이산수학

휴먼지능정보공학전공

알고리즘

- 알고리즘 기본 개념 및 특성
- 알고리즘의 종류

- 알고리즘(Algorithm)
 - 문제를 해결하기 위한 체계적 단계
 - 순서도, 의사코드, 일반적인 언어로 작성

- 알고리즘
 - 주어진 문제를 해결하기 위한 일련의 절차
 - 알고리즘 중 가장 효율적인 알고리즘을 찾는 것이 중요
 - 수학에서는 문제를 풀기 위해 정의나 정리들을 활용하는 데 비해 컴퓨터에서는 수행 가능한 효율적인 알고리즘을 사용
 - 순서도, 유사 코드 등 여러 가지 방법으로 표현
 - 누구나 이해할 수 있도록 명확하게 기술하는 것이 중요

- 알고리즘 특성
 - (1) 입력(input) : 문제와 관련된 입력이 반드시 존재
 - (2) 출력(output) : 입력을 처리한 출력(결과)이 반드시 존재
 - (3) 정확성(correctness) : 입력을 이용한 문제 해결 과정과 출력은 논리 적이고 정확
 - (4) 유한성(finiteness) : 입력은 제한된 개수의 명령 단계를 거쳐 출력을 내고 반드시 종료
 - (5) 효율성(effectiveness) : 문제 해결 과정이 효율적
 - (6) 일반성(generality) : 같은 유형의 문제에 대해 항상 적용 가능
 - (7) 확정성(definiteness) : 같은 입력에 대해 출력이 항상 확정적

- 알고리즘 표현
 - 순서도(Flow Chart): 명령의 종류와 기능에 따라 도표를 만들고 명령들 의 순서대로 도표를 나열해 표현한 방식
 - 의사코드(Pseudo Code): 일반적인 언어와 프로그램 코드를 적절히 이용해 명령들을 나열한 방식

• 알고리즘 구현(파이썬)

```
1  algorithm maxnum(a, b, c){
2     x = a;
3     if b > x then
4          x = b;
5     else if c > x then
6          x = c;
7     endif
8     print x;
9  }
```

```
1 algorithm sum1to10(){
2    sum=0;
3    i=1;
4    while(i<=10)
5     sum = sum + i;
6    i=i+1;
7    endwhile
8    print sum;
9 }</pre>
```

• 알고리즘 구현(파이썬)

```
algorithm B( ){
   i = 1;
   x = 0;
   while(i⟨=n)
       \chi=\chi+1;
       i=i+1;
    endwhile
    printf i, x;
```

• 알고리즘 구현(파이썬)

```
algorithm A( ){
         i = 0;
         while(i\langle =20)
             x = 1;
             x = x + 1;
             if(i \langle 20) then
6
                 x = 10;
8
             else
9
                 x = 0;
             endif
10
             i = i+2;
11
         endwhile
12
13
         print i, x;
14
```

```
algorithm B( ){
   i = 1;
   x = 0;
   while(i⟨=n)
       \chi=\chi+1;
       i=i+1;
    endwhile
    printf i, x;
```

알고리즘

- 복잡도(Complexity)
 - 알고리즘 수행 시 필요한 시간 또는 공간 비용
 - 시간복잡도(Time Complextiy) : 프로그램이 수행되는 시간
 - 공간복잡도(Space Complexity) : 프로그램이 차지하는 기억 공간

- 유클리드 알고리즘
 - 최대공약수(GCD, Greatest Common Diviser)를 구하는 알고리즘
 - 최대공약수 GCD(a,b)
 - 양의 정수 a, b가 가지는 공약수 중 최댓값
 - 양의 정수 a, b가 어떤 양의 정수 k와 각각 k|a, k|b의 관계가 있을 때, k는 a, b의 공약수, 이 중 가장 큰 값이 최대 공약수

• 유클리드 알고리즘

```
algorithm gcd(a, b){
        if a < b then
           tmp = a;
           a = b;
           b = tmp;
        endif
        while b \neq 0
           r = a \mod b;
           a = b;
           b = r;
10
        endwhile
        return a;
```

- 재귀 알고리즘(Recursive Algorithm)
 - 문제를 해결하면서 어떤 항목이 이전에 사용되었던 자기 자신을 다시 호출해 사용하는 방법

```
1  algorithm sum(int n){
2    s = 0;
3    for i = 0 to n
4         s = s + 1;
5    next i
6    return s;
7  }
```

```
1  algorithm sum(int n){
2    if n != 0 then
3        return (1+sum(n-1));
4    else
5        return 1;
6    endif
7  }
```

