原子物理整理 *

啃下大杂烩

Justin

2024-12-17 Tue 14:40

目录

…持续更新中…
发现错误请私我，会非常感谢你
PDF 不保新
考完结束

公式汇集

考试无公式

Coulomb 散射	瞄准角度与散射角	$b=\frac{a}{2}\cot\frac{\theta}{2},a=\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Z_1Z_2e^2}{E_k}$
Rutherford 散射	散射角大于 θ 粒子数占比	$\frac{\Delta N}{N}=nt\pi b^2,b=\frac{a}{2}\cot\frac{\theta}{2}$
	角度对应的微分散射截面	$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega}=\frac{a^2}{16\sin^4\frac{\theta}{2}}$
Rydberg 里德伯公式		$\nu=\frac{1}{\lambda}=R_H\left[\frac{1}{n^2}-\frac{1}{n'^2}\right]$
Bohr 原子	半径、能量	$r_n=\frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{me^2},E_n=\frac{me^4}{(4\pi\epsilon)^2 2\hbar^2n^2}$
波粒二项性		$p=\frac{h}{\lambda},E=h\nu$
Schrodinger 方程	定态一维	$\left[-\frac{\hbar}{2m}\nabla^2+V\right]\psi(x)=E\psi(x)$
不确定关系		$\Delta x\Delta p\geq\frac{\hbar}{2},\Delta t\Delta E\geq\frac{\hbar}{2}$
Bohr 磁子		$\mu_B=\frac{e\hbar}{2m},\mu_l=\sqrt{l(l+1)}\mu_B$
Lande g 因子	将磁矩变为 z 方向因子	$g=\frac{3}{2}+\frac{S^2-L^2}{2J^2}$
角动量量子化		$L=\sqrt{l(l+1)}\hbar;S=\sqrt{s(s+1)}\hbar;J=\sqrt{j(j+1)}\hbar$
S-G 实验	分裂距离	$z=\mu_z\frac{\partial B_z}{\partial z}\frac{Dd}{3kT}$
Compton 康普顿散射	出射与入射光波长	$\lambda'-\lambda=\frac{h}{m_ec^2}(1-\cos\theta)$
	散射光子能量	$h\nu=\frac{h\nu}{1+r(1-\cos\theta)},r=\frac{h\nu}{mc^2}$
	反冲电子能量	$E=h\nu-h\nu$

每章整理

第一章 · Rutherford 模型

Comlomb 散射

$$b=\frac{a}{2}\cot\frac{\theta}{2},a=\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Z_1Z_2e^2}{E_k}$$

写法：能量守恒（动势能）

Rutherford 散射

散射角大于 θ 的粒子数占比

$$\frac{\Delta N}{N}=nt\pi b^2,b=\frac{a}{2}\cot\frac{\theta}{2}$$

1.2;1.6

角度对应的微分散射截面

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega} = \frac{a^2}{16\sin^4\frac{\theta}{2}}$$

原子模型困难：

原子很稳定，没有电磁损失（绕圈电子应当会产生电磁场导致能拉损失）

原子可一模一样，行星结构形成很难

再生：行星平衡容易被打破

第二章 · Bohr

光谱 Rydberg 里德伯公式

$$\nu = \frac{1}{\lambda} = R_H\left[\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2}\right]$$

Bohr 模型

$$L = n\hbar = mvr = \sqrt{\frac{me^2r}{4\pi\epsilon_0}} \Rightarrow r_n = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{me^2}, E_n = \frac{me^4}{(4\pi\epsilon)^2 2\hbar^2 n^2}$$

其它：Frank-Hertz 实验；Compton 散射都得到量子化结果

第三章 · 量子力学初步

波粒二项

$$p = \frac{h}{\lambda}, E = h\nu$$

不确定关系

$$\Delta x \Delta p \geq h$$
$$\Delta t \Delta E \geq h$$

一般使用 $\geq \frac{\hbar}{2}$

［例 1］ 束缚粒子的最小平均动能

假如粒子被束缚在线度为 r 的范围内，即假定 $\Delta x = r$，那么，依照式（13－8），粒子的动量必定有一个不确定度，它至少为

$$\Delta p_x = \frac{\hbar}{2\Delta x} = \frac{\hbar}{2r}$$

Δp_x 的定义是

$$\Delta p_x = \sqrt{[(p_x - \bar{p}_x)^2]_{平均}} \tag{13-10}$$

对于束缚在空间的粒子，其动量在任何方向的平均分量必定为零，即 $\bar{p}_x = 0$，故 Δp_x 与均方动量的关系为：

$$(\Delta p_x)^2 = (p_x^2)_{平均} \tag{13-11}$$

对于三维空间，

$$(p_x^2)_{平均} = \frac{1}{3}(p^2)_{平均} \tag{13-12}$$

依照这些关系式，我们可以得到最小的平均动能

$$E_k = \frac{p^2_{平均}}{2m} = \frac{3\hbar^2}{8mr^2} \tag{13-13}$$

式中 m 为粒子的质量．由此可见，E 决不为零；于是，我们再次得到了在 §12 中所得到的结论．这一结论从不确定关系得到，与束缚形式无关，只要粒子被束缚在空间（或言之，粒子在势阱内），粒子的最小动能就不能为零（粒子不能落到阱底）．事实上，假如粒子的动能可以为零，则不确定关系就要求 $\Delta x \to \infty$，粒子怎么能被束缚住?!

［例 3］ 谱线的自然宽度

在光谱线系中，如果与某谱线对应的两条能级（状态）都有确定的能值，那么在它们之间发生的跃迁就会给出一确定的谱线，原则上就是一条线. 但是，电子要从某一条能级往下跃迁，电子在这条能级上必有一定寿命，即 Δt 不能是无限长. 按照不确定关系，这条能级必定存在相应的宽度 ΔE，因此，谱线不可能是几何的线，而是有个宽度 ΔE，此即谱线的自然宽度. 例如，假定原子中某激发态的寿命为 $\Delta t = 10^{-8}$ s，由不确定关系式（13－9），

$$\Delta E \geqslant \frac{\hbar}{2\Delta t} = \frac{\hbar c}{2\Delta t c} = \frac{197 \times 10^{-15} \times 10^{6}}{2 \times 10^{-8} \times 3 \times 10^{8}}\ \mathrm{eV} = 3.3 \times 10^{-8}\ \mathrm{eV}$$

这就是与该激发态相应的谱线的自然宽度，它是由能级的固有寿命所决定的. 实验完全证明了谱线自然宽度的存在.

能级的寿命有时会受外界条件的影响，例如，气体中的原子彼此之间不断地碰撞. 当一激发态的原子遭到碰撞原子作用时，一般要改变它的激发能，激发态的寿命要缩短. 按不确定关系，碰撞效应将增大跃迁谱线的宽度. 由此增大的宽度往往远大于自然宽度. 为了减少碰撞引起的增宽，在光谱研究中采用的光源常处在低气压状态（例如 1 mmHg 量级的压强）.

