

# 시간과 비용을 고려한 막차 이용 최적 경로 도출 시스템

고려대학교 금강산, 김태수, 김형진, 박윤서, 장강





# 연구 목적 및 계획

## I 연구 목적

- ✦ 늦은 시간 이동 경로 검색 시 버스 운행 종료로 택시 탑승 외 다른 방법이 표시되지 않는 경우가 많음. 하지만 같은 시각 운행 중인 좌석 버스 노선 조회 시 도착 가능한 경로가 존재하는 경우가 많음. 이처럼 비용과 시간을 고려하여 기존 경로가 아닌

개인의 목적에 맞는 새로운 최적 경로를 표시하기 위해 연구 진행

## I 연구 계획

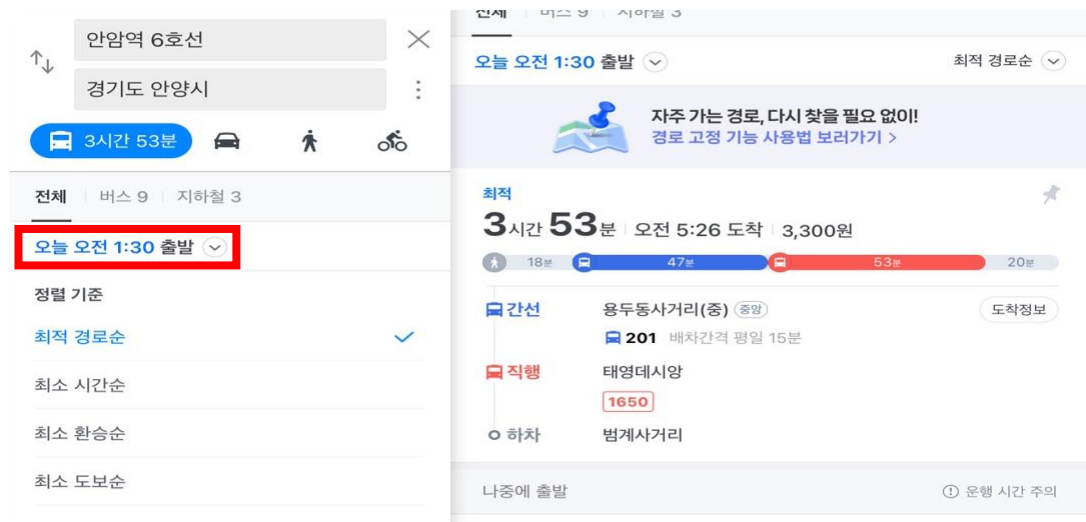
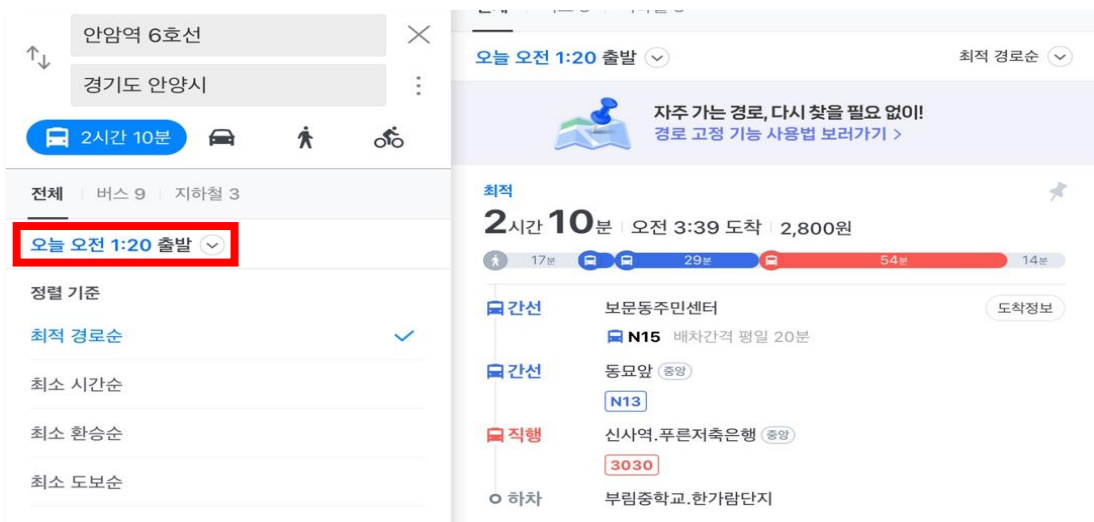
- ✦ 출발지와 목적지를 입력 후 목적지에서 도보 20분 이내에 있는 버스 정류장을 도착지로 설정
- ✦ 해당 도착지에 경로 검색 시간 기준 운행중인 버스의 노선을 역추적해 출발지에서 도달 가능한 지점 탐색
- ✦ 해당 역추적 지점까지 택시를 이용하여 이동한다고 할 때, 택시 탑승 시간을 최소화하기 위한 목적식 설정
- ✦ 제약식은 버스가 정류장을 지나가는 최종 시간과 현재 시각과의 차이를 이용한 시간 제약
- ✦ 최종적으로 기존 경로에 표시되지 않던 좌석 버스를 최소 비용을 통해 탑승하는 것을 목표로 알고리즘 설계



