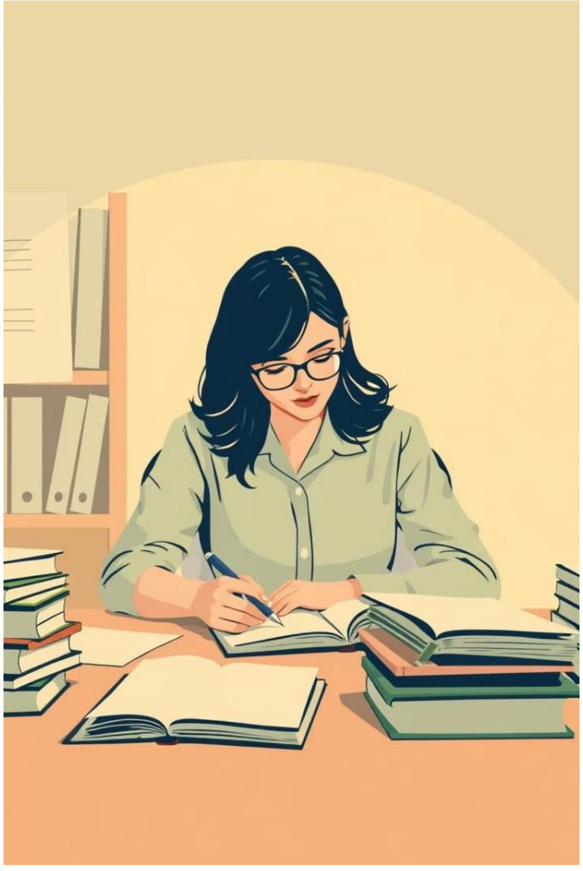
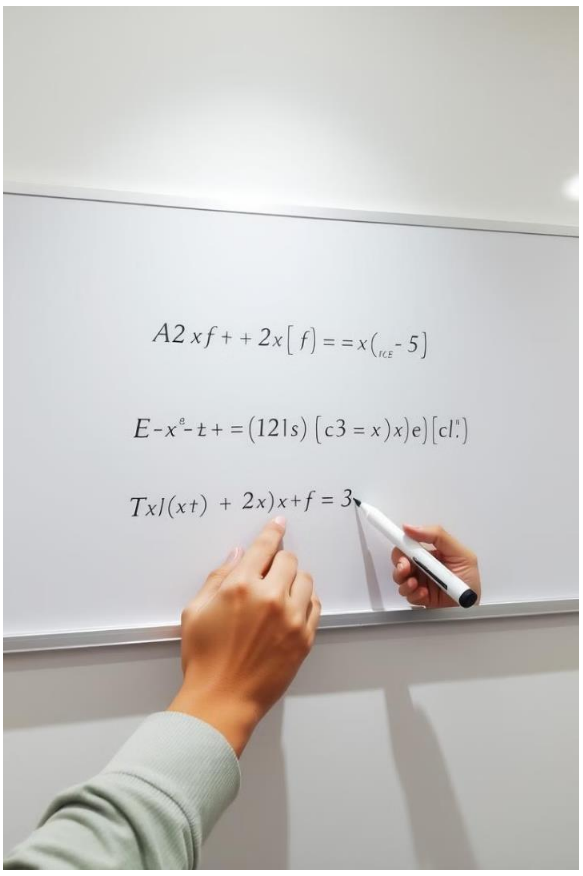


Mecanismos formales de razonamiento

Un mecanismo formal de razonamiento (o de inferencia, deducción, demostración) consiste en una colección de reglas que pueden ser aplicadas sobre cierta información inicial para derivar información adicional, en una forma puramente sintáctica. A continuación, se presentan dos mecanismos formales estándar de razonamiento para la lógica proposicional. En primer lugar, describimos un sistema axiomático (o deductivo) llamado L, y luego un sistema sin axiomas, conocido como deducción natural.



