8.10　旅行商问题（TSP）

8.10.1 引言

旅行商问题（TSP）是一个经典的组合优化问题。经典TSP可以描述为：一个商品推销员要去若干个城市推销商品，该推销员从一个城市出发，需要经过所有城市后，回到出发地。应如何选择行进路线，以使总的行程最短。从图论的角度来看，该问题实质是在一个带权完全无向图中，找一个权值最小的Hamilton 回路。由于该问题的可行解是所有顶点的全排列，随着顶点数的增加，会产生组合爆炸，它是一个NP-完全问题。由于其在交通运输、电路板线路设计以及物流配送等领域内有着广泛的应用，国内外学者对其进行了大量的研究。早期的研究者使用精确算法求解该问题，常用的方法包括：分枝定界法、线性规划法和动态规划法等。但是，随着问题规模的增大，精确算法将变得无能为力，因此，在后来的研究中，国内外学者重点使用近似算法或启发式算法，主要有遗传算法、模拟退火算法、蚁群算法、禁忌搜索算法、贪婪算法和神经网络方法等。

8.10.2 问题与理论

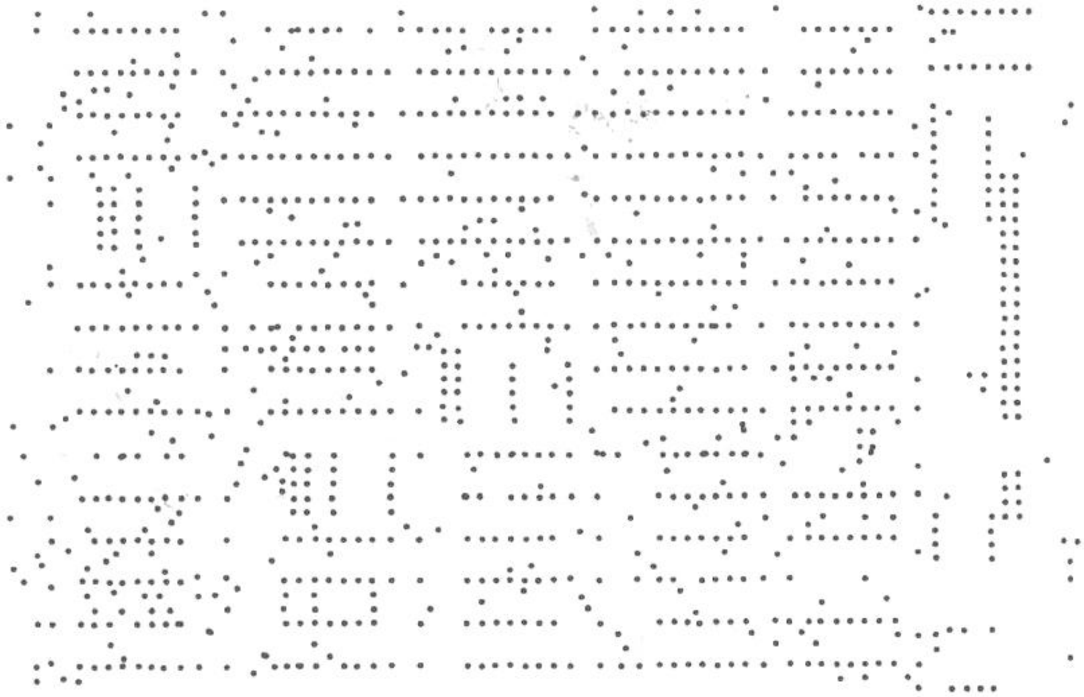
环游：给定一个有限点集V 和每对点u,v之间旅行费用c_{uv}，环游(tour)就是经过V中每个点恰好一次的圈。

TSP：　找一个最小费用的环游。

TSP 的图论模型：考虑一个完全图$G=(V,E)$，对$\forall e\in E$，定义费用c_{uv}，一个环游就是一个包含$G=(V,E)$所有顶点的圈，即称之为哈密顿圈。

TSP 是最著名的组合优化问题之一。综述文章阅读 Lawkler, Lenstra, Rinnooy Kan and Shmoys 1985 年的文章。

TSP 是 NP—难问题。但是，现在能解决许多比较大的实例。1994 年 8 月之前，能解决实例的顶点个数的记录是 7397 个。



1173 个顶点的一个 TSP 实例

定理 8.10：一个多重图 $G=(V,E)$ 是欧拉图的充分必要条件是

（a）$G=(V,E)$ 是连通的；

（b）V 中所有的顶点是偶度的。

证明：必要性显然。

充分性：对 $G=(V,E)$ 的边数 $|E|=m$ 用归纳法。$m=0$，则连通图 $G=(V,E)$ 只有一个顶点，且没有边，结论成立。假设边数小于 m 的多重图结论都成立，对于边数等于 m 的多重图 $G=(V,E)$ 满足（a）和（b），选取 G 的一个顶点 v 作起点，沿着 G 的边行走，每条边绝不通过两次，直到再次遇到 v 为止，得到一条迹。根据（b）这总是可能的。于是从 G 中去掉这条迹的各条边，我们得到若干个连通分图。由于每个顶点去掉了两条边，所以每个连通分图都仍然满足（a）和（b），因此，由归纳假设都是欧拉的，都存在欧拉迹。把各个分图的欧拉迹“附加”到开始的迹上就会形成原图 $G=(V,E)$ 的欧拉迹。充分性成立。