薛定谔方程

$$\left[-\frac{\hbar}{2m}\nabla^2 + V\right]\psi = \mathrm{i}\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t}$$

$$\left[-\frac{\hbar}{2m}\nabla^2 + V\right]\psi = E\psi$$

下面是定态方程，E 是能量（本征值）。求解过程：

1. 写方程。
2. 写边界条件：边界连续性、归一化条件 $\int_{-\infty}^{\infty}\psi^*\psi\mathrm{d}x = 1$
3. 写通解：
   - $V > E$: $\psi = A\mathrm{e}^{kx} + B\mathrm{e}^{-kx}$,$k = \sqrt{\frac{2m}{k}(V-E)}$
   - $V < E$: $\psi = C\sin(kx) + D\cos(kx)$, $k = \sqrt{\frac{2m}{k}(E-V)}$
4. 代入边界条件

   归一化条件：

$$\int_{-\infty}^{\infty}\psi^*\psi\mathrm{d}x = 1$$

- 无限位能井

$$V = \begin{cases} 0, , 0 < x < d \\ \infty, \end{cases}$$

$$\cdots$$

$$E_n = \frac{n^2 h^2}{8md^2}$$

$$\psi(x) = \sqrt{\frac{2}{d}} \sin \frac{n\pi x}{d}$$

- 有限位能井

$$V = \begin{cases} 0, & 0 < x < d \\ \infty \end{cases}$$

$$\cdots$$

$$E_n = \frac{n^2 h^2}{8md^2}$$

第四章 · 原子精细结构

轨道磁矩和角动量量子化

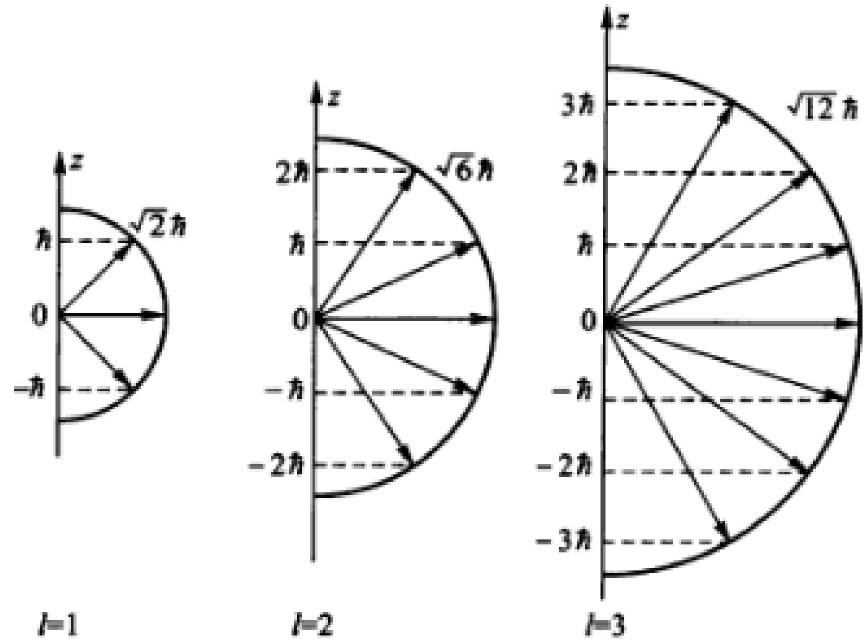


图 18.3 轨道角动量及其分量的示意图

$$\text{Bohr 磁子}\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e}, \text{量子磁矩}\mu_l = \sqrt{l(l+1)}\mu_B, \mu_{lz} = -m_l\mu_B$$

电子自旋假设：除了轨道角动量还有自旋角动量 $S = \sqrt{s(s+1)}\hbar, s = \frac{1}{2}, s_z = \pm\frac{1}{2}\hbar$

Lande 因子 g

任意角动量 j 有 $\mu = -\sqrt{j(j+1)}g_j\mu_B, \mu_{jz} = -m_jg_j\mu_B$

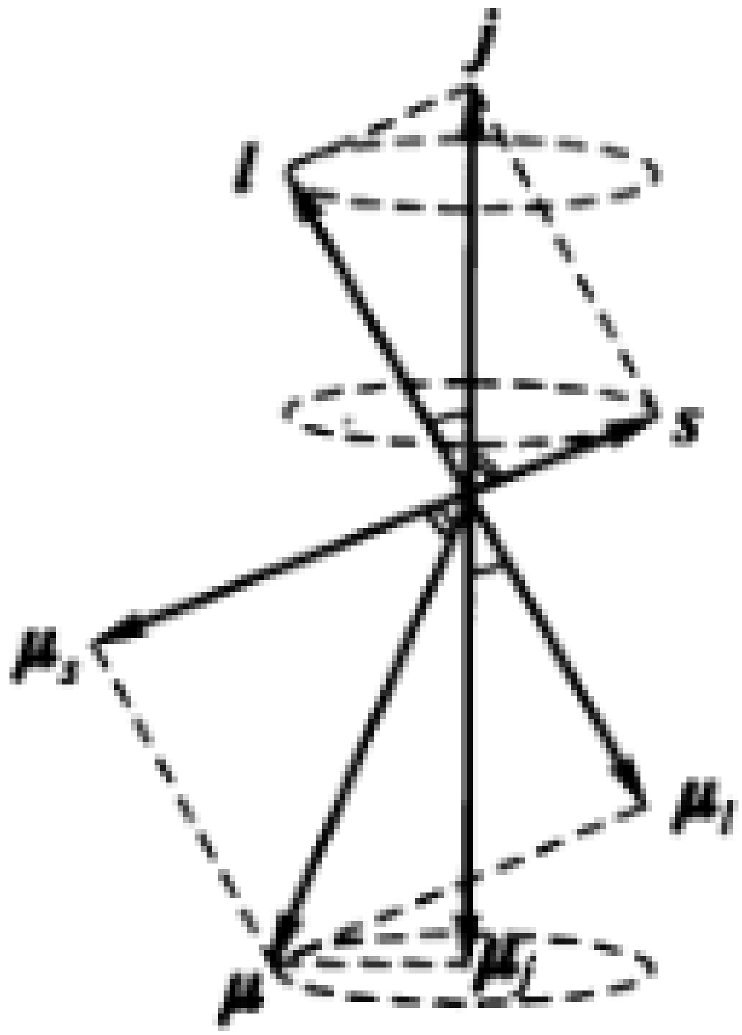


图 20.1　电子磁矩
同角动量的关系

认电子状态

电子状态表示 $^2S_{\frac{1}{2}}$ 其中：S 表示 $l=0$；右下角 $\frac{1}{2}$ 表示 $j=\frac{1}{2}$；左上角 2 表示 $2s+1=2$

左上角：2s+1
左下角：原子序数
右下角：

2s+1
原子序数　s

S
P　　　　l=1
$j=\frac{1}{2},\frac{3}{2}$

SG: H 原子进入不均匀磁场出现分裂谱线
Zeeman: 外磁场下原子能级分裂
反常 Zeeman：推测有自旋

原子组态

如 sp 耦合

- 当 l-s 耦合，$s_1=s_2=\frac{1}{2},l_1=0,l_2=1$ 于是 $J=0,1,2$ 可表示 $^1P_1,^3P_2,^3P_1,^3P_0$
- 当 j-j 耦合，$j_1=\frac{1}{2},j_2=\frac{1}{2},\frac{3}{2}$ 则 $J=0,1,1,2$ 表示 $\left(\frac{1}{2},\frac{3}{2}\right)_2,\left(\frac{1}{2},\frac{3}{2}\right)_1,\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)_1,\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)_0$

