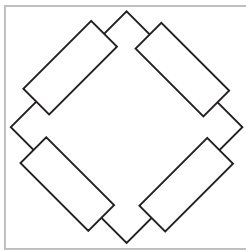


# Anwendung der Wheatstoneschen Brückenschaltung

von Karl Hoffmann



## Inhaltsverzeichnis

<b>1 Einführung .....</b>	<b>1</b>
<b>2 Einfache DMS-Schaltungen .....</b>	<b>5</b>
2.1 Messungen am Zugstab .....	6
2.2 Messungen am Biegestab .....	7
2.3 Messungen am Torsionsstab .....	8
<b>3 Analyse und Kompensation überlagerter Beanspruchungen, gezeigt am Beispiel     „Zugstab mit überlagerter Biegung“ .....</b>	<b>10</b>
<b>4 Kompensation von Störeffekten, insbesondere Temperatur .....</b>	<b>14</b>
<b>5 Kompensation von Leitungsfehlern .....</b>	<b>17</b>
<b>6 Tabellarische Übersicht verschiedener Schaltungsmöglichkeiten .....</b>	<b>20</b>
<b>7 Anmerkungen zu den Grenzen der Kompensierbarkeit von Störgrößen .....</b>	<b>22</b>
<b>8 Die Linearitätsabweichung der Wheatstone-Brücke.....</b>	<b>23</b>
8.1 Viertelbrücke .....	23
8.2 Halbbrücke .....	25
8.3 Vollbrücke .....	26
<b>9 Literatur .....</b>	<b>28</b>

# 1 Einführung

Bei seinen Arbeiten mit elektrischen Widerständen erfand im Jahre 1843 der englische Physiker Sir Charles Wheatstone (1802 - 1875) eine nach ihm benannte Brückenschaltung, mit deren Hilfe die Messung elektrischer Widerstände durch Vergleich mit solchen bekannter Größe möglich ist [1]. Die Wheatstone-Brücke eignet sich besonders zur Messung kleiner Veränderungen eines Widerstandes und damit zur Bestimmung der Widerstandsänderung eines Dehnungsmessstreifens (DMS). Bekanntlich formt der DMS Dehnungen, denen er ausgesetzt wird, in proportionale Widerstandsänderungen um. Den Zusammenhang zwischen der erzeugenden Dehnung  $\varepsilon$  ( $\varepsilon = \Delta L/L_0$ ) und der relativen Widerstandsänderung eines DMS beschreibt die Gleichung

$$\frac{\Delta R}{R_0} = k \cdot \varepsilon \quad (1)$$

Der Proportionalitätsfaktor  $k$ , bekannt als „k-Faktor“, ist eine experimentell festgestellte Kenngröße des verwendeten DMS [2]. Der genaue Wert ist auf jeder DMS-Packung zu finden. Für metallische DMS beträgt der k-Faktor im allgemeinen ungefähr 2.

Im folgenden wird die Wheatstonesche Brückenschaltung nur im Hinblick auf ihre Anwendung in der DMS-Technik betrachtet. Sie ist im Bild 1 dargestellt, und zwar zeigt die übliche, auf Wheatstone zurückgehende Darstellungsweise, während 1b erfahrungsgemäß für Nichtelektriker leichter zu durchschauen ist. Die Schaltungen 1a und 1b sind elektrisch identisch.

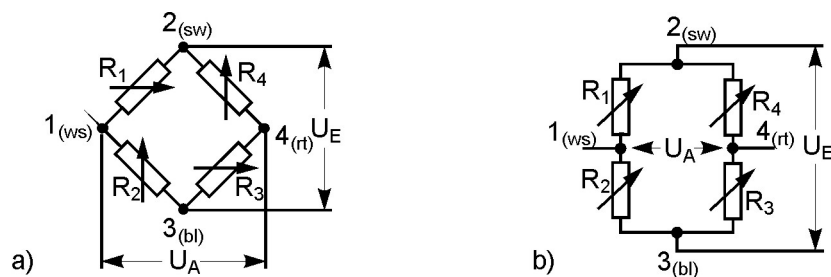


Bild 1: Wheatstonesche Brückenschaltung

Die vier Arme (oder Zweige) der Brücke werden durch die Widerstände  $R_1$  bis  $R_4$  gebildet. Die Bezeichnung der Brückeneckpunkte mit Nummern und Farben entspricht dem bei HBM üblichen Code zur Bezeichnung der Anschlüsse von Messgrößenumformern (Aufnehmern) und Messgeräten. Legt man an die beiden Eckpunkte 2 (sw) und 3 (bl), die sogenannte „Speisediagonale“, eine bekannte Spannung  $U_E$  an (Brücken-Eingangs- oder Speise-Spannung), so entsteht zwischen den Eckpunkten 1 (ws) und 4 (rt), der sogenannten „Messdiagonale“, eine Spannung  $U_A$  (die Brücken-Ausgangsspannung), deren Wert von den Verhältnissen der Widerstände  $R_1 : R_2$  und  $R_4 : R_3$  abhängt.

Anmerkung 1-1:

Der besseren Übersicht wegen ist es zweckmäßig, die Ausgangsspannung  $U_A$  relativ zur Eingangsspannung  $U_E$  zu betrachten. Deshalb sind die folgenden Gleichungen für die relative Ausgangsspannung  $U_A / U_E$  aufgestellt.

Für den allgemeinen Fall gilt die Beziehung

$$\frac{U_A}{U_E} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} - \frac{R_4}{R_3 + R_4} \equiv \frac{R_1 \cdot R_3 - R_2 \cdot R_4}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)} \quad (2)$$

und für den abgeglichenen Zustand

$$\frac{U_A}{U_E} = 0 \quad \text{wenn } R_1 = R_2 = R_3 = R_4 \quad (3)$$

$$\text{oder } R_1 : R_2 = R_4 : R_3 \quad (3)$$

Anmerkung 1-2:

In der praktischen Arbeit mit DMS wird der abgegliche Zustand nur in mehr oder weniger guter Näherung erreicht; deshalb enthalten speziell für das Messen mit DMS ausgelegte Geräte Ausgleichsschaltungen, mit welchen die Anzeige im Ausgangszustand auf Null gebracht werden kann. Die weiteren Betrachtungen dürfen deshalb so geführt werden, als ob für den Ausgangszustand die Bedingungen der Gl (3) erfüllt wären.

Ferner wird vorausgesetzt, dass der Brückenausgang elektrisch nicht belastet wird. D.h. dass der Eingangswiderstand des zur Messung der Brückenausgangsspannung  $U_A$  angeschlossenen Gerätes entsprechend den in der Praxis so hoch ist, dass ein Fehler störenden Ausmaßes nicht entsteht. Letzteres gilt auch für alle weiteren Betrachtungen.

Ändern sich die Widerstände  $R_1$  bis  $R_4$  in ihrem Wert, so wird die Brücke verstimmt und am Ausgang erscheint die Spannung  $U_A$ . Trifft man noch die (für metallische DMS zutreffende) Einschränkung, dass  $\Delta R_i \ll R_i$  sein muss, so darf man höhere Glieder vernachlässigen und erhält die Beziehung

$$\frac{U_A}{U_E} = \frac{1}{4} \left( \frac{\Delta R_1}{R_1} - \frac{\Delta R_2}{R_2} + \frac{\Delta R_3}{R_3} - \frac{\Delta R_4}{R_4} \right) \quad (4)$$

Anmerkung 1-3:

In der DMS-Praxis müssen jeweils die Widerstandspaare  $R_1, R_2$  und  $R_3, R_4$  oder alle vier Widerstände  $R_1$  bis  $R_4$  den gleichen Nennwert besitzen, damit die Proportionalität zwischen relativer Widerstandsänderung der einzelnen Brückenarme und der relativen Ausgangsspannung gegeben ist. Es ist bei den weiteren Betrachtungen ohne Belang, ob  $R_1$  und  $R_4$  (damit sinngemäß  $R_2$  und  $R_3$ ) unterschiedlichen oder gleichen Nennwiderstand besitzen. Deshalb wird  $R_1 = R_2 = R_3 = R_4$  gesetzt.

Führt man Gl (1) ein ( $\Delta R/R_0 = k \cdot \varepsilon$ ), so erhält man

$$\frac{U_A}{U_E} = \frac{k}{4} \cdot (\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_4) \quad (5)$$

Als Vorzeichenregel gilt (siehe Bild 2):

Bei gegebener Polarität der Speisespannung  $U_E$ , (2) = negativ, (3) = positiv, wird

(1) positiv, (4) negativ, wenn  $R_1 > R_2$  und/oder  $R_3 > R_4$ ;

(1) negativ, (4) positiv, wenn  $R_1 < R_2$  und/oder  $R_3 < R_4$ .

Bei Wechselspannungsspeisung gilt sinngemäß die Phasenlage von  $U_E$  und  $U_A$  zueinander. **Man beachte:** Die Änderungsbeträge der in der Schaltung **benachbart** liegenden DMS **subtrahieren** sich, wenn sie **gleiches Vorzeichen** haben, sie **addieren** sich, wenn die **Vorzeichen verschieden** sind. Daraus lassen sich Kombinations- und Kompensationsmöglichkeiten ableiten, auf die gesondert einzugehen ist.

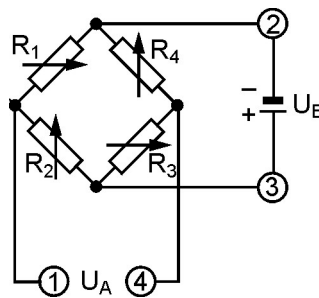


Bild 2: Zur Vorzeichenregel der Wheatstone-Brücke

Anmerkung 1-4:

Bezogen auf DMS gilt:

(1) positiv, (4) negativ, wenn  $\varepsilon_1 > \varepsilon_2$  und/oder  $\varepsilon_3 > \varepsilon_4$ ,

(1) negativ, (4) positiv, wenn  $\varepsilon_1 < \varepsilon_2$  und/oder  $\varepsilon_3 < \varepsilon_4$ .