Sistema axiomático L

Nuestra primera aproximación de mecanismo formal de razonamiento es un sistema axiomático denominado L (ya antes definimos el alfabeto y la gramática). Un sistema axiomático está compuesto por un conjunto de axiomas (en realidad esquemas de axiomas) y un conjunto de reglas de inferencia. Los axiomas son fórmulas bien formadas. Las reglas determinan qué fórmulas pueden inferirse a partir de qué fórmulas. Por ejemplo, una regla de inferencia clásica es el modus ponens, según la cual a partir de las fórmulas A y A $\rightarrow$ B se puede inferir B.

Axiomas de L

Los axiomas de un sistema axiomático son un conjunto de fórmulas que se toman como punto de partida para las demostraciones. Un conjunto de axiomas muy conocido para la lógica proposicional es el que definió Jan Lukasiewicz:

Reglas de inferencia de L

Una regla de inferencia es una función que asigna una fórmula (conclusión) a un conjunto de fórmulas (premisas). Naturalmente la idea es que las reglas de inferencia transmitan la verdad de las premisas a la conclusión (también conocida como teorema), es decir que sea imposible alcanzar una conclusión falsa a partir de premisas verdaderas.

Axiomas de Lukasiewicz

$L_1: A \to (B \to A)$

$L_2: (A \to (B \to C)) \to ((A \to B) \to (A \to C))$

$L_3: ((\neg A) \to (\neg B)) \to (B \to A)$

Reglas de inferencia de L

El sistema L tiene una única regla de inferencia, el modus ponens:

MP: a partir de A y de $A \to B$ se infiere B

Tener en cuenta que A, B y C, mencionadas en los axiomas y la regla de inferencia de L, pueden ser sustituidas por cualquier fbf.

Sistema axiomático L

Nuestra primera aproximación de mecanismo formal de razonamiento es un sistema axiomático denominado L (ya antes definimos el alfabeto y la gramática). Un sistema axiomático está compuesto por un conjunto de axiomas (en realidad esquemas de axiomas) y un conjunto de reglas de inferencia. Los axiomas son fórmulas bien formadas. Las reglas determinan qué fórmulas pueden inferirse a partir de qué fórmulas. Por ejemplo, una regla de inferencia clásica es el modus ponens, según la cual a partir de las fórmulas A y $A \to B$ se puede inferir B.

Axiomas de L

Los axiomas de un sistema axiomático son un conjunto de fórmulas que se toman como punto de partida para las demostraciones. Un conjunto de axiomas muy conocido para la lógica proposicional es el que definió Jan Lukasiewicz:

Reglas de inferencia de L

Una regla de inferencia es una función que asigna una fórmula (conclusión) a un conjunto de fórmulas (premisas). Naturalmente la idea es que las reglas de inferencia transmitan la verdad de las premisas a la conclusión (también conocida como teorema), es decir que sea imposible alcanzar una conclusión falsa a partir de premisas verdaderas.

3

Deducción natural

Un sistema de lógica proposicional también puede definirse a partir de un conjunto vacío de axiomas. Se trata de la deducción natural. Sus reglas de inferencia intentan capturar el modo en que naturalmente razonamos acerca de las conectivas lógicas:

1. **Introducción de la conjunción**
   A partir de **A** y **B** se infiere **A**$\wedge$**B**.
2. **Eliminación de la conjunción**
   A partir de **A**$\wedge$**B** se infiere **A**. A partir de **A**$\wedge$**B** se infiere **B**.
3. **Introducción de la disyunción**
   A partir de **A** se infiere **A** $\vee$ **B**. A partir de **B** se infiere **A** $\vee$ **B**.
4. **Eliminación de la disyunción**
   A partir de **A** $\vee$ **B**, de **C** $\vee$ **A** y de **C** $\vee$ **B** se infiere **C**.

4

Deducción natural

5 **Introducción de la negación**

De $A \to B$ y de $A \to (\neg B)$ se infiere $\neg A$

6 **Eliminación de la negación**

De $\neg A$ se infiere $A \to B$

7 **Eliminación de la doble negación**

De $\neg(\neg A)$ se infiere A

Deducción natural

8 **Introducción del bicondicional**

De $A \to B$ y $B \to A$ se infiere $A \leftrightarrow B$

9 **Eliminación del bicondicional**

De $A \leftrightarrow B$ se infiere $A \to B$

De $A \leftrightarrow B$ se infiere $B \to A$

10 **Introducción del condicional**

Si A permite una prueba de B, se infiere $A \to B$

11 **Eliminación del condicional**

De A y $A \to B$ se infiere B

Demostración

Una demostración (o prueba) es una sucesión de aplicaciones de reglas de inferencia que permite llegar a una conclusión a partir de determinadas premisas o axiomas. Como la implicación de una fórmula a otra es una relación transitiva, la idea es que todas las fórmulas que se vayan obteniendo sucesivamente estén implicadas por las premisas o axiomas.

