

2014년 대한안전경영과학회 추계학술대회

비정규 공정에서 불량률 관리를 위한 관리도에 관한 연구

김종걸, 엄상준, 최성원

To cite this article : 김종걸, 엄상준, 최성원 (2014) 비정규 공정에서 불량률 관리를 위한 관리도에 관한 연구 , 2014년 대한안전경영과학회 추계학술대회, pp.349-356

① earticle에서 제공하는 모든 저작물의 저작권은 원저작자에게 있으며, 학술교육원은 각 저작물의 내용을 보증하거나 책임을 지지 않습니다.

② earticle에서 제공하는 콘텐츠를 무단 복제, 전송, 배포, 기타 저작권법에 위반되는 방법으로 이용할 경우, 관련 법령에 따라 민, 형사상의 책임을 질 수 있습니다.

www.earticle.net

비정규 공정에서 불량률 관리를 위한 관리도에 관한 연구

A Study on the Control Charts for Fraction Non-Conforming under Non-Normal Process

김 종 결* · 엄 상 준** · 최 성 원***

*성균관대학교 시스템경영공학과 교수, **성균관대학교 산업공학박사,

***성균관대학교 산업공학과 박사과정

Abstract

지난 몇 십년동안 전 세계적으로 제조기술 분야의 급속한 성장으로 대부분의 제조업에서 눈부실만한 품질향상과 생산성 극대화를 이루어 왔다. 하지만 현재 제조기술 분야는 새로운 문제에 직면하고 있다. 실제 현장에서 관리하고자하는 품질특성은 정규분포를 따르지 않는 경우가 많은데, 대부분의 통계적 공정관리기술체계가 정규분포를 기반으로 하고 있다는 것이다. 이러한 이유로 비정규 공정에서 극소불량관리, 미세변동관리에 대한 연구가 시급한 실정이다.

본 논문에서는 비정규 공정에서 불량률을 관리하기 위해 다양한 비정규 분포를 대표할 수 있는 Burr 분포를 선택하여 적용방법을 제안하고자 한다.

Keywords : SPC, Non-normal Data, Burr Distribution

1. 서 론

통계적 공정 관리 즉, SPC(Statistical Process Control)는 제조공정단계에서 제품의 주요한 품질특성을 통계적으로 해석하여 공정의 상태를 관리하는 기법이다. SPC의 중요한 목적중 하나는 제조공정에서 이상요인(assignable causes)에 의한 불량 발생 하였을 때 이를 빨리 감지하여 적절한 조치를 취할 수 있도록 하는 것이다. 이러한 목적을 위하여 사용되는 SPC 기법 중에 대표적인 기법이 바로 관리도(Control Chart) 이다.

최근 제조기술 분야의 발전으로 품질과 생산성이 크게 증대되었다. 하지만 제조 관리 기술 분야에 대한 연구는 많이 부족한 실정이다.

기존의 제조업 중에서 조정밀성을 요구하지 않는 제조공정에서는 공정의 품질 특성이 정확히 정규분포를 따르지 않는다 하더라도 정규분포라고 가정을 해도 무방하다.

하지만 초정밀 공정관리기술을 요구하는 반도체관련 공정, 화학공정 등 최근의 제조공정에서는 제조공정의 품질 특성이 다음과 같은 특징을 따르는 경우가 빈번하다.

- ① 품질의 특성이 정규분포와는 크게 차이가 날 경우(예를 들어 품질특성이 수명 데이터, 화학공정일 경우)
- ② 초정밀 공정관리가 필요하여 공정의 통계적 품질특성을 정확히 파악해야 하는 경우
- ③ ppm 단위의 극소불량률 관리가 필요한 경우(단위 불량개수 당 피해손실이 크다고 판단되는 경우)

위와 같은 경우에는 공정이 비정규성을 따를 수 있다는 가정을 고려하여 관리도를 설계, 해석해야 하며 그렇지 못 한 경우 심각한 경제적 손실을 가져올 수 있다.

따라서 본 논문에서는 비정규 공정에 대한 다양한 공정관리기법(특히 관리도 기법을 중심으로)을 조사하여, 비정규 공정의 불량률 관리도 기법에 대한 추후 연구방향을 제시하고자 한다.