Hierbei ist zu beachten, dass die Größe von  $\epsilon_i$  hinsichtlich ihrer Wirkung auf den Widerstand R zu sehen ist, die Bewertung "größer" oder "kleiner" demzufolge algebraisch und nicht betragsmäßig zu erfolgen hat, z. B.:  $+10\mu\text{m/m} > +5\mu\text{m/m}$ ,  $+2\mu\text{m/m} > -20\mu\text{m/m}$ ;  $-5\mu\text{m/m} > -50\mu\text{m/m}$ .

Anmerkung 1-5:

Besonderheiten von Spezial-Dehnungsmessgeräten: An dieser Stelle ist eine kurze Betrachtung der üblicherweise in der DMS-Technik verwendeten Messgeräte am Platze. Die Gleichungen (2) bis (4) gehen davon aus, dass eine Widerstandsänderung in einem oder mehreren Armen der Brücke zu einer Änderung der relativen Ausgangsspannung  $U_A / U_E$  führt. Da aber als Ergebnis einer Messung weniger die relative Ausgangsspannung als vielmehr die erzeugende Dehnung interessiert, versieht man die üblichen Spezialgeräte mit einer in "Dehnungswerten" geeichten Skala. Als "Einheit" wird der Dehnungswert  $1\mu\text{m/m} = 1 \cdot 10^{-6} \text{ m/m}$  verwendet; bei älteren Geräten findet man auch noch die Bezeichnung "Mikrodehnung".

Diese Spezialgeräte sind derart geeicht, dass der Anzeigewert  $\epsilon^*$  dann die wirklich vorhandene Dehnung anzeigt, wenn die Schaltung mit nur einem DMS im Brückenarm 1 besetzt ist (sog. "Viertelbrückenschaltung", s. Abschn. 2) und der k-Faktor des DMS mit dem für die Geräteeichung zugrundegelegten Wert übereinstimmt. (Die Brückenarme 2, 3 und 4 sind durch Festwiderstände oder passive DMS besetzt; damit sind in Gl. (5) die Größen  $\epsilon_2 - \epsilon_3 - \epsilon_4 = 0$  und entfallen). Manche Geräte sind auf einen festen Wert  $k = 2,0$  geeicht, andere besitzen einen sogenannten "k-Faktor-Wähler", der auf den wirklichen k-Wert des DMS einzustellen ist. Unter der weiteren Voraussetzung

$$k_{\text{DMS}} = k_{\text{Gerät}} \text{ gilt dann } \epsilon^* = \epsilon \quad (6)$$

Bei den Geräten mit festem Eichwert  $k = 2,0$  wird meistens eine Korrektur des Messwertes  $\epsilon^*$  notwendig, weil die k-Faktoren der DMS je nach Messgittermaterial und -konfiguration mehr oder weniger davon abweichen. Die Korrekturformel lautet

$$\epsilon_1 = \epsilon^* \cdot \frac{2}{k} \quad (7)$$

In den weiteren Ausführungen bleiben diese Geräteeigentümlichkeiten außer Betracht, da sie zum Verständnis der Brückenschaltung nicht beitragen und in ihren Einzelheiten den Betriebsanleitungen der Geräte zu entnehmen sind.

Bei einer Dehnungsmessung interessiert in den meisten Fällen nicht die Dehnung an der Oberfläche des Messobjektes sondern die Materialspannung.

Normalspannungen bewirken Längenänderungen, die mit Dehnungsmessstreifen erfasst werden können. Der Zusammenhang zwischen Spannung  $\sigma$  und Dehnung  $\epsilon$  ist im Bereich der rein elastischen Verformung definiert durch das Hooke'sche Gesetz [3]:

$$\sigma = \epsilon \cdot E$$

E bezeichnet hierbei das Elastizitätsmodul, eine Werkstoffkenngröße.

## 2 Einfache DMS-Schaltungen

Die Hauptanwendungsgebiete der DMS sind die experimentelle Spannungsanalyse und der Aufnehmerbau. Entsprechend den Erfordernissen des jeweiligen Messproblems verwendet man einen oder mehrere miteinander verschaltete DMS an der Messstelle. Bezeichnungen wie „Vollbrücke“, „Halbbrücke“ oder „Viertelbrücke“ weisen auf diese Gegebenheiten hin, obgleich sie - objektiv - falsch sind. Tatsächlich wird immer eine vollständige Brückenschaltung benutzt, die ganz oder teilweise von den am Messobjekt befindlichen DMS gebildet wird; der fehlende Teil der Brückenschaltung wird durch Festwiderstände im Messverstärker ergänzt (s. Bild 3).

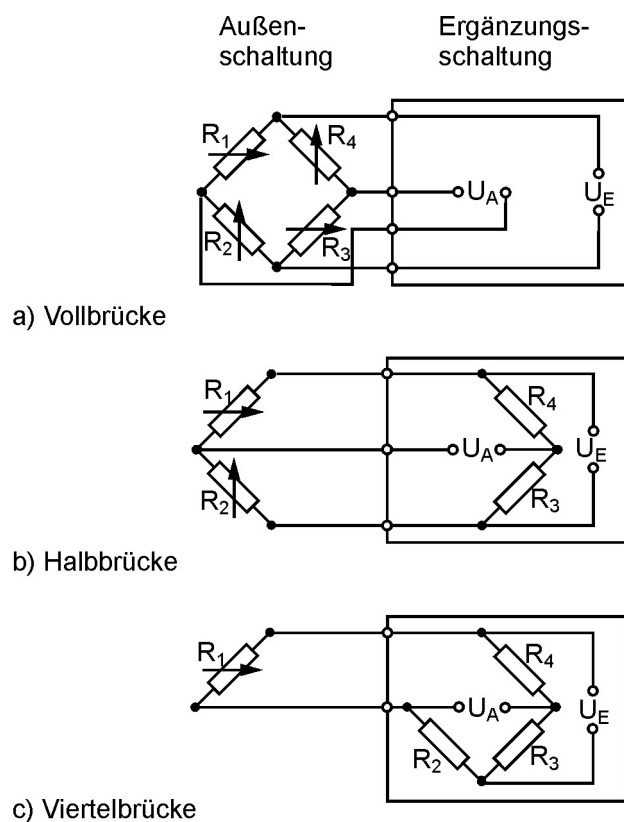


Bild 3: Varianten der Wheatstone-Brücke

An Messgrößenumformer werden im allgemeinen höhere Genauigkeitsansprüche gestellt, als an spannungsanalytische Messungen. Deshalb sollten Aufnehmer immer mit einer Vollbrückenschaltung ausgestattet sein, in der alle vier Zweige mit aktiv messenden DMS bestückt sind.

Auch in der Spannungsanalyse ist der Einsatz von Vollbrücken- oder Halbbrückenschaltungen sinnvoll, vor allem dann, wenn Störeinflüsse verschiedener Art eliminiert werden sollen. Zu den Voraussetzungen gehören vor allem klar überschaubare Beanspruchungsfälle, wie sie bei Zug-

(Druck-) Beanspruchung, Biegung und Schub (Torsion) vorliegen. (Die Kompensation von Störeinflüssen wird in 2.4 ausführlich behandelt.)

Auf die mechanischen Zusammenhänge wird im folgenden nur soweit eingegangen, wie es zum Verständnis der Schaltungen notwendig ist. Eine ausführlichere Behandlung finden Sie in [3].

## 2.1 Messungen am Zugstab

Bei einem mit Zugkraft beanspruchten Stab, Bild 4, entsteht in der Beanspruchungsrichtung eine Dehnung  $\varepsilon_1 = \sigma/E$ . In der Querrichtung hingegen entsteht eine Querkontraktion  $\varepsilon_2 = -\nu \varepsilon_1$ . Daraus ergibt sich für den DMS 1 eine Widerstandsänderung von  $\Delta R_1 = \varepsilon_1 \cdot k \cdot R_1$ ; für DMS 2 wird  $\Delta R_2 = -\nu \cdot \varepsilon_1 \cdot k \cdot R_2$ . Entsprechendes gilt für die DMS 3 und 4.

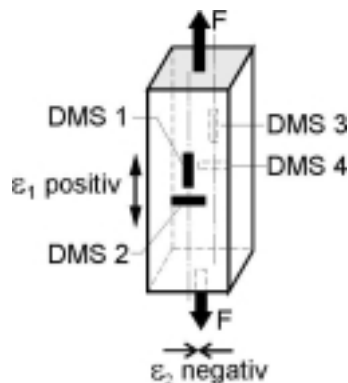


Bild 4: Zugstab

Anmerkung 2-1:

Die Quer- oder Poissonzahl  $\nu$  ist werkstoffabhängig und gilt nur für den elastischen Verformungsbereich. Für Meta

lle liegt der Betrag für  $\nu$  um 0,3.

Schaltet man die vier DMS in der Reihenfolge ihrer Indizes zu einer Vollbrücke gemäß Bild 3a, so erhält man zufolge Gl (5) ein Messsignal

$$\frac{U_A}{U_E} = \frac{k}{4} (\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_4) = \frac{k}{4} [\varepsilon_1 - (-\varepsilon_1) + \varepsilon_3 - (-\nu \varepsilon_3)].$$

Mit  $\nu \approx 0,3$  und  $\varepsilon_1 = \varepsilon_3 = \varepsilon$  und  $\varepsilon_2 = \varepsilon_4 \approx -0,3 \cdot \varepsilon$  ergibt sich das Gesamt-Messsignal zu



$$\frac{U_A}{U_E} \approx \frac{k}{4} \cdot 2,6 \cdot \varepsilon_1 \quad (8)$$

Anmerkung 2-2

Die mit 4 aktiv messenden DMS besetzte Brückenschaltung bringt demnach ein Signal von der 2,6-fachen Größe der Dehnung  $\varepsilon_1$  in der Hauptbeanspruchungsrichtung des Zugstabes. Der Faktor 2,6 wird auch "Brückenfaktor B" genannt. Man kann Gl (8) deshalb in die allgemeinere Form

$$\frac{U_A}{U_E} = \frac{k}{4} \cdot B \cdot \varepsilon_1 \quad (9)$$

bringen. Bei Messungen am Druckstab sind nur die Vorzeichen der Dehnungen  $\varepsilon_1$  bis  $\varepsilon_4$  umgekehrt.

