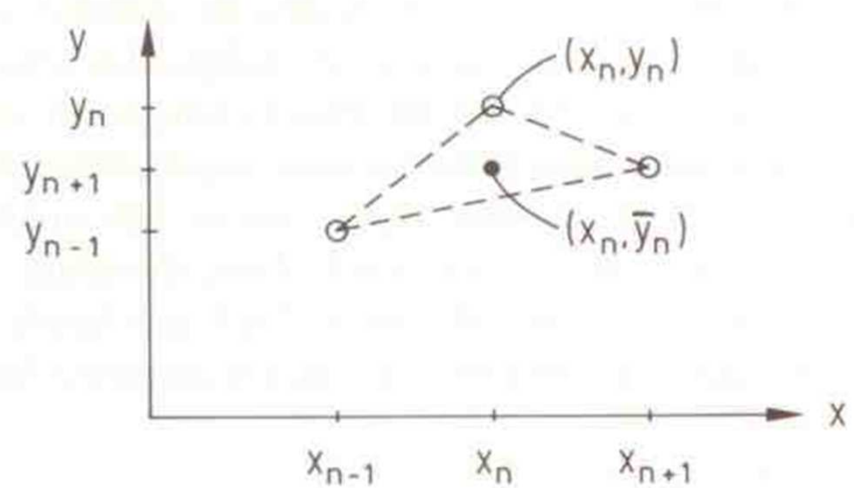
und mit

$$\frac{\partial S_n}{\partial a} = 0, \ldots \quad \text{und} \quad x_k = x_{n+k} - x_n$$

folgt

$$\begin{bmatrix} \sum\limits_k 1 & \sum\limits_k x_k & \sum\limits_k x_k^2 & \sum\limits_k x_k^3 \\ \sum\limits_k x_k & \sum\limits_k x_k^2 & \sum\limits_k x_k^3 & \sum\limits_k x_k^4 \\ \sum\limits_k x_k^2 & \sum\limits_k x_k^3 & \sum\limits_k x_k^4 & \sum\limits_k x_k^5 \\ \sum\limits_k x_k^3 & \sum\limits_k x_k^4 & \sum\limits_k x_k^5 & \sum\limits_k x_k^6 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sum\limits_k y_{n+k} \\ \sum\limits_k x_k y_{n+k} \\ \sum\limits_k x_k^2 y_{n+k} \\ \sum\limits_k x_k^3 y_{n+k} \end{Bmatrix}$$

Numerisches Glätten
Ausgleichspolynom

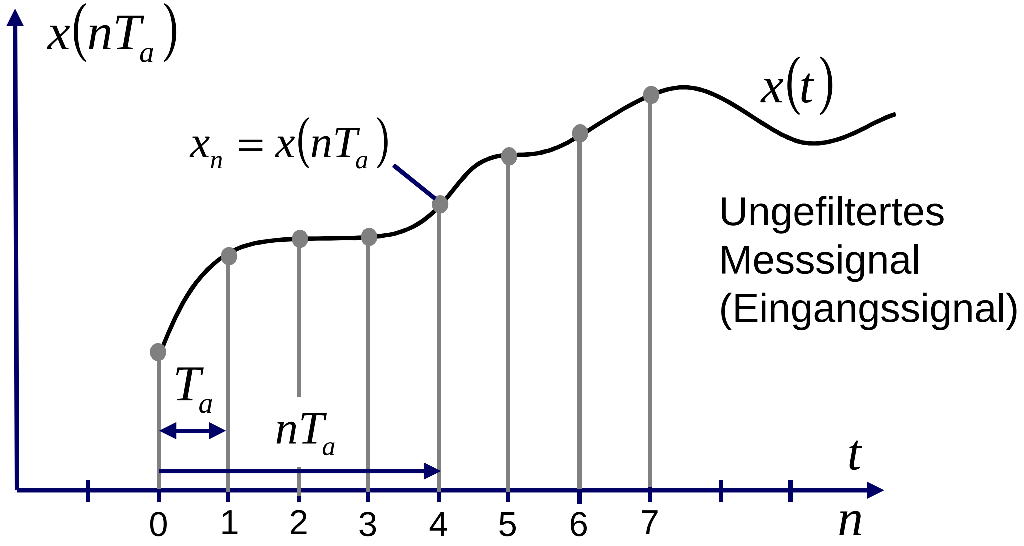


Digitales Filter
Nichtrekursive Filter

Bei nichtrekursiven Filtern **hängt** das **Ausgangssignal** der Filters **nur von den Eingangssignalen ab**, nicht von den zurückliegenden Werten des Ausgangssignals (rekursive Filter).
Wegen dieser fehlenden Rückkopplung kann das nichtrekursive Filter nicht schwingen, es ist **immer stabil** und hat hierdurch eine **endliche Impulsantwort**.
Es wird daher auch als **F**inite **I**mpulse **R**esponse (FIR) Filter bezeichnet.

