第 5 次作业题

1. 将下述问题归结为原始形式的最大流问题，从而著名它们有多项式算法：

（1） 网络中有多个发点和多个收点的最大流问题。

（2） 无向网络中的最大流问题。

（3） 弧与节点上均有容量限制的最大流问题。

（4） 网络是无向的，并且节点上有容量限制的最大流问题。

2. 给出判断一个图$G=(V,E)$是否为二部图的一个$O(|E|)$时间算法。

3. 证明二部图中最大匹配中的边书，等于覆盖所有边的最小点集（即每条边至少有一个端点在这个集合里）的点数。

4. 举例说明，即使一个图其边的权都是正的（步必是完全图），它的最大权匹配未必是最大基数匹配。

5. 一个图$G=(V,E)$的边覆盖是边集E的一个子集C，使得

$$V=\bigcup_{(u,v)\in C}\{u,v\}$$

假若$G=(V,E)$无孤立点，证明$G=(V,E)$的最小边覆盖C与$G=(V,E)$的最大匹配M有下述关系：

$$|C|=|V|-|M|$$

并$G=(V,E)$给出求$G=(V,E)$最小边覆盖的一个有效算法。

6. 把赋权图的最小费用的边覆盖问题归结为赋权的匹配问题，从而给出一个多项式算法。