Wird die Dehnung  $\varepsilon_1$  in der Hauptbeanspruchungsrichtung gesucht, so erhält man sie durch einfache Umstellung der Gleichung (8):

$$\varepsilon_1 = \frac{4}{2,6 \cdot k} \cdot \frac{U_A}{U_E} \quad (10)$$

oder allgemein durch Umstellung von Gl (9) zu

$$\varepsilon_1 = \frac{4}{B \cdot k} \cdot \frac{U_A}{U_E} \quad (11)$$

Eine Halbbrückenschaltung mit den DMS 1 und 2 liefert die Hälfte des Signals mit  $B \approx 1,3$ .

Eine Schaltung mit  $R_1$  und  $R_3$  aus aktiven DMS und  $R_2$  und  $R_4$  aus Festwiderständen ist möglich und erbringt  $B = 2$ . Dabei entfällt die automatische Kompensation der Wärmedehnung und anderer Fehlereinflüsse (s. Abschnitt 4), überlagerte Biegedehnungen werden jedoch kompensiert.

## 2.2 Messungen am Biegestab

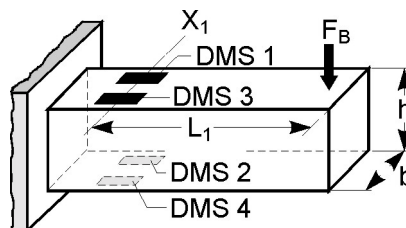


Bild 5: Biegestab

Etwas einfacher liegen die Verhältnisse beim Biegestab, Bild 5. Hier sind die Dehnungen entgegengesetzt gleich, d.h. die Beträge der Dehnungen auf der Oberseite und der Unterseite sind gleich, ihre Vorzeichen sind jedoch verschieden. Damit erhält man besonders günstige Bedingungen hinsichtlich der Addition der Messwerte gemäß Gl (5), nämlich

$$\frac{U_A}{U_E} = \frac{k}{4} [\varepsilon_1 - (-\varepsilon_2) + \varepsilon_3 - (-\varepsilon_4)]; \text{ mit } |\varepsilon_1| = |\varepsilon_2| = |\varepsilon_3| = |\varepsilon_4|$$

ergibt sich  $B = 4$  und wir erhalten gemäß Gl (9)

$$\frac{U_A}{U_E} = \frac{k}{4} \cdot B \cdot |\varepsilon| = k \cdot |\varepsilon|$$

Der Betrag der Dehnung ergibt sich zu  $|\varepsilon| = \frac{U_A / U_E}{k}$  ;

die Vorzeichen sind auf der Zugseite positiv, auf der Druckseite negativ.

Sind die Beanspruchungsrichtungen nicht offenkundig, so lassen sich die Vorzeichen nach der im Abschnitt 1 gegebenen Regel ermitteln.

Soll der Biegestab nur mit 2 aktiven DMS in Halbbrückenschaltung bestückt werden, so besetze man die Arme 1 und 2. Man erhält dann  $B = 2$ .

## 2.3 Messungen am Torsionsstab

Ähnlich günstig wie beim Biegestab liegen die Verhältnisse beim Torsionsstab. Die Richtungen der Dehnungsmaxima liegen unter  $\pm 45^\circ$  zur Schubebene (oder, was dasselbe ist, unter  $\pm 45^\circ$  zur Wellenlängsachse). Deshalb sind die DMS gemäß Bild 6 anzubringen.

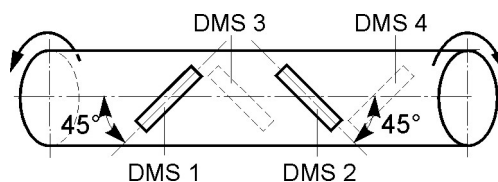


Bild 6: Torsionsstab

Bei rechts-drehendem Moment werden die DMS 1 und 3 gedehnt, die DMS 2 und 4 gestaucht; die Beträge der Dehnungen  $\varepsilon_1$  bis  $\varepsilon_4$  sind gleich groß. Damit ist eine Addition aller Dehnungsbeträge gemäß Gl (5) möglich und es ergibt sich gemäß Gl (9) mit  $B = 4$  der Messwert

$$\frac{U_A}{U_E} = \frac{k}{4} \cdot B \cdot \varepsilon = k \cdot \varepsilon$$

aus dem sich die Dehnung zu  $|\varepsilon| = \frac{U_A / U_E}{k}$

ergibt. Ist der Drehsinn des Momentes nicht bekannt, so ermittelt man die Vorzeichen nach der in Abschnitt 1 gegebenen Regel.

Auch beim Torsionsstab kann man die Halbbrückenschaltung mit den DMS 1 und 2 anwenden, wobei  $B = 2$  wird.

Anmerkung 2-3:

Soll das Messsignal - wie es bei Torsionsmessungen häufig der Fall ist - von einer rotierenden Welle über Schleifringe o. ä. abgenommen werden, so verwende man - wo immer möglich - die Vollbrückenschaltung, weil bei ihr die Fehler aus den Übertragungswegen wesentlich kleiner sind als bei der Halb- bzw. Viertelbrückenschaltung (s. Abschn. 5).

### 3 Analyse und Kompensation überlagerter Beanspruchungen, gezeigt am Beispiel „Zugstab mit überlagerter Biegung“

Nicht immer werden Bauteile durch reine Zug- oder Druckkräfte, reines Biegemoment oder reine Torsion beansprucht, wie es im Abschnitt 2 dargestellt wurde. Viel häufiger ist es, dass sich zwei oder alle drei Beanspruchungsarten überlagern. Eine solche Situation ist an einem stabförmigen Bauteil dargestellt, Bild 7, das gleichzeitig von einer Normalkraft  $F$  und einem Biegemoment  $M_B$  beansprucht wird.

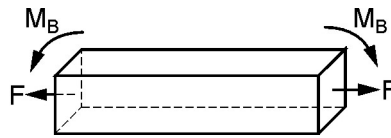


Bild 7: Zugstab mit überlagerter Biegung

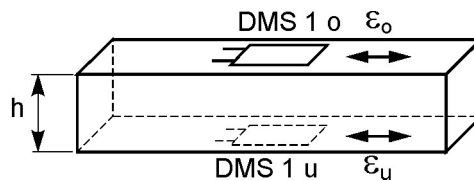


Bild 8: Zug-/Biege-Stab nach Bild 7, mit DMS bestückt

An diesem Stab lassen sich folgende Dehnungskomponenten ermitteln:

- die Gesamtdehnung  $\epsilon_o$  an der Oberseite bzw.  $\epsilon_u$  an der Unterseite des Stabes,
- die durch die Normalkraft (Zug- bzw. Druckkraft) verursachte Dehnungskomponente  $\epsilon_N$ ,
- die durch das Biegemoment hervorgerufene Dehnungskomponente  $\epsilon_B$ .

Die Gesamtdehnungen  $\epsilon_o$  und  $\epsilon_u$  lassen sich durch Messungen mit jeweils einem DMS, in Achsrichtung auf der Ober- bzw. Unterseite angebracht, erfassen (Bild 8).

Jeder DMS ist separat in eine Viertelbrücken-Schaltung (s. Bild 3 c) einzufügen und sein Messwert zu erfassen. Der obere DMS liefert als Dehnungssignal die Summe  $\varepsilon_O = \varepsilon_N + \varepsilon_B$ , der untere die Differenz  $\varepsilon_U = \varepsilon_N - \varepsilon_B$ . Aus diesen beiden Messwerten lassen sich rechnerisch die Dehnungskomponenten ermitteln nach den Beziehungen

$$\varepsilon_N = \frac{1}{2}(\varepsilon_O + \varepsilon_U) \quad (12)$$

$$\varepsilon_B = \frac{1}{2}(\varepsilon_O - \varepsilon_U) \quad (13)$$

Die grafische Lösung zeigt Bild 9 an drei Beispielen.

Wird eine Kompensation der Wärmedehnung des Prüflings notwendig, so verwende man DMS, deren Temperaturgang auf die Wärmedehnung des Bauteilwerkstoffes angepasst ist (s. Anmerk. 4-2). Hat man solche nicht zur Hand oder reicht deren Anwendungsbereich nicht aus, so beklebe man jede Seite des Prüflings mit je einem DMS in Längs- und Querrichtung, Bild 10, und schalte jede Seite für sich zur Halbbrücke (s. Bild 3b). Die Anzeigewerte betragen dann (mit  $\nu$  = Poissonzahl = Querzahl):

$$\varepsilon_O^* = (1+\nu) \cdot \varepsilon_O = (1+\nu)(\varepsilon_N + \varepsilon_B) \quad \varepsilon_U^* = (1+\nu) \cdot \varepsilon_U = (1+\nu)(\varepsilon_N - \varepsilon_B)$$

(Siehe hierzu auch Abschnitt 2.1.) Die Analyse erfolgt rechnerisch gemäß Gl (12, 13) oder grafisch gemäß Bild 9. Die Anzeigewerte  $\varepsilon_O^*$  und  $\varepsilon_U^*$  sind zuvor durch  $(1 + \nu)$  zu dividieren. Zur Wirkungsweise der Temperaturkompensation s. Abschnitt 4.