1. **Paso 1**

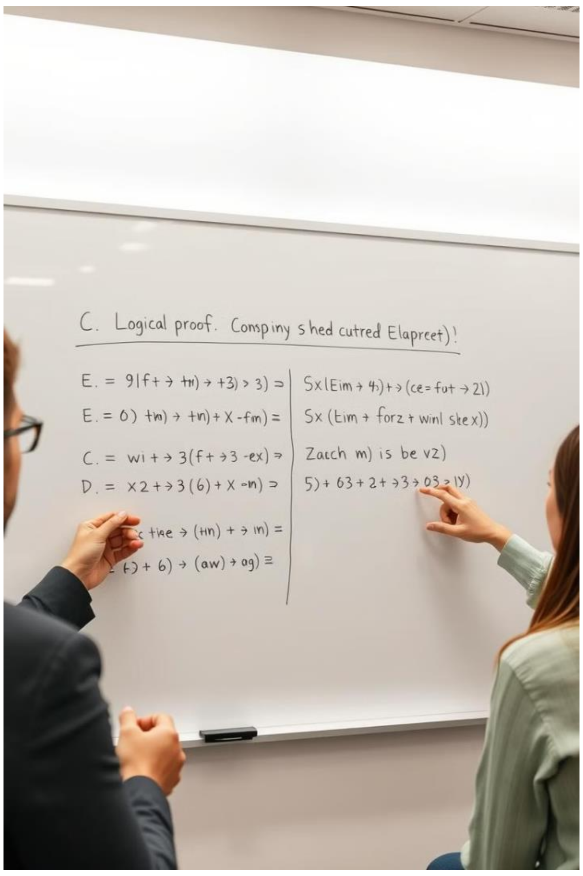
   Se define una sucesión finita de fórmulas bien formadas o formas enunciativas A1, A2, ..., An, tal que, para todo i, con $1 \leq i \leq n$, A_i es una premisa o axioma, o bien se infiere de miembros anteriores de la sucesión como consecuencia directa de la aplicación de una regla de inferencia.

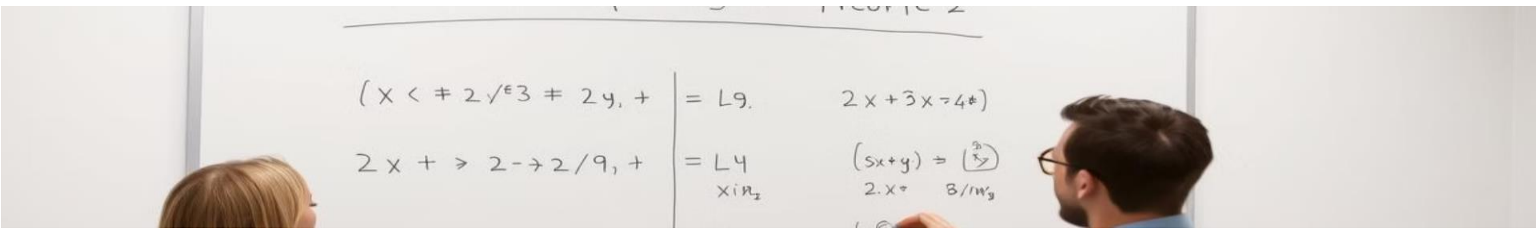
2. **Paso 2**

   Se utiliza la notación: $\Gamma \vdash_{SD} A_n$, que se lee: "A partir de los elementos del conjunto Γ se infiere An". El subíndice SD especifica qué sistema deductivo se utiliza para llevar a cabo la prueba (por ejemplo, SD puede ser L).