- 재귀 알고리즘(Recursive Algorithm)
 - 문제를 해결하면서 어떤 항목이 이전에 사용되었던 자기 자신을 다시 호출해 사용하는 방법

```
1 algorithm fibonacci(int n){
2    if n = 1 then
3       return 1;
4    else if n = 2 then
5       return 1;
6    else
7    return fibonacci(n-1)+fibonacci(n-2);
8    endif
9 }
```

- 탐색 알고리즘(Search Algorithm)
 - 주어진 원소의 집합에서 특정 원소를 찾는 작업을 체계적으로 명시해놓은 것
 - (1) 순차 탐색(Sequential Search) 또는 선형 탐색(Linear Search) 알고리즘 원소 집합의 처음부터 하나씩 비교하며 탐색하는 알고리즘
 - (2) 이진 탐색(Binary Search) 알고리즘 원소 집합을 반으로 나누어 키(key)를 정하고 키와 특정 원소를 비교 하여 특정 원소가 속하는 영역에 대해서 탐색을 반복하는 방법으로 탐색 범위를 좁혀가는 알고리즘
 - \cdot 키를 정하는 규칙 : $\left|\frac{i+n}{2}\right|$
 - · i: 시작 인덱스 또는 키 인덱스
 - · n : 원소의 개수

문제

■ 다음 원소 집합에서 10의 인덱스를 찾으려고 할 때, 적당한 탐색 방법은 무엇인지 알아보자.

Index	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
value	1	7	3	8	3	10	6	2	9	4

- (1) 원소 집합의 원소들이 정렬되어 있지 않은 상태다. 이런 경우는 순차 탐색을
- 이용한다.
- ① 인덱스 0번의 1과 10을 비교하면 1 ≠ 10이므로 다음 인덱스 탐색
- ② 인덱스 1번의 7과 10을 비교하면 7 ≠ 10 이므로 다음 인덱스 탐색
- ③ 인덱스 2번의 3과 10을 비교하면 3 ≠ 10 이므로 다음 인덱스 탐색
- ④ 인덱스 3번의 8과 10을 비교하면 8 ≠ 10 이므로 다음 인덱스 탐색
- ⑤ 인덱스 4번의 3와 10을 비교하면 3 ≠ 10 이므로 다음 인덱스 탐색
- ⑥ 인덱스 5번의 10와 10을 비교하면 10 = 10 이므로 탐색을 끝낸다.
- : 10의 인덱스는 5다.

문제

■ 다음 원소 집합에서 10의 인덱스를 찾으려고 할 때, 적당한 탐색 방법은 무엇인지 알아보자.

Index	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
value	1	2	3	3	4	6	7	8	9	10

- 2) 원소 집합의 원소들이 정렬되어 있으므로 이진 탐색을 이용해 찾는다.
- ① 0부터 9까지 10개의 원소들이 있으므로 10개의 원소 중 가운데 원소를 찾는다.

$$\therefore \left[\frac{0+10}{2} \right] = 5$$

- ② 인덱스 5의 6은 10보다 작으므로 남아 있는 다른 원소들과 다시 탐색
- $\therefore \left[\frac{6+10}{2} \right] = 8$

ПГ

- ③ 인덱스 8의 9는 10보다 작으므로 남아 있는 다른 원소들과 다시 검색
- $\therefore \left[\frac{8+10}{2} \right] = 9$

- ④ 인덱스 9의 10은 10과 같으므로 탐색을 끝낸다.
- : 10의 인덱스는 9다.

- 탐색 알고리즘(Search Algorithm)
 - (1) 순차 탐색(Sequential Search) 또는 선형 탐색(Linear Search) 알고리즘 원소 집합의 처음부터 하나씩 비교하며 탐색하는 알고리즘

```
1   algorithm seq_search(int arr[], int key, int n){
2    int i;
3    for i = 0 to n
4        if arr[i] = key then
5            return i;
6        else
7        return -1;
8        endif
9        next i
10   }
```

• 탐색 알고리즘(Search Algorithm)

(2) 이진 탐색(Binary Search) 알고리즘.

