

具有强相容参数估计的多变量 自校正前馈控制器¹⁾

柴天佑

(东北工学院自控系)

摘 要

本文提出了一种新的自校正前馈控制器。该控制器具有如下优点：1) 可以控制具有任意传输延时结构的随机多变量系统；2) 可以控制开环不稳定或非最小相位系统；3) 不加积分作用可以自适应消除偏差和可测干扰对输出的影响，消除跟踪误差；4) 具有全局稳定特性；5) 参数估计具有强相容性。

关键词：自校正控制，前馈控制，多变量系统，全局收敛性，参数估计的相容性。

一、前 言

多变量自校正调节器^[1]和控制器^[2]只能控制具有相同传输延时的系统。文[3]使用系统的关联矩阵提出可以控制具有任意传输延时的系统的随机自适应算法，但缺少全局收敛性分析。随机多变量自适应算法^[4,5]具有全局收敛特性，但要求预先知道系统的关联矩阵。

在自适应控制中消除可测干扰和偏差影响的方法是引入积分作用，但可能会使某些系统不稳定^[6]。文[7]提出了消除可测干扰的新方法。该方法要求参数估计强相容。另外，参数估计的强相容可以增加自适应系统的鲁棒性。一般全局收敛的自适应算法不能保证参数估计收敛于真值。文[8,9]提出用衰减激励方法来保证参数估计的强相容性。

本文在文[5,8]的基础上提出了一种新的多变量自校正前馈控制器，证明了它具有全局收敛性和参数估计强相容，最后给出仿真实验结果。

二、基于广义最小方差策略的前馈控制器

设线性多变量离散系统用 ARMAX 模型

$$A(z^{-1})\mathbf{y}(t) = B(z^{-1})\mathbf{u}(t) + B_2(z^{-1})\mathbf{v}(t) + d + C(z^{-1})\boldsymbol{\xi}(t) \quad (2.1)$$

来描述。其中 \mathbf{u} , \mathbf{y} 和 \mathbf{v} 是 n 维输入、输出和可测干扰向量； d 是 n 维偏差向量； $\boldsymbol{\xi}(t)$

本文于1987年6月15日收到。

1) 国家自然科学基金项目。

为系统的驱动噪声向量,且满足

$$E(\xi(t)/F_{t-1}) = 0, \text{ a.s.}, \sup_t E(\|\xi(t)\|^2/F_{t-1}) < \infty, \text{ a.s.},$$

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \|\xi(t)\|^2 < \infty, \text{ a.s.} \quad (2.2)$$

式中 F_t 表示非降子 σ -代数族. A, B, B_2 和 C 是单位后移算子 z^{-1} 的矩阵多项式, $A(0) = C(0) = I, B(0) = B_2(0) = 0, B$ 为

$$B(z^{-1}) = [z^{-k_{ij}} B_{ij}(z^{-1})], k_{ij} \geq 1, B_{ij}(z^{-1}) = \sum_{l=0}^{n_{bij}} b_{ijl} z^{-l}, b_{ij0} \neq 0.$$

关于系统(2.1)作如下假设:

A1. 延时 k_{ij} 已知;

A2. $\text{rank } B(z^{-1}) = n, \det C(z^{-1}) \neq 0 \quad |z| \geq 1$;

A3. $(D(z^{-1})B_d(z^{-1}))^{-1}B_2(z^{-1})$ 为真, $D(z^{-1})$ 和 $B_d(z^{-1})$ 由(2.3), (2.4)式给出.

文[10]指出: 如果 $\text{rank } B(z^{-1}) = n$, 且 k_{ij} 已知, 一定可以找到 $D(z^{-1})$ 和 $K(z^{-1})$, 使

$$\lim_{z \rightarrow \infty} D(z^{-1})^{-1} B(z^{-1}) K(z^{-1}) = K_b, \det K_b \neq 0. \quad (2.3)$$

其中 $D(z^{-1}) = \text{diag}(z^{-k_i}), k_i \geq 1, K(z^{-1}) = \text{diag}(z^{-d_i}), d_i \geq 0, k = \max_{1 \leq i \leq n} k_i$. 于是采用文[10]的方法找到 $D(z^{-1})$ 和 $K(z^{-1}), B(z^{-1})$ 可以变换为

$$B(z^{-1}) = D(z^{-1}) B_d(z^{-1}) K(z), \quad (2.4)$$

式中 $K(z) = K(z^{-1})^{-1} = \text{diag}(z^{d_i}); B_d(z^{-1}) = [z^{-\bar{k}_{ij}} B_{ij}(z^{-1})]; \bar{k}_{ij} = k_{ij} - k_i + d_i \geq 0$. 由(2.3)式和(2.4)式知, $B_d(0)$ 非奇异. 于是(2.1)式为

$$A(z^{-1})y(t) = D(z^{-1})B_d(z^{-1})\bar{u}(t) + B_2(z^{-1})v(t) + d + C(z^{-1})\xi(t). \quad (2.5)$$

式中 $u(t) = K(z^{-1})\bar{u}(t)$. 引入下列性能指标:

$$J = E(\|e(t+k)\|^2/F_t) = E(\|P(z^{-1})\bar{D}(z)y(t) - R(z^{-1})w(t) + Q(z^{-1})\bar{u}(t) + S(z^{-1})v(t) + b\|^2/F_t), \quad (2.6)$$

式中 $w(t)$ 是 n 维已知有界参考输入向量; P, R, Q, S 是 z^{-1} 的加权矩阵多项式, $P(0) = I; b$ 是 n 维待定常数向量; $\bar{D}(z) = z^k D(z^{-1})$.