还要考虑泡利不相容：
只有对 l-s 耦合，有洪特、朗德间隔约束：

- 洪特规则：当某原子态具有 S 最大时，所处能级未知最低，对同一 S 以 L 最大的为最低
- 朗德间隔定则：三重态中，一对相邻能级之间间隔与两个 J 值中交大的值成正比。

上面的我也看不懂

GPT 老师的傻瓜教学

习题

1. **电子状态符号的完整结构**

电子状态符号通常写成 ${}^{2S+1}L_J$，它包含以下信息：

- **自旋多重度** $(2S+1)$：与总自旋量子数 S 相关，表示电子的自旋排布。
- **总轨道角动量符号** (L)：与总轨道角动量 L 的数值相关，决定了状态的空间对称性。
- **总角动量量子数** (J)：由 L 和 S 矢量相加得到的总角动量。

例如：

- ${}^3P_2$：表示 $S=1$, $L=1$, $J=2$ 的态。
- ${}^1D_2$：表示 $S=0$, $L=2$, $J=2$ 的态。

---

1. **逐步理解符号的每一部分**

(1) **自旋多重度 $(2S+1)$**

- 单个电子的自旋 $s=\frac{1}{2}$，其可能取值为 $m_s=\pm\frac{1}{2}$。
- 总自旋 S 是所有电子的 m_s 的向量和【大写小写区别】。
  - 如果有 n 个未配对电子，每个 $s=\frac{1}{2}$，则最大 $S=n\times\frac{1}{2}$。
  - 如果电子都成对，则 $S=0$。

写在左上角的 **自旋多重度**是总自旋量子数的状态数，公式为：

$$2S+1$$

它表示系统的自旋排列可能性。例如：

- $S = 1$ 时，自旋多重度为 3，称为三重态。
- $S = 0$ 时，自旋多重度为 1，称为单重态。

---

(2) **总轨道角动量** (L)

- 单个电子的轨道角动量量子数为 l，对于 s, p, d, f 等轨道：
  - s: $l = 0$
  - p: $l = 1$
  - d: $l = 2$
  - f: $l = 3$
- **总轨道角动量** L 是所有电子的轨道角动量之和：

$$L = \sum m_l$$

- 符号对应如下：
  - $L = 0$：S
  - $L = 1$：P
  - $L = 2$：D
  - $L = 3$：F
  - 以此类推…

---

(3) **总角动量** (J)

- 总角动量 J 是 L 和 S 的矢量和：

$$J = |L - S|, \ldots, (L + S)$$

- J 的范围由 L 和 S 决定。
- 例如：若 $L = 2, S = 1$，则 $J = 1, 2, 3$。

---

1. **如何从电子排布推导** $^{2S+1}L_J$

让我们通过 p^4 配置为例，逐步推导电子状态符号。

电子排布

- p-轨道有三个子轨道 ($m_l = -1, 0, +1$)，每个子轨道最多容纳两个电子（自旋 $m_s = \pm\frac{1}{2}$）。
- p^4 表示共有 4 个电子填入这三个子轨道。

---

(1) **确定** S

- ** 电子自旋排布 **:
  - p^4 中有 4 个电子，即 2 个配对电子、2 个未配对电子。
  - 配对电子的自旋互相抵消，剩余两个未配对电子贡献 $S = 1$。
- $S = 1$ 和 $S = 0$ 都可能，需逐一考虑。

---

(2) **确定** L

- ** 轨道排布 **:
  - 假设两个电子在 $m_l = -1, +1$ 上（未配对），两个在 $m_l = 0$（配对）。
  - $L = 1 + (-1) + 0 + 0 = 0$。
- 换种排布：若两个未配对电子分别位于 $m_l = 0, +1$，则:
  - $L = 0 + 1 + (-1) = 1$。
- 再换种排布：若两个未配对电子分别位于 $m_l = +1, +1$，则:
  - $L = 1 + 1 + (-1) + 0 = 2$。

(3) **组合** LSJ 根据 S、L、J 的可能值，列出态符号：

S	L	态符号	J 范围
1	2	^3D	$1, 2, 3$
1	1	^3P	$0, 1, 2$
1	0	^3S	1
0	2	^1D	2
0	1	^1P	1
0	0	^1S	0

最低能量态根据 Hund 规则：

1. S 最大优先。
2. L 最大优先。
3. 若考虑 J，通常 J 最小。

因此，最低能量态是 $^3P_0$。
总结：电子有磁矩，在外磁场中使用 $\mu_z = mg\mu$

多电子耦合

- sl 耦合：$\Delta S = 0, \Delta L = 0, \pm 1, \Delta J = 0, \pm 1$
- jj 耦合：$Δ j=0,± 1,$

自旋

$$\mu = iS = \frac{ev}{2\pi r}\pi r^2 = -\frac{e}{2m}L, \gamma = \frac{e}{2m}$$

$$\mu = -\gamma\mathbf{L}$$

$$\frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}t} = \tau = \mu \times \mathbf{B} \to$$

$$\frac{\mathrm{d}\mu}{\mathrm{d}t} - \gamma\mu \times \mathbf{B} = \omega \times \mu, \omega = \gamma B$$

Lamour 进动量子表示

三个实验推出有自旋

1. S-G: Ag 在磁场有两个偏转（一个外层电子本应只有一个）
2. 精细结构光谱:
3. 反常 Zeeman 塞曼:

耦合?