원소 집합을 반으로 나누어 키(key)를 정하고 키와 특정 원소를 비교하여 특정 원소가 속하는 영역에 대해서 탐색을 반복하는 방법으로 탐색 범위를 좁혀가는 알고리즘

```
algorithm binary search(int arr[], int key, int n){
        int left = 0;
        int right = n;
        int mid;
        while (left <= right)
            mid = (left + right) / 2;
            if arr[mid] < key then
                left = mid + 1;
8
            else if arr[mid] > key then
9
                right = mid - 1;
10
            else
11
12
                return mid;
            end if
13
14
        endwhile
        return -1;
16
```

- 정렬 알고리즘(Sort Algorithm)
 - 원소 집합 내의 원소들이 임의로 나열되어 있을 때, 이 원소들을 일정 기준에 따라 다시 나열하는 방식"
 - (1) 버블 정렬(Bubble Sort) 인접하는 두 개의 원소를 비교해 기준에 따라 순서를 바꾸는 방식
 - (2) 선택 정렬(Selection Sort) 배열에서 가장 큰 값을 찾고 그 값을 A[n-1](배열의 마지막)의 값과 서로 교환
 - (3) 삽입 정렬(Insertion Sort) 원소 집합 중에 가장 첫 번째 값을 정렬된 원소로 하여 그 다음 원소부터 정렬된 원소를 기준으로 적절한 위치에 삽입하는 방식
 - (4) 퀵 정렬(Quick Sort) 피벗(pivot) 값을 기준으로 피벗보다 큰 집합과 작은 집합으로 나누어 각 집합을 정렬하는 방식"

- 버블 정렬
 - 인접한 두 데이터 A[i]와 A[i+1]의 값들을 비교
 - A[i+1]의 값이 A[i]의 값보다 작으면 두 데이터를 교환
 - 큰 데이터가 배열의 [0] [1] [2] [3] [4] A 34 25 4 15 8

• 버블 정렬

	[0]	[1]	[2]	[3]	[4]	
Α	34	25	4	15	8	
	[0]	[1]	[2]	[3]	[4]	
Α	25	34	4	15	8	
	[0]	[1]	[2]	[3]	[4]	
Α	25	4	34	15	8	
	[0]	[1]	[2]	[3]	[4]	
Α	25	4	15	34	8	
	[0]	[1]	[2]	[3]	[4]	
Α	25	4	15	8	34	

	[0]	[1]	[2]	[3]	[4]
Α	25	4	15	8	34
	[0]	[1]	[2]	[3]	[4]
Α	4	25	15	8	34
	[0]	[1]	[2]	[3]	[4]
Α	4	15	25	8	34
	[0]	[1]	[2]	[3]	[4]
Α	4	15	8	25	34

• 버블 정렬

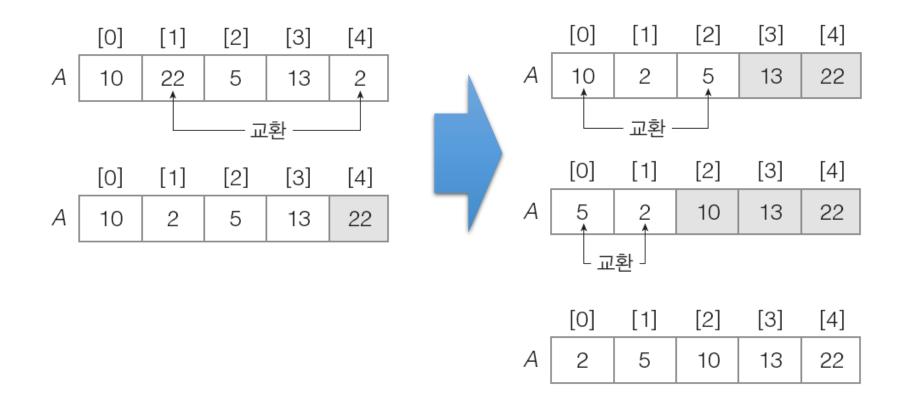
	[0]	[1]	[2]	[3]	[4]
Α	4	15	8	25	34
	[0]	[1]	[2]	[3]	[4]
Α	4	15	8	25	34
	[0]	[1]	[2]	[3]	[4]
Α	4	8	15	25	34
	[0]	[1]	[2]	[3]	[4]
Α	4	8	15	25	34
	[0]	[1]	[2]	[3]	[4]
Α	4	8	15	25	34

• 버블 정렬

```
algorithm bubble(int arr[], int n){
        int i, j;
        int tmp;
        for i = 1 to n-1
            for j = 1 to n-i
6
                if arr[j-1] > arr[j] then
                    tmp = arr[j-1];
                    arr[j-1] = arr[j];
                    arr[j] = tmp;
10
                endif
11
            next j
12
        next i
13
```