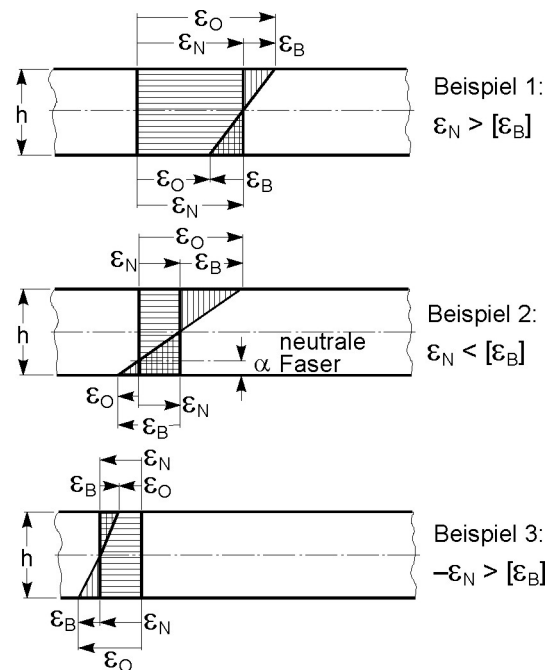


Bild 9: Beispiele für die grafische Analyse gemischter Beanspruchungen

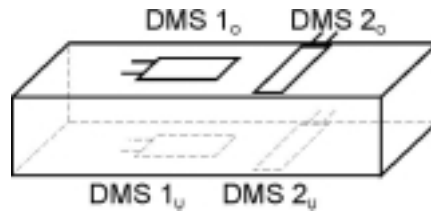


Bild 10: Zug-/Biege-Stab nach Bild 7 mit DMS in Längs- und Querrichtung

Möchte man sich hingegen einen Kraftaufnehmer bauen, so sollte dieser nur die durch die Normalkraft erzeugte Dehnung in der Achsrichtung des Stabes messen, nicht aber die aufgrund unvermeidlicher Außermittigkeit des Lastangriffspunktes, aus Seitenkräften und dgl. herrührenden Biegedehnungen.

In diesem Fall wähle man eine DMS-Anordnung gemäß Bild 4 und achte auf eine strenge Symmetrie, sowohl räumlich als auch hinsichtlich der DMS-Daten. Man verschalte sie zu einer vollen Wheatstone-Brücke, weil nur diese seitens der Schaltung die Symmetrieforderung optimal erfüllt.

Dehnungsbeträge (oder die diesen proportionalen Widerstandsänderungen der DMS) **subtrahieren** sich, wenn sie mit **entgegengesetztem** Vorzeichen in **gegenüberliegenden Brückenarmen auftreten**. Daraus wird leicht ersichtlich, dass die aus der Normalkraft stammenden Signale sich addieren (s. Bild 4), während sich die aus der Biegung herrührenden Signale kompensieren, denn die Biegeanteile in den einzelnen DMS sind wie folgt verteilt:

$$\text{DMS 1 : } + \varepsilon_B \qquad \text{DMS 2 : } - \nu \cdot \varepsilon_B \qquad \text{DMS 3 : } - \varepsilon_B \qquad \text{DMS 4 : } + \nu \cdot \varepsilon_B$$

Dem Betrage nach sind die korrespondierenden Signale gleich, wodurch sich eine vollständige Kompensation ergibt (s. auch Abschnitt 4).

Sinngemäß angewandt, lässt sich auf diese Weise auch die Normalkraft beim Biegestab (Abschn. 2.2) oder die Biegung beim Torsionsstab (Abschn. 2.3) kompensieren.

#### Anmerkung 3-1:

Grundsätzlich könnte man einen solchen Aufnehmer auch als Halbbrücke schalten, indem man die DMS 1 und 3 sowie DMS 2 und 4 jeweils in Reihenschaltung in den gleichen Brückenarm einfügt, Bild 11.

Diese Schaltung ergibt zwar Symmetrie hinsichtlich der Anordnung der DMS, nicht aber in den Verbindungsleitungen innerhalb der **gesamten** Brückenschaltung, zu welcher die geräteseitige Hälfte hinzugenommen werden muss. Außerdem ergibt sich nur die halbe Empfindlichkeit der Vollbrücke. Die oft anzutreffende Vorstellung, dass sich die Messwerte der hintereinander geschalteten DMS addierten, ist falsch! Für obige Schaltung gilt die Gleichung:

$$\frac{U_A}{U_E} = \frac{1}{4} \left( \frac{\Delta R_1 + \Delta R_3}{R_1 + R_3} - \frac{\Delta R_2 + \Delta R_4}{R_2 + R_4} \right) \quad (14)$$

woraus sich gegenüber Gl (4) nur die Hälfte des Signals ergibt.

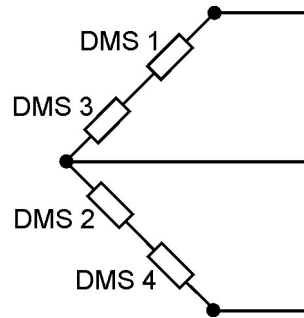


Bild 11: Halbbrückenschaltung mit 4 DMS

## 4 Kompensation von Störeffekten insbesondere Temperatureffekten

Die Gleichung (4) liefert den Schlüssel zum Verständnis der Vorgänge in der Wheatstone-Brücke. Sie weist den Weg zur Kompensation unerwünschter Widerstandsänderungen der DMS, verursacht durch Einwirkung von Störeffekten.

Widerstandsänderungen, die in **benachbarten** Brückenarmen mit **gleichem Vorzeichen** auftreten, **subtrahieren** sich in ihrer Wirkung auf das Brückenausgangssignal. Wenn es durch geschickte Anordnung der DMS am Messobjekt gelingt, dass die in der Schaltung benachbart liegenden DMS in gleicher Weise von der Störung betroffen werden, dann hebt sich ihre Wirksamkeit auf. Die Kompensation gelingt nur in dem Maße, in dem die Übereinstimmung erzielt wird.

Anmerkung 4-1:

Störeinflüsse sind: Temperatur, Feuchtigkeit, hydrostatischer Druck, Vakuum, Magnetfelder, Kernstrahlung u.a. Der Grad ihres Einflusses ist sehr verschieden und hängt mit vom Aufbau und den Materialien der DMS ab. Es ist zweckmäßig, die DMS mit geeigneten Mitteln so weit als möglich gegen die Störeinflüsse abzuschirmen und die verbleibenden Störeffekte durch Kompensation zu beseitigen.

Am Beispiel der Temperatureffekte soll das Prinzip der Kompensation erläutert werden.

Ohne auf die Ursachen im Einzelnen einzugehen, sei festgestellt, dass ein angeklebter DMS seinen Widerstand auch dann ändert, wenn sich die Temperatur des Messobjekts ändert, unter anderem durch die Wärmedehnung des Bauteiles, welcher der DMS folgen muss.

Erfolgt diese Temperaturänderung während das Bauteil einer mechanischen Beanspruchung unterworfen ist, so setzt sich das Messsignal aus zwei Anteilen zusammen, dem erwünschten aus der mechanischen Beanspruchung  $\varepsilon_M$ , und dem unerwünschten aus der Wärmedehnung  $\varepsilon_W$ .

$$\frac{\Delta R}{R_0} = k \cdot (\varepsilon_M + \varepsilon_W). \quad (15)$$

Bringt man an dem Bauteil vier DMS an und schaltet sie zu einer Vollbrücke, so wie es in den Beispielen der Abschnitte 2.1 ,2.2 , und 2.3 beschrieben ist, dann ergibt sich folgende Situation:



DMS-Nr.	$\varepsilon_M$	$\varepsilon_W$
1	positiv	positiv
2	negativ	positiv
3	positiv	positiv
4	negativ	positiv

Man sieht daraus, dass der thermische Anteil der Gesamtdehnung ( $\varepsilon_W$ ) in jedem DMS den gleichen Betrag und das gleiche Vorzeichen hat, vorausgesetzt natürlich, dass jeder DMS der gleichen Temperaturänderung unterliegt. Auf der Grundlage der Gleichung (5) erhält man dann den Ausdruck

$$\frac{U_A}{U_E} = \frac{k}{4} [(\varepsilon_M + \varepsilon_W)_1 - (-\varepsilon_M + \varepsilon_W)_2 + (\varepsilon_M + \varepsilon_W)_3 - (-\varepsilon_M + \varepsilon_W)_4] = \frac{k}{4} \cdot 4\varepsilon_M$$

Die Störgröße  $\varepsilon_W$  ist verschwunden.

In der gleichen Weise gelingt die Kompensation auch in der Halbbrückenschaltung.

Die **Viertelbrückenschaltung**, die in der experimentellen Spannungsanalyse häufig zur Anwendung kommt, bietet diese Möglichkeiten nicht. Um aber auch dort Störeinflüsse eliminieren zu können, ergänzt man die Viertelbrückenschaltung mit Hilfe eines sogenannten "Kompensations-DMS" zur Halbbrücke. Nun ist es wichtig, den Kompensations-DMS so zu wählen und anzuwenden, dass er seinen Zweck auch richtig erfüllen kann. Dazu muss er

- in seinen physikalischen Eigenschaften mit dem "aktiven" DMS übereinstimmen,
- an einem Platze befestigt sein, wo er in exakt gleicher Weise von der Störgröße betroffen wird, wie der aktive DMS,
- außer der Störgröße keine anderen Beeinflussungen erleiden, auch und gerade nicht von der zu messenden Größe  $\varepsilon_M$  oder deren Nebenwirkungen.

Oftmals findet sich am Messobjekt keine Stelle, die diesen Forderungen genügt. Man kann sich dann bis zu einem gewissen Grad dadurch helfen, dass man ein Stück Material mit dem Kompensations-DMS beklebt und es in nächster Nähe des aktiven DMS unterbringt. Damit soll erreicht werden, dass die Kompensationsstelle zwar von der Störgröße, infolge der fehlenden kraftschlüssigen Verbindung aber nicht von der Messgröße betroffen wird. Das Stück, welches den Kompensations-DMS trägt, soll aus dem gleichen Material bestehen wie das Messobjekt, vor allem dann, wenn die Störgröße eine Verformung des Materials bewirkt (z.B. Wärmedehnung, Kompression durch hydrostatischen Druck, Magnetostriktion usw.).

