

이산수학

휴먼지능정보공학전공

유한상태기계

- 오토마타
- 유한상태기계 개념
- 유한상태기계 다이어그램

기본개념

- 오토마타, 형식언어, 문법에 관한 연구는 매우 추상적인 특성을 가지고 있음
- 디지털 모델링, 컴파일러, 문서 편집기, 엘리베이터 등 다양한 분야에 응용이 됨
- 이론적인 계산 모델인 오토마타 중에서 유한 오토마타는 컴파일러의 어휘 분석을 수행하는 데 있어서 결정적인 역할을 함
- 오토마타, 형식 언어, 문법은 상호 밀접한 관계에 있는데, 각종 컴퓨터 프로그램 언어들이 정해진 문법에 따른 형식 언어에 기반을 두고 만들어졌기 때문임

기본개념

- 오토마타(Automata)
 - 디지털 컴퓨터의 수학적 모델인 오토마톤(automaton)의 복수형으로서 '자동기계 장치'란 뜻을 가짐
 - 일반적으로 입력 장치, 출력 장치, 저장 장치, 제어 장치를 가지고 있으므로 현대적인 디지털 컴퓨터가 작동하는 이론적인 메커니즘임
 - 단순한 형태의 오토마타는 기원전 3천 년 무렵부터 만들어졌는데, 고대 이집트인들이 사용했던 모래시계나 물시계 등도 넓은 의미의 오토마타임
 - 시계는 정해진 시각이 되면 알림
 - 시계는 빛을 감지할 수 있는 센서를 통하여 밤이 되면 알림 않는 기능도 가지고 있는 여러 가지 형태의 시계 오토마타를 나타냄

기본개념

- 일상생활에서 흔히 만날 수 있는 오토마타의 예
 - 이론적인 자판기 오토마타를 보여주는데, 50원짜리와 100원짜리 동전을 넣을 수 있음
 - 투입한 돈이 300원 또는 그 이상일 때 커피나 음료수를 내주고 거스름돈을 돌려주지 않는다고 가정함
 - 이러한 자판기 오토마타에서는 투입되는 액수에 따라 상태가 변함
 - 먼저 시작 상태에서는 액수가 0원이며, 50원이 투입되면 50원 상태로 가고, 100원이 투입되면 100원 상태임
 - 100원 상태에서 50원이 투입되면 150원상태로 이동하고, 이와 같은 과정을 계속하여 300원이나 그 이상의 액수 상태가 되면 음료수를 출력함

기본개념

- 오토마타의 특성

- 오토마타는 입력 데이터를 읽을 수 있는 입력 기능을 가지고 있음
- 입력 데이터는 입력 파일에 쓰여져 있는 알파벳상의 스트링들로 이루어져 있는데, 입력 파일은 네모꼴의 셀(cell)들로 이루어져 있으며 각 셀에는 오직 하나의 심볼만 존재함
- 오토마타는 특정 형태의 출력 기능을 가짐
- 0이나 1의 출력을 생성 할 수 있으며 인식(accept) 또는 기각(reject)의 출력도 생성함
- 오토마타는 무한개의 셀들로 이루어진 임시 저장 장치를 가질 수 있음
- 각 셀은 하나의 심볼만을 가질 수 있는데, 오토마타는 작동에 따라 셀들의 내용을 읽어내거나 변경할 수 있음
- 오토마타는 유한개의 내부 상태를 제어할 수 있는 제어 장치를 가지고 있으며 이것의 제어에 따라 상태가 변화될 수 있음

기본개념

- 오토마타 종류
 - 오토마타는 출력 여부에 따라 인식기(accepter)와 트랜스듀서(transducer)로 나누어짐
 - 인식기
 - 주어진 입력에 대해 인식하거나 기각할 수 있는 기능만을 가짐
 - 트랜스듀서
 - 밀리 기계와 같이 인식이나 기각의 기능 외에 출력도 할 수 있는 오토마타 모델임
 - 앞에서 설명한 음료 자판기의 경우 300원 이상이 입력되면 음료수를 내주고(즉, 출력을 하고) 상태 전이를 계속하므로 트랜스듀서에 해당됨

기본개념

- 유한 상태 시스템
 - 유한 개의 상태를 가진 오토마타
- 유한상태 시스템의 응용
 - 엘리베이터의 제어 방식은 탑승자들이 과거에 요청했던 모든 요구들을 기억하지 않고, 단지 현재의 층수와 엘리베이터의 운동 방향 및 탑승자들이 요청한 것들 중에서 아직까지 이루어지지 않은 요구들만을 기억하고 있는 유한 상태 시스템임
 - 논리 회로는 통상 0과 1로 표시되는 2가지 조건 중 하나의 상태인 유한개의 게이트들의 집합으로 구성된다. 따라서 n 개의 게이트를 가진 논리 네트워크의 상태는 2^n 개 중 하나이다. 이런 점에서 논리 회로를 유한 상태 시스템으로 생각할 수 있음