注：充分性证明方法是构造性的，可以用递归的方法在 $O(|E|)$ 时间内求出欧拉图的欧拉迹。

设 $(c_{ij})_{n\times n}$ 是费用矩阵，满足三角不等式。一个欧拉支撑图是个欧拉多重图 $G=(V,E)$，其中 $V=\{1,2,\cdots,n\}$，G 的费用为 $c(G)=\sum_{(i.j)\in E} c_{ij}$。

定理 8.11：如果图 $G=(V,E)$ 是个欧拉支撑图，则我们在 $O(|E|)$ 时间内找到 V 的

一个环游T满足$c(T)\le C(G)$。

证明：根据假设，$G=(V,E)$有一条欧拉迹W，因为W通过所有点至少一次，所以能写成$W=[a_0 i_1 a_1 i_2 a_2 i_3 \cdots i_n a_n]$，其中$T=[i_1 i_2 i_3 \cdots i_n]$是一个环游，而$a_0, a_1, a_2, \cdots, a_n$是$\{1,2,\cdots,n\}$中整数的一些序列（可能是空集）。我们称$W$被嵌入$G$中。由三角不等式得，对于任意$l\ge 1$，$c_{ik} \le c_{ij_1} + c_{j_1 j_2} + \cdots + c_{jm_{-1} j_m} + c_{j_m l}$。

所以，W的总长度，即$c(G)$满足：$c(G)\ge c_{ij_1} + c_{j_1 j_2} + \cdots + c_{jm_{-1} j_m} + c_{j_m l} = c(T)$。

注：在三角不等式的假设下，求最短环游问题等价于求最短欧拉支撑图问题。

8.10.3 算法

一、精确算法——分枝定界法

分枝定界法是一种用较好方式搜索的准枚举法，实质上就是按字典序枚举所有可能情形并结合剪枝(过滤)的办法。

例 由 A,B,C,D,E 中的三个不同字母构成的全部字符串，按字典序的排列：

ABC,ABD,ABE,ACD,ACE,ADE,BCD,BDE,CDE

分枝定界法

初始阶段：1. 将全部边按权由小到大排列；

2. 取前 n 边作为 S，置 d0:= ∞。(d0 为已考察的 H 回路中最短的路长)

迭代阶段：3 若 S 构成 H 回路且其路长 d(S)＜d0，则 d0:= d(S)。跳过比当前 d0 差的后续情形后, 用剩下未考察的第一组边作为 S，返回 3。

全部情形考察完毕时的 d0 即为最短 H 回路长度，取其值的那个 S 就是问题的解。

将一条边看作一个字符，步骤 1 已得各字符间的先后关系。对于长为 n 且各字符互异的所有字符串，本算法要按字典序的顺序逐一考察每一字符串。

计算要掌握两个要点：

1. 按字典序逐一考察各边集；

2. 每次考察完一个边集后，应考虑是否可以用过滤条件(当前 d0 值)跳过一些不必要情形的考察，因为比当前 d0 值差的情形不需考虑。

二、近似算法——“便宜”算法

分枝定界法虽可求得旅行售货员问题的准确最优解，但计算复杂度为 O(n!)，故对大型问题需寻找近似算法求解。

需采用近似算法往往需要增加一些限制，以便能够提高计算速度和近似程度：

(1) G 是无向正权图。

(2) 对图中任意的三点构成的三角形，其中任何两边之和大于第三边。

1. 树算法：

第 1 步：根据费用矩阵$(c_{ij})_{n\times n}$，求出最小支撑树$Tree$；

第 2 步：对$Tree$的每条边用两次，形成一个多重图G；
第 3 步：求出G的一条欧拉迹和一条嵌入环游。

定理 8.12：树算法是三角不等式 TSP 1-近似算法。
Christofides 算法（1976）

假设在完全图、费用非负且满足三角不等式的情况下，在任何已知的方法中，它具有最好的最坏情况的界：它总是产生一个费用至多是最优环游的$\frac{3}{2}$倍。

第 1 步：根据费用矩阵$(c_{ij})_{n\times n}$，求出最小支撑树$Tree$；

第 2 步：找出$Tree$的各奇度点，并在只有这些奇度点组成的完全图中求出最优完全匹配M。令G是个多重图，其中G以$\{1,2,\cdots,n\}$为点集，以$Tree$和M的所有边为边集；
第 3 步：求出G的一条欧拉迹和一条嵌入环游。