Anmerkung 4-2:

Da es möglich ist, das Temperaturverhalten eines DMS so einzustellen, dass die Temperatureffekte des Werkstückes weitgehend kompensiert werden, wird jeder HBM-DMS (Ausnahme: Hochdehnungs-DMS LD20) an den Wärmeausdehnungs-Koeffizienten eines bestimmten Werkstoffes angepasst. Diese Anpassung reduziert den Temperaturfehler erheblich.

Der verbleibende Temperaturgang ist auf der DMS-Packung spezifiziert, so dass der entstehende Temperaturfehler mathematisch korrigiert werden kann.

## 5 Kompensation von Leitungsfehlern

Elektrische Leitungen setzen dem elektrischen Strom einen Widerstand entgegen, dessen Größe von der Länge der Leitung und deren Querschnitt abhängt. Diese Leitungswiderstände ändern sich merklich bei Temperaturänderungen infolge des großen Temperaturkoeffizienten von Kupfer ( $\alpha_{RCu} \approx 0,04/^\circ\text{C}$ ).

Daher strebe man an, die Leitungen möglichst kurz und dick zu machen, denn die Widerstandsänderung wird um so kleiner, je kleiner der Betrag des Widerstandes ist. Dem sind natürlich Grenzen gesetzt.

Betrachtet man die verschiedenen Schaltungsmöglichkeiten, Bild 12, so findet man zwei wesentliche Unterschiede: Bei der Vollbrückenschaltung liegen die ins Gewicht fallenden Kabel **außerhalb** der Brückenschaltung, bei den übrigen Schaltungen aber **innerhalb** der (durch die geräteseitigen Widerstände ergänzten) Brückenschaltung.

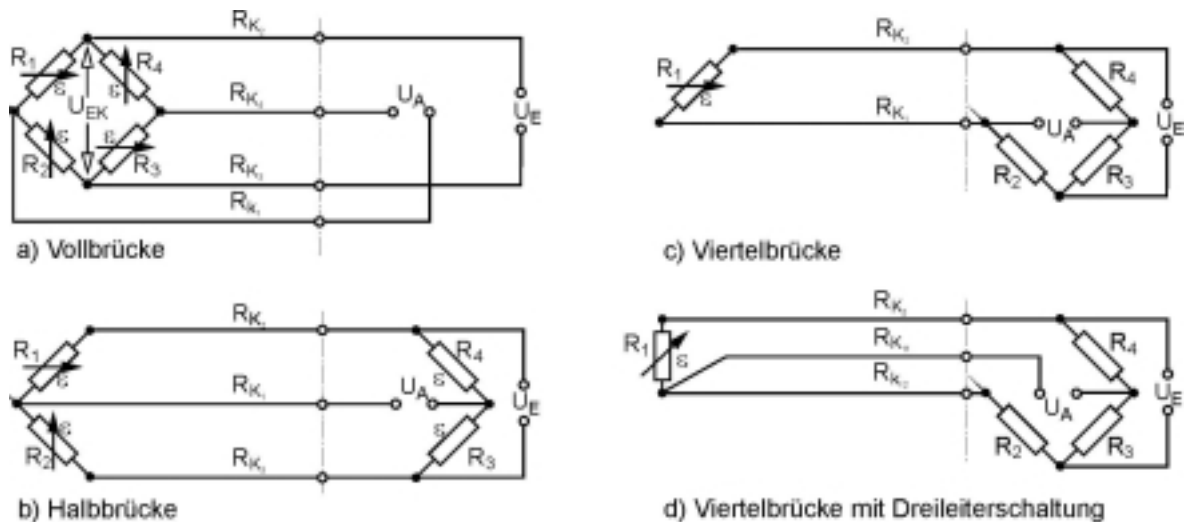


Bild 12: Verbindungsleitungen zwischen der DMS-Schaltung und dem, die Ergänzungsschaltung enthaltenden, Messgerät

### a) Vollbrückenschaltung (Bild 12 a)

Bei der Vollbrückenschaltung darf im allgemeinen vorausgesetzt werden, dass die Verbindungsleitungen **innerhalb** der Brücke kurz und in ihrer Störwirkung vernachlässigbar sind. Die Leitungen  $R_{K2}$  und  $R_{K3}$  kann man als Vorwiderstände auffassen, an welchen ein Teil der Brückenspeisespannung  $U_E$  abfällt, so dass an der Brücke selbst die verminderte Spannung  $U_{EK}$  anliegt, entsprechend

$$U_{EK} = U_E \cdot \frac{R_B}{R_3 + R_{K2} + R_{K3}} \quad (16)$$

Daraus folgt:

$$\frac{U_A}{U_E} = \frac{k}{4} (\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_4) \cdot \frac{R_B}{R_B + R_{K_2} + R_{K_3}} \quad (16a)$$

Darin sind  $R_B$  der Brückenquerwiderstand zwischen den Eckpunkten 2 und 3 (s. Bild 1)

$$R_B = \frac{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4}$$

$R_{K_2}$ ,  $R_{K_3}$  die Widerstände der Kabel  $K_2$  und  $K_3$  (ihre Veränderung durch Temperatureinwirkung sei hier vernachlässigt).

Anmerkung 5-1:

Bei einer Brücke mit  $R_B = 120 \, \Omega$  bewirkt ein Kabel von 100 m Länge (2 x 100 m Aderlänge) und einem Querschnitt von  $0,5 \, \text{mm}^2$  einen Empfindlichkeitsverlust von 5,8 %; bei einem  $R_B = 600 \, \Omega$  beträgt der Abfall mit dem gleichen Kabel nur 1,2%.

Die beiden Leitungen  $R_{K_1}$  und  $R_{K_4}$  liegen normalerweise in Serie mit dem sehr hohen Eingangswiderstand eines Messverstärkers oder dem (im abgeglichenen Zustand) nahezu unendlich hohen Widerstand eines Kompensators; sie haben deshalb keine Auswirkung auf das Messergebnis.

#### b) Halbbrückenschaltung (Bild 12 b)

Bei der Halbbrückenschaltung liegen die Leitungen  $R_{K_2}$  mit dem DMS 1 und  $R_{K_3}$  mit dem DMS 2 in Reihe. Dadurch ändert sich die effektive Empfindlichkeit des DMS, was man als eine scheinbare Änderung des k-Faktors der beiden DMS ausdrücken kann. Der scheinbare k-Faktor  $k^*$  wird dann

$$k^* = k \cdot \frac{R_{DMS}}{R_{DMS} + R_K} \quad (18)$$

Man kann die Empfindlichkeitsänderung auch auf die relative Brückenausgangsspannung beziehen und erhält so den Ausdruck

$$\frac{U_A}{U_E} = \frac{k}{4} \left( \varepsilon_1 \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_{K_2}} - \varepsilon_2 \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_{K_3}} \right) \quad (19)$$

Mit  $R_1 = R_2 = R$  und  $R_{K_2} = R_{K_3} = R_K$  ergibt sich

$$\frac{U_A}{U_E} = \frac{k}{4} \left( \varepsilon_1 - \varepsilon_2 \cdot \frac{R}{R + R_K} \right) \quad (20)$$

Jede Veränderung des mit dem DMS in Reihe liegenden Kabelwiderstandes wirkt sich genau so aus, als ob der DMS selbst seinen Widerstand änderte. In der Halbbrückenschaltung kann man jedoch die infolge Temperaturänderungen verursachten Änderungen der Kabel-

widerstände durch Symmetrie in den beiden benachbarten Brückenarmen in der im Abschnitt 4 beschriebenen Weise kompensieren, vorausgesetzt, dass die beiden Leitungen  $K_2$  und  $K_3$  aus gleichem Material bestehen, gleiche Länge, gleichen Querschnitt und gleiches Temperaturerlebnis haben.

Die Leitung  $K_1$  hat (wie bei der Vollbrücke) keinen Einfluss auf das Messergebnis.

c) Viertelbrückenschaltung (Bild 12 c)

Die reine Viertelbrückenschaltung ist wegen ihrer Störanfälligkeit nur unter besonders günstigen Bedingungen oder bei genauer Kenntnis und Korrektur der Störeinflüsse anwendbar. Daneben ist noch der Empfindlichkeitsverlust infolge des Widerstandes der Verbindungsleitungen zu beachten:

$$k^* = k \cdot \frac{R_{DMS}}{R_{DMS} + R_{K1} + R_{K2}} \quad (21)$$

oder bezogen auf die relative Brückenausgangsspannung:

$$\frac{U_A}{U_E} = \frac{k}{4} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_{K1} + R_{K2}} \quad (22)$$

Zu empfehlen ist die Viertelbrückenschaltung eigentlich nur, wenn die Messung bei konstanter Temperatur erfolgt oder in Verbindung mit selbsttemperaturkompensierenden DMS (s. Anmerk. 4-2). Um deren Kompensationswirkung nicht durch die Leitungseinflüsse zu vereiteln, wendet man die sogenannte "Dreileiterschaltung" an (Bild 12d). Bei ihr müssen die beiden Leitungen  $K_2$  und  $K_{12}$  in Material, Widerstand, Länge und Temperaturerlebnis übereinstimmen, während an die Leitung  $K_{11}$  keine besonderen Ansprüche gestellt werden. Der besondere Effekt liegt bei dieser Schaltung darin, dass die Leitung  $K_2$  in Reihe mit dem DMS 1 liegt, die Leitung  $K_{12}$  jedoch im benachbarten Brückenarm in Reihe mit dem Ergänzungswiderstand  $R_2$ . Damit ergeben sich für die Temperatureffekte des Kabels die gleichen, fehlerkompensierenden Bedingungen wie bei der Halbbrückenschaltung.