기본개념

- 유한 오토마타의 기본 개념
 - 유한 오토마타(Finite Automata : FA)
 - 이산적인 입력과 출력을 가지는 시스템의 수학적 모형임
 - 이 시스템은 유한한 개수의 내부의 상태들을 가지고 있는데, 시스템의 상태는 다음에 들어올 입력에 대한 시스템의 행동을 결정하는데 필요한 과거의 정보들을 요약함
 - 인식기(recognizer)로서의 유한 오토마타를 고찰함
 - 유한 오토마타의 주요 특징으로는 임시 저장 장치를 가지지 않는다는 점과 입력 테이프는 단지 읽힐 수만 있으며 그 내용이 변경될 수 없다는 점임
 - 유한 오토마타의 기능은 작동 과정에서 정보를 기억하는 데 있어서 상당한 제약을 받게 됨

기본개념

- 유한 오토마타의 기본 개념
 - 유한 오토마타(Finite Automata : FA)
 - 이산적인 입력과 출력을 가지는 시스템의 수학적 모형임
 - 이 시스템은 유한한 개수의 내부의 상태들을 가지고 있는데, 시스템의 상태는 다음에 들어올 입력에 대한 시스템의 행동을 결정하는데 필요한 과거의 정보들을 요약함
 - 인식기(recognizer)로서의 유한 오토마타를 고찰함
 - 유한 오토마타의 주요 특징으로는 임시 저장 장치를 가지지 않는다는 점과 입력 테이프는 단지 읽힐 수만 있으며 그 내용이 변경될 수 없다는 점임
 - 유한 오토마타의 기능은 작동 과정에서 정보를 기억하는 데 있어서 상당한 제약을 받게 됨

기본개념

유한상태기계(finite-state machine)는 다음과 같이 구성되며, $M=(S, I, O, f, g, s_0)$ 라고 나타낸다.

(1) 상태의 유한집합 S

(4) 추이함수(transition function) $f: S \times I \rightarrow S$

(2) 입력심볼의 유한집합 I

(5) 출력함수(output function) $g: S \times I \rightarrow O$

(3) 출력심볼의 유한집합 O

(6) 초기상태 s_0

유한상태기계 $M=(S, I, O, f, g, s_0)$ 일 때 M 의 상태전이도표(state transition diagram)는 정점들이 상태를 나타내는 방향그래프(directed graph)다. 그리고 직선 화살표는 초기상태 s_0 를 나타내며, 만일 $f(s_1, i)=s_2$ 인 입력 i 가 존재하면 M 의 상태전이도표 안에 화살표 (s_1, s_2) 가 존재한다. 이때 $g(s_1, i)=o$ 라면 화살표 (s_1, s_2) 는 i/o 라고 나타낸다.

기본개념

$S = \{s_1, s_2\}$, $I = \{a, b\}$, $O = \{0, 1\}$ 이라고 할 때

(1) 다음 표에 의하여 함수 $f: S \times I \rightarrow S$ 와 $g: S \times I \rightarrow O$ 를 정의하여라.

		f		g	
$s \backslash I$		a	b	a	b
s_0		s_0	s_1	0	1
s_1		s_1	s_1	1	0

(2) $M = (S, I, O, f, g, s_0)$ 는 유한상태기계인가?

(3) 유한상태기계에 대한 상태전이도표를 그려라.