3. **Paso 3**

   Se debe notar la diferencia entre los símbolos |– y |=. El primero, que estamos considerando ahora, se asocia a lo sintáctico, mientras que el segundo lo hemos empleado previamente para las definiciones semánticas.





Ejemplo de prueba en L

Para ejemplificar una prueba utilizando L demostramos a continuación la implicación $A \to A$, es decir que vamos a llevar a cabo $\vdash_L A \to A$:

1. $(A \to ((A \to A) \to A)) \to ((A \to (A \to A)) \to (A \to A))$	Instanciando el Axioma L_2
2. $A \to ((A \to A) \to A)$	Instanciando el Axioma L_1
3. $(A \to (A \to A)) \to (A \to A)$	Modus Ponens, 1, 2
4. $A \to (A \to A)$	Instanciando el Axioma L_1
5. $A \to A$	Modus Ponens, 3, 4

Segundo ejemplo de prueba en L

Para un segundo ejemplo también en L tendremos en cuenta la siguiente argumentación: Si tenemos una buena especificación entonces obtenemos un diseño correcto. Si obtenemos un diseño correcto obtenemos un buen programa, a menos que nuestro programador sea mediocre. Nuestro programador no es mediocre. Se quiere demostrar: Si tenemos una buena especificación obtenemos un buen programa.

Formalización

Primero, formalizamos el razonamiento mediante las variables de enunciado p, q, r, s:

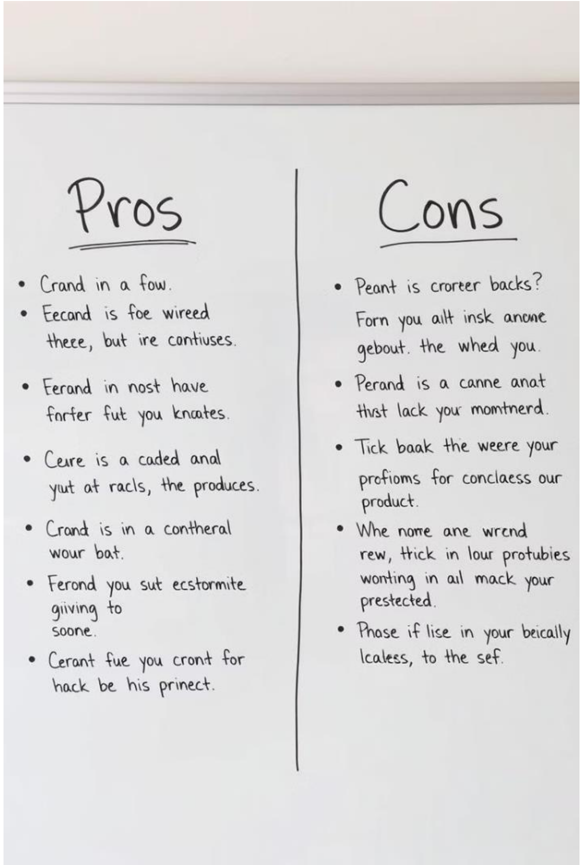
- **p** : Tenemos una buena especificación
- **q** : Obtenemos un diseño correcto
- **r** : Obtenemos un buen programa
- **s** : Nuestro programador es mediocre.

Las fórmulas que representan la argumentación son:

- A1: $p \to q$
- A2: $q \to (\neg s) \to r$
- A3: $\neg s$

Demostración

[redacted]