引理 2.1. $\bar{y}(t+k) = P(z^{-1})\bar{D}(z)y(t)$ 的最优预报 $\bar{y}^*(t+k/t)$ 满足

$$\tilde{C}(z^{-1})\bar{y}^*(t+k/t) = \tilde{G}(z^{-1})y(t) + \tilde{H}(z^{-1})\bar{u}(t) + \tilde{F}(1)d + \tilde{N}(z^{-1})v(t), \quad (2.7)$$

$$\bar{y}^*(t+k/t) = \bar{y}(t+k) - F(z^{-1})\xi(t+k), \quad (2.8)$$

式中 z^{-1} 的矩阵多项式 $\tilde{C}, \tilde{G}, \tilde{H}, \tilde{F}, \tilde{N}$ 由下式给出:

$$C(z^{-1})\bar{A}(z^{-1}) = A(z^{-1})\bar{C}(z^{-1}), \det \bar{C}(z^{-1}) = \det C(z^{-1}), \bar{C}(0) = C(0) = I, \quad (2.9)$$

$$P(z^{-1})D(z^{-1})\bar{C}(z^{-1}) = F(z^{-1})\bar{A}(z^{-1}) + z^{-k}G(z^{-1}), F(z^{-1}) = F_0 + F_1 z^{-1} + \dots + F_{k-1} z^{-k+1}, \quad (2.10)$$

$$\tilde{C}(z^{-1})F(z^{-1}) = \tilde{F}(z^{-1})C(z^{-1}), \det \tilde{C}(z^{-1}) = \det C(z^{-1}), \tilde{C}(0) = C(0) = I, \quad (2.11)$$

$$\tilde{C}(z^{-1})G(z^{-1}) = \tilde{G}(z^{-1})\bar{C}(z^{-1}), \tilde{H}(z^{-1}) = z^k \tilde{F}(z^{-1})D(z^{-1})B_d(z^{-1}),$$

$$\tilde{N}(z^{-1}) = z^k \tilde{F}(z^{-1}) B_d(z^{-1}). \quad (2.12)$$

证明. 采用类似文献[5]的方法可证引理 2.1.

定理 2.1. (1)使性能指标(2.6)式取得极小值的最优控制律为

$$\bar{\mathbf{y}}^*(t+k/t) = R(z^{-1})\mathbf{w}(t) - Q(z^{-1})\bar{\mathbf{u}}(t) - S(z^{-1})\mathbf{v}(t) - b. \quad (2.13)$$

(2.6) 式的极小值为

$$J = E(\|\mathbf{e}(t+k)\|^2/F_t) = E(\|F(z^{-1})\xi(t+k)\|^2/F_t) = \gamma^2. \quad (2.14)$$

(2) 闭环系统方程为

$$\begin{aligned} [P\bar{D}(z) + Q(DB_d)^{-1}A]\mathbf{y}(t) &= R\mathbf{w}(t) + [Q(DB_d)^{-1}B_2 - S]\mathbf{v}(t) \\ &+ [Q(DB_d)^{-1}d - b] + [Q(DB_d)^{-1}C + F]\xi(t+k). \end{aligned} \quad (2.15)$$

证明. 类似文[5]的证明.

由(2.15)式知 P 和 Q 的选择关系到闭环系统的稳定性. (2.6)式中引入 S 和 b 才能不加积分器而消除可测干扰和偏差对输出的影响. 下面给出一种保证系统的稳定性、消除误差的选择加权项的方法. 离线选择

$$P = I, Q = \lambda I, \lambda \geq 0 \text{ 且 } \det [D(z^{-1})B_d(z^{-1})\bar{D}(z) + \lambda A(z^{-1})] \neq 0, |z| \geq 1, \quad (2.16)$$

在线选择 S, b 和 R 为

$$S = \lambda(DB_d)^{-1}B_2|_{z=1} = \lambda\tilde{H}(1)^{-1}\tilde{N}(1), \quad (2.17)$$

$$b = \lambda(DB_d)^{-1}d|_{z=1} = \lambda\tilde{H}(1)^{-1}\tilde{F}(1)d, \quad (2.18)$$

$$R = I + \lambda(DB_d)^{-1}A|_{z=1} = I + \lambda\tilde{H}(1)^{-1}\tilde{F}A(1), \tilde{F}A(1) = I - \tilde{G}(1). \quad (2.19)$$

三、自校正控制算法

由(2.7)式, (2.8)式和(2.13)式可得控制器参数的辨识方程和控制律方程

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{y}}(t) &= \tilde{G}\mathbf{y}(t-k) + \tilde{H}\bar{\mathbf{u}}(t-k) + \tilde{N}\mathbf{v}(t-k) - \tilde{C}^*\bar{\mathbf{y}}^*(t/(t-k)) \\ &+ \tilde{F}(1)d + F\xi(t), \end{aligned} \quad (3.1)$$

$$\begin{aligned} \tilde{G}\mathbf{y}(t) + \tilde{H}\bar{\mathbf{u}}(t) + \tilde{N}\mathbf{v}(t) - \tilde{C}^*\bar{\mathbf{y}}^*(t/(t-k)) + \tilde{F}(1)d \\ = R\mathbf{w}(t) - Q\bar{\mathbf{u}}(t) - S\mathbf{v}(t) - b, \end{aligned} \quad (3.2)$$

式中 $\tilde{C}^*(z^{-1}) = \tilde{C}(z^{-1}) - \tilde{C}(0)$.

