

2023-03-22

Part 3. 1.

$$\textcircled{1} \begin{bmatrix} 5 \\ -1 \\ 4 \end{bmatrix} \quad \textcircled{2} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

$$2. \quad A^T = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 4 & 5 \\ 2 & -1 & 2 & 2 \\ 4 & 0 & 1 & 3 \\ 6 & 3 & 1 & 6 \end{bmatrix}$$

4.

$$\begin{aligned} \text{대각성: } & 2, -1, 2 \\ \text{대각합: } & -3 \end{aligned}$$

$$6. \quad \begin{aligned} \textcircled{1} & x=4, y=1, z=3 \\ \textcircled{2} & x=0, y=-1, z=\text{특정} \end{aligned}$$

$$8. \quad A^T = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}_{1 \times 3}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{bmatrix}_{3 \times 1}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{1} & [14] \\ \textcircled{2} & \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ -4 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$B^T = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{bmatrix}$$

Part 3. 2

① 행 사다리꼴: 1, 3, 5, 7, 8

② 기약 행 사다리꼴: 2, 4

1. 각 행의 처음으로 0이 아닌 성분

2. 피벗이 같은 열에 위치하는 경우 허용 X.

Part 3. 6

$$(1) A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & -1 & 6 & 4 \\ 4 & 4 & 1 & 10 & 13 \\ 8 & 8 & -1 & 26 & 23 \end{bmatrix} \begin{array}{l} R_1 \times (-2) + R_2 \Rightarrow R_2 \\ R_1 \times (-4) + R_3 \Rightarrow R_3 \end{array} \rightsquigarrow \begin{bmatrix} 2 & 2 & -1 & 6 & 4 \\ 0 & 0 & 3 & -2 & 5 \\ 0 & 0 & 3 & 2 & 11 \end{bmatrix} \begin{array}{l} \\ R_2 \cdot (-1) + R_3 \Rightarrow R_3 \end{array}$$

$$\rightsquigarrow \begin{bmatrix} 2 & 2 & -1 & 6 & 4 \\ 0 & 0 & 3 & -2 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 2 \end{bmatrix} \begin{array}{l} R_1 \times \frac{1}{2} \Rightarrow R_1 \\ \\ \end{array} \rightsquigarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & -\frac{1}{2} & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 3 & -2 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 2 \end{bmatrix} \begin{array}{l} R_2 \times \frac{1}{3} + R_1 \Rightarrow R_1 \\ \\ \end{array}$$

$$\rightsquigarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & \frac{8}{3} & \frac{11}{6} \\ 0 & 0 & 3 & -2 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 2 \end{bmatrix} \begin{array}{l} R_3 \times \frac{1}{2} + R_2 \Rightarrow R_2 \\ \\ \end{array} \rightsquigarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & \frac{8}{3} & \frac{11}{6} \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 2 \end{bmatrix} \begin{array}{l} R_2 \times \frac{1}{3} \Rightarrow R_2 \\ \\ \end{array}$$

$$\rightsquigarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & \frac{8}{3} & \frac{11}{6} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 2 \end{bmatrix} \begin{array}{l} R_3 \times \frac{1}{4} \Rightarrow R_3 \\ \\ \end{array} \rightsquigarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & \frac{8}{3} & \frac{11}{6} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{array}{l} R_3 \times (-\frac{8}{3}) + R_1 \Rightarrow R_1 \\ \\ \end{array}$$

$$\boxed{\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}}$$

$$(2) B = \begin{bmatrix} 5 & -9 & 6 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 7 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_1 \times \frac{1}{5} \Rightarrow R_1} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{9}{5} & \frac{6}{5} \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 7 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_2 \times \frac{1}{2} \Rightarrow R_2} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{9}{5} & \frac{6}{5} \\ 0 & 1 & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 7 \end{bmatrix}$$

$$R_2 \times \frac{3}{5} + R_1 \Rightarrow R_1$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{39}{10} \\ 0 & 1 & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 7 \end{bmatrix}$$

$$R_3 \times \frac{1}{7} \Rightarrow R_3$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{39}{10} \\ 0 & 1 & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R_3 \times (-\frac{3}{2}) + R_2 \Rightarrow R_2$$

$$R_3 \times (-\frac{39}{10}) + R_1 \Rightarrow R_1$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

8.

$$(1) \begin{bmatrix} 3 & -3 & 0 \\ 1 & 4 & 5 \\ 4 & 4 & 8 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_1 \times \frac{1}{3} \Rightarrow R_1} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 4 & 5 \\ 4 & 4 & 8 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_1 \cdot (-1) + R_2 \Rightarrow R_2} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 5 & 5 \\ 4 & 4 & 8 \end{bmatrix}$$

$$R_1 \cdot (-4) + R_3 \Rightarrow R_3$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 5 & 5 \\ 0 & 0 & 8 \end{bmatrix}$$

$$R_2 \cdot (-\frac{1}{5}) \cdot R_2 \Rightarrow R_2$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 5 & 5 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(1) Rank = 2

$$(2) \begin{bmatrix} 8 & 1 & 3 & 6 \\ 0 & 3 & 2 & 2 \\ -8 & -1 & -3 & 4 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_1 + R_2 \Rightarrow R_1} \begin{bmatrix} 8 & 4 & 5 & 8 \\ 0 & 3 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(2) Rank = 3

9. $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 3 & 8 & 12 \\ 0 & 0 & 4 & 6 \\ 0 & 2 & 7 & 10 \end{bmatrix}$ $R_2 + (-3)R_1 \rightarrow R_2$ $R_4 + (-2)R_1 \rightarrow R_4 \Rightarrow \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 4 & 6 \\ 0 & 0 & 3 & 4 \end{bmatrix}$ $R_2 \times \frac{1}{2} \rightarrow R_2 \Rightarrow \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 4 & 6 \\ 0 & 0 & 3 & 4 \end{bmatrix}$

$R_1 + (-2)R_2 \rightarrow R_1 \Rightarrow \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 4 & 6 \\ 0 & 0 & 3 & 4 \end{bmatrix}$ $R_3 + (-4)R_2 \rightarrow R_3$ $R_4 + (-3)R_2 \rightarrow R_4 \Rightarrow \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 4 \end{bmatrix}$

$R_4 \times 2 \rightarrow R_4 \Rightarrow \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$ $R_4 + (-\frac{3}{2})R_2 \rightarrow R_4 \Rightarrow \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $R_2 \leftrightarrow R_4 \Rightarrow \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$\Rightarrow \boxed{\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}$

11.

	1	2	3	4
1	0	2	0	1
2	2	0	2	1
3	0	2	0	1
4	1	1	1	0