Für den Empfindlichkeitsverlust des DMS gilt die Gl (18) bzw.

$$\frac{U_A}{U_E} = \frac{k}{4} \cdot \varepsilon_1 \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_{K2}} \quad (23)$$

## 6 Tabellarische Übersicht verschiedener Schaltungsmöglichkeiten

Die nachstehende Tabelle\* zeigt den Zusammenhang zwischen der geometrischen Anordnung der DMS, der verwendeten Brückenschaltung und dem erzielten Brückenfaktor B für normalgerichtete Kraft-, Biegemoment- und Drehmomenteinwirkung sowie Wärmeeinwirkung. Die kleinen Tabellen bei jedem Beispiel geben den Brückenfaktor B für die einzelnen Einflussgrößen an. Mit den Gleichungen wird aus dem Brückensignal  $U_A/U_E$  die tatsächliche Dehnung berechnet. In Verbindung mit Dehnungsmessgeräten sind sinngemäß die Gleichungen (7) oder (11) anzuwenden.

Zu Tabelle 2: Für Drehmomentmessungen (Beispiel: 13, 14, 15) wurde hier ein zylindrischer Stab angenommen. Aus Symmetriegründen werden Biegungen in X- und Y-Richtung zugelassen. Die geometrischen Anordnungen und die Schaltungen der DMS sowie die Angaben für den Brückenfaktor B gelten in gleicher Weise auch für den rechteckigen Stab.

Zeichenerklärung Einflussgrößen:

$T$  = Temperatur

$F_N$  = Längskraft = Normalkraft

$M_b$  = Biegemoment

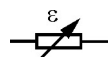
$M_{bx}$   $M_{by}$  = Biegemoment in X- bzw. Y-Richtung

$M_d$  = Drehmoment

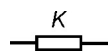
Daraus ergeben sich entsprechend die Dehnungen  $\varepsilon_s$ ,  $\varepsilon_n$ ,  $\varepsilon_b$ ,  $\varepsilon_{bx}$ ,  $\varepsilon_{by}$ ,  $\varepsilon_d$

$\varepsilon$  = tatsächliche Dehnung im Messpunkt  $Z_0$  für P und  $M_b$  in Normalrichtung,  
für  $M_d$  in  $\varphi = +45^\circ$ -Richtung.

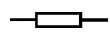
$\nu$  = Poissonzahl = Querszahl



= aktiver DMS



= Temperatur-Kompensations-DMS



= passiver DMS oder Widerstand

\*zusammengestellt von J. Bomhardt, entnommen aus ELEKTRONIK 16 Nr. 9/1967, Arbeitsblatt Nr. 19

1		$\varepsilon = \varepsilon_n + \varepsilon_b = \frac{4}{k} \cdot \frac{U_A}{U_E} - \varepsilon_s$	<table><tr><th>T</th><th>F<sub>N</sub></th><th>M<sub>b</sub></th><th>M<sub>d</sub></th></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr></table>	T	F <sub>N</sub>	M <sub>b</sub>	M <sub>d</sub>	1	1	1	0		
T	F <sub>N</sub>	M <sub>b</sub>	M <sub>d</sub>										
1	1	1	0										
2		$\varepsilon = \varepsilon_n + \varepsilon_b = \frac{4}{k} \cdot \frac{U_A}{U_E}$	<table><tr><th>T</th><th>F<sub>N</sub></th><th>M<sub>b</sub></th><th>M<sub>d</sub></th></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr></table>	T	F <sub>N</sub>	M <sub>b</sub>	M <sub>d</sub>	0	1	1	0		
T	F <sub>N</sub>	M <sub>b</sub>	M <sub>d</sub>										
0	1	1	0										
3		$\varepsilon = \varepsilon_n + \varepsilon_b = \frac{1}{(1+\nu)} \cdot \frac{4}{k} \cdot \frac{U_A}{U_E}$	<table><tr><th>T</th><th>F<sub>N</sub></th><th>M<sub>b</sub></th><th>M<sub>d</sub></th></tr><tr><td>0</td><td>1+ν</td><td>1+ν</td><td>0</td></tr></table>	T	F <sub>N</sub>	M <sub>b</sub>	M <sub>d</sub>	0	1+ν	1+ν	0		
T	F <sub>N</sub>	M <sub>b</sub>	M <sub>d</sub>										
0	1+ν	1+ν	0										
4		$\varepsilon = \varepsilon_b = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{k} \cdot \frac{U_A}{U_E}$	<table><tr><th>T</th><th>F<sub>N</sub></th><th>M<sub>b</sub></th><th>M<sub>d</sub></th></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>2</td><td>0</td></tr></table>	T	F <sub>N</sub>	M <sub>b</sub>	M <sub>d</sub>	0	0	2	0		
T	F <sub>N</sub>	M <sub>b</sub>	M <sub>d</sub>										
0	0	2	0										
5		$\varepsilon = \varepsilon_n + \varepsilon_b = \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{k} \cdot \frac{U_A}{U_E} - \varepsilon_s$	<table><tr><th>T</th><th>F<sub>N</sub></th><th>M<sub>b</sub></th><th>M<sub>d</sub></th></tr><tr><td>2</td><td>2</td><td>0</td><td>0</td></tr></table>	T	F <sub>N</sub>	M <sub>b</sub>	M <sub>d</sub>	2	2	0	0		
T	F <sub>N</sub>	M <sub>b</sub>	M <sub>d</sub>										
2	2	0	0										
6		$\varepsilon = \varepsilon_n + \varepsilon_b = \frac{1}{2(1+\mu)} \cdot \frac{4}{k} \cdot \frac{U_A}{U_E}$	<table><tr><th>T</th><th>F<sub>N</sub></th><th>M<sub>b</sub></th><th>M<sub>d</sub></th></tr><tr><td>0</td><td>2(1+ν)</td><td>2(1+ν)</td><td>0</td></tr></table>	T	F <sub>N</sub>	M <sub>b</sub>	M <sub>d</sub>	0	2(1+ν)	2(1+ν)	0		
T	F <sub>N</sub>	M <sub>b</sub>	M <sub>d</sub>										
0	2(1+ν)	2(1+ν)	0										
7		$\varepsilon = \varepsilon_n = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{k} \cdot \frac{U_A}{U_E}$	<table><tr><th>T</th><th>F<sub>N</sub></th><th>M<sub>b</sub></th><th>M<sub>d</sub></th></tr><tr><td>0</td><td>2</td><td>0</td><td>0</td></tr></table>	T	F <sub>N</sub>	M <sub>b</sub>	M <sub>d</sub>	0	2	0	0		
T	F <sub>N</sub>	M <sub>b</sub>	M <sub>d</sub>										
0	2	0	0										
8		$\varepsilon = \varepsilon_b = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{k} \cdot \frac{U_A}{U_E}$	<table><tr><th>T</th><th>F<sub>N</sub></th><th>M<sub>b</sub></th><th>M<sub>d</sub></th></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>4</td><td>0</td></tr></table>	T	F <sub>N</sub>	M <sub>b</sub>	M <sub>d</sub>	0	0	4	0		
T	F <sub>N</sub>	M <sub>b</sub>	M <sub>d</sub>										
0	0	4	0										
9		$\varepsilon = \varepsilon_n = \frac{1}{2(1+\nu)} \cdot \frac{4}{k} \cdot \frac{U_A}{U_E}$	<table><tr><th>T</th><th>F<sub>N</sub></th><th>M<sub>b</sub></th><th>M<sub>d</sub></th></tr><tr><td>0</td><td>2(1+ν)</td><td>0</td><td>0</td></tr></table>	T	F <sub>N</sub>	M <sub>b</sub>	M <sub>d</sub>	0	2(1+ν)	0	0		
T	F <sub>N</sub>	M <sub>b</sub>	M <sub>d</sub>										
0	2(1+ν)	0	0										
10		$\varepsilon = \varepsilon_b = \frac{1}{2(1-\nu)} \cdot \frac{4}{k} \cdot \frac{U_A}{U_E}$	<table><tr><th>T</th><th>F<sub>N</sub></th><th>M<sub>b</sub></th><th>M<sub>d</sub></th></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>2(1+ν)</td><td>0</td></tr></table>	T	F <sub>N</sub>	M <sub>b</sub>	M <sub>d</sub>	0	0	2(1+ν)	0		
T	F <sub>N</sub>	M <sub>b</sub>	M <sub>d</sub>										
0	0	2(1+ν)	0										
11		$\varepsilon = \varepsilon_b = \frac{1}{2(1+\nu)} \cdot \frac{4}{k} \cdot \frac{U_A}{U_E}$	<table><tr><th>T</th><th>F<sub>N</sub></th><th>M<sub>b</sub></th><th>M<sub>d</sub></th></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>2(1+ν)</td><td>0</td></tr></table>	T	F <sub>N</sub>	M <sub>b</sub>	M <sub>d</sub>	0	0	2(1+ν)	0		
T	F <sub>N</sub>	M <sub>b</sub>	M <sub>d</sub>										
0	0	2(1+ν)	0										
12		$\varepsilon = \varepsilon_b = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{k} \cdot \frac{U_A}{U_E}$	<table><tr><th>T</th><th>F<sub>N</sub></th><th>M<sub>b</sub></th><th>M<sub>d</sub></th></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>2</td><td>0</td></tr></table>	T	F <sub>N</sub>	M <sub>b</sub>	M <sub>d</sub>	0	0	2	0		
T	F <sub>N</sub>	M <sub>b</sub>	M <sub>d</sub>										
0	0	2	0										
13		$\varepsilon = \varepsilon_d = \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{k} \cdot \frac{U_A}{U_E}$	<table><tr><th>T</th><th>F<sub>N</sub></th><th>M<sub>bx</sub></th><th>M<sub>by</sub></th><th>M<sub>d</sub></th></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>4</td></tr></table>	T	F <sub>N</sub>	M <sub>bx</sub>	M <sub>by</sub>	M <sub>d</sub>	0	0	0	0	4
T	F <sub>N</sub>	M <sub>bx</sub>	M <sub>by</sub>	M <sub>d</sub>									
0	0	0	0	4									
14		$\varepsilon = \varepsilon_d = \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{k} \cdot \frac{U_A}{U_E}$	<table><tr><th>Tt</th><th>F<sub>N</sub></th><th>M<sub>bx</sub></th><th>M<sub>by</sub></th><th>M<sub>d</sub></th></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>4</td></tr></table>	Tt	F <sub>N</sub>	M <sub>bx</sub>	M <sub>by</sub>	M <sub>d</sub>	0	0	0	0	4
Tt	F <sub>N</sub>	M <sub>bx</sub>	M <sub>by</sub>	M <sub>d</sub>									
0	0	0	0	4									
15		$\varepsilon = \varepsilon_d = \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{k} \cdot \frac{U_A}{U_E}$	<table><tr><th>t</th><th>F<sub>N</sub></th><th>M<sub>bx</sub></th><th>M<sub>by</sub></th><th>M<sub>d</sub></th></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>4</td></tr></table>	t	F <sub>N</sub>	M <sub>bx</sub>	M <sub>by</sub>	M <sub>d</sub>	0	0	0	0	4
t	F <sub>N</sub>	M <sub>bx</sub>	M <sub>by</sub>	M <sub>d</sub>									
0	0	0	0	4									