s-1,p-3,d-5

$$\mu .. = -\frac{e}{-}F = \vec{\mu}\frac{\mathrm{d}B_z}{\mathrm{d}z}$$

`BV1s14y127nq`

SG 实验

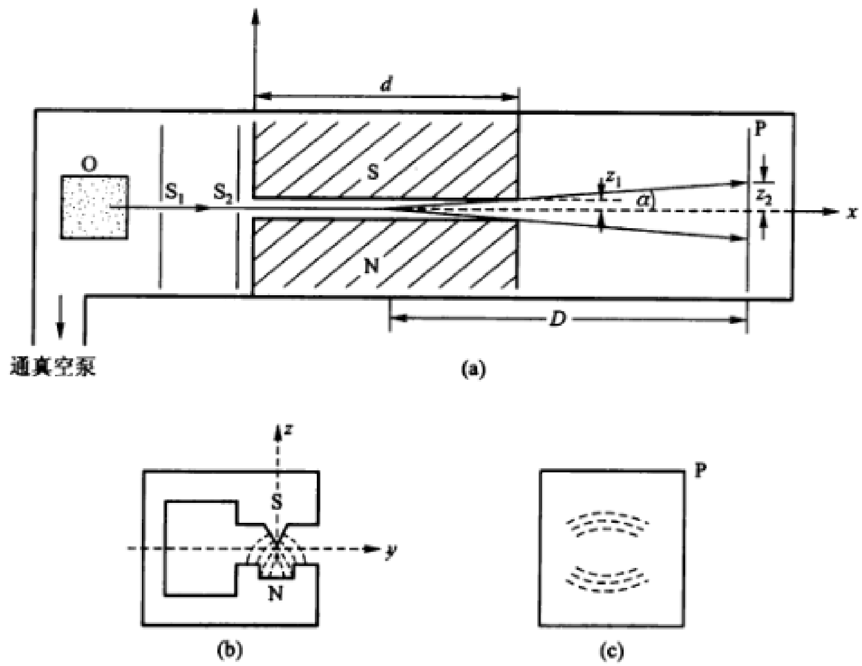


图 19.1　施特恩－盖拉赫实验的装置示意图

$$z = \mu_z \frac{\partial B_z}{\partial z} \frac{Dd}{3kT}$$

自旋角动量

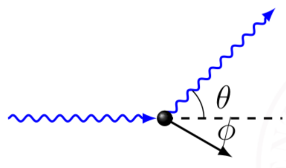
$$L = \sqrt{l(l+1)}\hbar; S = \sqrt{s(s+1)}\hbar; J = \sqrt{j(j+1)}\hbar$$
$$g = \frac{3}{2} + \frac{1}{2}\left(\frac{s^2 - l^2}{j^2}\right)$$

- 两个电子：j-j,l-s

第五章 · 多电子

Compton 散射

光打电子波长变



结论：

$$\begin{cases}\left(\frac{h}{\lambda}\right)^2+\left(\frac{h}{\lambda'}\right)^2-2\frac{h^2}{\lambda\lambda'}\cos\theta=p\\ h\nu+m_ec^2=h\nu'+\sqrt{(pc)^2+(mc^2)^2}\end{cases}\rightarrow\boxed{\lambda'-\lambda=\frac{h}{m_ec^2}(1-\cos\theta)}$$

写法：余弦定理＋能量守恒（需要相对能总能量）

- 最大：原路返回 $\theta=\pi$ $\Delta\lambda=\frac{2h}{mc^2}$
- 最小

想知道能量变化关系

$$h\nu'-h\nu=h\frac{c}{\lambda'}-h\frac{c}{\lambda}$$

- 相干散射——弹性散射：能量不损失外层
- 非相干——损失能量内层电子

逆 Compton：电子打光子
应用：测电子动量
其它：Frank hertz

第六章 · X 射线吸收

只考概念

布拉格方程得到晶格常数特征谱（XRF）
导带价带
一般测半导体（导体无，绝缘体太宽）

作业及提高

第一章：Rutherford 实验

1-2 公式代入

1-2

(1) 动能为 5.00 MeV 的 α 粒子被金核以 $90°$ 散射时，它的瞄准距离（碰撞参数）为多大？

(2) 如果金箔厚为 1.0 μ m，则入射 α 粒子束以大于 $90°$ 散射（称为背散射）的粒子数是全部入射粒子的百分之几？ **解答:**

$$
\begin{aligned}
b &= \frac{a}{2}\cot\frac{\theta}{2} = \frac{1}{2}\frac{e^2 Z_1 Z_2}{4\pi\epsilon_0 E_k}\cot\frac{90°}{2} \\
&= \frac{1}{2}\frac{1.44\,\mathrm{fm}\cdot\mathrm{MeV}\times 2\times 79}{5\,\mathrm{MeV}}\cot\frac{90°}{2} = \frac{1}{2}\times 45.5\,\mathrm{fm}\times\cot 45° \\
&= \boxed{22.8\,\mathrm{fm}}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\frac{\Delta N}{N} &= nt\pi b^2, \quad b = \frac{a}{2}\cot\frac{\theta}{2} \\
&= \frac{N_A\rho}{M} t\pi\frac{a}{2}\cot\frac{\theta}{2} \\
&= \frac{6.02\times 10^{23}\times 18.88\,\mathrm{g/cm^3}}{197\mathrm{g/mol}}\times 10^{-6}\,\mathrm{m}\times 3.142\times(22.8\,\mathrm{fm})^2 \\
&= \boxed{9.4\times 10^{-5}}
\end{aligned}
$$

(1) 由式 (3-1)、(3-2) 知碰撞参数 b 与散射角 θ 的关系式为

$$b = \frac{a}{2}\cot\frac{\theta}{2} \quad (\text{式中}a = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\epsilon_0 E_k})$$

库仑散射因子为

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{a^2}{4\sin^4\left(\frac{\theta}{2}\right)}$$

其中，Z_1 和 Z_2 分别是 α 粒子和金核的原子序数，e 是电子电荷，ϵ_0 是真空介电常数，E_k 是 α 粒子

$$a = \frac{e^2 Z_1 Z_2}{4\pi\epsilon_0 E_k} = \frac{1.44\,\mathrm{fm}\cdot\mathrm{MeV}\times 2\times 79}{5\,\mathrm{MeV}} = 45.5\,\mathrm{fm}$$

计算瞄准距离 \$b\$：

$$b = \frac{a}{2}\cot\frac{\theta}{2} = \frac{1}{2}\times 45.5\,\mathrm{fm}\times\cot 45^\circ = 22.8\,\mathrm{fm}$$

(2) 方法一根据式 (3-15)、(3-16) 知, 若有 N 个 α 粒子打到金箔上, 在 $d\Omega$ 方向上测得的粒子数为

$$dN' = Nnt\sigma_C d\Omega \quad \left(\text{式中}\sigma_C = \frac{a^2}{16\sin^4\frac{\theta}{2}},\, d\Omega = 2\pi\sin\theta d\theta\right)$$

已知金的摩尔质量 $M = 197\,\mathrm{g/mol}$, 金的密度 $\rho = 18.88\,\mathrm{g/cm^3}$, 原子核的数密度 $n = \frac{N_A}{V_m} = \frac{N_A\rho}{M}$, α 粒子束以大于 90° 散射的粒子数为

$$N' = \int Nnt\sigma_c d\Omega = N\int_{90^\circ}^{180^\circ}\frac{N_A\rho}{M}t\frac{a^2}{16\sin^4\frac{\theta}{2}}2\pi\sin\theta d\theta$$

大于 90° 散射的粒子数与全部入射粒子的比为

$$\frac{N'}{N} = \int_{90^\circ}^{180^\circ}\frac{N_A\rho}{M}t\frac{a^2}{16\sin^4\frac{\theta}{2}}2\pi\sin\theta d\theta = \int_{90^\circ}^{180^\circ}\frac{N_A\rho}{M}t\frac{a^2}{\pi\cos\frac{\theta}{2}}d\theta$$
$$= \frac{N_A\rho t\pi a^2}{4M}\int_{90^\circ}^{180^\circ}\frac{2d\left(\sin\frac{\theta}{2}\right)}{\sin^3\frac{\theta}{2}} = \frac{N_A\rho t\pi a^2}{4M}\left(\frac{1}{\sin^2 45^\circ} - \frac{1}{\sin^2 90^\circ}\right)$$

$$= \frac{6.02 \times 10^{23}\,\mathrm{mol}^{-1} \times 18.88\,\mathrm{g/cm}^3 \times 1.0 \times 10^{-6}\,\mathrm{m} \times 3.142 \times (45.5\,\mathrm{fm})^2}{4 \times 197\,\mathrm{g/mol}}$$
$$= 9.4 \times 10^{-5}$$

则大于 90° 散射的粒子数占全部入射粒子的百分比为 $9.4 \times 10^{-3}\%$.

