



Introducción y conceptos generales de Lógica Proposicional

UNRN

Universidad Nacional
de Río Negro

Ing. Pablo E. Argañaras

parganaras@unrn.edu.ar

Lógica Proposicional: Funciones de Verdad y Tablas de Verdad

La lógica proposicional es una rama de la lógica que se encarga de estudiar las conexiones entre enunciados, o proposiciones, y su valor de verdad. Una proposición es una oración declarativa que puede ser verdadera o falsa, pero no ambas. La lógica proposicional se basa en el concepto de conectivas lógicas, las cuales combinan proposiciones simples para crear proposiciones compuestas, y en el concepto de funciones de verdad, que asignan un valor de verdad a cada proposición, dependiendo de los valores de verdad de las proposiciones simples que la componen.

aso de $(\neg p) \vee q$ se tiene:

p	q	$(\neg p)$	$(\neg p) \vee q$
V	V	F	V
V	F	F	F
F	V	V	V
F	F	V	V

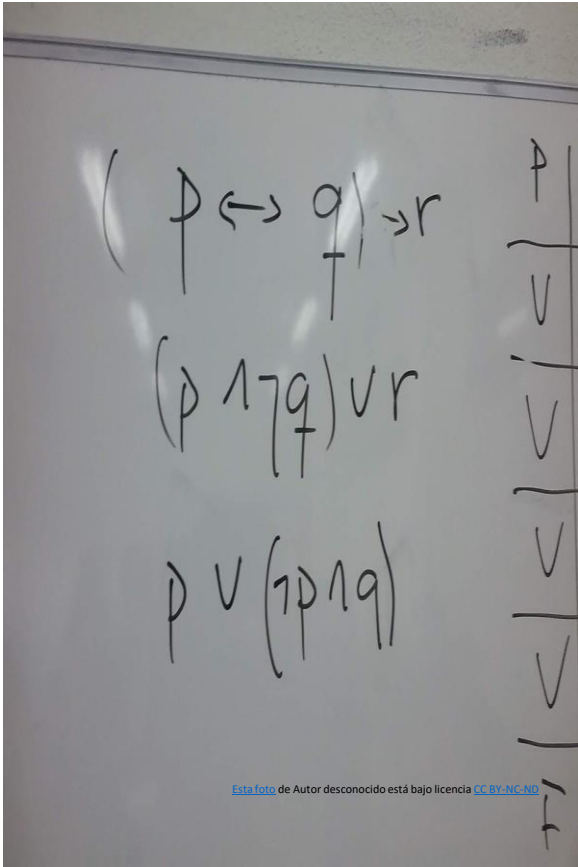
aso de $p \rightarrow (q \wedge r)$ tenemos:

p	q	r	$(q \wedge r)$	$p \rightarrow (q \wedge r)$
V	V	V	V	V
V	V	F	F	F
V	F	V	F	F
V	F	F	F	F
F	V	V	V	V
F	V	F	F	V
F	F	V	F	V
F	F	F	F	V

Tablas de Verdad para Enunciados Compuestos

Las tablas de verdad son una herramienta fundamental en la lógica proposicional. Permiten representar de forma visual y sistemática la relación entre los valores de verdad de las proposiciones simples y el valor de verdad de la proposición compuesta que se forma al combinarlas. Cada fila de la tabla representa una posible combinación de valores de verdad para las proposiciones simples, y la última columna muestra el valor de verdad de la proposición compuesta para cada combinación.

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$\neg p$
V	V	V	V	F
V	F	F	V	F
F	V	F	V	V
F	F	F	F	V



Funciones de Verdad

Las funciones de verdad son un concepto central en la lógica proposicional. Son funciones matemáticas que asignan un valor de verdad a una proposición compuesta, en función de los valores de verdad de las proposiciones simples que la componen. Cada conectiva lógica tiene asociada una función de verdad específica, que determina cómo se combinan los valores de verdad de las proposiciones simples para producir el valor de verdad de la proposición compuesta.

Conjunción

La conjunción (representada por el símbolo \wedge) se define como "verdadero" solo si ambas proposiciones simples son verdaderas. Si una o ambas proposiciones simples son falsas, la conjunción es falsa.

Disyunción

La disyunción (representada por el símbolo \vee) se define como "verdadera" si al menos una de las proposiciones simples es verdadera. Si ambas proposiciones simples son falsas, la disyunción es falsa.

Negación

La negación (representada por el símbolo \neg) invierte el valor de verdad de la proposición simple. Si la proposición simple es verdadera, la negación es falsa, y viceversa.

