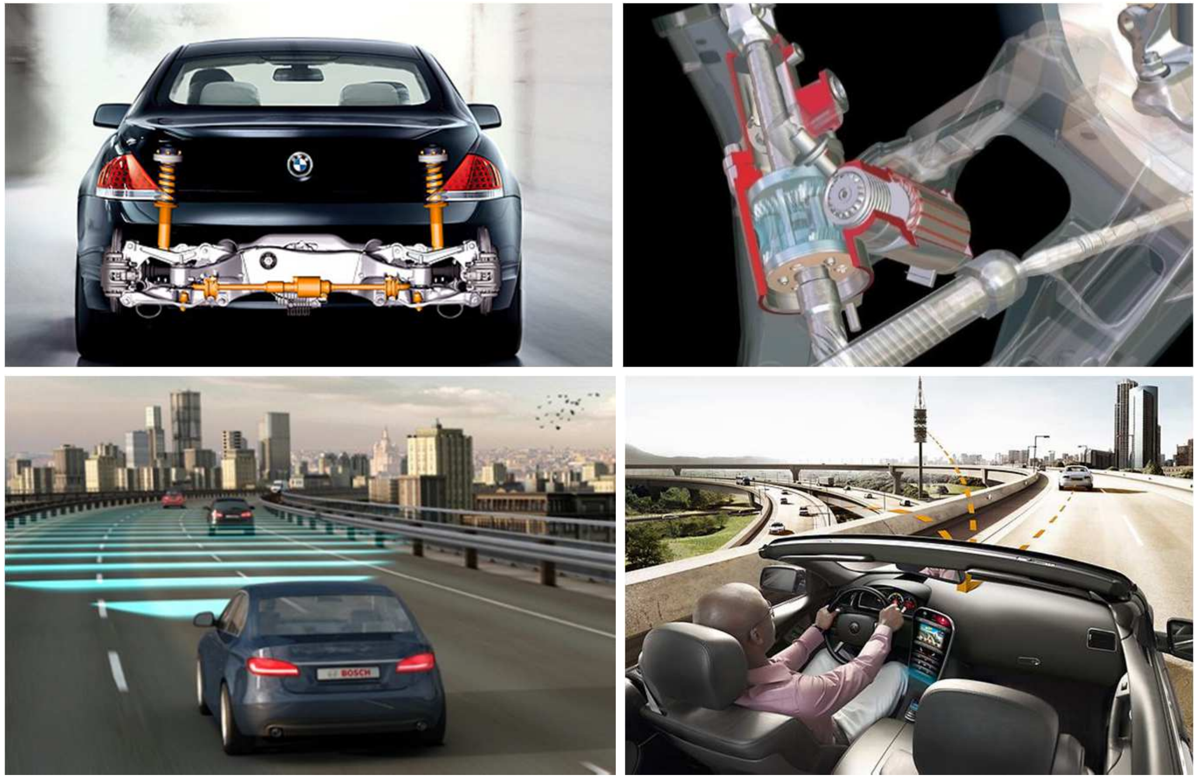