定理 8.13：Christofides 算法是三角不等式 TSP$\frac{1}{2}$-近似算法。

TSP 的启发式算法
启发式算法不能保证得到最优解，当有机会得到相当好的解。
TSP 的启发式算法有两类：
（1）试图一开始就直接构造一个"好的"环游——比较困难
（2）通过"局部"改进，逐步改善环游，最终得到一个"好的"环游——比较有效

2. 最近邻算法
算法：从任何顶点开始出发，访问还没有访问过的最近顶点，最后返回到起点。
算法性能：
（1）Johnson 等人 1997 年在 TSPLIB 上统计：1.26 倍。
可以构造四个顶点的例子，倍数为数倍。
（2）假设费用非负、满足三角不等式，Resenkrantz 等人 1977 年证明，不超过$\frac{1}{2}\lceil \log_2 n\rceil+\frac{1}{2}$倍，并且该倍数不能被改进。

3. 插入法
算法：
基本思路：提供了一组不同的环游构造启发式方法。以一个连接其中两个顶点的环游开始，然后使环游费用以一个最小的量增加的方式逐步加入剩余的顶点。
具体实现存在的不确定因素：（1）选择从哪两个顶点开始（2）在每个阶段选择哪个顶点加入。
最远、最近、最便宜插入法。

