

一、用动态规划方法手工求解以下问题：

有 8 万元的投资可以投给 3 个项目，每个项目在不同投资数额下（以万元为单位）的利润如下表。

| 项目 \ 投资额<br>盈利 | 0 | 1 | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8   |
|----------------|---|---|----|----|----|----|----|----|-----|
| 项目 1           | 0 | 5 | 15 | 40 | 80 | 90 | 95 | 98 | 100 |
| 项目 2           | 0 | 5 | 15 | 40 | 60 | 70 | 73 | 74 | 75  |
| 项目 3           | 0 | 4 | 26 | 40 | 45 | 50 | 51 | 52 | 53  |

请安排投资计划，使总的利润最大。

写出你所设的状态变量、决策变量、状态转移方程与递推关系式，和手工求解的详细步骤及结果。

二、用动态规划方法编程求解下面的问题：

一凸 8 边形  $P$  的顶点顺时针为  $\{v_1, v_2, \dots, v_8\}$ ，任意两顶点间的线段的权重由矩阵  $D$  给出。若  $v_i$  与  $v_j$  是  $P$  上不相邻的两个顶点，则线段  $v_i v_j$  称为  $P$  的一条弦。求  $P$  的一个弦的集合  $T$ ，使得  $T$  中所有的弦恰好将  $P$  分割成互不重叠的三角形，且各三角形的权重之和为最小（一个三角形的权重是其各边的权重之和）。

$$D = \begin{matrix} & \begin{matrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \\ v_6 \\ v_7 \\ v_8 \end{matrix} \end{matrix} \begin{bmatrix} 0 & 14 & 25 & 27 & 10 & 11 & 24 & 16 \\ & 0 & 18 & 15 & 27 & 28 & 16 & 14 \\ & & 0 & 19 & 14 & 19 & 16 & 10 \\ & & & 0 & 22 & 23 & 15 & 14 \\ & & & & 0 & 14 & 13 & 20 \\ & & & & & 0 & 15 & 18 \\ & & & & & & 0 & 27 \\ & & & & & & & 0 \end{bmatrix}$$

要求：写出递推关系式、伪代码和程序相关说明，并分析时间复杂性。（请遵守第一节课提出的有关 assignment 的要求：提交的可执行程序必须能够输出结果，源代码必须可编译等等）