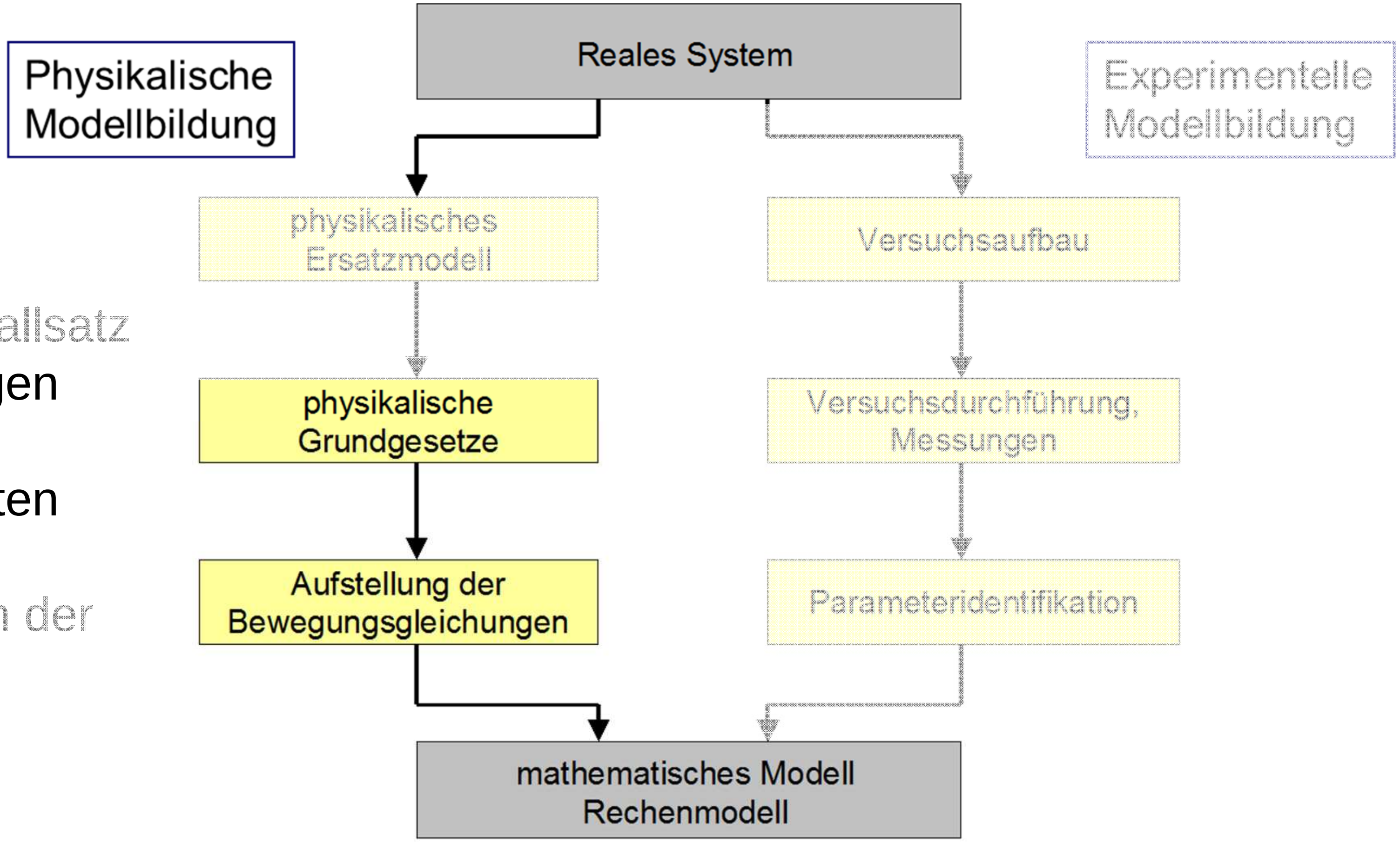
Fahrzeugmechatronik I
Modellbildung