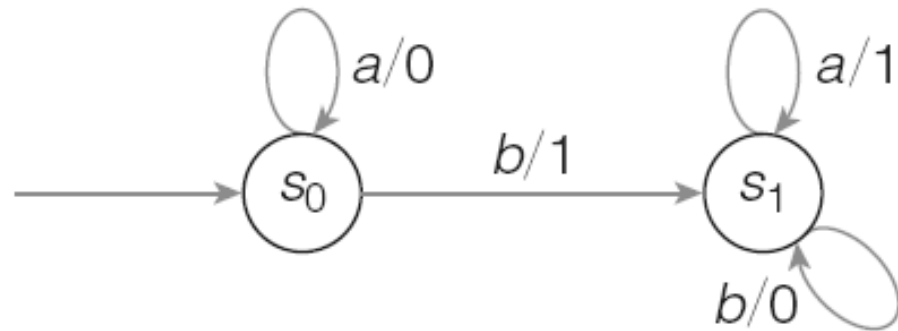
기본개념

$$(1) f(s_0, a) = s_0, f(s_0, b) = s_1, f(s_1, a) = s_1, f(s_1, b) = s_1$$

$$g(s_0, a) = 0, g(s_0, b) = 1, g(s_1, a) = 1, g(s_1, b) = 0$$

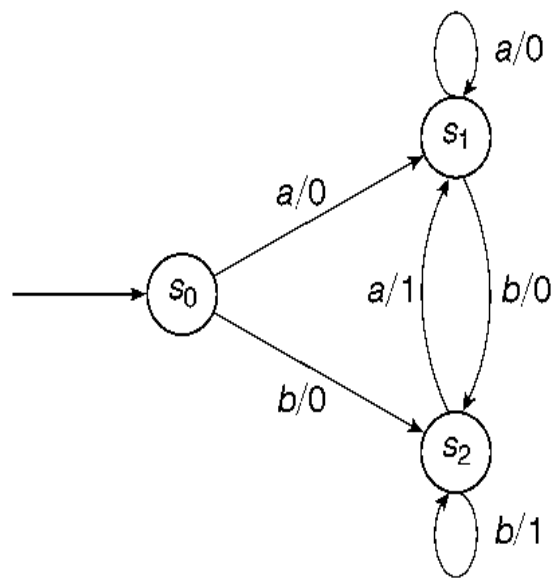
(2) $M = (S, I, O, f, g, s_0)$ 는 유한상태기계다.

(3) 상태전이도표는 다음과 같다.



기본개념

다음은 유한상태기계에 대한 상태전이도표다.



다음 입력 문자열에 대한 출력 문자열을 구하여라.

(1) *aaaaa*

(2) *bbbbbb*

(3) *abaab*

(1) 상태 s_0 에서 시작하여 얻게 되는 출력 문자열은 00000이다.

(2) 입력 문자열 *bbbbbb*에 대한 출력 문자열은 01111이다.

(3) 입력 문자열 *abaab*에 대한 출력 문자열은 00100이다.

기본개념

유한상태 오토마타(finite-state automaton)는 다음과 같이 구성되며, $M=(S, I, f, s_0, A)$ 라고 나타낸다.

- (1) 상태의 유한집합 S
- (2) 입력심볼의 유한집합 I
- (3) 추이함수(transition function) $f: S \times I \rightarrow S$
- (4) 초기상태 s_0
- (5) S 의 부분집합인 수용상태(accepting states) A

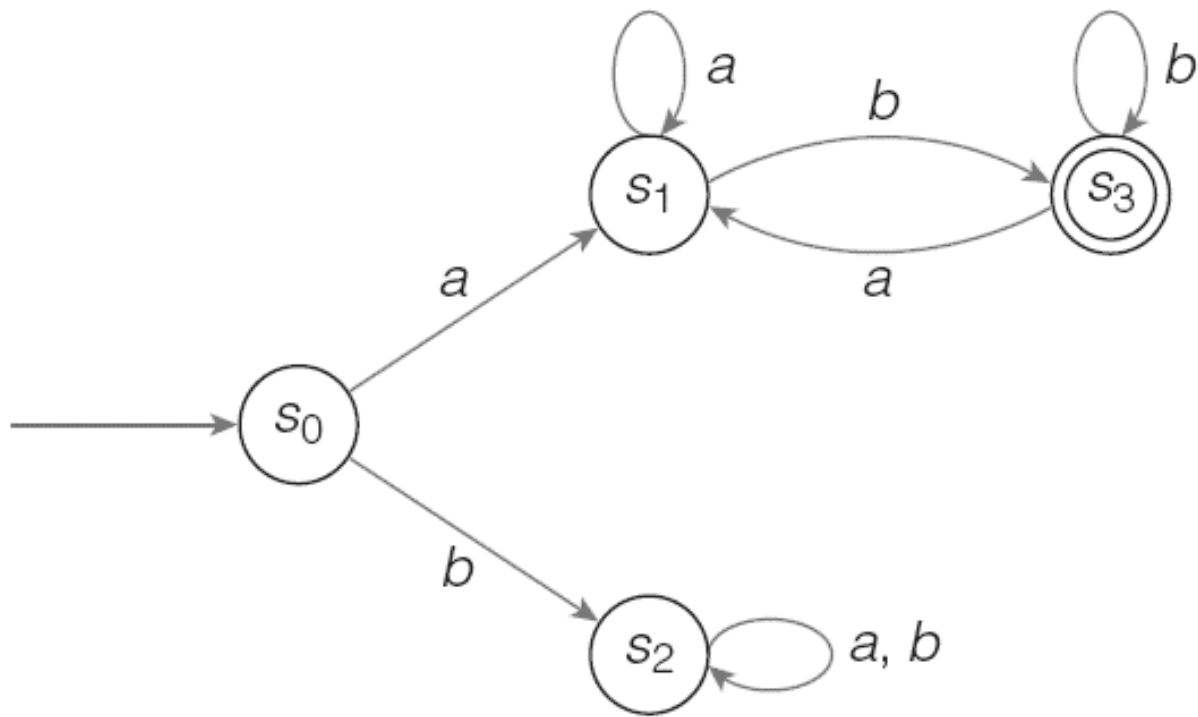
기본개념

유한상태 오토마타 $M=(S, I, f, s_0, A)$ 에서 $S=\{s_0, s_1, s_2, s_3\}$, $I=\{a, b\}$, $A=\{s_3\}$ 일 때 상태표는 다음과 같다.