## **7 Anmerkungen zu den Grenzen der Kompensierbarkeit von Störgrößen**

Die Ausführungen über die Kompensierbarkeit von Störgrößen aufgrund der Wirkungsweise der Wheatstoneschen Brückenschaltung bedürfen einer kritischen Anmerkung:

Die Kompensation der Wärmedehnung ist nur exakt bei genauer Einhaltung verschiedener Bedingungen. Dazu gehören:

- a) die Brückensymmetrie,
- b) die Übereinstimmung der Temperaturkoeffizienten der beteiligten Materialien,
- c) die Übereinstimmung der Widerstände aller Einzelteile in den sich kompensierenden Brückenzweigen,
- d) die Übereinstimmung der Temperatur an den in der Schaltung einander entgegenwirkenden Teilen,
- e) die Übereinstimmung der Flächen unter den Messgittern; bei gekrümmten Flächen sollen sowohl die Radien als auch die Krümmungsrichtungen in Bezug auf die Messgitterrichtungen übereinstimmen.

Da in der technischen Praxis überall kleinere oder größere Toleranzen auftreten, muss man auch bei den Kompensationsmethoden mit Restfehlern rechnen. Hochgenaue Aufnehmer durchlaufen deshalb einen besonderen Arbeitsgang zur Korrektur der Restfehler.

Die Kompensation mechanischer Störgrößen (z. B. die Kompensation der Biegung am Zugstab) ist ebenfalls beschränkt. Die Ursachen sind vorwiegend:

- a) Toleranzen in der Ausrichtung der DMS am Messobjekt,
- b) Empfindlichkeitstoleranzen der DMS untereinander,
- c) die Abhängigkeit des Elastizitätsmoduls von der Belastungsrichtung,
- d) Maßabweichungen (Herstellungstoleranzen) des Bauteiles,
- e) die Verzerrung des Querschnittes eines Körpers durch die Belastung, so dass die ursprünglich vorhanden gewesene Symmetrie gestört wird,
- f) Anisotropie der elastischen Eigenschaften des Bauteilmaterials.

Die Erfahrung lehrt, dass - unter der Voraussetzung einer einwandfreien Applikation der DMS - die Störgröße zu etwa 95 ... 98 % ihres Wertes kompensiert wird. Zirka 2 ... 5 % "schlagen durch".

An diese Grenzen muss man denken, wenn von der Kompensation von Störgrößen die Rede ist.



## 8 Die Linearitätsabweichung der Wheatstone-Brücke

In der DMS-Technik rechnet man üblicherweise mit einem linearen Zusammenhang zwischen der relativen Widerstandsänderung des DMS und der relativen Ausgangsspannung der Wheatstone-Brücke, wie ihn die Gleichung (4) beschreibt. Diese Betrachtungsweise ist für den praktischen Gebrauch durchaus zulässig, solange die für die Gültigkeit der Gl (4) gegebenen Einschränkungen eingehalten werden. Nehmen die relativen Widerstandsänderungen der DMS jedoch größere Beträge an, etwa im Prozentbereich, oder legt man extreme Genauigkeitsmaßstäbe an, so sind die getroffenen Vernachlässigungen nicht mehr statthaft. Die tatsächlichen Verhältnisse ergeben sich aus der Beziehung (2) oder der davon hergeleiteten Beziehung

$$\frac{U_A}{U_E} = \frac{R_1 + \Delta R_1}{R_1 + \Delta R_1 + R_2 + \Delta R_2} - \frac{R_4 + \Delta R_4}{R_3 + \Delta R_3 + R_4 + \Delta R_4} \quad (24)$$

Die Größe des Linearitätsfehlers hängt einmal ab vom Betrag der relativen Widerstandsänderung sowie deren Vorzeichen, zum anderen davon, welche Brückenarme von der Widerstandsänderung betroffen sind. In den folgenden Abschnitten werden die üblichen Schaltungsarten der Viertel-, Halb- und Vollbrücke (s. Abschn. 2) gesondert behandelt. Die berechneten und in Form einer Fehlerkurve aufgetragenen Linearitätsabweichungen sind auf die Ursprungstangenten als Sollgerade bezogen. Die Ursprungstangente ergibt sich aus der linearen Beziehung (4). Allgemein gesprochen gibt die Fehlerkurve die Abweichung des Verlaufs des Brückenausgangssignals vom Verlauf der Eingangsgröße an.

Will man einen Messwert korrigieren, so verwende man die errechneten Beträge und kehre das Vorzeichen um. Man erhält dann die Korrektur.

### 8.1 Viertelbrücke

Der Linearitätsfehler sei zunächst an der sogenannten „Viertelbrückenschaltung“ untersucht (s. Bild 3c), der häufigsten und einfachsten der DMS-Schaltungen.

Unter der Voraussetzung  $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R$  lässt sich aus Gl. (24) die Beziehung herleiten

$$\frac{U_A^*}{U_E} = \frac{\Delta R_1}{2(2R + \Delta R_1)} \quad (25)$$

Die Ursprungstangente errechnet sich aus Gl (4) oder aus der für die „Viertelbrücke“ gültigen Form

$$\frac{U_A}{U_E} = \frac{\Delta R_1}{4R} \quad (26)$$

Definiert man den relativen Linearitätsfehler zu

$$F_{Lrel} = \frac{\frac{U_A^*}{U_E} - \frac{U_A}{U_E}}{\frac{U_A}{U_E}} \cdot 100\% \quad (27)$$

so ergibt sich für den vorliegenden Fall:

$$F_{Lrel} = \frac{-\Delta R}{2R + \Delta R} \cdot 100\% \quad (28a)$$

oder angenähert

$$F_{Lrel} \approx \frac{-\Delta R}{2R} \cdot 100\% \quad (28b)$$

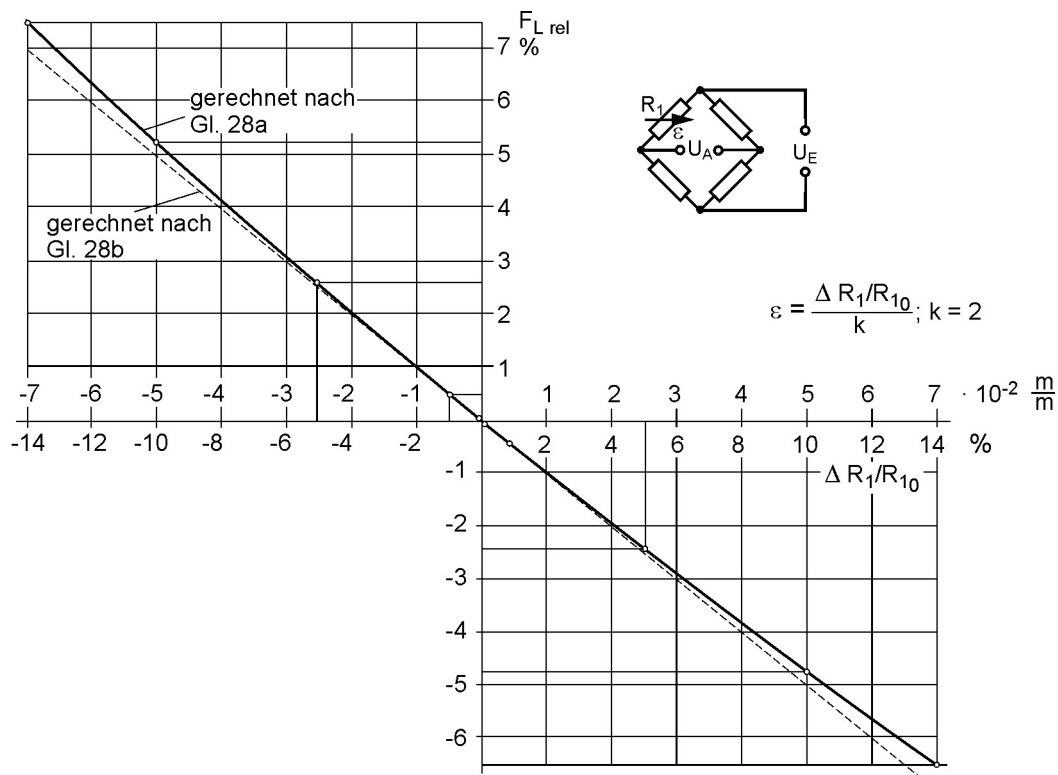


Bild 13: Relativer Linearitätsfehler der Viertelbrückenschaltung in Abhängigkeit von der relativen Widerstandsänderung bzw. von der Dehnung

Anmerkung 8-1:

In den Diagrammen 13 und 14 offenbart sich die Problematik von Prozentangaben. Abszisse und Ordinate sind beide in % skaliert, haben aber dennoch verschiedene Größenordnungen, denn die Linearitätsfehler sind Prozente der in Prozenten angegebenen relativen Widerstandsänderung; sie haben demnach eigentlich die

Größenordnung  $10^{-4}$ . (In diesem Zusammenhang sei auf die Empfehlungen der VDI/VDE 2635 hingewiesen.)