Prof. Dr.-Ing. Steffen Müller
M. Sc. Osama Al-Saidi
Fachgebiet Kraftfahrzeuge • Technische Universität Berlin

Übersicht
Methoden zur physikalischen Modellbildung



Beispiele

- Schwerpunktsatz und Drallsatz
- Lagrangesche Gleichungen 2. Art
- Konzept der generalisierten Masse
- Prinzip von D'Alembert in der Fassung von Lagrange
- Energiesatz
- PdvV
- PdvK

...

Lagrangesche Gleichungen 2. Art
Herleitung

Aus dem Prinzip der virtuellen Arbeit für n Körper

$$\sum_{k=1}^{n} \int_{K_k} \left(d\mathbf{F}_{k\,/I}^{(e)} + d\mathbf{F}_{k\,/I}^{(z)} - dm_k \ddot{\boldsymbol{r}}_{k/I} \right)^T \delta\mathbf{r}_{k/I} = 0$$

und dem Prinzip von d'Alembert

mit k – Nummer des Körpers

$$\sum_{k=1}^{n} \int_{K_k} \left(d\mathbf{F}_{k\,/I}^{(z)} \right)^T \delta\mathbf{r}_{k/I} = 0$$

folgt

$$\sum_{k=1}^{n} \int_{K_k} \left(d\mathbf{F}_{k\,/I}^{(e)} - dm_k \ddot{\boldsymbol{r}}_{k/I} \right)^T \delta\mathbf{r}_{k/I} = 0$$

mit

$$\boldsymbol{r}_{k/I} = f\left(q_1, q_2, \ldots, q_f\right)$$

mit q –
generalisierte Koordinate

Lagrangesche Gleichungen 2. Art
Herleitung

Nach einigen Umformungen folgt
(vgl. z.B.: Hauger / Schnell / Groß, „Technische Mechanik 3“)

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j}\right) - \frac{\partial L}{\partial q_j} = Q_j$$

$j = 1, \ldots, f$ *- Anzahl der generalisierten Koordinaten*

$f = 6n - r$ *n - Anzahl starrer Körper*

r - Anzahl Zwangsbedingungen

mit

$$L = W_{kin} - W_{pot}$$

- Summe der Energien über alle Körper

$$Q = \sum_{k=1}^{n}\left(F_{xk}\frac{\partial u_{xk}}{\partial q} + F_{yk}\frac{\partial u_{yk}}{\partial q} + M_{zk}\frac{\partial \varphi_{zk}}{\partial q}\right)$$

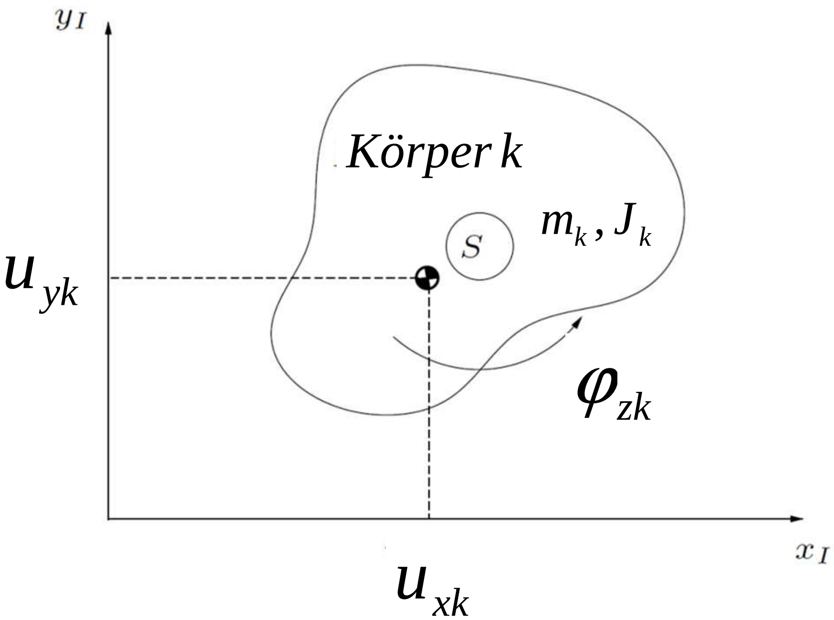
- Summe der *nicht-konservativen* generalisierten Kräfte (z.B. Dämpfer, äußere Kräfte)

Konzept der generalisierten Masse
Motivation

Bei **zwangsgekoppelten starren Systemen** ist zum Aufstellen der Bewegungsgleichungen **nicht** immer ein **Freischnitt notwendig** (z.B. wenn die zwischen den Körpern wirkenden Kräfte nicht von Interesse sind).
=> Energie basierte Methoden (z.B. Lagrange)

Lässt sich darüber hinaus das System durch **einen Freiheitsgrad** beschreiben, kann das **Konzept der generalisierten Masse** zum Aufstellen der BDGL genutzt werden.