方法二根据碰撞参数 b 与散射角 θ 的关系式 $b = \frac{a}{2}\cot\frac{\theta}{2}$, 可知当 $\theta \geqslant 90^\circ$ 时, $b(\theta) \leqslant b(90^\circ)$, 即对于每一个靶核，散射角大于 90° 的入射粒子位于 $b < b(90^\circ)$ 的圆盘截面内，该截面面积为 $\sigma_c = \pi b^2(90^\circ)$, 则 α 粒子束以大于 90° 散射的粒子数为

$$N' = Nnt\pi b^2$$

大于 90° 散射的粒子数与全部入射粒子的比为

$$\frac{N'}{N} = nt\pi b^2 = \frac{N_A\rho}{M}t\pi b^2$$
$$= \frac{6.02 \times 10^{23}\,\mathrm{mol}^{-1} \times 18.88\,\mathrm{g/cm}^3 \times 1.0 \times 10^{-6}\,\mathrm{m} \times 3.142 \times (22.8\,\mathrm{fm})^2}{197\,\mathrm{g/mol}}$$
$$= 9.4 \times 10^{-5}$$

与方法一所得结果一致。

1-5

动能为 $1.0\,\mathrm{MeV}$ 的窄质子束垂直地射在质量厚度为 $1.5\,\mathrm{mg/cm}^2$ 的金箔上，计数器记录以 60° 角散射的质子。计数器圆形输入孔的面积为 $1.5\,\mathrm{cm}^2$，离金箔散射区的距离为 $10\,\mathrm{cm}$，输入孔对着且垂直于射到它上面的质子。试问：散射到计数器输入孔的质子数与入射到金箔的质子数之比是多少?（质量厚度定义为 $\rho_m = \rho t$，其中 ρ 为质量密度，t 为靶厚。）

解：窄质子束打到金箔上，散射到 $\theta \to \theta - \Delta\theta$ 方向上 $\Delta\Omega$ 立体角的概率 η 为

$$\eta = \frac{\Delta N}{N} = nt\sigma_C\Delta\Omega$$

式中原子核的数密度 $n = \frac{N_A}{V_m} = \frac{N_A\rho}{M}$，$\Delta\Omega = \frac{S}{r^2}$，散射截面的定义式为

$$\sigma_C = \frac{a^2}{16\sin^4\frac{\theta}{2}}$$

则有

$$\eta = \frac{\Delta N}{N} = \frac{N_A \rho t}{M} \frac{a^2}{16\sin^4\frac{\theta}{2}}$$

已知金的摩尔质量 $M = 197\,\mathrm{g/mol}$,金的质量厚度 $\rho_m = \rho t = 1.5\,\mathrm{mg/cm^2}$,先计算出库仑散射因子

$$a = \frac{e^2 Z_1 Z_2}{4\pi\varepsilon_0 E_k} = \frac{1.44\,\mathrm{fm}\cdot\mathrm{MeV}\times 1\times 79}{1\,\mathrm{MeV}} = 113.76\,\mathrm{fm}$$

代入数据计算，散射到计数器输入孔的质子数与入射到金箔的质子数之比为

$$\begin{aligned}\eta &= \frac{N_A \rho t}{M} \frac{a^2}{16\sin^4\frac{\theta}{2}} \frac{S}{r^2} \\ &= \frac{6.02\times 10^{23}\,\mathrm{mol^{-1}}\times 1.5\,\mathrm{mg/cm^2}\times(113.76\times 10^{-13}\,\mathrm{fm})^2\times 1.5\,\mathrm{cm^2}}{197\,\mathrm{g}\cdot\mathrm{mol^{-1}}\times 16\sin^4 30^\circ\times(10\,\mathrm{cm})^2} \\ &= 8.9\times 10^{-6}\end{aligned}$$

第二章：光电、Bohr 、光谱

2-1 光电效应逸出功 easy

2-1

铯的逸出功为 1.9 eV, 试求:

(1) 铯的光电效应阈频率及阈值波长;

(2) 如果要得到能量为 1.5 eV 的光电子, 必须使用多少波长的光照射?

$$E = h\nu - W, E = 0$$

$$\nu = \frac{W}{h} = \frac{1.9\text{ eV}\times 3.0\times 10^8\text{ m/s}}{1.24\text{ nm}\cdot\text{keV}} = \boxed{4.6\times 10^{14}\text{ Hz}}$$

$$\lambda = cT = \frac{c}{\nu} = \frac{3.0\times 10^8\text{ m/s}}{4.6\times 10^{14}\text{ Hz}} = 6.5\times 10^{-7}\text{ m} = \boxed{6.5\times 10^2\text{ nm}}$$

$$E = h\frac{c}{\lambda} - W \rightarrow 1.5\text{eV} = h\frac{c}{\lambda} - 1.9\text{eV}$$

$$\lambda = \frac{hc}{3.4\text{eV}} = \frac{1.24\text{nm}\cdot\text{eV}}{3.4e\text{V}}$$

$$= \boxed{3.6 \times 10^2 \text{ nm}}$$

根据式 (6-9) 爱因斯坦的光电效应方程

$$\frac{1}{2}mv_m^2 = h\nu - \phi$$

式中, $\frac{1}{2}mv_m^2$ 为出射电子的最大动能, $h\nu$ 为入射光子能量, ϕ 为金属的逸出功.

(1) 铯的逸出功 $\phi = 1.9$ eV, 当出射电子的最大动能为 0 时, 入射光子的频率最小, 对应于金属的光电效应阈频率, 即

$$h\nu_0 = \phi$$

故阈频率为

$$\nu_0 = \frac{\phi}{h} = \frac{1.9 \text{ eV} \times 3.0 \times 10^8 \text{ m/s}}{1.24 \text{ nm}\cdot\text{keV}} = 4.6 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

阈值波长的值为

$$\lambda_0 = \frac{c}{\nu_0} = \frac{3.0 \times 10^8 \text{ m/s}}{4.6 \times 10^{14} \text{ Hz}} = 6.5 \times 10^{-7} \text{ m} = 6.5 \times 10^2 \text{ nm}$$

(2) 若要得到光电子的能量为 $E = \frac{1}{2}mv_m^2 = 1.5$ eV, 则

$$h\nu = \frac{1}{2}mv_m^2 + \phi$$

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{hc}{\phi + E} = \frac{1.24 \text{ nm}\cdot\text{keV}}{1.9 \text{ eV} + 1.5 \text{ eV}} = 3.6 \times 10^2 \text{ nm}$$

2-6 计算谱线波长 **公式**

2-6

在波长从 95 nm 到 125 nm 的光带范围内，氢原子的吸收光谱中包含哪些谱线？

解答

$$\frac{\frac{1}{\lambda} = R_H\left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n'^2}\right)}{\lambda = \frac{1}{R_H\left(\frac{1}{1} - \frac{1}{n^2}\right)}} \longrightarrow n = 1$$

$$\begin{aligned}
n' &= 1,\text{no nm} \\
n' &= 2, \quad \lambda = 121.6\,\text{nm} \\
n' &= 3, \quad \lambda = 102.6\,\text{nm} \\
n' &= 4, \quad \lambda = 97.25\,\text{nm} \\
n' &= 5, \quad \lambda = 94.98\,\text{nm}
\end{aligned}$$

