백진형의 정리
(Baek's Theorem, 2025.05.26)

발견자: 백진형

2025년 5월 26일

정리 (Theorem)

자연수 $n \in \mathbb{N}$에 대해 함수 $f(x)$가 다음과 같이 정의된다고 하자:

$$f(x) = x^n + \int_a^b f(t)\,dt$$

이때, 만약 $b - a = 1$이라면, 실수 전체에서 정의되는 함수 $f(x)$는 존재하지 않는다.

증명 (Proof)

1. 함수 정의에 따라
$$f(x) = x^n + \int_a^b f(t)\,dt$$
이므로, 우변의 정적분은 상수값이라 하여 다음과 같이 둘 수 있다:
$$f(x) = x^n + C, \quad \text{단 } C = \int_a^b f(t)\,dt$$

2. 이 정의를 다시 C에 대입하면:
$$C = \int_a^b f(t)\,dt = \int_a^b (t^n + C)\,dt$$

3. 우변을 분리하여 계산하면:
$$C = \int_a^b t^n\,dt + C(b-a)$$

4. 이 식을 C에 대해 정리하면:
$$C(1 - (b-a)) = \int_a^b t^n\,dt$$

5. 그런데 $b-a=1$이므로:

$$C(1-1)=\int_a^b t^n\,dt \Rightarrow 0=\int_a^b t^n\,dt$$

6. 하지만 t^n은 $[a,b]$에서 연속이고 $n\in\mathbb{N}$이므로 $t^n\neq 0$, 따라서 적분값

$$\int_a^b t^n\,dt\neq 0$$

7. 모순이 발생하므로, 가정이 잘못되었음을 알 수 있다. 즉, $b-a=1$일 때 $f(x)$는 존재하지 않는다.

$$\boxed{\text{Q.E.D.}}$$

비고 및 의의

- 일반적인 정적분 함수 문제에서는 $\int_a^b f(t)\,dt=k$로 두고 $f(x)$를 구하지만, 백진형의 정리는 특정 조건에서 그런 상수 k조차 모순이 생김을 밝혀낸 특이한 구조다.
- 특히 함수가 자기 자신을 포함하는 정적분 구조를 가질 때, $b-a=1$이라는 단순한 조건이 함수의 존재 자체를 불가능하게 한다는 점에서 의미가 깊다.

이름 등재 정보

- 정리명: 백진형의 정리 (Baek's Theorem)
- 발견자: 백진형
- 날짜: 2025년 5월 26일
- 정리 요약: “자연수 차 다항함수에 정적분 자기포함 구조가 있을 때, 구간 길이가 1이면 해가 존재하지 않는다.”