		f	
s	I	a	b
s_0		s_1	s_2
s_1		s_1	s_3
s_2		s_2	s_2
s_3		s_1	s_3

- (1) 이 유한상태 오토마타의 상태전이도표를 그려라.
- (2) 문자열 $abaabba$, $abbaabb$, $babaabb$ 는 이 유한상태 오토마타에 수용되는가?
- (3) 어떠한 특징을 가지고 있는 문자열이 수용되는가?

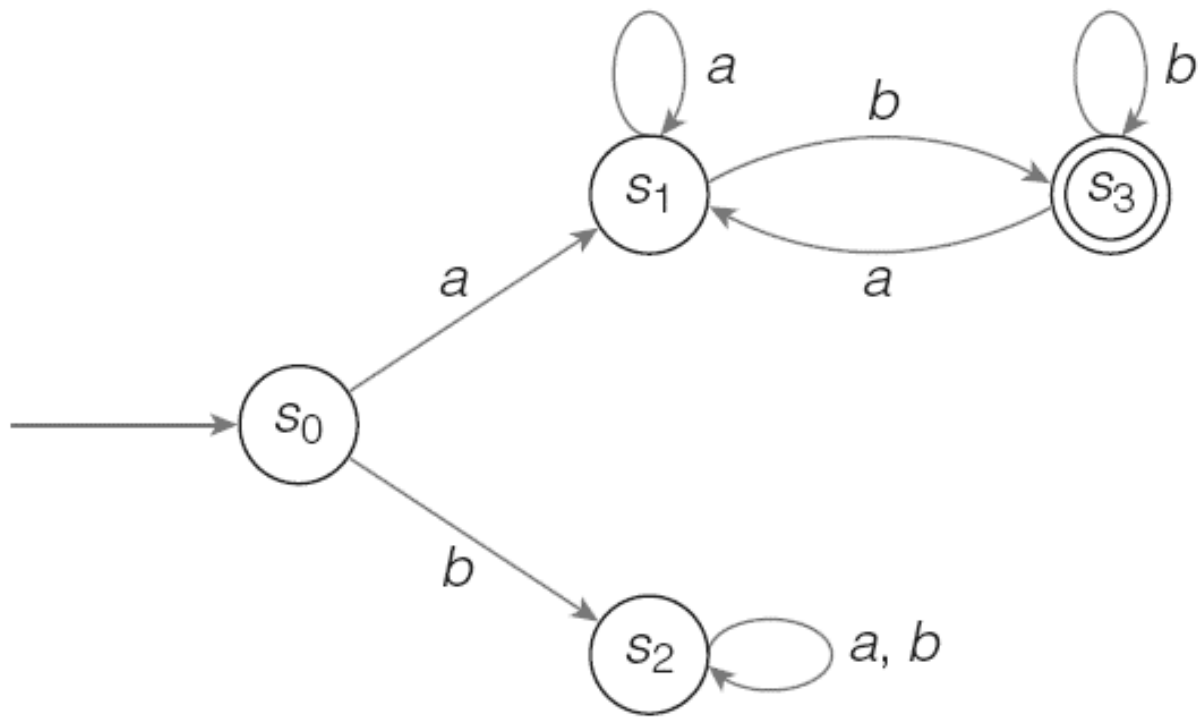
기본개념



- (2) 문자열 $abaabba$ 는 마지막 상태가 s_1 이므로 수용되지 않는다.
문자열 $abbaabb$ 는 마지막 상태가 수용상태 s_3 으로 수용된다.
문자열 $babaabb$ 는 마지막 상태가 s_2 으로 수용되지 않는다.

- (3) 문자열의 첫 번째 문자가 a 로 시작되고 b 로 끝나는 문자열이 이 유한상태 오토마타에 수용된다.

기본개념



- (2) 문자열 *abaabba*는 마지막 상태가 s_1 이므로 수용되지 않는다.
문자열 *abbaabb*는 마지막 상태가 수용상태 s_3 으로 수용된다.
문자열 *babaabb*는 마지막 상태가 s_2 으로 수용되지 않는다.

- (3) 문자열의 첫 번째 문자가 a 로 시작되고 b 로 끝나는 문자열이 이 유한상태 오토마타에 수용된다.

맷음말

- 오토마타
- 유한상태기계 개념
- 유한상태기계 다이어그램