Interpretación y Satisfacción

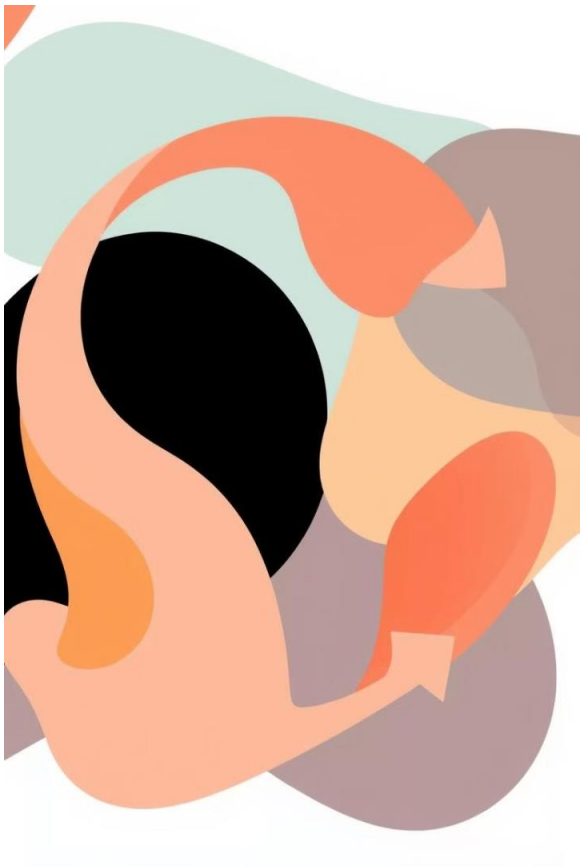
Una interpretación, en lógica proposicional, es una función que asigna a cada variable de enunciado un valor de verdad específico, ya sea V (verdadero) o F (falso). En otras palabras, una **interpretación** es una forma de asignar un valor de verdad a cada proposición atómica en un lenguaje proposicional. La **satisfacción** ocurre cuando una interpretación asigna valores de verdad a las variables de enunciado de modo que la forma enunciativa se vuelve verdadera bajo esa interpretación.

- 1

Satisfacción
Una interpretación satisface una forma enunciativa si y solo si la forma enunciativa es verdadera bajo esa interpretación. Se dice que la interpretación es un modelo de la forma enunciativa.
- 2

Interpretación
Una interpretación es un mapa que asocia cada variable de enunciado a un valor de verdad, ya sea V (verdadero) o F (falso).
- 3

Valoración
La valoración de una forma enunciativa es el valor de verdad que la forma enunciativa toma bajo una interpretación específica. La valoración se determina aplicando las reglas semánticas de las conectivas lógicas a los valores de verdad asignados a las variables de enunciado por la interpretación.





Formas Normales

Las formas normales son representaciones especiales de las formas enunciativas, que se utilizan para facilitar su análisis y manipulación. Las formas normales permiten expresar cualquier enunciado complejo en términos de conectivas básicas como la conjunción, la disyunción y la negación.

- 1

Forma Normal Conjuntiva (FNC)
Una forma normal conjuntiva es una forma enunciativa que se compone de la conjunción de una o más cláusulas disyuntivas. Cada cláusula disyuntiva es una disyunción de literales, que son variables de enunciado o la negación de una variable de enunciado.
- 2

Forma Normal Disyuntiva (FND)
Una forma normal disyuntiva es una forma enunciativa que se compone de la disyunción de una o más cláusulas conjuntivas. Cada cláusula conjuntiva es una conjunción de literales, que son variables de enunciado o la negación de una variable de enunciado.
- 3

Importancia de las Formas Normales
Las formas normales son importantes porque proporcionan una representación estándar para las formas enunciativas, que facilita su análisis y manipulación. También son útiles para la automatización del razonamiento lógico.

Conjuntos Adecuados de Conectivas

Un conjunto adecuado de conectivas es un conjunto de conectivas lógicas que permite expresar cualquier función de verdad posible. La lógica proposicional se puede construir con diferentes conjuntos adecuados de conectivas, lo que significa que no es necesario utilizar todas las conectivas para representar todos los posibles enunciados.



Conjuntos Adecuados

Existen muchos conjuntos adecuados de conectivas. Algunos ejemplos son $\{\neg, \wedge\}$, $\{\neg, \vee\}$, $\{\neg, \rightarrow\}$, $\{\neg, \leftrightarrow\}$, $\{\uparrow\}$, $\{\downarrow\}$.