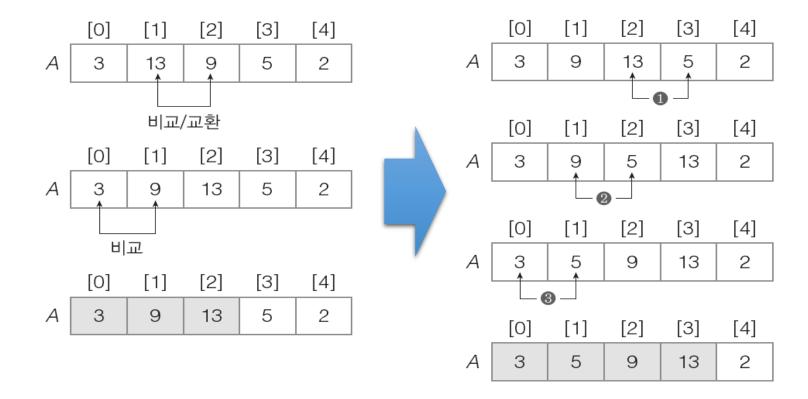
- 선택 정렬
 - 배열에서 가장 큰 값을 찾음
 - 그 값을 A[n-1](배열의 마지막)의 값과 서로 교환
 - A[n-1]을 제외한 나머지 값들 중에서 가장 큰 값을 찾음
 - 그 값을 A[n-2]의 값과 서로 교환
 - 같은 과정을 정렬이 이 [0] 디 [1] 기 [2] 비 [3] [4] A 10 22 5 13 2

• 선택 정렬

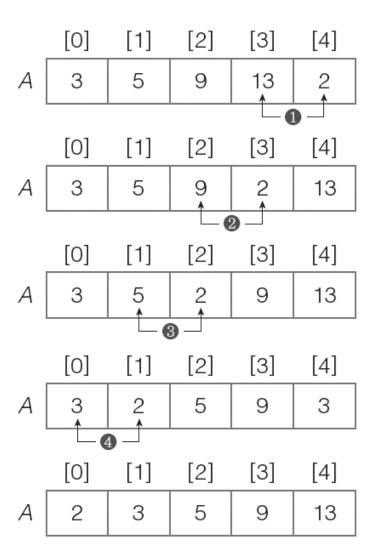


- 삽입 정렬
 - 처음 A[0]은 정렬된 데이터로 취급
 - 다음 데이터 A[1]은 정렬된 데이터 A[0]와 비교하여 적절한 위치에 삽입
 - 다음 데이터 A[2]는 정력되 데이터 A[0] A[1]과 비교하여 적절한 위치에 삽입

