1

Introducción y conceptos generales de Lenguajes de Programación

UNRN
Universidad Nacional de Río Negro

Ing. Pablo E. Argañaras
parganaras@unrn.edu.ar

2

Lógica Proposicional

Reducción de Conectivas

Para el cálculo basta con usar exclusivamente dos conectivas pudiendo definir las restantes en función de las dos elegidas.

$\{\neg, \wedge\}; \{\neg, \vee\}; \{\neg, \rightarrow\}$

UNRN | Universidad Nacional de Río Negro

3

3

Lógica Proposicional

Reducción de Conectivas

	Negación y Conjunción	Negación y Disyunción	Negación y Condicional
Conjunción	-	$\neg(\neg x \vee \neg y)$	$\neg(x \rightarrow \neg y)$
Disyunción	$\neg(\neg x \wedge \neg y)$	-	$\neg x \rightarrow y$
Condicional	$\neg(x \wedge \neg y)$	$\neg x \vee y$	-

UNRN | Universidad Nacional de Río Negro

4

4

Lógica Proposicional

Reglas de Formación

Fórmula bien formada (fbf) se define como:

1. **Una variable proposicional sola es una fbf del cálculo.**
2. **Si x es una fbf, entonces ¬x también lo es.**
3. **Si x e y son fbf, entonces x ∧ y, x ∨ y, x → y son también fbf.**
4. **Estas son todas las reglas de formación del cálculo.**

Lógica Proposicional

Reglas de Transformación

La lógica estudia los principios de la inferencia válida y el cálculo lógico nos podrá decir cuáles esquemas de inferencia son válidos y cuáles no.

En general hay dos maneras de constituir los cálculos:

Como un sistema de leyes (axiomáticos)

Como un sistema de reglas (deducción natural)

Lógica Proposicional

Cálculo de enunciados como sistema de deducción natural

Es el cálculo que revisa si la conclusión de un razonamiento se deriva de las premisas mediante transformaciones de las premisas.

Se conoce como derivación, secuencia de transformaciones desde las premisas de partida hasta la conclusión que se desea obtener.

Lógica Proposicional

Cálculo de enunciados como sistema de deducción natural

Las transformaciones posibles que se pueden realizar están delimitadas por el conjunto de reglas de transformación del cálculo.

Un argumento es lógicamente válido si existe una derivación de la conclusión a partir de las premisas, empleando las reglas del cálculo; en otro caso diremos que el argumento es lógicamente incorrecto.

Lógica Proposicional

Cálculo de enunciados como sistema de deducción natural

Tomemos como ejemplo las reglas de la Negación

Para la regla de introducción de la Negación, si partimos de una fórmula X y a través de varias transformaciones llegamos a la expresión $Y \wedge \neg Y$ entonces estaremos concluyendo $\neg X$.

Procedimiento básico de inferencia lógica de reducción al absurdo.

Lógica Proposicional

Cálculo de enunciados como sistema de deducción natural

Para la regla de introducción de la Negación, usamos un procedimiento básico de inferencia lógica ”reducción al absurdo” que constituye un procedimiento indirecto de prueba o demostración. Consiste en que, si un supuesto nos lleva a una contradicción, tiene que ser falso y, si es falso, lo contrario será verdadero.

$$\begin{array}{c} X \\ . \\ . \\ . \\ \underline{Y \wedge \neg Y} \\ \neg X \end{array}$$

Lógica Proposicional

Cálculo de enunciados como sistema de deducción natural

Para la regla de eliminación de la Negación, si partimos de una fórmula doblemente negada resulta que entonces está afirmada.

$$\frac{\neg\neg X}{X}$$

Por lo tanto, podemos simplificarla eliminando la negación.

Lógica Proposicional

Cálculo de enunciados como sistema axiomático

Un sistema axiomático procede deduciendo todas las verdades, a las que llamaremos teoremas, de un conjunto lo más sencillo e independiente de axiomas, que aceptamos como verdaderos sin prueba, por su autoevidencia.