自校正控制算法:

$$\hat{\Theta}(t) = \hat{\Theta}(t-k) + \frac{\mathbf{x}(t-k)}{r(t-k)} [\bar{\mathbf{y}}(t)^T - \mathbf{x}(t-k)^T \hat{\Theta}(t-k)], \quad (3.3)$$

$$r(t-k) = 1 + \sum_{i=1}^{t-k} \mathbf{x}(i)^T \mathbf{x}(i), r(0) = 1, \quad (3.4)$$

$$\hat{\Theta}(t)^T \mathbf{x}(t) = \bar{\mathbf{y}}^*(t+k), \quad (3.5)$$

式中 $\hat{\Theta}(t)$ 是参数矩阵 Θ 在 t 时刻的递推估计值,

$$\Theta = [\tilde{G}_0, \tilde{G}_1, \dots; \tilde{H}_0, \tilde{H}_1, \dots; \tilde{N}_0, \tilde{N}_1, \dots; \tilde{C}_1, \tilde{C}_2, \dots; \tilde{F}(1)d]^T;$$

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t) &= [\bar{\mathbf{y}}(t)^T, \bar{\mathbf{y}}(t-1)^T, \dots; \bar{\mathbf{u}}(t)^T, \bar{\mathbf{u}}(t-1)^T, \dots; \mathbf{v}(t)^T, \mathbf{v}(t-1)^T, \dots; \\ &- \mathbf{x}(t-1)^T \hat{\Theta}(t-1), -\mathbf{x}(t-2)^T \hat{\Theta}(t-2), \dots; 1]^T; \end{aligned}$$

$$\mathbf{y}^*(t+k) = R\mathbf{w}(t) - Q\bar{\mathbf{u}}(t) - S\mathbf{v}(t) - b. \quad (3.6)$$

上述算法中的 P 和 Q 由(2.16)式离线选取, S , b 和 R 由(2.17)式—(2.19)式在线选取. 由(3.5)式求出的 $\bar{\mathbf{u}}(t)$ 和 $K(z^{-1})$ 可以求得 $\mathbf{u}(t)$. 在辨识算法(3.3)式和(3.4)式中的 $\mathbf{u}(t)$ 由下面给出的 $\mathbf{u}^*(t)$ 来代替:

$$\mathbf{u}^*(t) = \mathbf{u}(t) + \mathbf{v}(t), \quad (3.7)$$

式中 $\mathbf{v}(t)$ 是衰减激励信号, 由下式给出:

$$\mathbf{v}(t) = \frac{\boldsymbol{\alpha}(t)}{\log^{\delta/2} t}, \quad \forall t \geq 2, \quad \mathbf{v}(1) = 0, \quad \delta \in \left(0, \frac{1}{4(nn_a + s + k)}\right),$$

$$s = \max[n_g, n_h, n_n, n_e], \quad (3.8)$$

$\boldsymbol{\alpha}(t)$ 是任意独立于 $\boldsymbol{\xi}(t)$ 的 n 维随机序列, 满足

$$E\boldsymbol{\alpha}(t) = 0, E\boldsymbol{\alpha}(t)\boldsymbol{\alpha}(t)^T = \varepsilon I, 0 < \varepsilon \leq 1, E\|\boldsymbol{\alpha}(t)\|^3 < \infty. \quad (3.9)$$

显然 t 趋于无穷时, $\mathbf{v}(t)$ 趋于零而且其方差大小可由 ε 的取值决定, ε 可根据实际系统所允许的范围来确定.

四、全局收敛性和参数估计的强相容性分析

引理 4.1. 自校正算法(3.3)式—(3.9)式应用于系统(2.1)式时, 输入输出的动态特性为

$$(\tilde{B}P\bar{D} + \tilde{Q}A)\mathbf{y}(t) = \tilde{B}\mathbf{e}(t+k) + \tilde{B}R\mathbf{w}(t) + (\tilde{Q}B_2 - \tilde{B}S)\mathbf{v}(t) + \tilde{Q}(1)d - \tilde{B}(1)b + \tilde{Q}B\mathbf{v}(t) + \tilde{Q}C\boldsymbol{\xi}(t), \quad (4.1)$$

$$(\tilde{P}\bar{D}B_d + \tilde{A}Q)\bar{\mathbf{u}}(t) = \tilde{A}\mathbf{e}(t+k) + \tilde{A}R\mathbf{w}(t) - (\tilde{P}\bar{D}B_2 + \tilde{A}S)\mathbf{v}(t) - \tilde{P}\bar{D}(1)d - \tilde{A}(1)b - \tilde{P}\bar{D}B\mathbf{v}(t) - \tilde{P}\bar{D}C\boldsymbol{\xi}(t), \quad (4.2)$$

式中 $\tilde{A}(z^{-1})P\bar{D}(z^{-1}) = \tilde{P}\bar{D}(z^{-1})A(z^{-1})$, $\det \tilde{A}(z^{-1}) = \det A(z^{-1})$,

$$\tilde{B}(z^{-1})Q(z^{-1}) = \tilde{Q}(z^{-1})DB_d(z^{-1}), \det \tilde{B} = \det DB_d. \quad (4.3)$$

证明. 由(2.6)式得 $\mathbf{e}(t+k)$ 的表达式, 分别左乘 \tilde{A} 和 \tilde{B} , 并使用(4.3)式、(2.1)式和(3.7)式, 整理后可得(4.1)式和(4.2)式.