Digitales Filter

Nichtrekursive Filter



Digitales Filter
Nichtrekursive Filter

Digitales Filter

Nichtrekursive Filter

Digitales Filter
Nichtrekursive Filter

Wiederholung: Fourier-Reihenentwicklung im Zeitbereich

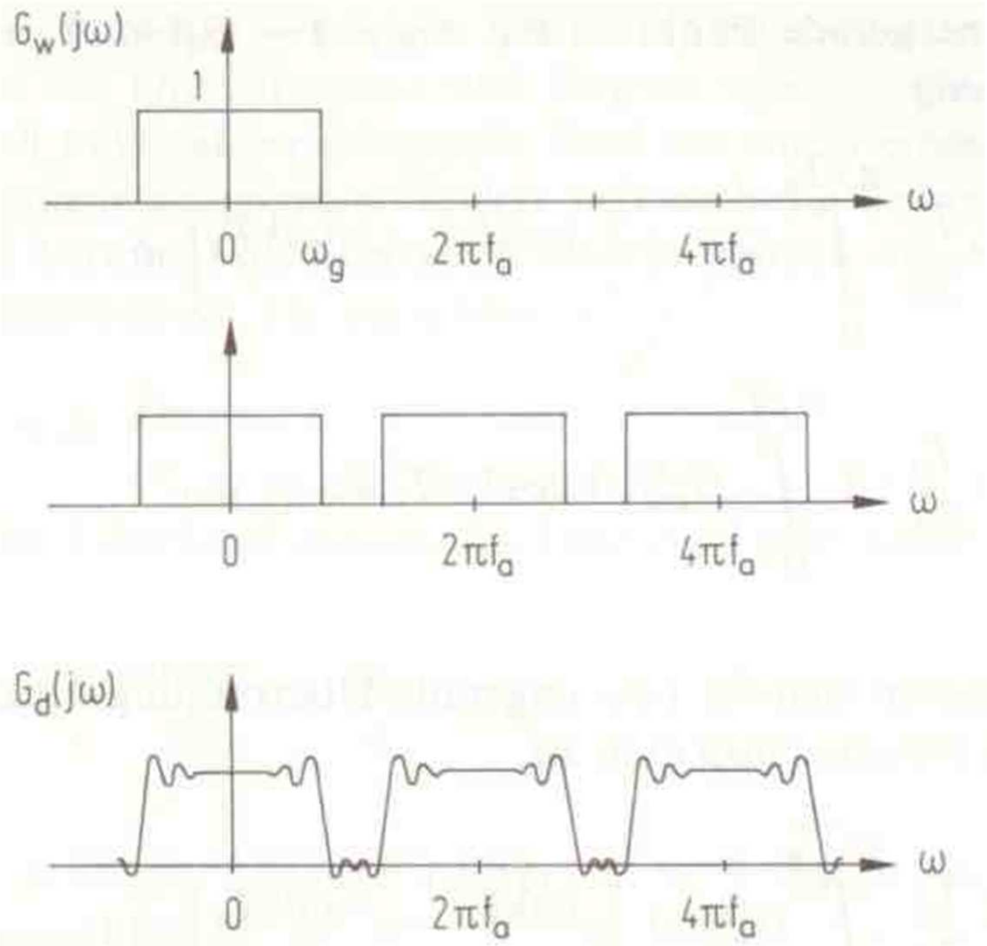
$$f(t) \approx \sum_{k=-K}^{K} c_k e^{jk\omega_0 t}$$

$$G_d(j\omega) = \sum_{k=-N}^{N} a_k e^{-jkT_a\omega}$$

$$c_k = \frac{1}{T_0} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} f(t) e^{-jk\omega_0 t} dt$$

Digitales Filter
Nichtrekursive Filter

Beispiel: Tiefpassfilter mit Eckfrequenz ω_g



Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!