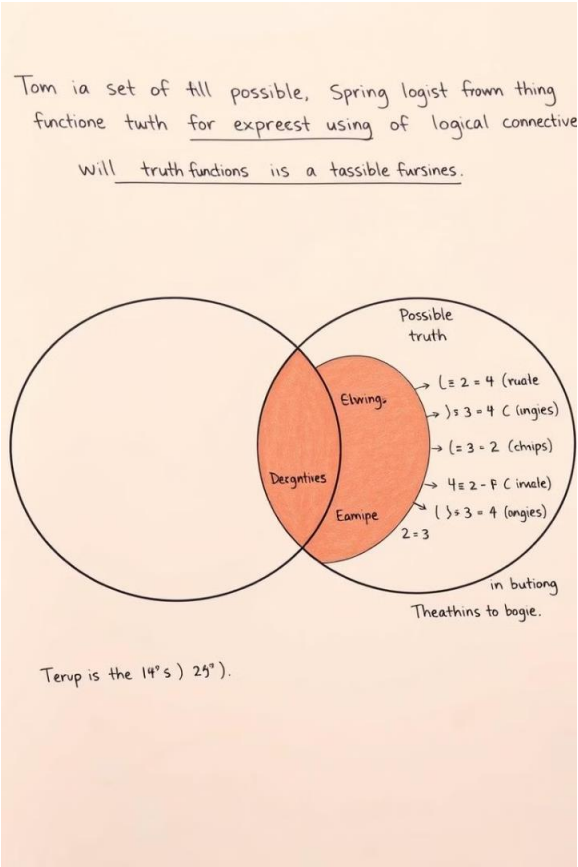
Importancia de los Conjuntos Adecuados

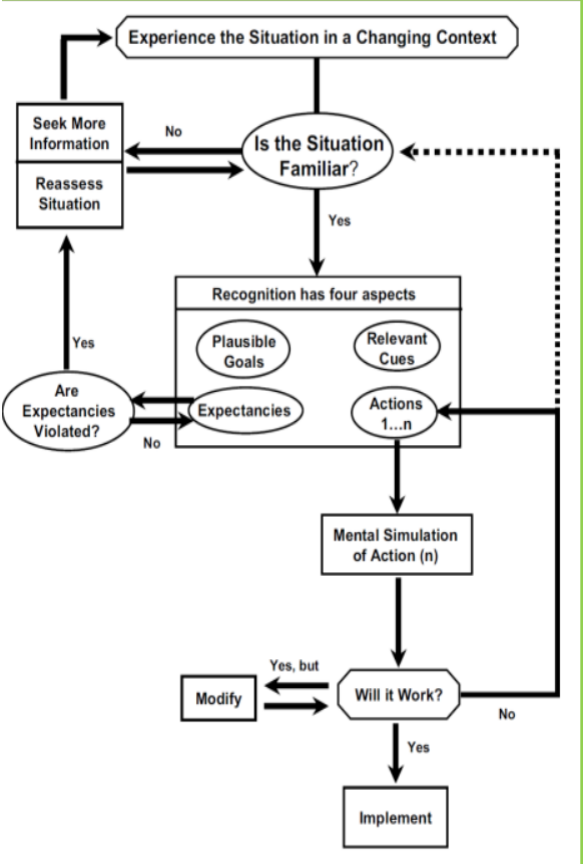
La existencia de conjuntos adecuados de conectivas muestra que la lógica proposicional no está ligada a un conjunto particular de conectivas. Esto permite la flexibilidad en la representación de las proposiciones y la posibilidad de elegir el conjunto de conectivas más adecuado para una tarea específica.



Conjuntos Minimales

El mínimo número de conectivas que se necesitan para crear un conjunto adecuado es uno. Se ha demostrado que la conectiva "Sheffer stroke" Nand (\uparrow) y la conectiva "Pierce arrow" Nor (\downarrow) son suficientes para construir toda la lógica proposicional.





El Sistema de Deducciones Naturales

El sistema de deducciones naturales es un sistema formal de lógica que permite demostrar la validez de argumentos lógicos. El sistema se basa en reglas de inferencia, que permiten derivar nuevas conclusiones a partir de premisas dadas. El sistema de deducciones naturales es una herramienta poderosa para la demostración de teoremas, la resolución de problemas y la construcción de sistemas de razonamiento automático.

- 1

Reglas de Inferencia
Las reglas de inferencia son las reglas que permiten derivar nuevas conclusiones a partir de premisas. Estas reglas se basan en las conectivas lógicas y permiten manipular las formas enunciativas para obtener nuevas conclusiones válidas.
- 2

Demostraciones Formales
Una demostración formal es una secuencia de pasos que comienza con las premisas y termina con la conclusión, donde cada paso es justificado por una regla de inferencia.
- 3

Sistema de Deducciones Naturales
El sistema de deducciones naturales es un sistema formal de lógica que se basa en un conjunto de reglas de inferencia. Este sistema permite demostrar la validez de argumentos lógicos de manera clara y precisa.

Aplicaciones de la Lógica Proposicional

La lógica proposicional es una herramienta poderosa que se aplica en diversas áreas, desde la informática hasta la filosofía. Permite modelar y razonar sobre información compleja, lo que la hace esencial para el desarrollo de sistemas computacionales, la construcción de argumentos lógicos y la comprensión de conceptos abstractos.



Informática

La lógica proposicional es fundamental en la informática, donde se utiliza para diseñar circuitos digitales, programar software y construir sistemas de inteligencia artificial.



Filosofía

En la filosofía, la lógica proposicional se utiliza para analizar argumentos, determinar la validez de las inferencias y comprender la estructura del razonamiento.



Ciencias

La lógica proposicional es una herramienta fundamental en muchas áreas de las ciencias, como la física, la química, la biología, la medicina y la economía. Se utiliza para modelar sistemas complejos, analizar datos y tomar decisiones racionales.