引理 4.2. 如果 $\tilde{C}(z^{-1}) - \frac{1}{2}I$ 严格正实, 对于任意初值 $\hat{\Theta}(0)$, 如果 $\phi(t+k, 0) \rightarrow 0$ 则有 $\hat{\Theta}(t+k) \xrightarrow[t \rightarrow \infty]{} \Theta$. 其中

$$\phi(t+k, i) = \left(I - \frac{\mathbf{x}(t)\mathbf{x}(t)^T}{r(t)}\right) \phi(t, i), \phi(i, i) = I. \quad (4.4)$$

证明. 定义

$$\tilde{\Theta}(t) = \Theta - \hat{\Theta}(t),$$

$$\mathbf{z}(t) = \mathbf{e}(t) - F(z^{-1})\boldsymbol{\xi}(t) = \bar{\mathbf{y}}(t) - \hat{\Theta}(t-k)^T \mathbf{x}(t-k) - F(z^{-1})\boldsymbol{\xi}(t), \quad (4.5)$$

由 $\mathbf{x}(t)$ 的定义和(4.5)式知 $\mathbf{x}(t) = \mathbf{x}(t)_0 + \mathbf{x}(t)_z$, 其中

$$\mathbf{x}(t)_0 = [\mathbf{y}(t)^T, \mathbf{y}(t-1)^T, \dots; \bar{\mathbf{u}}^*(t)^T, \bar{\mathbf{u}}^*(t-1)^T, \dots; \mathbf{v}(t)^T, \mathbf{v}(t-1)^T, \dots;]$$

$$F(z^{-1})\boldsymbol{\xi}(t+k-1) - \bar{\mathbf{y}}(t+k-1)^T, F(z^{-1})\boldsymbol{\xi}(t+k-2)^T - \bar{\mathbf{y}}(t+k-2)^T, \dots; 1],$$

$$\mathbf{x}(t)_z = [0, 0, \dots; 0, 0, \dots; 0, 0, \dots; \mathbf{z}(t+k-1)^T, \mathbf{z}(t+k-2)^T; \dots; 0]^T.$$

采用文献[8]中定理 2.1 的证明方法可证引理 4.2.

定理 4.1. 假定系统(2.1): 1) A, B, B_2, d, C 左互质, $A(z^{-1})$ 满秩; 2) $\tilde{G}, \tilde{H}, \tilde{N}, \tilde{C}$ 的阶次 n_g, n_h, n_n 和 n_c 的上界已知; 3) $\tilde{C}(z^{-1}) - \frac{1}{2}I$ 严正实且 $\mathbf{u}^*(t) = \mathbf{u}(t) + \mathbf{v}(t)$,

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \sup \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N [\|\mathbf{u}(t)\|^2 + \|\mathbf{y}(t)\|^2] < \infty. \quad (4.6)$$

式中 $\mathbf{v}(t)$ 由(3.7)式和(3.8)式给出, $\mathbf{u}(t)$ 由(3.5)式产生, 那么 $\hat{\Theta}(t) \xrightarrow[t \rightarrow \infty]{} \Theta$, a. s..

证明. 引理 4.2 表明要证明 $\hat{\Theta}(t) \xrightarrow[t \rightarrow \infty]{} \Theta$, 只要证 $\phi(t+k, 0) \xrightarrow[t \rightarrow \infty]{} 0$. 由文[9]的引理 3 可知, 证明 $\phi(t+k, 0) \xrightarrow[t \rightarrow \infty]{} 0$, 等价于证

$$r(t+k)/r(t) \leq M(\log r(t))^a, \text{ a.s.},$$

$$\frac{\lambda_{\max} \left(\sum_{t=1}^n \mathbf{x}(t)\mathbf{x}(t)^T + (1/d^0)I \right)}{\lambda_{\min} \left(\sum_{t=1}^n \mathbf{x}(t)\mathbf{x}(t)^T (1/d^0)I \right)} \leq M(\log r(t))^{(1/4)-a}, \text{ a.s.}$$

式中 $a \in \left[0, \frac{1}{4}\right]$, $d_0 = n(n_g + n_h + n_n + n_c + 3)$.

由 $\mathbf{x}(t)$ 的定义可得

$$\mathbf{x}(t) = [\mathbf{y}(t)^T, \mathbf{y}(t-1)^T, \dots; \mathbf{u}^*(t)^T, \mathbf{u}^*(t-1)^T, \dots; \mathbf{v}(t)^T, \mathbf{v}(t-1)^T, \dots;$$

$$R\mathbf{w}(t-1) - Q\mathbf{u}(t-1) - S\mathbf{v}(t-1) - b,$$

$$R\mathbf{w}(t-2) - Q\bar{\mathbf{u}}(t-2) - S\mathbf{v}(t-2) - b, \dots; 1],$$

由(2.5)式可得

$$\mathbf{y}(t-i) = z^{-i} A(z^{-1})^{-1} [DB_d(z^{-1}), B_2(z^{-1}), C(z^{-1}), d, 0, 0] \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{u}}^*(t) \\ \mathbf{v}(t) \\ \xi(t) \\ 1 \\ \mathbf{w}(t) \\ \bar{\mathbf{u}}(t) \end{bmatrix}.$$