3.1 最远插入法（Farthest Insertion）

（1）以经过某条高费用边的两个端点作为初始环游；

（2）对每个没有被插入的顶点v，计算v与当前构造的环游中任何顶点之间最小费用，然后选择满足这个费用最大的顶点最为接下来要插入的顶点。

初始环游：取u,v满足$c_{uv}=\max\{c_{v_1v_2}:v_1\in V,v_2\in V\}$， $L_V=\{v_1,v_2\}$

第一步：对$\forall v\in V\setminus L_V$，计算$l_v=\min\{c_{vv'}:v'\in L_V\}$；

第二步：取$v*$满足$l_{v*}=\max\{l_v:v\in V\setminus L_V\}$；

第三步：将$v*$加入到环游中， $L_V:=L_V\bigcup\{v*\}$，转第一步。

3.2. 最近插入法（Nearest Insertion）：选择最近的顶点加入到环游中。

初始环游：取u,v满足$c_{uv}=\min\{c_{v_1v_2}:v_1\in V,v_2\in V\}$， $L_V=\{v_1,v_2\}$

第一步：对$\forall v\in V\setminus L_V$，计算$l_v=\min\{c_{vv'}:v'\in L_V\}$；

第二步：取$v*$满足$l_{v*}=\min\{l_v:v\in V\setminus L_V\}$；

第三步：将$v*$加入到环游中， $L_V:=L_V\bigcup\{v*\}$，转第一步。

3.3. 最便宜插入法（Cheapest Insertion）：选择使得环游增加最小的顶点加入到环游中。

初始环游：取u,v满足$c_{uv}=\min\{c_{v_1v_2}:v_1\in V,v_2\in V\}$， $L_V=\{v_1,v_2\}$

第一步：对$\forall v\in V\setminus L_V$，计算$L_V\bigcup\{v\}$的环游长度$l_v$；

第二步：取$v*$满足$l_{v*}=\min\{l_v:v\in V\setminus L_V\}$；

第三步：将$v*$加入到环游中， $L_V:=L_V\bigcup\{v*\}$，转第一步。

算法性能：

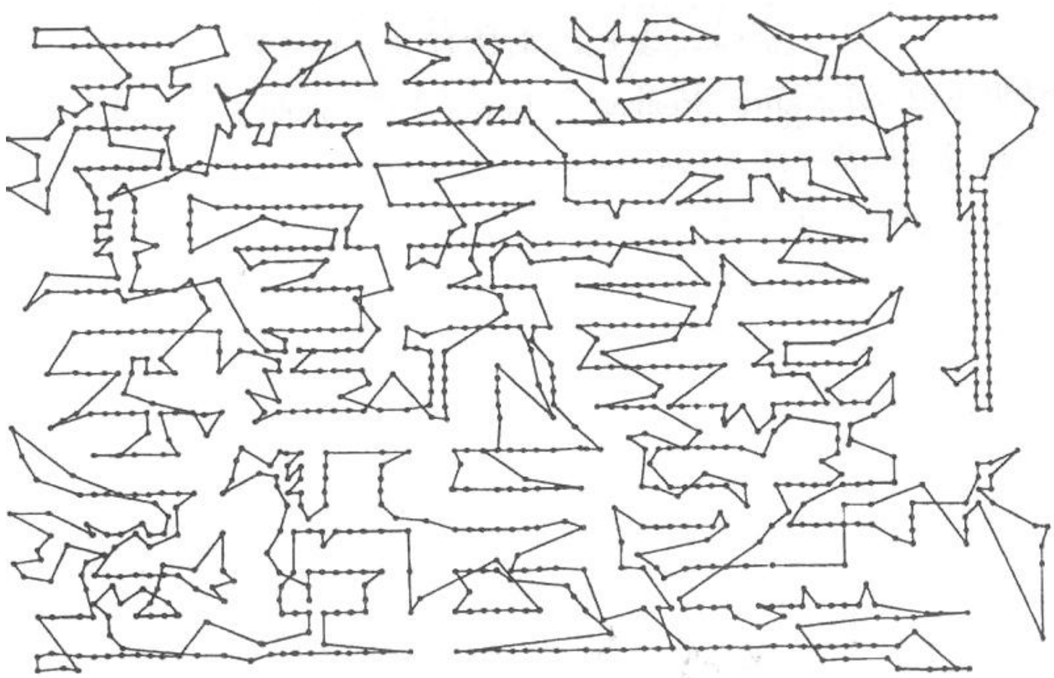
（1）通常情况下，最远插入法产生的解优于最近插入法和最便宜插入法产生的解；

（2）平均意义下，最远插入法产生的解大约是最优环游的 1.16 倍；

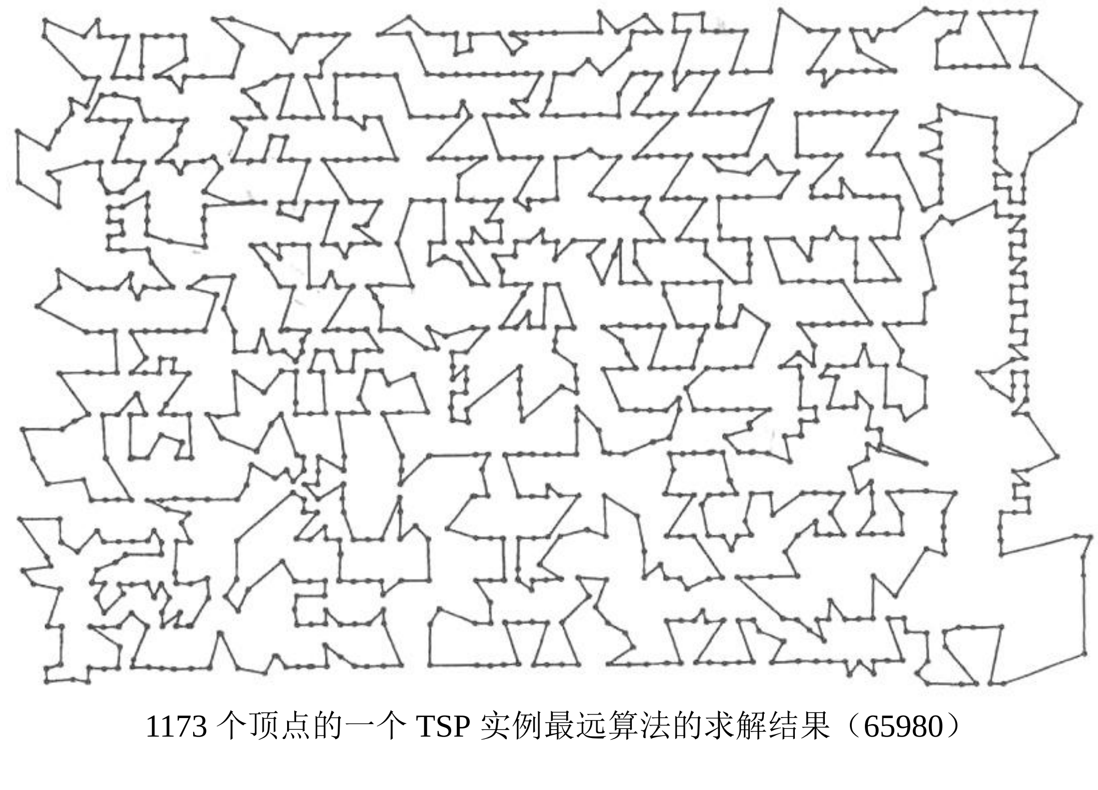
（3）对于有n个顶点的 TSP，边费用非负且满足三角不等式，任何插入启发式算法产生的解至多是最优环游的$\lceil\log n\rceil+1$倍；

（4）最近插入法和最便宜插入法产生的解至多是最优环游的 2 倍；

（5）没有已知的例子，能使得任何一个插入法得到的解是最优环游的 4 倍.