• 삽입 정렬



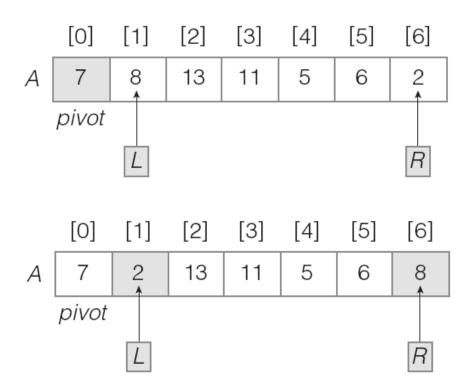
• 삽입 정렬

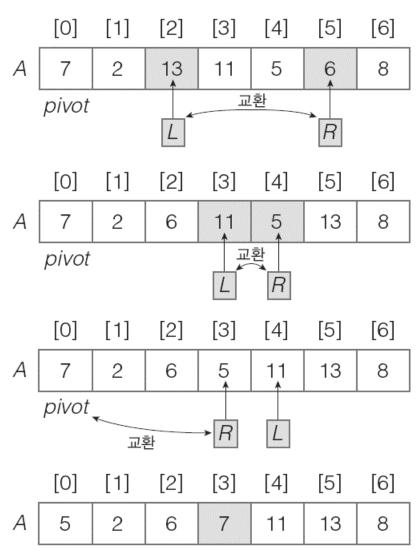


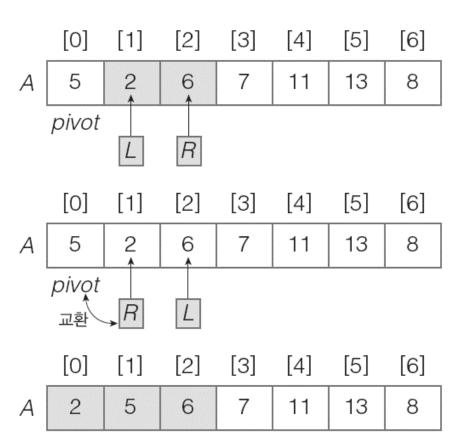
• 삽입 정렬

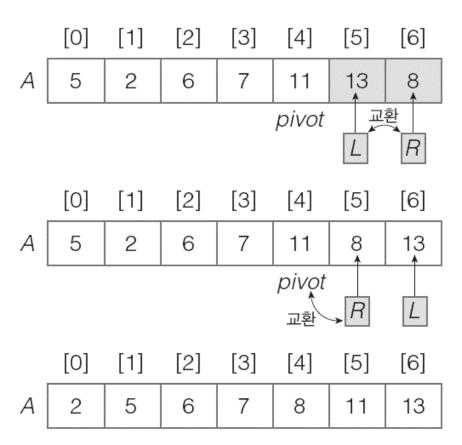
```
algorithm insertion(int arr[], int n){
        int i, j;
        int t, tmp;
        for i = 1 to n-1
            tmp = A[i];
            j = i - 1;
            t = i;
            while (j \ge 0)
                if A[j] > tmp then
                   A[j+1]=A[j];
10
                    t = j;
12
                endif
                j = j - 1;
13
            endwhile
14
            A[t] = tmp;
16
        next i
17
```

- 퀵 정렬
 - 피벗(pivot)과 두 개의 포인터 지정
 - 두 개의 포인터를 이용하여 피벗보다 큰 데이터와 작은 데이터를 찾아 두 개의 포인터 값을 서로 교환
 - 피벗을 기준으로 작은 데이터들의 집합과 큰 데이터들의 집합으로 정렬
 - 같은 과정을 두 집 [0] [1] [2] [3] [4] [5] [6] 7 8 13 11 5 6 2









```
algorithm quick(int arr[], int left, int right){
2
        int p;
         int tmp;
        if left < right then
4
            p = arr[left];
            i = left;
6
            j = right + 1;
8
            do
                do
9
                    i = i + 1;
10
                while(arr[i] ⟨ p);
11
12
                do
                    j = j - 1;
13
                while(arr[j] > p);
14
                if i < j then
15
```

이산수학 - 무제해결 - 파이썬코딩

```
#선택정렬
def findmin(a):
  n = len(a)
  minpos = 0
  for i in range (1,n):
    if a[i] < a[minpos]:
       minpos=i;
  return minpos
def selsort(a):
  result =[]
  while a:
    minpos = findmin(a)
    value = a.pop(minpos)
    result.append(value)
  return result
d = [2,4,5,1,3]
print(selsort(d))
```

출력결과

[1, 2, 3, 4, 5]

이산수학 - 문제해결 - 파이썬코딩

```
#삽입정렬
def findpos(r,v):
  for i in range(0, len(r)):
     if v < r[i]:
       return i
  return len(r)
def insertsort(a):
  result=[]
  while a:
     value = a.pop(0)
     pos = findpos(result, value)
     result.insert(pos, value)
  return result
d = [2,4,5,1,3]
print(insertsort(d))
```

출력결과

[1, 2, 3, 4, 5]

<u>이산수학 - 문제해결 - 파이썬코딩</u>

```
#퀵정렬
def quicksort(a):
  n = len(a)
  if n<=1:
     return a
  pivot = a[-1]
  g1 = []
  g2 = []
  print("d = {0}]".format(a))
  print("pivot: {0}".format(pivot))
  for i in range(0, n-1):
     if a[i]<pivot:
       gl.append(a[i])
     else:
       g2.append(a[i])
  return quicksort(g1) + [pivot] + quicksort(g2)
d = [9,7,5,1,3,6,8,2,4,10]
print(quicksort(d))
```

```
## 출력결과
d = [9, 7, 5, 1, 3, 6, 8, 2, 4, 10]
pivot: 10
d = [9, 7, 5, 1, 3, 6, 8, 2, 4]
pivot: 4
d = [1, 3, 2]
pivot: 2
d = [9, 7, 5, 6, 8]
pivot: 8
d = [7, 5, 6]
pivot: 6
[1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10]
```

맺음말

- 알고리즘 기본 개념 및 특성
- 알고리즘의 종류