于是

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} F_{t1}(z^{-1}) \\ F_{t2}(z^{-1}) \\ F_{t3}(z^{-1}) \\ F_{t4}(z^{-1}) \\ F_{t5}(z^{-1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{u}}^*(t) \\ \mathbf{v}(t) \\ \xi(t) \\ 1 \\ \mathbf{w}(t) \\ \bar{\mathbf{u}}(t) \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 F_{i1}(z^{-1}) &= \begin{bmatrix} A^{-1}[DB_d, B_2, C, d, 0, 0] \\ z^{-1}A^{-1}[DB_d, B_2, C, d, 0, 0] \\ \vdots \\ z^{-n_g}A^{-1}[DB_d, B_2, C, d, 0, 0] \end{bmatrix}, \quad F_{i2}(z^{-1}) = \begin{bmatrix} [I_n, 0, 0, 0, 0, 0] \\ z^{-1}[I_n, 0, 0, 0, 0, 0] \\ \vdots \\ z^{-n_h}[I_n, 0, 0, 0, 0, 0] \end{bmatrix} \\
 F_{i3}(z^{-1}) &= \begin{bmatrix} [0, I_n, 0, 0, 0, 0] \\ z^{-1}[0, I_n, 0, 0, 0, 0] \\ \vdots \\ z^{-n_n}[0, I_n, 0, 0, 0, 0] \end{bmatrix}, \\
 F_{i4}(z^{-1}) &= \begin{bmatrix} z^{-1}[0, S, 0, b, R, Q] \\ z^{-2}[0, S, 0, b, R, Q] \\ \vdots \\ z^{-n_c}[0, S, 0, b, R, Q] \end{bmatrix}, \quad F_{i5}(z^{-1}) = [0, 0, d, 0, 0].
 \end{aligned}$$

采用文[9]中定理 3 的证明方法可证定理 4.1.

定理 4.2 除假设 A1—A3 及定理 4.1 的假设 1)—3) 外假定离线选择 P 和 Q 满足 $\det [P(z^{-1})\bar{D}(z)\bar{B}(z^{-1}) + Q(z^{-1})\bar{A}(z^{-1})]$ 是稳定的, 其中

$$A(z^{-1})\bar{B}(z^{-1}) = D(z^{-1})B_d(z^{-1})\bar{A}(z^{-1}), \det \bar{B} = \det DB_d,$$

那么当自校正算法(3.3)式—(3.9)式应用于系统(2.1)时, 则有

1) 稳定性

$$\begin{aligned}
 \lim_{N \rightarrow \infty} \sup \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \|\mathbf{y}(t)\|^2 &< \infty, \text{ a. s.}, \\
 \lim_{N \rightarrow \infty} \sup \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \|\mathbf{u}(t)\|^2 &< \infty, \text{ a. s.} \quad (4.7)
 \end{aligned}$$

2) 收敛性

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N E(\|\mathbf{e}(t+k)\|^2) = \gamma^2, \text{ a. s.} \quad (4.8)$$

3) 强相容性

$$\hat{\Theta}(t) \xrightarrow[t \rightarrow \infty]{} \Theta, \text{ a. s.} \quad (4.9)$$

证明. 采用文[11]的方法可得

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{N}{r(N)} \cdot \frac{1}{N} \sum_{t=0}^N \|\mathbf{z}(t)\|^2 = 0, \text{ a. s.} \quad (4.10)$$

采用文[9]的方法, 由(3.8)式和(3.9)式可证激励 $\mathbf{v}(t)$ 满足

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{t=0}^{\infty} \|\mathbf{v}(t)\|^2 = 0, \text{ a. s.} \quad (4.11)$$

由引理 4.1、 $\det [P\bar{D}\bar{B} + Q\bar{A}]$ 的稳定性、(2.2)式和(4.11)式以及 $\mathbf{v}(t)$ 和 d 的有界性, 采用文[5]的方法可证

$$\frac{r(N)}{N} \leq \frac{C_1}{N} \sum_{t=0}^N \|\mathbf{z}(t)\|^2 + C_2, 0 < C_1 < \infty, 0 < C_2 < \infty, \text{ a. s.} \quad (4.12)$$

由(4.10)式和(4.12)式知

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{t=0}^N \|\mathbf{z}(t)\|^2 = 0, \text{ a.s.} \quad (4.13)$$

由(4.12)式知 $\frac{r(N)}{N}$ 有界. 从而得(4.7)式. 由(4.5)式知

$$\mathbf{z}(t+k) = \mathbf{e}(t+k) - F(z^{-1})\boldsymbol{\xi}(t+k) = \bar{\mathbf{y}}^*(t+(k/t)) - \mathbf{y}^*(t+k)$$

是 F_t 可测即 $\mathbf{z}(t+k)$ 与 $F(z^{-1})\boldsymbol{\xi}(t+k)$ 无关. 于是

$$\begin{aligned} & \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{t=0}^N E[\|\mathbf{e}(t+k)\|^2 / F_t] \\ &= \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{t=0}^N E[\|\mathbf{z}(t+k) + F(z^{-1})\boldsymbol{\xi}(t+k)\|^2 / F_t] \\ &= E[\|F(z^{-1})\boldsymbol{\xi}(t+k)\|^2 / F_t] = r^2, \text{ a.s.} \end{aligned}$$

由(4.7)式知定理 4.1 中(4.6)式已满足. 应用定理 4.1 得 $\hat{\boldsymbol{\Theta}}(t) \xrightarrow[t \rightarrow \infty]{} \boldsymbol{\Theta}$, a.s.. 参数估计的强相容性, 保证了按(2.17)式—(2.19)式校正 S, b 和 R 自适应消除可测干扰和偏差的影响以及消除跟踪误差.