1173 个顶点的一个 TSP 实例最近邻算法的求解结果（72337）



1173 个顶点的一个 TSP 实例最远算法的求解结果（65980）

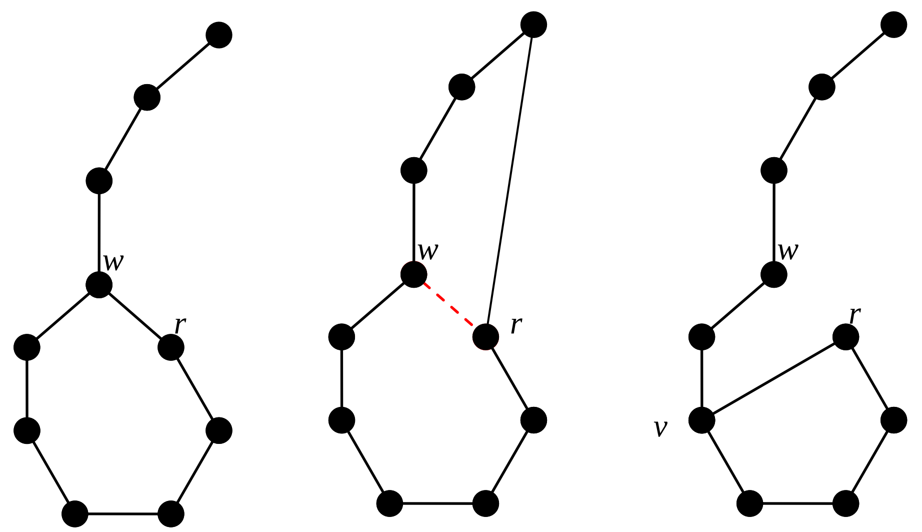
4.环游改进法：2—交换、3—交换和 k —交换

算法基本思路：设已有环游 T ，依次考虑 T 的每对非邻接边，用环游 T 外的两条更好的边代替。

算法效率：在 TSPLIB 中的问题，2—交换所产生的环游的费用大约是最优环游的 1.06 倍，3—交换所产生的环游的费用大约是最优环游的 1.04 倍。

环游改进法：Lin—Kernighan（1973）
实际效果极好的启发式算法，基本上是具有两个特征的k—交换算法：
（1）k的值允许改变；
（2）当一个改变被发现时，不必立即使用它，而是继续搜索，找到一个更大的改进。

定义：图G的δ—路：设图$G=(V,E)$，$|V|=n$，如果图G的一条路包含n条边、$n+1$个顶点，并且除了路上的最后一个顶点会在这条路的前面出现过外，其它顶点均不相同，则称这条路为图G的一条δ—路。



图G的一条δ-路P　　关于δ-路P的环游$T(P)$　　关于δ-路P的一个rv-转换P^{rv}

注：环游是一条特殊的δ—路，路上的最后一个顶点与第一个顶点相同的δ—路。

设P是一条δ—路而不是环游，w是路上的最后一个顶点，它在前面出现过，rw是路上的最后一条边。可以得到关于δ—路P的环游$T(P)$。同样可以得到关于δ—路P的一个rv-转换P^{rv}，它是一个新的δ路。

算法基本思路：从一个环游开始，构造一个非环游的δ—路序列，其中，每条都是前条通过一个rv-转换得到。对每条如此产生的δ—路P，计算关于此δ-路P的环游$T(P)$的费用。如果比已知的最好环游好，把它记住，当扫描完成时，它以在扫描中找到的最好的环游来替换开始的环游。

5. Lin—Kernighan 启发式算法：

第 1 步：（外循环　点/边对）对图$G=(V,E)$的每个顶点v及环游T的依次与v关联的两条边，对其中每条边uv执行第 2 步至第 5 步，得到一个改进。这个过程称为一次边扫描。

