

姓名	学号	班级	选题	论述	结论	总分

标题：天体运动浅谈

作者姓名：孔敬伟

学号：2013301020121

班级：天眷班

摘要：

尽管太阳系中各个星球的运动已经被天文学家研究的比较透彻，我们仍然有一些有趣的问题值得探讨。例如由太阳系中的木星，地球，太阳构成的三体系统。还有土星卫星的混沌运动等等。通过对这些问题的探讨，我们可以加深对引力定律和开普勒定律的认识。

万有引力定律是天体力学的理论基础，影响天体运动的力很多，但是我们一般近似的只讨论主要作用力。若只讨论主要作用力，则相互作用的双方均可视为质点，那么天体运动就简化为两个质点在万有引力作用下的质点组的动力学问题。

混沌是非线性系统普遍存在的一种现象。它具有对初始条件指数敏感依赖性并具有确定的随机性等特征。混沌研究渗透到各门学科，特别在天体力学中得到蓬勃发展。影响混沌研究的因素有数值方法和混沌识别指标。传统的高阶数值方法尽管为求解天体运动轨道的数值解提供了较高的精度，但具有人工耗散因素，不能保辛算法弥补了传统方法的不足，能保持系统的能量和辛结构，是适合定性研究哈密顿系统的最佳方法。

物理模型：静态相对论核-壳系统可以模拟黑洞或中子星周围轴对称围绕的附加物，如星系中的壳、环等。当在核壳间的真空中运动的试验粒子满足弱场和慢运动的极限条件时，简化为牛顿模型，可以解释一些恒星遗迹周围的大量尘埃壳层和环的形成。由类勒让德展开来看，外部壳对应的牛顿势由多极矩构成。由于牛顿势的线性叠加，在柱坐标中牛顿核-壳系统可以表示为：

$$H=\frac{P_r^2+P_z^2}{2}+\frac{L^2}{2r^2}-\frac{1}{R}+dz+\frac{q}{2}(2z^2-r^2)+\frac{o}{2}(2z^3-3zr^2)$$

这里 $R=\sqrt{r^2+z^2}$ 参数 L,d,q,o 分别表示角动量、偶极矩、四极矩和八极矩。

显然，在笛卡儿坐标系中，系统可以被分成下面的形式

$$H = H_0 + H_1$$

$$H_0 = \frac{1}{2}(P_x^2 + P_y^2 + P_z^2) - \frac{1}{R}$$

$$H_1 = dz + \frac{q}{2}(2z^2 - x^2 - y^2) + \frac{o}{2}[2z^3 - 3z(x^2 + y^2)]$$

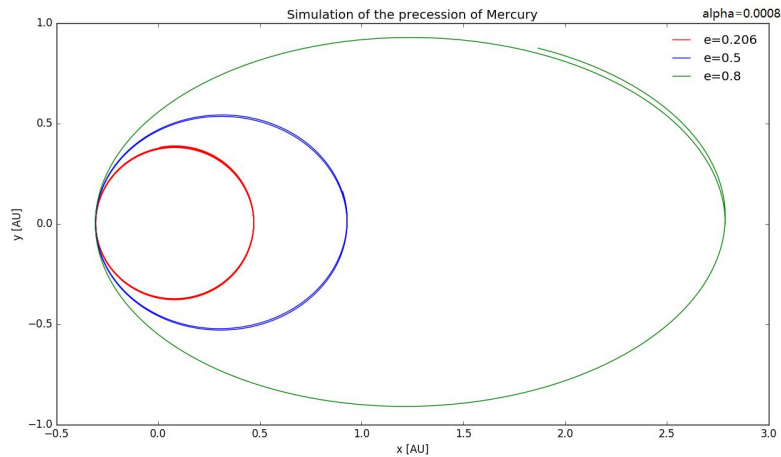
此模型除能量积分还有角动量积分：

$$L = xp_x - yp_y$$

另外，我们注意到，主要部分 H_0 。可以看作与黑洞构成的开普勒部分，次要部分 H_1 、则源于壳层的微扰作用，它相当小但不能忽略，并且这两个部分均可积。

1.介绍

太阳系中除太阳和九大行星外，所有的自然天体均被称为太阳系小天体。按照轨道特征，这些小天体分为卫星型(包括大行星的卫星，小行星的卫星)、行星型(主要指大行星轨道间的小行星)、Trojan 群型小行星、彗星、流星、行星环等。