五、仿 真 实 验

仿真模型

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} 1 - 0.95z^{-1} & 0 \\ 0 & 1 - 0.1z^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.2 + 0.268z^{-1} & 0.1 \\ -z^{-1} & 10z^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(t-1) \\ u_2(t-1) \end{bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} 0.1 + 0.3z^{-1} & 1 \\ -0.2z^{-1} & 10z^{-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \xi_1(t) \\ \xi_2(t) \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (5.1)$$

式中 $\xi(t)$ 是均值为零, 方差为 $0.1I$ 的白噪声向量, 偏差向量 $d = [3, 2]^T$ 一直作用于系统. 可测干扰 $\mathbf{v}(t)$ 为

$$\begin{aligned} & 160 \leq t \leq 240, \mathbf{v}(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}; \quad 240 \leq t \leq 320, \mathbf{v}(t) = \begin{bmatrix} -3 \\ -3 \end{bmatrix}; \\ & 320 < t \leq 400, \mathbf{v}(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}; \quad 400 \leq t \leq 480, \mathbf{v}(t) = \begin{bmatrix} -3 \\ -3 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

参考向量 $\mathbf{w}(t)$ 是周期为 160, 峰值为 ± 5 的方波. 该系统(5.1)是非最小相位系统.

$$k_{11} = k_{12} = 1, k_{21} = k_{22} = 2, D(z^{-1}) = \begin{bmatrix} z^{-1} & 0 \\ 0 & z^{-2} \end{bmatrix}, K(z^{-1}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

采用本文算法和带有积分器的算法对系统(2.1)进行了仿真对比实验. 加权阵分别取为 $P = I, Q = 2.1I; P = I, Q = 2.1(1 - z^{-1})$. 参数初值 $\tilde{H}(0) = \begin{bmatrix} 0.3 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix}$, 其余全部取零. 衰减激励 $\mathbf{v}(t)$ 的 δ 取为 0.005, $\mathbf{a}(t)$ 的方差为 $0.01I$. 仿真结果如图 1 至图 3 所示.