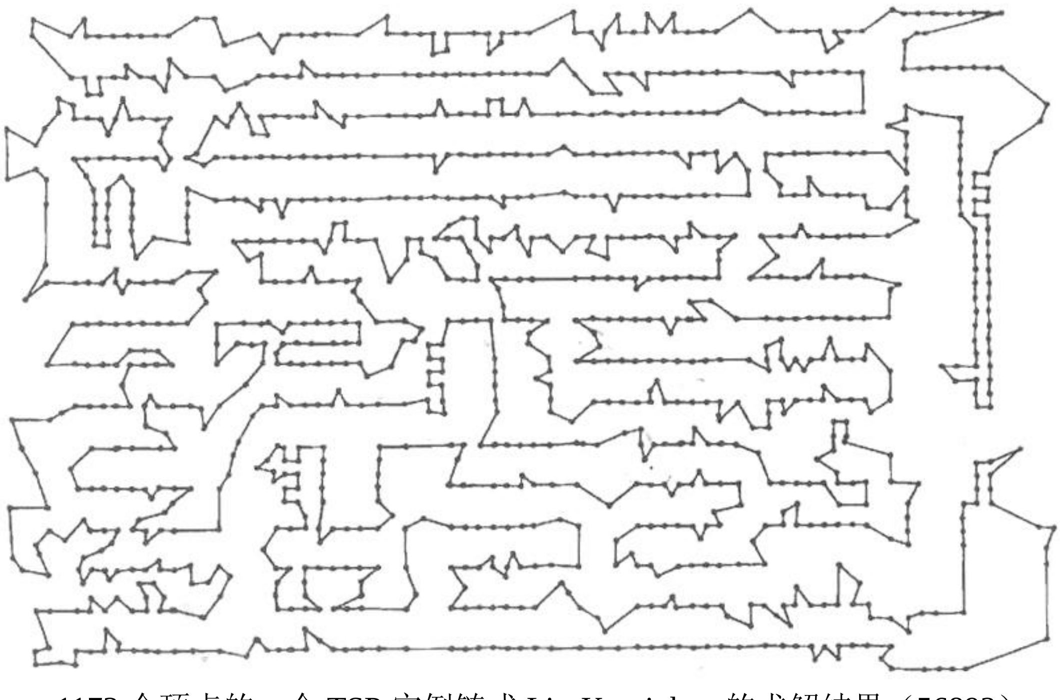
第 2 步：（初始化边扫描）找到的一个当前最好的环游T，令$u_0=u$。对某个$u_0 \neq v$，找到一个满足$c_{u_0w_0} \le c_{u_0v}$的w_0时，移去边u_0v，并加入边u_0w_0。如果这样的w_0找不到，则这次点/边对扫描完成，继续下一个点/边对扫描。

我们现在得到了一条δ—路P^0（满足最后一条边是u_0w_0）且$c(P^0) \le c(T)$。置$i=0$，转第 3 步。

第 3 步：（测试环游）构造环游$T(P^i)$，如果$c(T(P^i))$小于目前找到的最好的环游的费用，那么储存这个环游作为目前找到的最好的环游。转第 4 步。

第 4 步：（建立下一条δ—路）令u_{i+1}是P^i中w_i的邻点且属于连接w_i到u_i的子路。如果在此次迭代中，边w_iu_{i+1}是一条曾经加入到某条δ—路的边，则转第 5 步并停止这次扫描。否则，设法找到一个点w_{i+1}，满足$u_{i+1}w_{i+1}$不在T内并且当执行$u_{i+1}w_{i+1}$-转换时，我们得到的以$u_{i+1}w_{i+1}$为最后一条边的新的δ—路P^{i+1}的费用不大于T的费用。同样地，如果不能找到这样的w_{i+1}，转第 5 不并停止这次扫描。如果找到，置$i := i+1$，转第 3 步。

第 5：（结束点/边扫描）如果我们找到了一个环游，它的费用小于T的费用，那么用找到的这样的最小费用的环游替换T。如果仍然存在没有被测试的点/边组合，那么转第 2 不，尝试下一对。



1173 个顶点的一个 TSP 实例链式 Lin-Kernighan 的求解结果（56892）

下界

我们强调过在求解组合优化问题最优解的过程中最小最大关系的用途。由关系的“最大”那边提供的下界给出“最小”那边所给出的解的最优性的一个证明。但是，对 TSP 和许多其它一些同样难度的问题，没有这样的最小最大关系是已知的。在某些实际情况下，给出下界作为衡量一个提出的解的好坏的标准是重要的。

线性规划方法是估计 TSP 好的下界的最有效的方法。

令 x 是一个环游的特征向量，那么 x 满足

$x(\delta(v))=2$，对所有 $v\in V$，$0\le x_e\le 1$，对所有的 $e\in E$。

环游是上述系统的整数解，但上述系统的整数解不一定是环游，可能是几个不相交的圈。为此，需要增加不等式约束，使得对任给集合 S，$\phi\ne S\ne V$，任何环游必须既进入又离开集合 S，所以

$$x(\delta(S))\ge 2\text{，对所有 }\phi\ne S\ne V$$

这些不等式称之为子环游约束，它们禁止了“子环游”的出现。从而得到的 TSP 的 Danzig, Fulkerson 和 Johnson 松弛为

$$\begin{aligned}&\min\sum_{e\in E}c_e x_e\\ &s.t.\quad x(\delta(v))=2,\forall v\in V\\ &\qquad x(\delta(S))\ge 2,\forall S,\phi\ne S\ne V\\ &\qquad 0\le x_e\le 1,\forall e\in E\end{aligned}\qquad\text{（LP）}$$