在动力系统和天体力学中至少有 50 多种不同意义下的稳定性的定义，其中，与太阳系小天体运动的稳定区域直接有关的有 Hill 稳定性，轨道共振意义下的稳定性，实际稳定性等。Hill 稳定性是在平面圆型限制性三体问题模型的背景下，针对 Jacobi 积分的存在而提出的，它是一种区域稳定性。轨道共振意义下的稳定性是指小天体能保持固有的天平动特征网。而实际稳定性是 Giorgilli 等在研究空间限制性三体问题三角平动点的非线性稳定性时引入的一个新概念。小天体运动的稳定区域问题与行星卫星系统的保持、小行星的空间分布等太阳系动力演化的一系列重要问题密切相关。

在限制性三体问题(两个主天体 m_1, m_2 和一个小天体 m 。)的模型下，当小天体 m 在较小质

量天体 m_2 周围其运动时，人们称 m 的运动为卫星型运动，简称 S 型运动。太阳系天然卫星的运动即可简化为 S 型运动。圆型限制性三体问题存在一个著名的 Jacobi 积分，当积分常数 $C \geq C_2$ (C_2 是速度为零时，在 Lagrange 点 L_2 处 Jacobi 积分常数的值。 m 的运动在 Hill 意义下稳定。Szebehely 基于这一点，对平面情况给出了 Hill 稳定的初始圆型卫星轨道最大半径的解析表达式： $R_{\max} = \left(\frac{\mu}{81}\right)^{1/3}$

其中， $\mu = \frac{m_2}{m_1 + m_2}$ 为限制性三体问题的质量参数。稳定范围 R_{\max}^d 和 R_{\max}^r 为：

$$R_{\max}^d = 1.4803 \left(\frac{\mu}{81}\right)^{1/3} \left[1 - 1.73 \left(\frac{\mu}{81}\right)^{1/3} \right]$$

$$R_{\max}^r = 0.8428 \left(\frac{\mu}{81}\right)^{1/3} \left[1 - 0.55 \left(\frac{\mu}{81}\right)^{1/3} \right]$$

对于太阳系 $\mu \leq 10^{-3}$ 天体 m_2 到内 Lagrange 点 L_2 的距离近似地为：

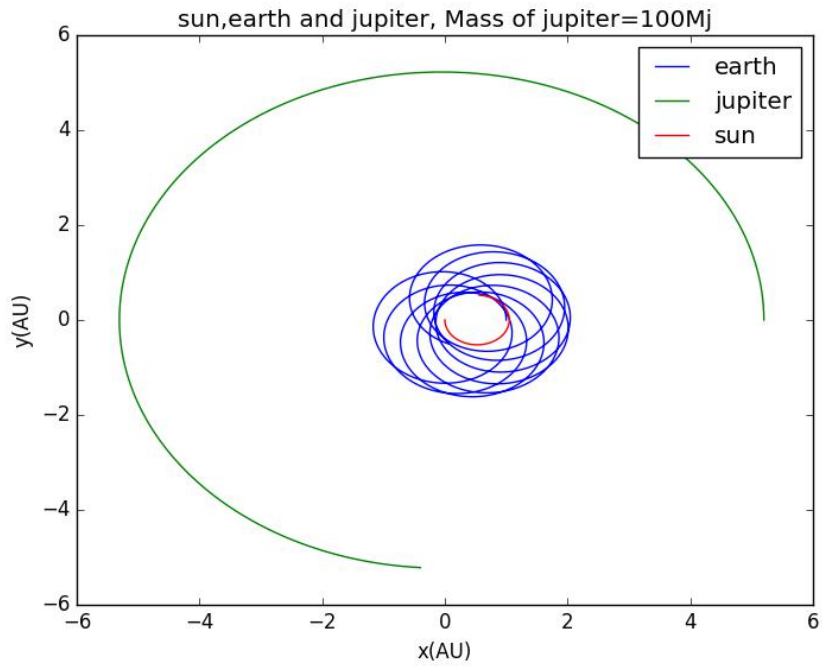
$$R_2 = \left(\frac{\mu}{3}\right)^{1/3}$$

混沌是非线性系统普遍存在的一种现象。它具有对初始条件指数敏感依赖性并具有确定的随机性等特征。混沌研究渗透到各门学科，特别在天体力学中得到蓬勃发展。影响混沌研究的因素有数值方法和混沌识别指标。传统的高阶数值方法尽管为求解天体运动轨道的数值解提供了较高的精度，但具有人工耗散因素，不能保辛算法弥补了传统方法的不足，能保持系统的能量和辛结构，是适合定性研究哈密顿系统的最佳方法。数值结果表明：这种方法不仅能描述一些动力学参数的变化导致系统从有序到混沌的动力学性质变迁，而且能够快速灵敏有效地揭示相空间全局结构。