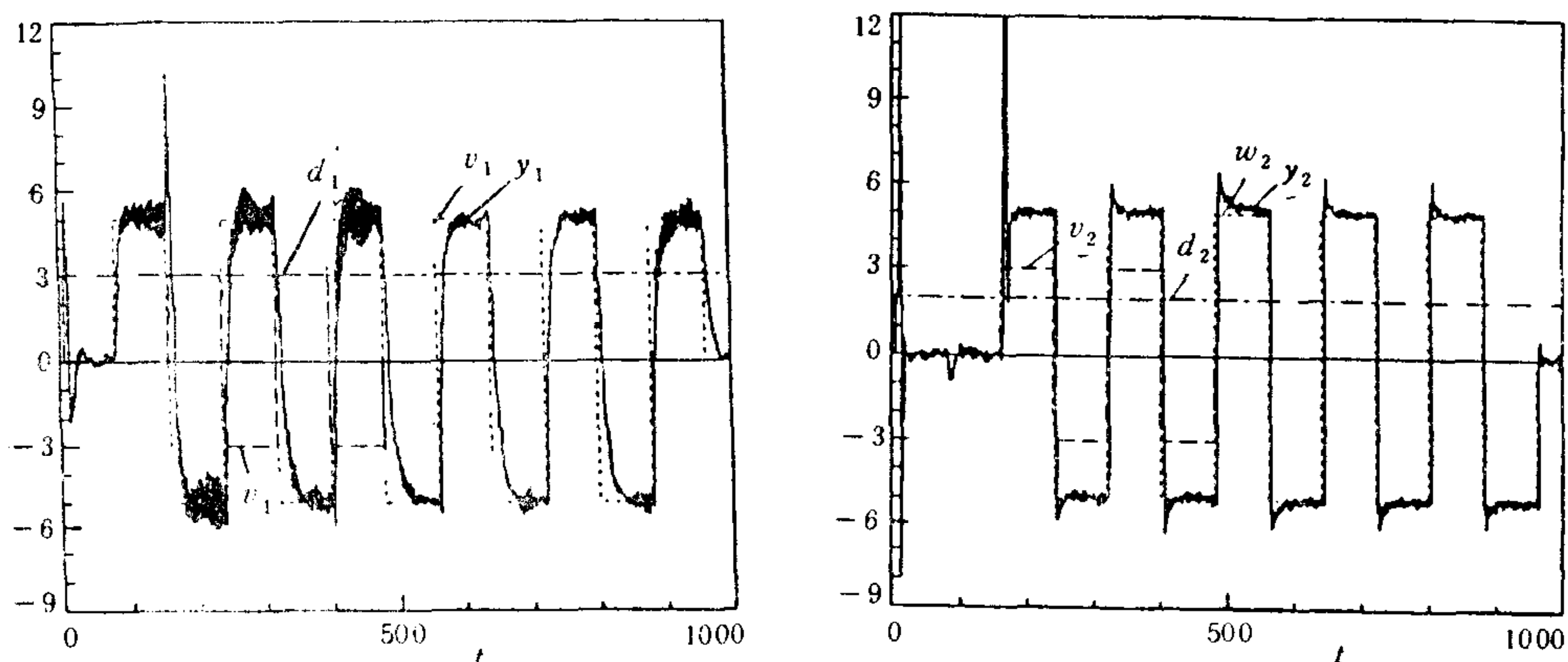


图1 采用本文算法时系统的参考输入 w_1, w_2 , 输出 y_1, y_2 , 可测干扰 v_1, v_2 , 偏差 d_1, d_2 曲线

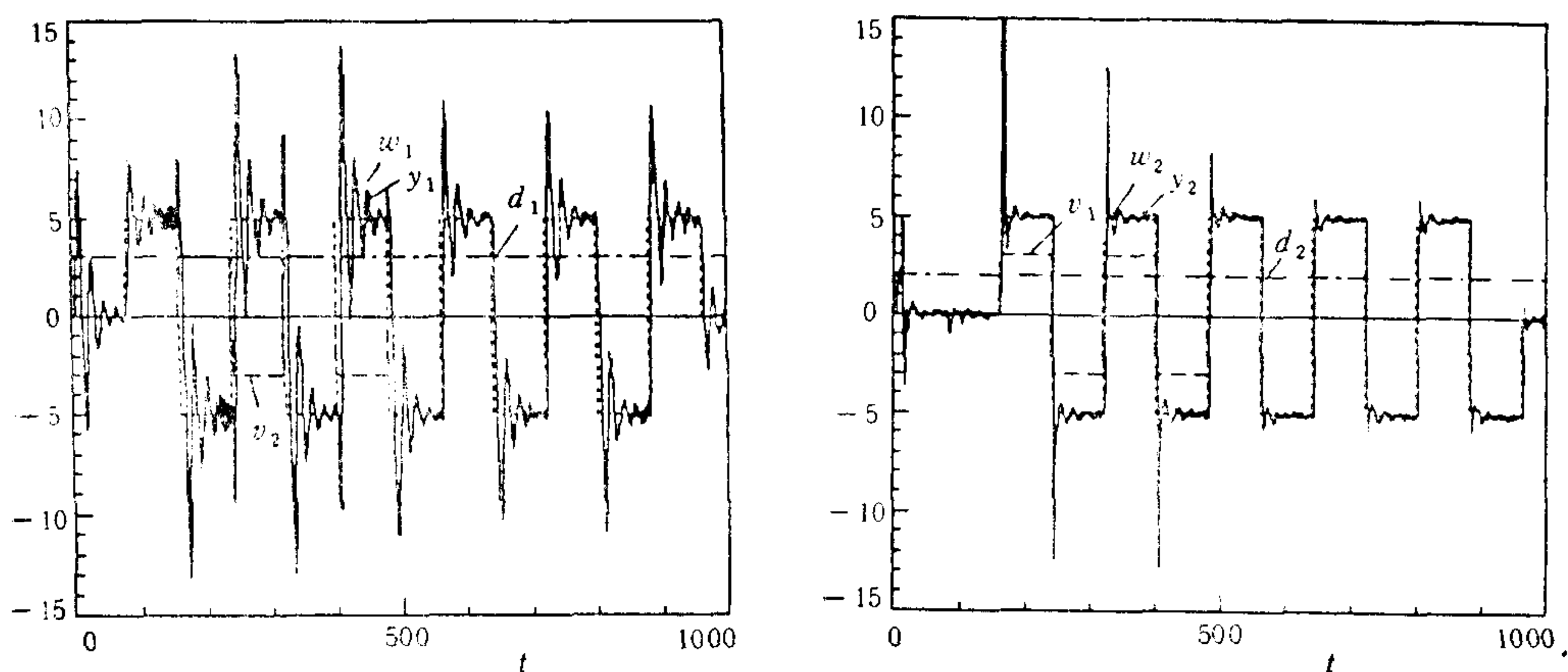


图2 采用含有积分器算法时系统的参考输入 w_1, w_2 , 输出 y_1, y_2 , 可测干扰 v_1, v_2 , 偏差 d_1, d_2 曲线

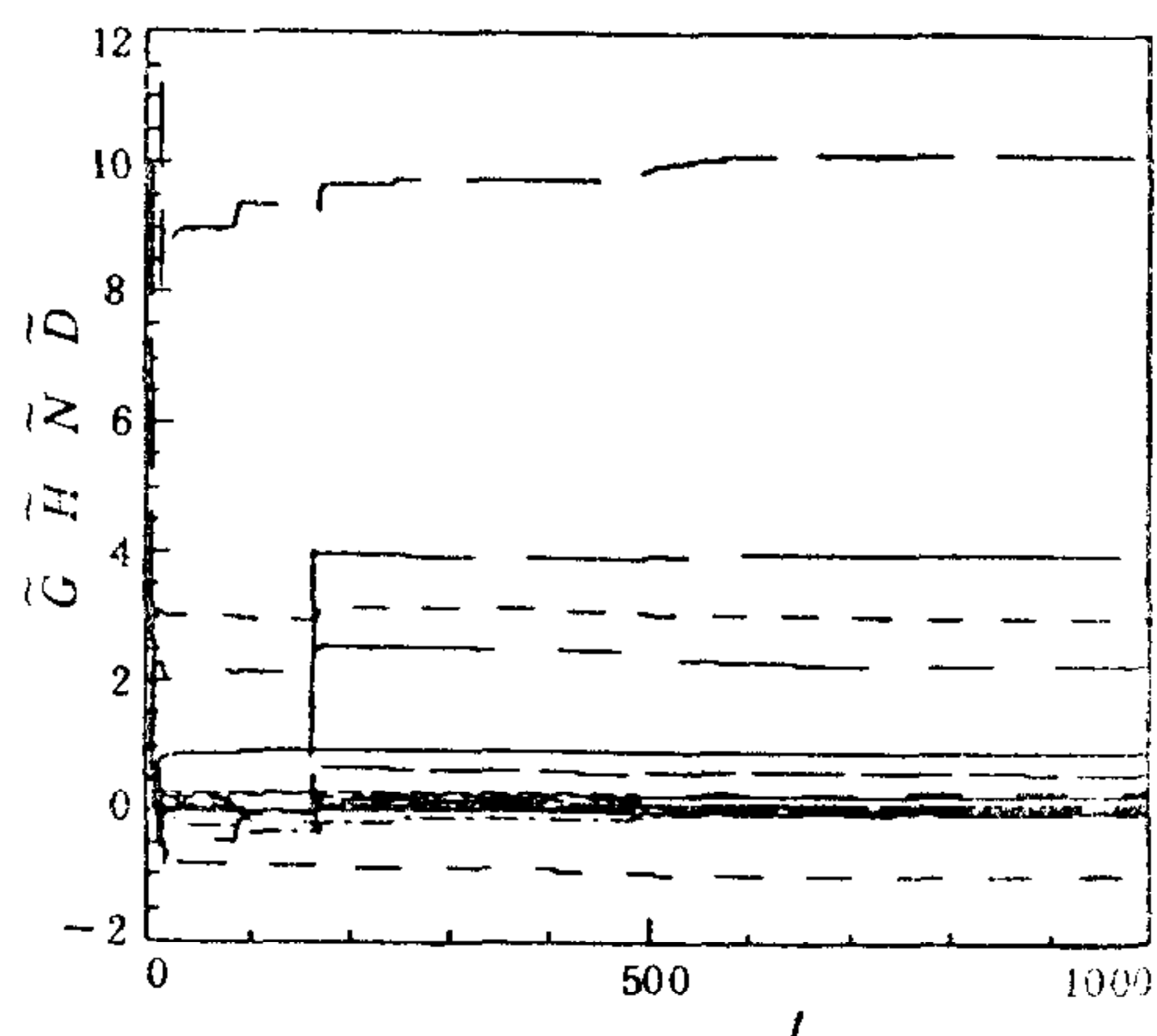


图3 采用本文算法时控制器参数 $\tilde{G}_0, \tilde{H}_0, \tilde{H}_1, \tilde{N}_0, \tilde{N}_1, \tilde{D}$ 收敛曲线

图1至图3表明：采用积分器消除可测干扰、偏差的影响和跟踪误差时可能使系统输出产生波动，而采用本文算法不仅能获得好的控制性能而且参数很快收敛到真值。

结 论

本文将衰减激励方法应用于自校正前馈控制器并首先证明该控制器不仅具有全局收敛性,而且参数估计具有强相容性。仿真结果与理论分析相一致。

致谢 感谢澳大利亚国家大学教授 B. D.O. Anderson 和 J.B. Moore 以及 Dr. L. Guo 对本科题富有成效的见解。本文的仿真实验是在该大学的 Microvax II 计算机上应用 Matrixx 软体完成的。

参 考 文 献

- [1] Borisson, U., Self-tuning Regulators for a Class of Multivariable Systems. *Automatica*, **15**(1979), 2, 209—215.
- [2] Koivo, H. N., A Multivariable Self-tuning Controller, *Automatica*, **16**(1980), 3, 351—366.
- [3] Dugard, L., Goodwin, G. C. and Xianya, X., The Role of the Interactor Matrix in Multivariable Stochastic Adaptive Control, *Automatica*, **20**(1984), 5, 701—709.
- [4] 柴天佑, A Globally Convergent Self-tuning Controller for Multivariable Stochastic Systems Having an Arbitrary Interactor Matrix, The 8th IFAC Symposium on Identification and System Parameter Estimation, Beijing, China, 1988.
- [5] 柴天佑,具有一般交互矩阵的多变量系统的随机直接自适应控制,自动化学报, **15**(1989),6,540—545.
- [6] Koivo, H. N., Experimental Comparison of Self-tuning Controller Methods in Multivariable Case. Proc. IFAC Congress, Kyoto, Japan, 1985.