2. 연구동향 분석

Saniga & Shirland(1977)에 의한 조사에 따르면 만약 품질특성치가 연속형 데이터로 측정된다면 평균에 대한 관리도는 다른 관리도 기술보다 뛰어난 성능을 가지고 있다.[5] 하지만 이 방법은 기본적으로 데이터가 연속형이고 표본의 수가 많을 때, 정규분포일 때 추정력이 높은 방법이다. 공정의 불량률을 관리하기 위해서는 베르누이분포, 이항분포, 포아송분포, 초기하분포 등에 대해 알맞은 추정방법이 연구되어야 하며, 적은 시료수에 강건하고 PPM/PPB 수준의 극소불량에 대해서 그에 알맞은 통계적인 추론방법이 뒷받침되어야 한다.

Silvia, Emanuel Pimentel Barbosa(2013)은 이항분포를 따르는 불량률이 매우 낮은 공정을 “고품질 공정(high quality processes)”으로 정의하고 이런 경우에 시료수까지 충분히 크지 않은 상황을 고려하여 Cornish-Fisher 분위수 수정을 기반으로 한 관리도법인 수정된 p 관리도를 개발했다. 수정된 p 관리도는

$np(1-p) > 5$ 일 때는 보정 없이,

$np(1-p) > 0.25$ 일 때는 한 번의 보정을 사용,

$np(1-p) > 0.08$ 일 때는 두 번의 보정을 사용하여 p 관리도의 통계량을 보정하여 관리도를 실행한다. 또한 몇 가지 실제 사례를 소개하여 수정된 p 관리도의 타당성을 입증했다.

[표-1]은 두 가지 실제 예제를 소개한 표이다. Case 1은 $n=20$, $\hat{p}=0.015$ 인 경우이고, Case 2는 $n=20$, $\hat{p}=0.004$ 인 경우이다. 결과를 살펴보면 Case 1은 한 번의 보정을 거친 값의 α -risk가 나머지 두 경우보다 작았고, Case 2는 두 번의 보정을 거친 값의 α -risk가 나머지 두 경우보다 작았다.

위에서 소개한 연구에서 한계점은 시료수가 20개 이하로 작으면서 \hat{p} 의 값이 0.001 이하인 경우에는 수정된 p 관리도의 성능이 현저히 낮아진다는 것이다. 앞서 소개한

연구가 극소불량률을 관리한다는 관점에서는 충분한 가치가 있으나 서론에 제시한 바와 같이 PPM/PPB 수준의 공정을 관리하기 위해서는 계속적인 연구가 필요하다고 판단된다[6].

<표 1> 관리선과 α -risk

| | Type of chart | UCL | nUCL | α risk |
|--------|----------------|--------|-------|---------------|
| Case 1 | Normal-approx. | 0.0965 | 1.931 | 0.035746 |
| | CF1 | 0.1612 | 3.224 | 0.000202 |
| | CF2 | 0.1303 | 2.606 | 0.003178 |
| Case 2 | Normal-approx. | 0.0463 | 0.926 | 0.077032 |
| | CF1 | 0.1125 | 2.250 | 0.923038 |
| | CF2 | 0.0533 | 2.066 | 0.002898 |

Chao-Yu Chou, Chung-ho Chen, Hui-Rong Liu(2005)는 비정규 분포중에서도 다양한 비정규 분포를 가장 잘 대표할 수 있는 Burr 분포에서 합격판정관리도를 활용하는 방안을 연구했다. 합격판정관리도는 일반적으로 공정의 6 시그마 산포가 규격한계보다 작을 때 생산되는 불량률을 관리하고자 할 때 사용된다.

합격판정관리도에서 1종오류 α 에 대한 UCL과 LCL은 다음과 같다.

$$UCL = USL - (Z_\delta - \frac{Z_\alpha}{\sqrt{n}})\sigma$$

$$LCL = LSL + (Z_\delta - \frac{Z_\alpha}{\sqrt{n}})\sigma$$

Burr 분포의 확률밀도함수는 다음과 같다.

$$f(y) = \frac{kcy^{c-1}}{(1+y^c)^{k+1}}$$

위의 두 공식을 유도하여 Burr 분포에서 1종오류 α 에 대한 합격판정관리도의 LCL은 다음과 같다.

$$LCL = LSL - \frac{\sigma}{S_1} [((1-\delta)^{1/k_2} - 1)^{1/c_1} - M_1] + \frac{\sigma}{S_2 \sqrt{n}} [((1-\delta)^{1/k_2} - 1)^{1/c_2} - M_2]$$

위의 연구에서는 본문에 3가지 예제를 통해서 만약 데이터의 비정규성이 무시된다면, 1종오류와 2종오류의 확률이 맞지 않는 것을 입증하였다.[4]