Comparación de sistemas

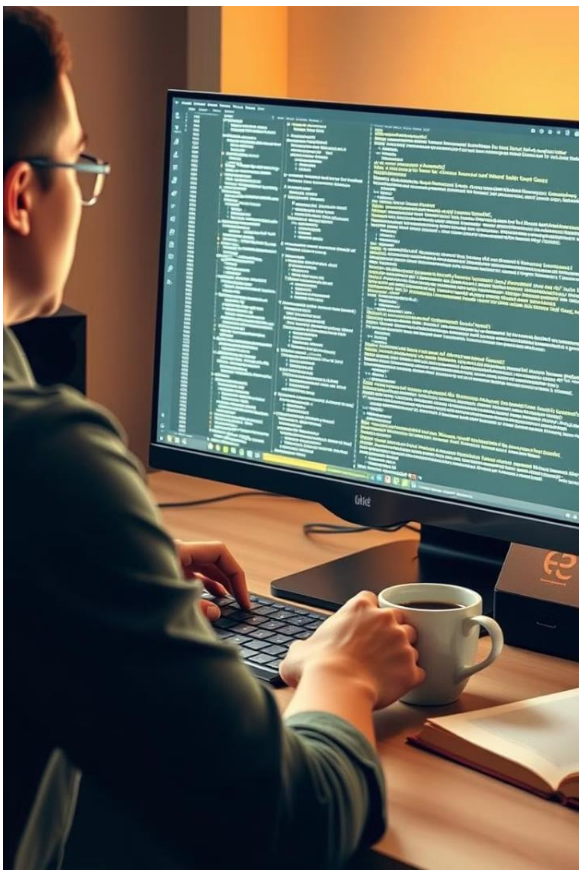
Los sistemas axiomáticos y la deducción natural son dos enfoques diferentes para formalizar el razonamiento lógico. Ambos sistemas tienen sus ventajas y desventajas. Los sistemas axiomáticos son más compactos y fáciles de definir, pero pueden ser menos intuitivos para los principiantes. La deducción natural es más intuitiva y refleja más estrechamente el razonamiento natural, pero puede ser más compleja de definir.

Sistemas axiomáticos

Son más compactos y fáciles de definir.

Deducción natural

Es más intuitiva y refleja más estrechamente el razonamiento natural.



Aplicaciones de los mecanismos formales de razonamiento

Los mecanismos formales de razonamiento tienen aplicaciones en una variedad de campos, incluyendo la informática, la inteligencia artificial, la lógica matemática y la filosofía. En informática, se utilizan para verificar la corrección de programas y para desarrollar sistemas de razonamiento automático. En inteligencia artificial, se utilizan para desarrollar sistemas que pueden razonar y resolver problemas. En lógica matemática, se utilizan para estudiar las propiedades de los sistemas formales de razonamiento. En filosofía, se utilizan para analizar argumentos y para desarrollar teorías de la verdad y la justificación.

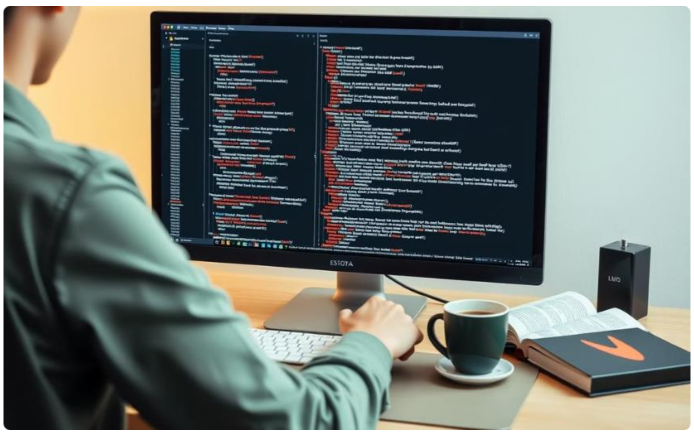
1. **Informática**
   Verificación de la corrección de programas y desarrollo de sistemas de razonamiento automático.
2. **Inteligencia artificial**
   Desarrollo de sistemas que pueden razonar y resolver problemas.
3. **Lógica matemática**
   Estudio de las propiedades de los sistemas formales de razonamiento.
4. **Filosofía**
   Análisis de argumentos y desarrollo de teorías de la verdad y la justificación.

Conclusión

Los mecanismos formales de razonamiento son herramientas poderosas para analizar y formalizar el razonamiento lógico. Proporcionan un marco para estudiar las propiedades de los sistemas formales de razonamiento y para desarrollar sistemas que pueden razonar y resolver problemas. Son esenciales para una variedad de campos, incluyendo la informática, la inteligencia artificial, la lógica matemática y la filosofía.

Pensamiento crítico

Los mecanismos formales de razonamiento nos ayudan a desarrollar el pensamiento crítico y a evaluar la validez de los argumentos.



Desarrollo de sistemas inteligentes

Son esenciales para el desarrollo de sistemas inteligentes que pueden razonar y resolver problemas.