- [7] 柴天佑、郎世俊、顾兴源,多变量自校正前馈控制器及其应用,自动化学报, **12**(1986),3,229—236.
- [8] Chen, H. F. and Guo, L., Adaptive Control with Recursive Identification for Stochastic Linear Systems, Advances in Control and Dynamic Systems (C. T. Leondes, ed., 26(2), Academic Press, New York, (1987).
- [9] Chen, H. F. and Guo, L., Optimal Adaptive Control and Consistent Parameter Estimates for ARMAX Model with Quadratic Cost. *SIAM J. Control*, **25**(1987), 4, 845—867.
- [10] Dion, P. R. and Narendra, K. S., Prior Information in the Multivariable Adaptive Control. *IEEE Trans. Automat. Control*, **29**(1984), 12, 1108—1111.
- [11] 柴天佑, Globally Convergent Self-tuning Controllers, *Int. J. Control*. **48**(1988), 2, 417—434.

A MULTIVARIABLE SELF-TUNING FEEDFORWARD CONTROLLER WITH CONSISTENT PARAMETER ESTIMATES

CHAI TIANYOU

(Northeast University of Technology)

ABSTRACT

In this paper, a novel self-tuning controller is presented. The controller has the following advantages: 1) It can control stochastic multivariable systems with arbitrary time delay structure; 2) It can deal with unstable and/or non-minimum phase processes; 3) It eliminates measurable disturbances, load offsets and tracking errors without having integral action in adaptive control case; 4) It has global convergence properties; and 5) Parameter estimates are strongly consistent.

Key words: Self-tuning control; feedforward control; multivariable systems; global convergence; consistency of parameter estimates.