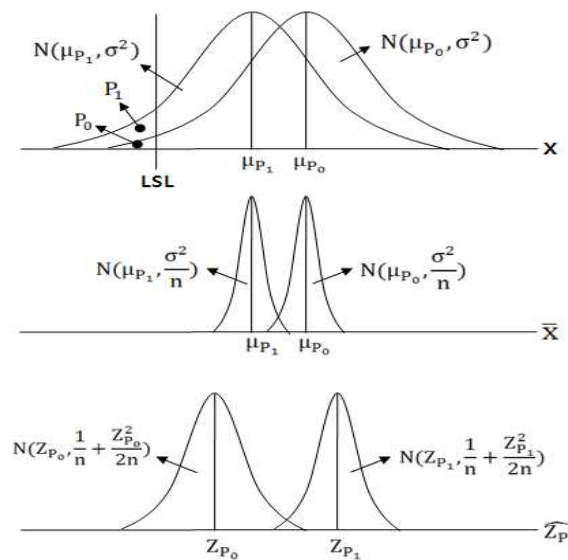
엄상준(2012)은 미세공정변동을 갖는 공정에서 공정평균과 극소공정불량률을 동시에 관리하는 Z_p 관리도체계를 제시했다.

Z_p 관리도는 \hat{Z}_p 를 통해 품질특성의 공정평균 이동에 따른 Z_p 의 변화를 감지하여 공정불량률 P 를 공정에서 관리하는 것이다. 공정불량률 P_0 와 P_1 을 갖는 공정평균 μ_{P_0} 와 μ_{P_1} 일 때의 분포특성과 이에 따른 Z_{P_0} 와 Z_{P_1} 일 때의 분포특성은 하한규격의 경우 [그림 1]와 같다.

다음은 Z_P 관리도는 공정의 불량률이 합격공정수준인지 아니면 불합격공정수준인지에 대한 검정이다[1].

$$H_0 : Z_P = Z_{P_0}, H_1 : Z_P \leq Z_{P_1} \text{ (상한규격일 때)}$$

$$H_0 : Z_P = Z_{P_0}, H_1 : Z_P \geq Z_{P_1} \text{ (하한규격일 때)}$$

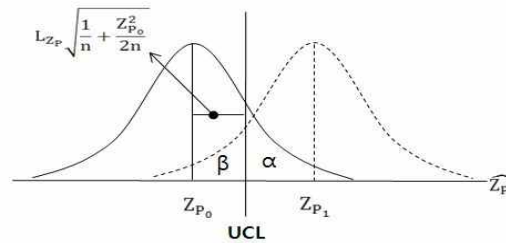


[그림 1]의 분포특성(하한규격일 때)

합격공정불량률 P_0 를 관리하기 위하여 하한규격을 갖는 경우 식 (1)와 같이 UCL을 갖게 되며, 상한규격을 갖는 경우 식 (2)와 같이 LCL을 갖는다[1]. [그림 2]로 표현된다.

$$UCL = Z_{p_0} + L_{z_p} \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{Z_{p_0}^2}{2n}} \quad (1)$$

$$LCL = Z_{p_0} - L_{z_p} \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{Z_{p_0}^2}{2n}} \quad (2)$$

[그림 2] Z_p 관리도의 구조(하한규격 일 때)

Z_p 관리도는 공정에서 발생하는 불량률 증가를 파악하는데 용이하며, 특히 원하는 공정불량률 이내에서 공정을 관리하고 싶을 때 매우 효과적이다. 그러나 Z_p 관리도는 Z_{p_0} 의 3시그마 미만의 작은 Z_{p_0} 이동에 대해서는 감도가 떨어지는 한계가 있다. 작은 Z_p 이동에 따른 극소불량률 발생을 민감하게 감지하기 위해서는 동시에 관리할 수 있는 체계가 요구된다.

따라서, 공정에서 발생하는 불량률 증가를 용이하게 감지 할 수 있는 Z_p 관리도와 Z_p 이동에 따른 극소불량률을 민감하게 감지 할 수 있는 누적합 관리도를 혼합하여 동시에 이 모든 상황을 관리 할 수 있는 Z_p CUSUM 관리도가 사용된다.

3. 비정규 공정에서 극소불량률 관리 방안

본 장에서는 비정규 공정에서 극소불량률 즉, 품질특성치가 정규분포를 따르지 않는 공정에서 불량률이 PPM 단위로 관리되어야하는 수준일 때, 공정관리기술에 대한 적용 방안을 제시하고자 한다.