显然：上述(LP)的任何整数可行解都是环游，因此(LP)的最优值是 TSP 费用的一个下界，称之为子环游界。

注意：约束 $x(\delta(S))\ge 2$（对所有 $\phi\ne S\ne V$）有指数个。假设 $|S|\le|V|/2$，那么约束个数大约是 $2^{|V|-1}$ 个。

用割平面方法来求解这个问题。

近几年，研究人员试图运用各种方法对TSP进行求解，但是，由于对TSP特性的认识的加深，试图使用精确算法求解TSP的研究基本销声匿迹，取而代之的是各种近似方法；试图使用单一方法求解TSP问题的研究在减少，而使用多种方法结合的研究逐渐占据了研究的主流。纵观近几年的研究成果，研究者主要使用了以下几种方法对TSP进行了研究：

（1）使用各种纯数学的方法构造时间复杂度为多项式的近似算法。

（2）使用常规的启发式算法：通常首先构造一个所有顶点回路，然后使用2-opt、3-opt和其它局部优化方法对回路进行优化。

（3）使用遗传算法、蚁群算法、模拟退火算法、粒子群算法和神经网络等仿自然算法。

由于遗传算法、蚁群算法和粒子群算法具有较强的群体搜索能力，但同时又

存在可能陷入局部最优的问题，因而研究者通常将其它搜索算法和这些算法相结合以构造更高效的混合算法。神经网络和自组织图由于具有自学习、联想存储功能和高速寻找优化解的能力，使用它们和其它方法相结合的研究得到了研究者的重视。

由于TSP的广泛的实际应用背景，未来相当长时间内，TSP仍将是算法研究领域的一个热点问题。但是除非有新的解决组合优化问题的算法框架出现，各种仿自然的算法结合局部优化的算法思想仍将是研究的重点。结合实际问题设计适当的操作算子和局部优化策略以构造混合算法仍将是解决TSP的重要途径。在现行的利用仿自然算法对TSP进行的研究中，解的表示方法似乎已经成为限制突破的一个瓶颈，如果能够设计出新型的更易产生更优解的解的表示方法，并据此设计出求解方法，将是TSP算法研究的突破。

参考文献

[1]Carpaneto G, Toth P. Some New Branching and Bounding Criteria for the Asymmetric Traveling Salesman Problem [J]. Management Science, 1980,(26).

[2]Dantzig G B. Solution of a Large Scale Traveling Salesman Problem [J]. Operations Research, 1954,(2).

[3]Bellman R. Dynamic Programming Treatment of the Traveling Salesman Problem [J], J.ACM,1962,(9).

[4]Grefenstette J J, Gopal R, Rosmaita B, et al. Genetic Algorithms for Traveling Salesman Problem[A[. In: Proceedings of an International Conference on Genetic Algorithms and Their Applications[C], 1985.

[5]谢秉磊,李良,郭耀煌.求解配送/收集旅行商问题的模拟退火算法[J].系统工程理论方法应用,2002,(11).

[6]Cheng-Fa Tsai,Chun-Wei Tsai,Ching-Chang Tseng. A new hybrid heuristic approach for solving large traveling salesman problem [J].Information Sciences, 2004,(166).

[7]贺一,等.禁忌搜索算法求解旅行商问题研究[J].2002,(3).

[8]Gregory Gutin,Anders Yeo. Polynomial approximation algorithms for the TSP and the QAP with a factorial domination number[J]. Discrete Applied Mathematics, 2002,(119).

[9]E.M.Cochrane,J.E.Beasley.The co-adaptive neural network approach to the Euclidean Traveling Salesman Problem [J]. Neural Networks, 2003,(16).

[10]V.Deineko.New exponential neighborhood for polynomially solvable TSPs[J] . Electronic Notes in Discrete Mathematics. 2004,(17).

[11]Hans-Joachim Bŏckenhauer, Juraj Hromkovi.c, RalfKlasing,et al. Towards the notion of stability of approximation for hard optimization tasks and the traveling salesman problem[J].Theoretical Computer Science, 2002,(285).

[12]Jérôme Monnot.Differential approximation results for the traveling salesman and related problems [J]. Information Processing Letters, 2002,(82).

[13]Forbes J.Burkowski. Proximity and priority: applying a gene expression algorithm to the Traveling Salesperson Problem [J]. Parallel Computing, 2004,(30).

[14]姜昌华, 胡幼华.一种求解旅行商问题的高效混合遗传算法[J].计算机工程与应用,2004,(22).

[15]郑立平,郝忠孝.基于混合杂交的遗传算法求解旅行商问题[J].计算机工程,2005,(20).