3 条，n =2,3,4。

在通常温度下，氢原子都处于基态，所以吸收光谱是从 $n = 1$ 能级向高能级跃迁产生的。

2 由式 (8-4) 得

$$\lambda = \frac{1}{R_H\left(1 - \frac{1}{n'^2}\right)}$$

由表 8.1 知，$R_H = 109677.58\,\text{cm}^{-1}$，据题意要求波长范围 $95\,\text{nm} < \lambda < 125\,\text{nm}$，所以 n' 取 2, 3, 4，其对应的波长分别为

$$\begin{aligned}
n' &= 2, \quad \lambda = 121.6\,\text{nm} \\
n' &= 3, \quad \lambda = 102.6\,\text{nm} \\
n' &= 4, \quad \lambda = 97.25\,\text{nm}
\end{aligned}$$

第三章：波动方程

3-1 物质波长 公式

3-1

电子的能量分别为 10 eV、100 eV 和 1000 eV 时, 试计算其相应的德布罗意波长. 电子速度远小于光速, 则电子动量和能量的关系为

$$p = \sqrt{2m_e E}$$

电子的德布罗意波长为

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2m_e E}} = \frac{hc}{\sqrt{2m_e c^2 E}} = \frac{1.24\ \mathrm{nm}\cdot\mathrm{keV}}{\sqrt{2\times 0.511\ \mathrm{MeV}\cdot E}}$$

对能量分别为 10 eV 100 eV 1000 eV 的电子, 对应的德布罗意波长分别为

$$\lambda_1 = \frac{1.24\ \mathrm{nm}\cdot\mathrm{keV}}{\sqrt{2\times 0.511\ \mathrm{MeV}\cdot 10\ \mathrm{eV}}} = \frac{1.226\ \mathrm{nm}}{\sqrt{10}} = 0.39\ \mathrm{nm}$$
$$\lambda_2 = \frac{1.24\ \mathrm{nm}\cdot\mathrm{keV}}{\sqrt{2\times 0.511\ \mathrm{MeV}\cdot 100\ \mathrm{eV}}} = \frac{1.226\ \mathrm{nm}}{\sqrt{100}} = 0.123\ \mathrm{nm}$$
$$\lambda_3 = \frac{1.24\ \mathrm{nm}\cdot\mathrm{keV}}{\sqrt{2\times 0.511\ \mathrm{MeV}\cdot 1000\ \mathrm{eV}}} = \frac{1.226\ \mathrm{nm}}{\sqrt{1000}} = 0.039\ \mathrm{nm}$$

3-15 势能井波动方程 hard

3-15

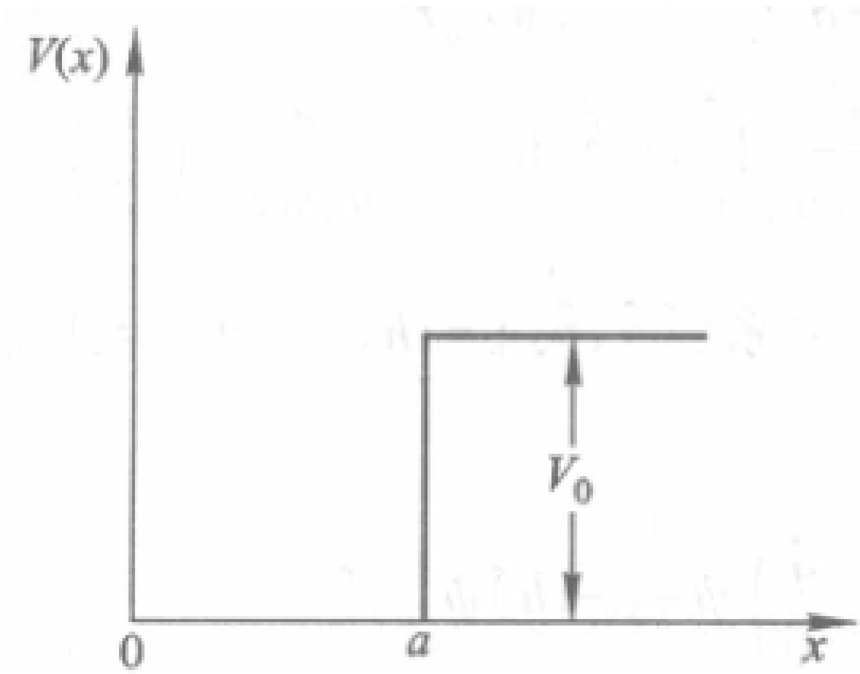
试求在 $E < V_0$ 的束缚态情况下：

（1）粒子能级的表达式；

（2）证明在此阱中至少存在一个束缚态的条件是，阱深 V_0 和阱宽 a 之间满足关系式：

$$V_0a^2 \geq \frac{h^2}{32m}$$

解：



（1）$V(x)$ 与 t 无关，是定态问题。其定态薛定谔方程

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2}\psi(x) + V(x)\psi(x) = E\psi(x)$$

在各区域的具体形式为

$$\text{I} \quad x < 0$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2}\psi_1(x) + V(x)\psi_1(x) = E\psi_1(x) \quad (1)$$

$$\text{II} \quad 0 \le x \le a$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2}\psi_2(x) = E\psi_2(x) \quad (2)$$

$$\text{III} \quad x > a$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2}\psi_3(x) + V_0\psi_3(x) = E\psi_3(x) \quad (3)$$

由于在方程（1）中，由于 $V(x) = \infty$，要等式成立，必须 $\psi_1(x) = 0$。

方程（2）可变为

$$\frac{d^2\psi_2(x)}{dx^2} + \frac{2mE}{\hbar^2}\psi_2(x) = 0$$

令 $k_1^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}$ 得

$$\frac{d^2\psi_2(x)}{dx^2} + k_1^2\psi_2(x) = 0$$

其解为

$$\psi_2(x) = A\sin(k_1x) + B\cos(k_1x)$$

方程 (3) 可变为

令 $k_2^2 = \frac{2m(V_0-E)}{\hbar^2}$ 得

$$\frac{d^2\psi_3(x)}{dx^2} + \frac{2m(E-V_0)}{\hbar^2}\psi_3(x) = 0$$

$$\frac{d^2\psi_3(x)}{dx^2} - k_2^2\psi_3(x) = 0$$

其解为

$$\psi_3(x) = Ce^{k_2x} + De^{-k_2x}$$

当 $x \to \infty$ 时, $\psi_3(x)$ 有限, 则有 $C = 0$.

根据波函数连续性条件得

$$\psi_2(0) = B = \psi_1(0) = 0$$
$$\psi_2(a) = A\sin k_1 a = \psi_3(a) = De^{-k_2 a}$$

$$\left.\frac{d\psi_2}{dx}\right|_{x=a} = Ak_1\cos k_1 a = \left.\frac{d\psi_3}{dx}\right|_{x=a} = -Dk_2 e^{-k_2 a}$$

由式 (4)、(5) 得

$$\tan k_1 a = -\frac{k_1}{k_2}$$

即 $\tan\sqrt{\frac{2mEa^2}{\hbar^2}} = -\sqrt{\frac{E}{V_0-E}}$, 此即为粒子能级的表达式.