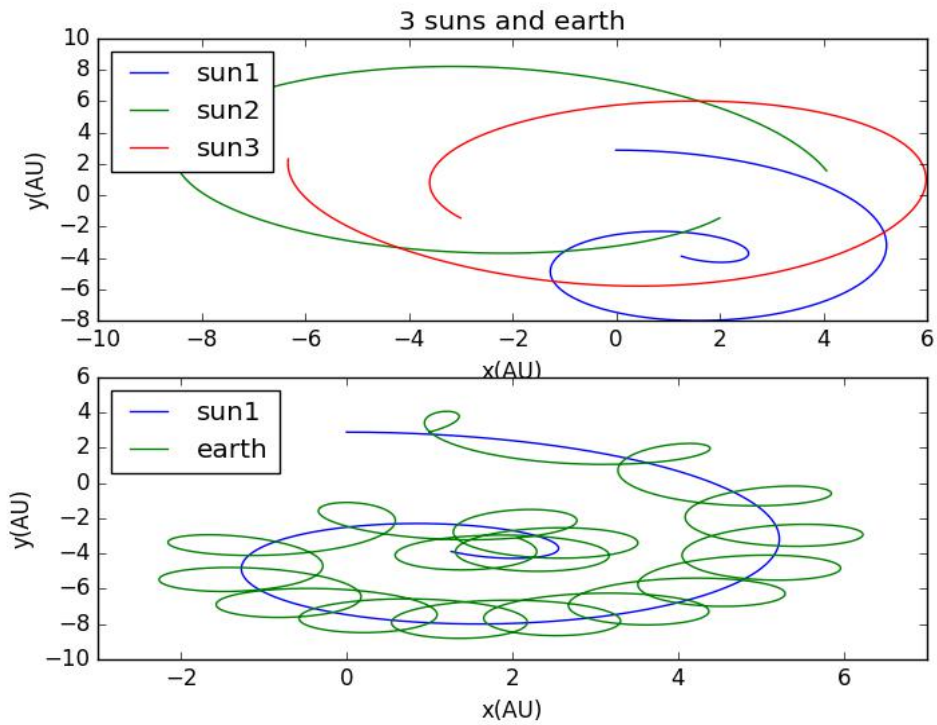
2.正文

在限制性三体问题(两个主天体 m_1, m_2 和一个小天体 m 。)的模型下，当小天体 m 在较小质量天体 m_2 周围其运动时，人们称 m 的运动为卫星型运动，简称 S 型运动。在太阳、地球和木星的三星系统中，之所以这个三体系统没有表现明显的混沌现象，是因为其中地球的质量太小了，对太阳和木星的影响只能算作围绕。这个系统的实质是太阳和木星组成的两体

系统。地球只是相当于一个“试探质点”的角色。当木星质量变为真实值的一百倍时太阳有了明显的运动，地球围绕着太阳运动。



这里我们假设太阳系中有三个太阳，观察其中地球的运动。其中，三个太阳之间距离为 5AU，地球与其中一个太阳距离为 1AU，得到以下结果：



第一张图为三颗太阳的运动轨迹。出现了混沌现象。

第二张图为地球与第一个太阳的轨迹。地球与之距离较近，围绕其运动。

3.结论

太阳系小行星和行星卫星系统的运动及稳定性问题,是太阳系动力演化的重要研究内容。本文通过一些假设得出以下结论:

- 1.在三星系统中,质量大的两个星体对于小质量的星体的运动是有影响的,而且如果增大其中一个的质量,这种影响会变大,小行星的运动也会变得混沌起来。
- 2.当有多于一个恒星时,如果其中一个离小行星很近的话,该小行星之后会围绕着该恒星运动。而如果小行星并不偏向任何恒星,其运动可能将变为混沌。

4.论文引用

[1]运动守恒量保持算法和牛顿核壳模型动力学研究 朱军芳, 南昌大学, 理论物理硕士

[2]太阳系小天体运动的稳定区域 赵长印, 中国科学院紫金山天文台; 刘林, 南京大学天文系

[3]天体力学中的两体问题 席小玲 江西宜川师专物理系

[4]参考了吴雨桥同学的第十二次作业

[5]参考了王世兴同学的第十一次作业