Lógica Proposicional

Cálculo de enunciados como sistema axiomático

Axiomas

- A1. $(p \vee p) \rightarrow p$
- A2. $p \rightarrow (p \vee q)$
- A3. $(p \vee q) \rightarrow (q \vee p)$
- A4. $[p \vee (q \vee r)] \rightarrow [q \vee (p \vee r)]$
- A5. $(q \rightarrow r) \rightarrow [(p \vee q) \rightarrow (p \vee r)]$

Lógica Proposicional

Reglas de Transformación

R1. **Regla de Sustitución**

R2. **Regla de Separación** (*Modus Ponens*)

Lógica Proposicional

Reglas de Transformación

R1. **Regla de Sustitución:** Dada una tesis (fórmula verdadera del cálculo, sea axioma o teorema) del cálculo con variables proposicionales, el resultado de sustituir esas variables por fbf del cálculo, también será una tesis. La restricción es que cada variable se hará siempre que aparezca y siempre por el mismo sustituto.

Lógica Proposicional

Reglas de Transformación

R2. **Regla de Separación: :** Si “X” es una tesis del sistema, y lo es también la expresión “X→Y”, entonces “Y” es una tesis del sistema.

Lógica Proposicional

Lógica y semántica

Semántica: disciplina que se ocupa de las relaciones entre los signos y aquello de lo cual hablamos por medio de esos signos.

Interpretación: atribución de significado ofreciendo las condiciones que debe cumplir una fórmula para que sea verdadera.

Lógica Proposicional

Lógica y semántica

En lógica proposicional la interpretación de una fórmula está dada por la interpretación semántica de las conectivas que contiene.

La relación semántica entre el lenguaje de proposiciones y el universo del que se habla es la *valoración de verdad*, es decir uno de los dos valores de verdad Verdadero o Falso {V, F}.

Lógica Proposicional

Lógica y semántica

En nuestro sistema de lógica proposicional tenemos un método de prueba semántico que nos permite decidir si una fórmula es o no una **verdad lógica** y se llama **Tabla de Verdad**.

Este método es muy limitado porque la confección de la tabla resulta incómoda y crece mucho cuando el número de variables aumenta demasiado: $\mathbf{2^n}$ con **n** = número de variables proposicionales.

Lógica Proposicional

Lógica y semántica

Desde el punto de vista semántico la lógica se interesa por las **fórmulas** que **en la columna final de su tabla de verdad tienen valor "Verdadero" en todas sus filas**.

Esas fórmulas se llaman **tautologías** o **verdades lógicas** e indican "razonamientos correctos" o "formalmente válidos".

Lógica Proposicional

Lógica y semántica

Si todas las **fórmulas en la columna final de su tabla de verdad tienen valor "Falso" en todas sus filas**, esas fórmulas se llaman **contradicciones**.

Y si en cambio **en la columna final de su tabla de verdad tienen valores "Verdadero" y "Falso" mezclados en sus filas**, diremos que las fórmulas son **satisfacibles**.

Lógica Proposicional

Implicación lógica y Equivalencia lógica

Dados dos enunciados A y B, diremos que "**A implica lógicamente a B**" o que "**B es consecuencia lógica de A**" si la forma enunciativa **A → B es una tautología**.

Y diremos que "**A es lógicamente equivalente a B**" si la forma enunciativa **A ↔ B es una tautología**.

Lógica Proposicional

Equivalencias lógicas conocidas y útiles

Ley de Doble Negación $\neg(\neg p) \Leftrightarrow p$

Ley Conmutativa de la Conjunción $p \wedge q \Leftrightarrow q \wedge p$

Ley Conmutativa de la Disyunción $p \vee q \Leftrightarrow q \vee p$

Ley Asociativa de la Conjunción $(p \wedge q) \wedge r \Leftrightarrow p \wedge (q \wedge r)$

Ley Asociativa de la Disyunción $(p \vee q) \vee r \Leftrightarrow p \vee (q \vee r)$

Lógica Proposicional

Equivalencias lógicas conocidas y útiles

Leyes de De Morgan $\neg(p \vee q) \Leftrightarrow (\neg p) \wedge (\neg q)$

$\neg(p \wedge q) \Leftrightarrow (\neg p) \vee (\neg q)$

Leyes de Distribución $p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

$p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$

Leyes de Absorción $p \wedge p \Leftrightarrow p$

$p \vee p \Leftrightarrow p$

Preguntas?

UNRN Universidad Nacional de **Río Negro**

25

25

Gracias por su atención

UNRN
Universidad Nacional
de **Río Negro**

parganaras@unrn.edu.ar
pbritos@unrn.edu.ar

26