(2) 已知 $\tan k_1 a = -\frac{k_1}{k_2}$, 因为 $k_1 > 0, k_2 > 0$ 则有 $\tan k_1 a < 0$, 故 $k_1 a > \frac{\pi}{2}$, 则

$$k_1 = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}} < \sqrt{\frac{2mV_0}{\hbar^2}}$$
$$\sqrt{\frac{2mV_0}{\hbar^2}}a > k_1 a > \frac{\pi}{2}$$

由此可得

$$\sqrt{\frac{2mV_0}{\hbar^2}}a > \frac{\pi}{2}$$

解得

$$V_0 a^2 \geqslant \frac{\pi^2 h^2}{8m} = \frac{h^2}{32m}$$

第四章：自旋

4-1 磁场中能量 公式

4-1

一束电子进入 1.2 T 的均匀磁场时，试问电子自旋平行于和反平行于磁场的电子的能量差为多大?

$$\underline{E = -\mu \cdot B}$$

$$\Delta E = \mu_e B - (-\mu_e B) = 2 \times 0.578 \times 10^{-18}\,\mathrm{eV}\cdot\mathrm{T}^{-1} \times 1.2\,\mathrm{T} = \boxed{1.4 \times 10^{-18}\,\mathrm{eV}}$$

电子具有自旋，则存在与自旋相联系的磁矩 μ_e，它在磁场作用下的能量为 $U=-\mu_e\cdot B$

电子自旋方向与磁场平行和反平行，则有

$$U=-\mu_e\cdot B=-\mu_e B=g_e m_e \mu_B B \quad \left(\text{其中} g_e=2, m_e=\pm\frac{1}{2}\right)$$

所以电子自旋平行于和反平行于磁场的电子的能量为 $U=\pm\mu_B B$

则电子自旋平行于和反平行于磁场的电子的能量差为

$$\Delta U=2\mu_B B=2\times 0.578\times 10^{-18}\,\mathrm{eV}\cdot\mathrm{T}^{-1}\times 1.2\,\mathrm{T}=1.4\times 10^{-18}\,\mathrm{eV}$$

升级补充

4-2 试计算原子处于 $^2D_{3/2}$ 状态的磁矩 μ 及投影 μ_z 的可能值.

解 对于处于 $^2D_{3/2}$ 状态的原子，其角动量量子数分别为

$$L=2;2S+1=2;S=\frac{1}{2};J=\frac{3}{2},m_J=\pm\frac{3}{2},\pm\frac{1}{2}$$

朗德 g 因子为

$$g_J=\frac{3}{2}+\frac{S(S+1)-L(L+1)}{2J(J+1)}=\frac{3}{2}+\frac{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}+1\right)-2(2+1)}{2\times\frac{3}{2}\left(\frac{3}{2}+1\right)}=\frac{4}{5}$$

原子的磁矩为

$$\mu_J=-g_J\sqrt{J(J+1)}\,\mu_B=-\frac{4}{5}\sqrt{\frac{3}{2}\left(\frac{3}{2}+1\right)}\,\mu_B=-1.55\mu_B$$

原子的磁矩投影为

$$\mu_{Jz}=-m_J g_J \mu_B=\left(\pm\frac{6}{5},\pm\frac{2}{5}\right)\mu_B$$

4-5 SG 实验电子状态 **公式:hard**

4.5

在施特恩-格拉赫实验中（图19.1），不均匀横向磁场梯度为 $\frac{\partial B_z}{\partial z}=5.0\,\mathrm{T/cm}$，磁极的纵向范围 $d=10\,\mathrm{cm}$，磁极中心到屏的距离 $D=30\,\mathrm{cm}$，使用的原子束

是处于基态 $^4\mathrm{F}_{3/2}$ 的钒原子，原子的动能 $E_k = 50\,\mathrm{MeV}$。试求屏上线束边缘成分之间的距离。 从表达式分析电子状态 | SG:z | $\mathrm{E_k}\to$ kT:$E=\frac{1}{2}mv^2=\frac{3}{2}kT$

$$
\begin{aligned}
2s+1=4\to s=\frac{3}{2};F\to l=3;j=\frac{3}{2}\\
m=\pm\frac{3}{2},\pm\frac{1}{2}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
z&=\mu_z\frac{\partial B_z}{\partial z}\frac{Dd}{3kT}=-mg\mu_B\frac{\partial B_z}{\partial z}\frac{Dd}{3kT}\\
&=-\frac{3}{2}\mu_B\left(\frac{3}{2}+\frac{s(s+1)-l(l+1)}{2j(j+1)}\right)\frac{\partial B_z}{\partial z}\frac{Dd}{2E_k}\\
&=-\frac{3}{2}\times\frac{2}{5}\times 5.0\times\frac{30\times 10}{2\times 50}\\
&=\boxed{1.0\times 10^{-2}\ \mathrm{m}}
\end{aligned}
$$

矾原子的基态为 $^4F_{3/2}$, 其角动量量子数分别为

$$L=3;\quad 2S+1=4,\quad S=\frac{3}{2};\quad J=\frac{3}{2},\quad m_j=\pm\frac{3}{2},\pm\frac{1}{2}$$

朗德 g 因子为

$$g_1=\frac{3}{2}+\frac{S(S+1)-L(L+1)}{2J(J+1)}=\frac{3}{2}+\frac{\frac{3}{2}\left(\frac{3}{2}+1\right)-3(3+1)}{2\times\frac{3}{2}\left(\frac{3}{2}+1\right)}=\frac{2}{5}$$

则有

$$m_1g_1=\pm\frac{3}{5},\pm\frac{1}{5}$$

原子束打到屏上，偏离 x 轴的距离为

$$z=\mu_2\frac{\partial B_1}{\partial z}\frac{dD}{3kT}=-m_1g_1\mu_B\frac{\partial B_2}{\partial z}\frac{dD}{2E_1}$$

屏上线束边缘成分之间距离为

$$
\begin{aligned}
\Delta z&=\frac{6}{5}\mu_B\frac{\partial B_2 dD}{\partial z 2E_k}=\frac{6}{5}\times 0.5788\times 10^{-4}\ \mathrm{eV/T}\times 5.0\ \mathrm{T/cm}\times\frac{30\ \mathrm{cm}\times 10\ \mathrm{cm}}{2\times 50\ \mathrm{meV}}\\
&=\boxed{1.0\times 10^{-2}\ \mathrm{m}}
\end{aligned}
$$

套路总结:

1. 写 lsj; 求 g m(规律：当 $j=\frac{3}{2}, m=\pm\frac{3}{2}$)

2. 写 SG 公式 z; 代入

相似题

4-4 在施特恩-盖拉赫实验中，处于基态的窄的银原子束通过极不均匀的横向磁场，并射到屏上，磁极的纵向范围 $d=10$ cm，磁极中心到屏的距离 $D=25$ cm. 如果银原子的速率为 400 m/s，线束在屏上的分裂间距为 2.0 mm，试问磁场强度的梯度值应为多大？银原子的基态为 $^2S_{1/2}$，质量为 107.87 u.