# 연구 동기

## I 연구 동기

- ✦ 실제 안암역을 출발지로, 경기도 안양시를 목적지로 설정 시 1:20 AM 출발의 경우 마지막에 3030번 버스를 타고 목적지에 도착할 수 있으나 1:30AM 이후 출발 시 해당 버스 탑승이 불가하며 택시를 타고 이동해야 함을 확인할 수 있었음.
- ✦ 만약 대중교통이 아닌 택시를 이용하여 3030번 버스 노선상에 위치한 정류장에 도착한다면, 모든 경로상에서 택시를 이용하는 것보다 비용을 절감하며 목적지에 도달할 수 있다는 대안이 존재.
- ✦ 따라서 이러한 경로를 표시해주는 기능의 제공을 위한 수리 모델 설계를 진행하기로 함.



# 세부 연구 내용

## Parameter 설정

$X_i$  :  $i$  버스 정류장에서의 버스 탑승 여부  $\rightarrow i$  정류장에서 버스를 탑승할 경우 1, 그렇지 않으면 0

$I$  : 출발지에서 목적지까지 도착 가능한 경로상에 존재하는 모든 버스 정류장의 집합

$Taxi\_Time_i$  : 출발지에서  $i$  버스 정류장까지 택시로 이동시 소요되는 시간

$Taxi\_Cost_i$  : 출발지에서  $i$  버스 정류장까지 이동 시 소모되는 택시비

$LT_i$  :  $i$  버스 정류장에서 마지막으로 버스가 지나가는 시간

$t$ : 현재 시각

## 수리 모델

$$\min \quad Taxi\_Cost_i \times X_i$$

$$S.T. \quad \sum_{i \in I} X_i = 1$$

$\rightarrow$  버스를 탑승할 한 개의 정류장 선택

$$Taxi\_Time_i \leq LT_i - t + M(1 - X_i), \forall i \in I \quad \rightarrow \text{big } M \text{ method 이용, 선택한 정류장에 한해 제약식 유효}$$

$$X_i \in \{0,1\}$$

# 세부 연구 내용

## | 모델 풀이

```
# Define current time range (in minutes)
current_time_range = range(90, 150, 5) # From 1:30 am to 2:30 am
for t in current_time_range:
    # Create a binary optimization problem
    model = LpProblem(name="Bus_Taxi_Optimization", sense=LpMinimize)
    # Define decision variables
    X = LpVariable.dicts("X", bus_stops, cat='Binary') # Binary variable for each bus stop
    # Define Big M
    M = 10000 # A large positive constant
    # Add objective function
    model += lpSum(taxi_costs[i] * X[i] for i in bus_stops)
    # Add constraints
    for i in bus_stops:
        # Time spent on taxi to bus stop i <= 막차시간-현재시간(남은시간)
        model += taxi_times[i] <= last_bus_times[i] - t + M * (1 - X[i])
    # 버스 정류장은 하나만 골라야 함.
    model += lpSum(X[i] for i in bus_stops) == 1
model.solve()
```

출발지 : 안암역, 목적지 : 경기도 안양시

버스 정류장 명	막차시간	택시 시간(분)	택시 비용
신사역. 푸른저축은행	2:30 AM	33	₩ 13,300
논현역	2:32 AM	36	₩ 14,100
신논현역.인터파크	2:34 AM	38	₩ 15,000

[ 풀이에 사용된 노선 정보 일부 ]

	Current Time	Solution Status	Total Taxi Cost	Bus Stops Reached by Taxi
0	1:30	Optimal	13300원	[신사역. 푸른저축은행]
1	1:35	Optimal	13300원	[신사역. 푸른저축은행]
2	1:40	Optimal	13300원	[신사역. 푸른저축은행]
3	1:45	Optimal	13300원	[신사역. 푸른저축은행]
4	1:50	Optimal	13300원	[신사역. 푸른저축은행]
5	1:55	Optimal	13300원	[신사역. 푸른저축은행]
6	2:00	Optimal	16000원	[래미안아파트. 파이낸셜뉴스]
7	2:05	Optimal	29640원	[인덕원역8번출구]
8	2:10	Infeasible	>=29640원	[]
9	2:15	Infeasible	>=29640원	[]