Anmerkung 8-2:

Infolge  $\Delta R/R = k \cdot \varepsilon$  (Gl (1)) gilt bei  $k = 2$  die Faustregel:  $F_{\text{Lrel}} \approx -\varepsilon$

## 8.2 Halbbrücke

In der Halbbrückenschaltung (s. Bild 3b) sind die beiden Brückenarme  $R_1$  und  $R_2$  aktiv an der Messung beteiligt.

Anmerkung 8-3:

Applikationen, in denen  $R_2$  nur zur Kompensation der Wärmedehnung oder anderer Störeinflüsse dient, werden in dieser Betrachtung wie "Viertelbrücken" behandelt.

Unter der, zur Vereinfachung getroffenen, Voraussetzung

$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R$  wird Gl (24) zu

$$\frac{U_A^*}{U_E} = \frac{-\Delta R_1 - \Delta R_2}{2(2R + \Delta R_1 + \Delta R_2)} \quad (29)$$

Zwei charakteristische Anwendungsfälle der Halbbrückenschaltung sind in den Abschnitten 2.1 und 2.2 bzw. 2.3 beschrieben. Das Besondere ist dabei, dass gleichzeitig positive und negative Dehnungen auftreten, die von den in benachbarten Armen der Brückenschaltung angeordneten DMS erfasst werden. Bei den dort gezeigten Beispielen wird jeweils der DMS 1 positiv, der DMS 2 negativ gedehnt. Damit ergeben sich für  $\Delta R_1$  positive, für  $\Delta R_2$  negative Werte. Die Gl (29) bestätigt zunächst die schon im Abschnitt 1 getroffene Feststellung, dass sich Messwerte mit entgegengesetztem Vorzeichen in benachbarten Brückenzweigen addieren. Die den Linearitätsfehler verursachenden Glieder  $\Delta R_1$ ,  $\Delta R_2$  im Nenner der Gl (29) hingegen subtrahieren sich; sie fallen ganz heraus, wenn sie gleichen Betrag haben, so wie es für den Biegestab (Abschn. 2.2) und für den Torsionsstab (Abschn. 2.3) zutrifft. **Bei Messschaltungen dieser Art entstehen keine schaltungsbedingten Linearitätsfehler:** Beim Zugstab (Abschn. 2.1) bleibt infolge des Verhältnisses  $\varepsilon_1 : \varepsilon_2 = \Delta R_1 : \Delta R_2$  mit  $\Delta R_2 = -\mu \cdot \Delta R_1$  ein Linearitätsfehler bestehen, der jedoch kleiner ist als bei der Viertelbrückenschaltung:

$$F_{\text{rel}} = \frac{-(\Delta R_1 + \Delta R_2)}{2R + \Delta R_1 + \Delta R_2} \cdot 100\% \quad (30a)$$

oder angenähert

$$F_{Lrel} \approx \frac{-(\Delta R_1 + \Delta R_2)}{2R} \cdot 100\% \quad (30b)$$

Anmerkung 8-4:

Infolge  $\Delta R/R = k \cdot \varepsilon$  (Gl (1)) gilt bei  $k = 2$  die Faustregel:  $F_{Lrel} \approx -1 \cdot (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)$ .

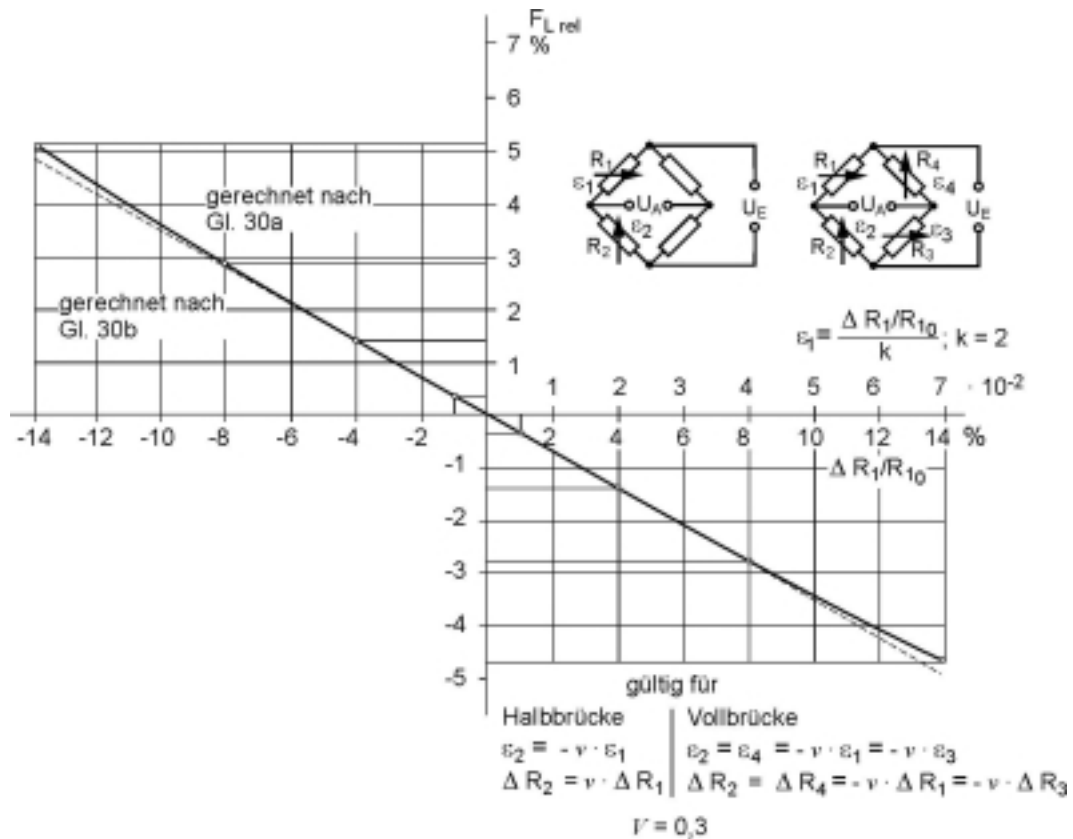


Bild 14: Relativer Linearitätsfehler der Halbbrückenschaltung in Abhängigkeit von der relativen Änderung der Widerstände  $R_1$  und  $R_2$  bzw.  $R_1$  bis  $R_4$ , gültig für  $\Delta R_{1,3} \sim \varepsilon_{1,3}$  und  $\Delta R_{2,4} \sim \varepsilon_{2,4} = -\nu \cdot \varepsilon_{1,3}$ .

### 8.3 Vollbrücke

In der Vollbrückenschaltung (s. Bild 3 a) sind alle vier Brückenarme  $R_1$  bis  $R_4$  aktiv an der Messung beteiligt. Geht man wieder davon aus, dass  $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R$ , dann wird Gl (24) zu

$$\frac{R + \Delta R_1}{2R + \Delta R_1 + \Delta R_2} - \frac{R + \Delta R_4}{2R + \Delta R_3 + \Delta R_4} \quad (31)$$

Bei den beiden in den Abschnitten 2.2 und 2.3 beschriebenen Belastungsarten und den entsprechenden Schaltungen entstehen, ebenso wie bei der Halbbrückenschaltung, keine schaltungsbedingten Linearitätsfehler.

Bei dem im Abschnitt 2.1 beschriebenen Beispiel des Zugstabes mit den Dehnungen  $\varepsilon_1 = \varepsilon_3$ ;  $\varepsilon_2 = \varepsilon_4 = -\nu \cdot \varepsilon_1$  und den entsprechenden proportionalen Widerstandsänderungen  $\Delta R_1 = \Delta R_3$ ;  $\Delta R_2 = \Delta R_4 = -\nu \cdot \Delta R_1$  bleibt ein Linearitätsfehler in der gleichen Größe bestehen, wie er sich für die Halbbrückenschaltung ergibt. Das Diagramm Bild 14 gilt deshalb auch für diesen Fall.

## 9 Literatur

- [1] Wheatstone, Ch. : An account of several new instruments and processes for determining the constants of a voltaic circuit. Phil. Trans. Roy. Soc. Bd. 133 (1843), S. 303/327.
- [2] VDI/VDE-Richtlinie 2635, Blatt 1: Dehnungsmessstreifen mit metallischem Messgitter- Kenngrößen und Prüfbedingungen VDI/VDE-Handbuch Messtechnik II, Reg. Nr. 6) Beuth-Verlag GmbH, Berlin - Köln, August 1974.
- [3] Hoffmann, K.: Eine Einführung in die Technik des Messens mit Dehnungsmessstreifen.  
Hottinger Baldwin Messtechnik GmbH, Darmstadt (1987)



Änderungen vorbehalten.

Alle Angaben beschreiben unsere Produkte in allgemeiner Form. Sie stellen keine Eigenschaftszusicherung im Sinne des §459, Abs. 2, BGB dar und begründen keine Haftung.

## Hottinger Baldwin Messtechnik GmbH

Postfach 100151 · D-64201 Darmstadt

Im Tiefen See 45 · D-64293 Darmstadt

Tel.: +49 6151 803 0 · Fax: +49 6151 803 9100

E-mail: [support@hbm.com](mailto:support@hbm.com) · [www.hbm.com](http://www.hbm.com)



measurement with confidence