解 银原子的基态为 $^2S_{1/2}$，其角动量量子数分别为

$$l=0;2s+1=2;s=\frac{1}{2};j=\frac{1}{2},m_j=\pm\frac{1}{2}$$

朗德 g 因子为

$$g=\frac{3}{2}+\frac{s(s+1)-l(l+1)}{2j(j+1)}=\frac{3}{2}+\frac{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}+1\right)-0}{2\times\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}+1\right)}=2$$

在施特恩-盖拉赫实验中，银原子束打到屏上，偏离 x 轴的距离为

$$z=\mu_z\frac{\partial B_z}{\partial z}\frac{dD}{3kT}=-m_jg_j\mu_B\frac{\partial B_z}{\partial z}\frac{dD}{mv^2}$$

则线束在屏上的分裂间距为

$$\Delta z=2\mu_B\frac{\partial B_z}{\partial z}\frac{dD}{mv^2}$$

磁场强度的梯度值为

$$\frac{\partial B_z}{\partial z}=\frac{\Delta zmv^2}{2\mu_BdD}=\frac{2.0\text{mm}\times107.87\times1.66\times10^{-27}\text{kg}\times(400\text{m/s})^2}{2\times0.927\times10^{-23}\text{J/T}\times10\text{cm}\times25\text{cm}}=1.2\times10^2\text{T/m}$$

更高难度

4-6 在施特恩-盖拉赫实验中，原子态的氢从温度为 400 K 的炉中射出，在屏上接收到的两条氢束线，间距为 0.60 cm. 若把氢原子换成氯原子（基态为 $^2P_{3/2}$），其他实验条件不变，那么，在屏上可以接收到几条氯束线？其相邻两束的间距为多少？

解 氢原子的基态为$^2S_{1/2}$，其角动量量子数分别为

$$l=0;2s+1=2,s=\frac{1}{2};j=\frac{1}{2},m_j=\pm\frac{1}{2}$$

因为$l=0$，则朗德g因子为

$$g_j=g_s=2$$

则有

$$m_jg_j=\pm1$$

氢原子线束在屏上的分裂间距为

$$\Delta z_1=2\mu_B\frac{\partial B_z}{\partial z}\frac{dD}{3kT}$$

氯原子的基态为$^2P_{3/2}$，其角动量量子数分别为

$$L=1;2S+1=2,S=\frac{1}{2};J=\frac{3}{2},m_J=\pm\frac{3}{2},\pm\frac{1}{2}$$

在屏上可以接收到4条氯束线. 朗德g因子为

$$g_J=\frac{3}{2}+\frac{S(S+1)-L(L+1)}{2J(J+1)}=\frac{3}{2}+\frac{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}+1\right)-1(1+1)}{2\times\frac{3}{2}\left(\frac{3}{2}+1\right)}=\frac{4}{3}$$

则有

$$m_Jg_J=\pm\frac{2}{3},\pm\frac{6}{3}$$

氯原子线束在屏上的分裂间距为

$$\Delta z_2=\frac{4}{3}\mu_B\frac{\partial B_z}{\partial z}\frac{dD}{3kT}$$

氢原子线束和氯原子线束在屏上的分裂间距之比为

$$\frac{\Delta z}{\Delta z}=\frac{3}{2}$$

$$\Delta z_2=0.6$$

第五章 · LSJ

5-2 L · S

5-2

计算 $^4D_{3/2}$ 态的 $\mathbf{L}\cdot\mathbf{S}$。 怎么认电子态 对于 $^4D_{3/2}$ 态，其角动量量子数分别为

$$S=\frac{3}{2},\quad L=2,\quad J=\frac{3}{2}$$

角动量分别为

$$S=\sqrt{s(s+1)}\hbar=\sqrt{\frac{3}{2}\times\left(\frac{3}{2}+1\right)}\hbar=\frac{\sqrt{15}}{2}\hbar$$

$$L=\sqrt{l(l+1)}\hbar=\sqrt{2\times(2+1)}\hbar=\sqrt{6}\hbar$$

$$J=\sqrt{j(j+1)}\hbar=\sqrt{\frac{3}{2}\times\left(\frac{3}{2}+1\right)}\hbar=\frac{\sqrt{15}}{2}\hbar$$

由 L-S 耦合有 $J=L+S$，则

$$J^2=L^2+S^2+2\mathbf{L}\cdot\mathbf{S}$$

由此得

$$\mathbf{L}\cdot\mathbf{S}=\frac{1}{2}(J^2-L^2-S^2)=\frac{1}{2}\left(\frac{15}{4}\hbar^2-6\hbar^2-\frac{15}{4}\hbar^2\right)=\boxed{-3\hbar^2}$$

5-7 原子态

5-7

依 L-S 耦合法则，下列电子组态可形成哪些原子态？其中哪个态能量最低？

(1) np^4; (2) np^5; (3) $nd(n'd)$. 原理

1. n p^4: 有 4 个电子填入 p 轨道（每个轨道角动量 l=1）

解 (1) np^4 与 np^2 具有相同的原子态.
对 np^2, $l_1=l_2=1$, $L=2,1,0$; $s_1=s_2=\frac{1}{2}$, $S=0,1$
根据偶数定则
当 $S=0$ 时, $L=0,2$, 对应的原子态为 $^1S_0,^1D_2$
当 $S=1$ 时, $L=1$ 对应的原子态为 $^3P_{2,1,0}$

利用洪特定则（对于一个给定的电子组态形成的原子态，当某原子态具有的 S 最大时，它处的能级位置最低；对同一 S，又以 L 值大的为最低；对于同科电子关于同一 L 值而 J 值不同的诸能级次序，当同科电子数小于或等于闭壳层占有数的一半时，具有最小 J 值的能级处在最低，这称为正常次序；当同科电子数大于闭壳层的一半时，具有最大 J 值的能级为最低。）

np^4 形成的诸原子态中能量最低的是 $S=1, L=1$，由于 p 电子数超过半满，J 反常序，$J=L+S=1+1=2$，能量最低的原子态为 $^3P_2$。

(2) np^5 与 np^1 具有相同的原子态.

对 $np^1, l=1, s=\frac{1}{2}$，对应的原子态为 $^2P_{1/2}, ^2P_{3/2}$。

利用洪特定则，由于 np^5，有 5 个 p 电子数超过半满，J 反常序，$J=l+s=1+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$，能量最低的原子态为 $^2P_{3/2}$。

(3) 对 $nd(n'd), l_1=l_2=2, L=4,3,2,1,0; s_1=s_2=\frac{1}{2}, S=0,1$ 形成的原子态有

$^1S_0, ^1P_1, ^1D_2, ^1F_3, ^1G_4, ^3S_1, ^3P_{2,1,0}, ^3D_{3,2,1}, ^3F_{4,3,2}, ^3G_{5,4,3}$

利用洪特定则，在这些态中能量最低的是 $S=1, L=4$，由于 p 电子数未达到半满，J 正常序，$J=|L-S|=4-1=3$，能量最低的原子态为 $^3G_3$。