[ 풀이 결과 제공된 대안 일부 ]

# 연구 결과 분석

## I 결과 해석

- ✦ 앞서 살펴본 사례의 경우 안암역에서 경기도 안양시까지 이동 전체를 택시로 진행할 경우 약 30,000원의 비용이 발생하나, 설계한 모델에 따라 1:30AM 출발 시 신사역 푸른 저축은행 정류장에서 버스를 탑승하고 택시비 13,300원 + 좌석버스 요금 2,800원으로 총 16,100원의 비용을 통해 이동이 가능했음. 2:00AM 출발시에도 래미안 아파트 정류장에서 버스를 이용한 이동이 가능했으며, 2:05AM까지 버스를 이용한 이동이 가능함을 알 수 있었음. 따라서 기존 지도 서비스에는 표시되지 않던 새로운 경로에 대한 탐색을 했다는 의의가 존재.

## I 추가 연구 진행 필요성

- ✦ 하지만 앞선 탐색 과정은 3030번 버스라는 특정 노선을 정해두고 탑승 가능 여부에 대한 탐색이 진행되었다는 점에서 한계 존재, 이를 극복하기 위해 더욱 범용성 있는 모델 수립의 필요성이 제기됨.
- ✦ 따라서 앞서 살펴본 사례를 넘어 더욱 범용성 있는 수리 모델 수립 후 확장된 데이터를 이용하여 모델의 타당성을 검토해보고자 함.

# 추가 연구 세부 내용

## Parameter 설정

$X_{hij}$  : h 버스의 i 버스 정류장에서의 탑승 후 j 버스 정류장에서의 하차 여부  
→ h 버스를 i 정류장에서 탑승후 j 버스 정류장에서 내릴 경우 1, 그렇지 않으면 0

$Z_h$  : h 버스 탑승 여부 → h 버스를 탑승할 경우 1, 그렇지 않으면 0

$TC_i$  : 출발지에서 i 버스 정류장까지 택시로 이동시 소요되는 비용

$TT_i$  : 출발지에서 i 버스 정류장까지 택시로 이동시 소요되는 시간

$\alpha$  : Scaling Parameter로 소요 시간과 비용 간 사용자의 선호도

( $\alpha$  높을 경우 소요 시간에 대한 가중치 증가)

$BT_{ij}$  : i 버스 정류장에서 j 버스 정류장까지 버스로 이동 시 소요되는 시간

$WT_j$  : j 버스 정류장에서 도착지까지 도보로 이동하는 시간

$LT_i$  : i 버스 정류장에서 마지막으로 버스가 지나가는 시간(막차 시간)

$N_h$  : h 버스가 지나가는 모든 버스 정류장들의 집합

$S$  : 가능한 모든 버스 정류장들의 집합

$H$  : 가능한 모든 버스들의 집합

버스 요금 2,500원

## 수리 모델

$$\min \quad \{TC_i + 2500 + \alpha (TT_i + BT_{ij} + WT_j)\} X_{hij} \dots \textcircled{1}$$

$$S.T. \quad \sum_{h \in H} Z_h = 1 \dots \textcircled{2}$$

$$\sum_{j \in N_h} \sum_{i \in N_h} X_{hij} = Z_h, \forall h \in H \dots \textcircled{3}$$

$$\sum_{j \in S} \sum_{i \in S} \sum_{h \in H} X_{hij} = 1, \forall h \in H, \forall i \in S, \forall i \in S \dots \textcircled{4}$$

$$BT_{ij} \times X_{hij} \geq 0 \dots \textcircled{5}$$

$$X_{hij} \times TC_i \leq 30000, \forall h \in H, \forall i \in S, \forall i \in S \dots \textcircled{6}$$

$$X_{hij} \times WT_j \leq 20, \forall h \in H, \forall i \in S, \forall i \in S \dots \textcircled{7}$$

$$TC_i \leq (LT_i - t) + M(1 - X_{hij}), \forall h \in H, \forall i \in S, \forall i \in S \dots \textcircled{8}$$