3.1 Burr 분포

앞에서 비정규 공정에 대한 필요성에 대해서 언급했다. 만약 공정에서 관리하고자 하는 품질 특성치의 모수가 정규분포가 아니라면 표본의 수가 충분히 클 때를 제외하고는 표본의 평균 \bar{x} 도 정규분포가 아니다. 대부분의 관리도를 설계하기 위해서는 모수와 \bar{X} 의 표본분포의 확률밀도함수에 대한 정보가 필요하다. 본 논문에서는 모수의 확률밀도함수를 설명하기 위해서 Burr 분포를 사용하였다. Burr 분포의 모수값을 기반으로 \bar{X} 의 표본분포의 확률밀도함수의 통계량 값을 설명할 수 있다.

Burr 분포는 1942년 Irving W. Burr에 의해서 개발되었다. Burr 분포는 왜도(Skewness)와 첨도(Kurtosis)의 다양한 범위에서 설명이 가능하기 때문에, 대부분의 비정규 분포(단, Unimodal data에 한하여)에 대해서 적용이 가능하다[2].

Burr 분포의 누적분포함수(Cumulative Distribution Function)는 다음과 같다.

$$F(y) = 1 - \frac{1}{(1+y^c)^k}$$

단, $c \geq 1$ and $k \geq 1$

위의 공식을 사용하여 Burr(1942)는 Burr 분포의 확률밀도함수를 다음과 같이 정의하였다.

$$f(y) = \frac{kcy^{c-1}}{(1+y^c)^{k+1}}$$

단, $c \geq 1$ 그리고 $k \geq 1$

Burr 분포의 변수 c 와 k 의 다양한 조합은 정규분포, 감마분포, 베타분포 등 다양한 함수를 포함한 왜도(Skewness)와 첨도(Kurtosis)의 넓은 범위를 포함한다. Burr(1942)는 c 와 k 의 다양한 조합의 Burr 분포에서 표준편차, 왜도, 첨도의 예상 값을 표로 나타냈다.[2] Burr(1973)에서는 왜도와 첨도의 다양한 조합에 대해서 일치하는 평균과 표준편차, 그리고 c , k 값을 표로 나타내었다.[3] 또한, 이 표를 사용하여 Burr 확률변수 (Y)와 다른 확률변수 (X) 사이에 표준화된 변환을 할 수 있도록 다음과 같은 표준화 공식을 제시하였다.

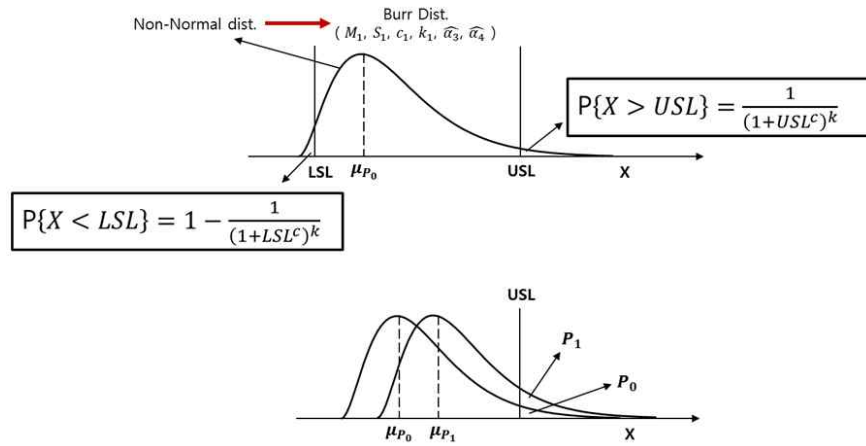
$$\frac{X - \bar{X}}{s_x} = \frac{Y - M}{S}$$

여기서, M 과 S 는 Burr 확률변수의 평균과 표준편차이고 \bar{X} 와 s_x 는 확률변수 X 의 평균과 표준편차이다.

3.2 Burr 분포를 활용한 극소 불량률 관리 방안

앞에서 언급한 바와 같이, Z_p 관리도는 \hat{Z}_p 를 통해 품질특성의 공정평균 이동에 따른 Z_p 의 변화를 감지하여 공정불량률 P 를 공정에서 관리하는 것이다. 하지만 관리하고자 하는 품질 특성치가 정규분포일 경우에만 적용이 가능하다.