Konzept der generalisierten Masse
Allgemeine Formulierung für ebene Mechanismen



Konzept der generalisierten Masse
Einführung der generalisierten Koordinate

Konzept der generalisierten Masse
Kinetische und potenzielle Energie

Konzept der generalisierten Masse
Generalisierte Kraft

Konzept der generalisierten Masse

Auswertung der Lagrangeschen Gleichung 2. Art

Konzept der generalisierten Masse
Auswertung der Lagrangeschen Gleichung 2. Art

Somit ergibt sich

$$m_{gen}\ddot{q} + \frac{1}{2}m'_{gen}\,\dot{q}^2 + W'_{pot} = Q$$

mit

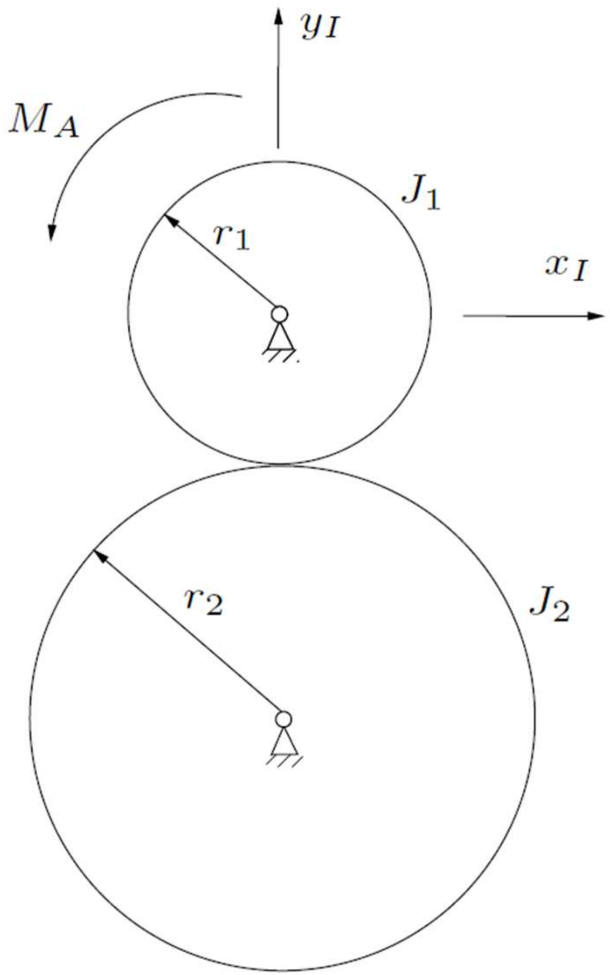
$$m_{gen}(q) = \sum_{k=1}^{n}\left(m_k\,(u'^{2}_{xk} + u'^{2}_{yk}) + J_k\,\varphi'^{2}_{zk}\right)$$

$$m'_{gen}(q) = \sum_{k=1}^{n}\left(m_k\left(2u'_{xk}u''_{xk} + 2u'_{yk}u''_{yk}\right) + J_k\,2\varphi'_{zk}\varphi''_{zk}\right)$$

$$W'_{pot} = \sum_{k=1}^{n} m_k g u'_{yk} + \sum_{i=1}^{n_c} c_i \Delta u_i\,\Delta u'_i$$

$$Q = \sum_{k=1}^{n}\left(F_{xk}u'_{xk} + F_{yk}u'_{yk} + M_{zk}\varphi'_{zk}\right)$$

Konzept der generalisierten Masse
Beispiel



Konzept der generalisierten Masse
Beispiel

Konzept der generalisierten Masse
Beispiel

Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!