$$X_{hij}, Z_h \in \{0,1\} \dots \textcircled{9}$$

# 추가 연구 세부 내용

## I 수리 모델 해석

- ① 목적식은  $i$  버스 정류장까지 택시로 이동 시 소요되는 비용과 버스 요금에 Scaling parameter  $\alpha$  와 총 소요시간의 선형 결합을 통한 총 발생 비용을 최소화하는 것이 목적. 이때 이진 변수인  $X_{hij}$  를 곱하여  $h$  버스의  $i$  정류장에서  $j$  정류장까지 도달한 경우에만 그 비용이 계산되도록 함
- ② 모든  $h$ 에 대하여  $Z_h$ 의 합이 1이 되어, 오직 한 대의 버스만을 탑승
- ③  $i, j$ 가 가능한 모든 버스 정류장의 조합임을 고려하여  $h$ 버스에서 운행하는 정류장 조합만 탈 수 있도록 함
- ④ 모든  $i, j, h$ 에 대하여 한 번만 버스를 탑승하여  $i$  버스 정류장에서  $j$  버스 정류장까지 버스로 이동
- ⑤ 탑승 정류장과 하차 정류장의 순서를 반영해 순서가 지켜지지 않는 경우를 방지
- ⑥ 출발지부터  $i$  버스 정류장까지 택시로 이동 시 소요되는 비용은 30,000원 이하 조건을 통해 탑승 정류장 선택
- ⑦  $j$  버스 정류장에서 목적지까지 도보 이동 시간은 20분 이하 조건을 통해 하차 정류장 선택
- ⑧  $i$  버스 정류장에 마지막으로 버스가 도착하는 시간과 현재 시각의 차이(=남은 시간)보다 택시로  $i$  버스 정류장에 도달하는 시간이 짧아야 함
- ⑨  $X_{hij}, Z_h$ 는 이진변수



# 추가 연구 세부 내용

## I 모델 풀이

```
# Define decision variables
X = pulp.LpVariable.dicts("X", (H, S, S), cat='Binary') # Binary variable for taking bus route h from bus stop i to bus stop j
Z = pulp.LpVariable.dicts("Z", H, cat='Binary') # Binary variable indicating whether bus route h is taken or not

# Add objective function
model += pulp.lpSum((TC[i] + 2500 + alpha * (TT[i] + BT[(i, j)] + WT[j])) * X[h][i][j]) for h in H for i in S for j in S)

# Add constraints
model += pulp.lpSum(Z[h] for h in H) == 1

# Constraint 2
for h in H:
    # Constraint 3
    model += pulp.lpSum(X[h][i][j] for j in Nh[h] for i in Nh[h]) == Z[h]

# Constraint 4
for i in S:
    for j in S:
        model += BT[(i, j)] * X[h][i][j] >= 0

# Constraint 5
model += X[h][i][j] * TC[i] <= 20000

# Constraint 6
model += X[h][i][j] * WT[j] <= 20

# Constraint 7
model += TT[i] <= LT[i] - t + M * (1 - X[h][i][j])

# Constraint 1
model += pulp.lpSum(X[h][i][j]) for h in H for i in S for j in S == 1
```

출발지 : 안암역, 목적지 : 서원초등학교

버스 번호	버스 정류장 명	막차시간	택시 시간(분)	택시 비용
1550번 버스	매현 시민의 숲	23:52 PM	26	₩ 21,200
	제일약품사옥	00:07 AM	24	₩ 17,100
5500-2번 버스	을지로 2가	23:56 PM	16	₩ 11,000
	순천향대학병원	00:23 AM	20	₩ 13,100
5001-1번 버스	신논현역	23:58 PM	25	₩ 17,100
	양재역	00:09 AM	24	₩ 19,420

[ 풀이에 사용된 노선 정보 일부 ]

시간 가중치: 0						
	현재시간	탑승 버스	하차 정류장	택시비(원)	총 이동시간(분)	
0	-30	남대문세무서	서원마을현대홈타운.삼성체르빌	10867.93893	82	
1	-25	남대문세무서	서원마을현대홈타운.삼성체르빌	10867.93893	82	
2	-20	남대문세무서	서원마을현대홈타운.삼성체르빌	10867.93893	82	
3	-15	남대문세무서	서원마을현대홈타운.삼성체르빌	10867.93893	82	
4	-10	남대문세무서	서원마을현대홈타운.삼성체르빌	10867.93893	82	
5	-5	남대문세무서	서원마을현대홈타운.삼성체르빌	10867.93893	82	
6	0	남대문세무서	서원마을현대홈타운.삼성체르빌	10867.93893	82	
7	5	null	null	57600.00000	50	
8	10	null	null	57600.00000	50	