비정규 공정에서 합격공정불량률 P_0 를 관리하기 위해서는 다양한 비정규 분포를 적용할 수 있는 Burr 분포의 적용이 필요하다. 비정규 공정의 불량률 P_0 와 P_1 을 갖는 공정평균 μ_{P_0} 와 μ_{P_1} 일 때의 분포특성과 이에 따른 Z_{P_0} 와 Z_{P_1} 일 때의 분포특성은 상한 규격의 경우 [그림 3]와 같다.



[그림 4] 비정규 공정에서 불량률의 분포특성(상한규격일 때)

다음으로, 비정규 공정의 불량률 관리도는 공정의 불량률이 합격공정수준인지 아니면 불합격공정수준인지에 대한 검정이다. 이를 식으로 표현하면 다음과 같다.

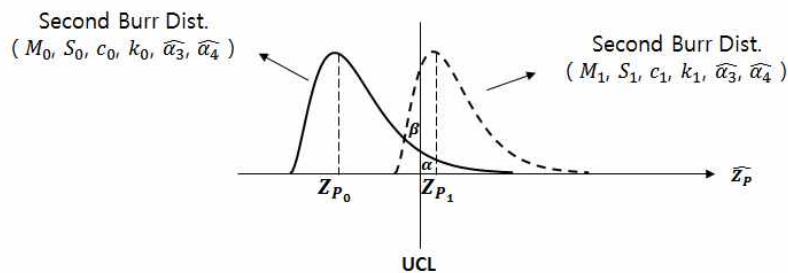
$$H_0 : Z_P = Z_{P_0}, H_1 : Z_P \leq Z_{P_1} \text{ (상한규격일 때)}$$

$$H_0 : Z_P = Z_{P_0}, H_1 : Z_P \geq Z_{P_1} \text{ (하한규격일 때)}$$

비정규 공정의 합격공정불량률 P_0 를 관리하기 위하여 하한규격을 갖는 경우 식 (3)와 같이 UCL을 갖게 되며, 상한규격을 갖는 경우 식 (4)와 같이 LCL을 갖는다. 또한 [그림 5]로 표현된다.

$$UCL = Z_{P_0} + L_{z_p} S_0 \quad (3)$$

$$LCL = Z_{P_0} - L_{z_p} S_0 \quad (4)$$



[그림 5] 비정규 공정에 대한 불량률 관리도의 구조(상한규격 일 때)

위에서 제시한 비정규 공정의 불량률관리도의 개념은 Z_P 관리도와 마찬가지로 공정에서 발생하는 불량률 증가를 파악하는데 용이하며, 특히 원하는 공정불량률 이내에서

공정을 관리하고 싶을 때 매우 효과적이다. 또한 비정규 공정에 대한 적용이 가능하다는 점에서 기존의 연구와 차별성을 가지고 있다.

4. 결론 및 추후연구방안

본 논문에서는 비정규 공정에서 불량률 관리방안에 대한 연구 동향을 조사해보았다. 또한, 극소불량률 관리를 위해 Z_p 통계량을 활용한 Z_p 관리도에 대해서도 조사해 보았으며, 기존의 연구 동향을 기반으로 비정규 공정에서 극소 불량률 관리방안에 대해서 제시해보았다. 추후연구방안으로는 본 연구에 대한 구체적인 통계량 설계와 통계적인 검증을 통한 민감도 분석을 제시하고자 한다.

5. 참 고 문 헌

- [1] 엄상준, “공정평균과 극소불량률 동시관리체계에 관한 연구”, 성균관대학교 대학원 박사학위논문, 2012.
- [2] Burr, I. W., “Cumulative frequency distribution”, Annals of Mathematical Statistics, Vol.13, pp.215-232, 1942.
- [3] Burr, I. W., “Parameters for a general system of distributions to match a grid of α_3 and α_4 ”, Communications in Statistics, Vol.2, No.1 pp.1-21, 1973.
- [4] Chou Chao-Yu. et al., “Acceptance control charts for non-normal data”, Journal of Applied Statistics, Vol. 32, No. 8, pp. 25-36, 2005.
- [5] Saniga, E, M. and Shirland, L, E., “Quality control in practice: a survey”, Quality Progress, Vol. 10, pp.30-33, 1977
- [6] Joeques, S., and Pimentel Barbosa, E., “An improved attribute control chart for monitoring non-conforming proportion in high quality processes”, Control Engineering Practice, Vol. 21, No. 4, pp. 407-412, 2013.