[16]李炳宇,萧蕴诗.基于模式求解旅行商问题的蚁群算法[J].同济大学学报,2003,(11).

[17]高尚.解旅行商问题的混沌蚁群算法[J].系统工程理论与实践,2005,(9).

[18]孙燮华.用模拟退火算法解旅行商问题[J].中国计量学院学报,2005,(1).

[19]庞巍,等.模糊离散粒子群优化算法求解旅行商问题[J].小型微型计算机系统,2005,(8).

[20]黄岚,等.粒子群优化算法求解旅行商问题[J].吉林大学学报(理学版),2003,(4).

[21]谭皓,等.一种基于子群杂交机制的粒子群算法求解旅行商问题[J].系统工程,2005,(4).

[22]高尚,等.求解旅行商问题的混合粒子群优化算法[J].控制与决策,2004,(11).

[23]Yanping Bai,Wendong Zhang, Zhen Jin.A new self-organizing maps strategy for solving the traveling salesman problem [J].Chaos, Solitons and Fractals, 2006,(28).

[24]Wen Dong Zhang, Yan Ping Bai, Hong Ping Hu.The incorporation of an efficient initialization method and parameter adaptation using self-organizing maps to solve the TSP[J]. Applied Mathematics and Computation, 2006,(172).

[25]Mérida-Casermeiro E., Galún-Marín G., Munŏz-Peréz, J. (2001). An efficient multivalued Hopfield network for the traveling salesman problem. Neural Processing Letters, 14.

[26]陆生勋,Hopfield 网络解旅行商问题的动态消元算法[J].浙江大学学报(理学版),2005,(3).

[27]Kwong-Sak Leung , Hui-Dong Jin, Zong-Ben Xu.An expanding self-organizing neural network for the traveling salesman problem[J]. Neurocomputing, 2004,(62).

[28]万颖瑜,等.SizeScale: 求解旅行商问题(TSP)的新算法[J].计算机研究与发展,2002,(10).

[29]闻振卫.一个关于非对称距离的旅行商问题的迭代算法[J], 运筹与管理,2003,(2).

[30]Sang-Ho Kwon, Hun-Tae Kim, Maing-Kyu Kang.Determination of the candidate arc set for the asymmetric traveling salesman problem[J].Computers & Operations Research ,2005,(32).

[31]In-Chan Choi, Seong-In Kim, Hak-Soo Kim.A genetic algorithm with a mixed region search for the asymmetric traveling salesman problem[J]. Computers & Operations Research,2003,(30).

[32]Gregory Gutin,Anders Yeo. TSP tour domination and Hamilton cycle decompositions of regular digraphs[J]. Operations Research Letters,2001,(28).
[33]F. Glover, A.P. Punnen, The traveling salesman problem: new solvable cases and linkages with the development of approximation algorithms,[J]. Oper. Res. Soc. 1997,(48).
[34]Hipólito Hernández-Pérez, Juan-José Salazar-González. A branch-and-cut algorithm for a traveling salesman problem with pickup and delivery[J]. Discrete Applied Mathematics, 2004,(145).
[35]霍佳震.张磊.求解配送/收集旅行商问题的启发式算法[J]. 同济大学学报(自然科学版),2006,(1).
[36]Hong Qu, Zhang Yi, Hua Jin Tang, A columnar competitive model for solving multi-traveling salesman problem[J]. Chaos,Solitons and Fractals,2005,(27).
[37]代坤,鲁士文,蒋祥刚.基于遗传算法的多人旅行商问题求解[J].计算机工程,2004,(16).
[38]Arthur E. Carter, Cliff T. Ragsdale. A new approach to solving the multiple traveling salesperson problem using genetic algorithms [J].European Journal of Operational Research, 2005,(167).
[39]宁爱兵,等.大规模旅行商问题的竞争决策算法[J]. 计算机工程,2005,(9).
[40]Samuel A. Mulder, Donald C. Wunsch II. Million city traveling salesman problem solution by divide and conquer clustering with adaptive resonance neural networks[J].Neural Networks,2003,(16).
[41]Dorabela Gamboa, César Rego, Fred Glover. Data structures and ejection chains for solving large-scale traveling salesman problems [J].European Journal of Operational Research, 2005,(160).
[42]Andrzej Jaszkiewicz. Genetic local search for multi-objective combinatorial optimization[J]. European Journal of Operational Research,2002,(137).
[43]游道明,等.用蚂蚁算法解决多目标 TSP 问题[J].小型微型计算机系统,2003,(10).
[44]谢秉磊,等.刘建新.约束旅行商问题的启发式遗传算法[J].西南交通大学学报,2001,(2).
[45]宁爱兵,等.基于快速下界估算的瓶颈旅行商问题竞争决策算法[J].上海理工大学学报,2005,(3).