시간 가중치: 100						
	현재시간	탑승 버스	하차 정류장	택시비(원)	총 이동시간(분)	
0	-30	남대문세무서	원희캐슬프라자	10867.93893	77	
1	-25	남대문세무서	원희캐슬프라자	10867.93893	77	
2	-20	남대문세무서	원희캐슬프라자	10867.93893	77	
3	-15	남대문세무서	원희캐슬프라자	10867.93893	77	
4	-10	남대문세무서	원희캐슬프라자	10867.93893	77	
5	-5	남대문세무서	원희캐슬프라자	10867.93893	77	
6	0	남대문세무서	원희캐슬프라자	10867.93893	77	
7	5	null	null	57600.00000	50	
8	10	null	null	57600.00000	50	

[ 모델 결과 일부 ]

# 추가 연구 결과 분석

## I 결과 해석

✦ 분석 결과 이동 전체를 택시로 진행할 경우 약 52,000원의 비용이 발생하나, 설계한 모델에 따라 00:00AM 출발 시 남대문 세무서 정류장에서 버스를 탑승하고 택시비 11,000원 + 좌석버스 요금 2,500원으로 총 13,500원의 비용을 통해 이동이 가능했음. 시간 가중치 값이 증가함에 따라 하차 정류장이 서원마을 현대 홈타운 정류장에서 원희 캐슬 프라자로 변경되며 이로 인해 총 이동 시간이 82분에서 77분으로 감소함을 확인할 수 있었음

출발지 : 안암역, 목적지 : 서원초등학교

시간가중치( $\alpha$ )	현재시각	탑승 버스	탑승 정류장 명	하차 정류장 명	택시비(원)	총 이동시간(분)
0	23:30 PM	5500-2	남대문세무서	서원마을현대홈타운.삼성쉐르빌	₩11,000	82
0	00:00 AM	5500-2	남대문세무서	서원마을현대홈타운.삼성쉐르빌	₩11,000	82
0	00:30 AM	5500-2	탑승 불가		₩57,000	50
100	23:30 AM	5500-2	남대문세무서	원희캐슬프라자	₩11,000	77
100	00:00 AM	5500-2	남대문세무서	원희캐슬프라자	₩11,000	77
100	00:30 AM	5500-2	탑승 불가		₩57,000	50
200	23:00 AM	5500-2	남대문세무서	원희캐슬프라자	₩11,000	77
200	00:00 AM	5500-2	남대문세무서	원희캐슬프라자	₩11,000	77
200	00:30 AM	5500-2	탑승 불가		₩57,000	50

# 연구 결론 및 제언

## I 연구 결론 및 의의

- ✦ 초기 모델과 비교해 여러 대의 버스와 시간에 대한 사용자의 선호도를 나타내는  $\alpha$ 의 도입을 통해 비용과 시간을 함께 고려한 범용성 높은 모델로 탐색을 진행한 결과, 기존 지도 서비스에서는 11:30 PM 출발 시 예상 택시 요금이 52,000원 정도지만 수립한 수리 모델을 이용해 5500-2번 버스를 남대문세무서 정류장에서 탑승 후 서원마을 현대홈타운 정류장에서 하차하는 경로를 통해 택시비 11,000원과 버스 요금 2,500원을 합친 약 13,500원의 비용으로 목적지 도착이 가능함을 확인하였음.
- ✦  $\alpha$  가중치를 이용해 시간을 고려했을 때,  $\alpha$ 가 커질 수록 시간을 중요시 하는 결과값이 도출되어 이동 시간이 줄어들었음.
- ✦  $\alpha$  가중치를 이용하여 시간을 중요시하는 결과값과 비용을 중요시하는 결과값을 모두 도출하여, 이를 통해 다양한 선택지를 제공할 수 있음

# 연구 결론 및 제언

## I 한계점 및 제언

- ✦ 버스 정류장에 택시를 타고 도착했을 때 버스가 실제로는 도착하지 않은 경우가 존재할 수 있음. 하지만 본 연구에서는 해당 부분에 대한 고려 없이 최적의 상황만을 고려하여 풀이를 수행하였다는 점에서 한계가 존재하며, 이를 추후 연구에서는 이를 고려한 모델 설정이 필요할 것.
- ✦ 본 연구에서는 택시, 버스, 도보 순으로 이동 수단을 확정된 후 연구를 진행했으나, 실제로는 더욱 다양한 경우의 수로 이동하는 상황이 발생할 수 있음. 추후 연구에서는 다양한 조합의 이동 루트를 고려할 수 있는 모델을 만들어 본 연구를 개선할 수 있음.