

RTK 완전 이론 정리: 캐리어 페이즈 + NTRIP 통합

1. GPS 신호의 물리적 구조

1.1 위성에서 송신되는 신호


GPS 위성 신호 = 캐리어 + 코드 + 데이터

 캐리어 (1575.42MHz)

파장: 19.03cm

목적: 정밀한 위상 측정


정확도: mm~cm 수준

 C/A 코드 (1.023MHz)

칩 길이: 293m

목적: 거친 거리 측정

정확도: m 수준

 항법 데이터 (50Hz)

내용: 위성 궤도, 시간 정보

목적: 위성 위치 계산

1.2 거리 측정의 두 가지 방법

방법 1: 코드 상관 (Code Correlation)

- 위성 코드와 수신기 코드를 매칭
- "293m 단위로 몇 개인가?"
- 정확도: $\pm 3m$ (코드 1% 정밀도)

방법 2: 캐리어 위상 (Carrier Phase)

- 사인파의 위상 비교
- "19cm 단위로 0.3577 지점"
- 정확도: $\pm 2cm$ (위상 10% 정밀도)

2. 캐리어 페이즈의 물리적 본질

2.1 사인파 위상 측정

위성 송신: $\sin(2\pi ft + \phi_0)$

수신기 수신: $\sin(2\pi ft + \phi_0 + \Delta\phi)$

$$\begin{aligned}\Delta\phi &= 2\pi \times (\text{거리/파장}) + \text{잡음} \\ &= 2\pi \times (\text{거리}/0.1903\text{m}) + \text{잡음}\end{aligned}$$

측정된 캐리어 페이즈 = $\Delta\phi/(2\pi)$ cycles

Satellite Transmission:

$$\sin(2\pi ft + \phi_0)$$

Receiver Reception:

$$\sin(2\pi ft + \phi_0 + \Delta\phi)$$

$$\Delta\phi = 2\pi \times (\text{거리/파장}) + \text{잡음}$$

$$\text{측정된 캐리어 페이즈} = \frac{\Delta\phi}{2\pi} \text{ cycles}$$

2.2 실제 데이터 해석

현재 측정값: 2247.3577 cycles

물리적 의미:

$$\begin{aligned}&= 2247\text{개의 완전한 파장} + 0.3577 \text{ 부분 파장} \\ &= 2247 \times 19.03\text{cm} + 0.3577 \times 19.03\text{cm} \\ &= 427.66\text{m} + 6.80\text{cm} \\ &= 427.73\text{m} \text{ (캐리어로 측정한 "거리")}\end{aligned}$$

하지만 실제 위성까지 거리는 ~20,000km!

차이 = 19,999,572m = 105,061,945 파장

3. Integer Ambiguity: RTK의 핵심 문제

3.1 수학적 정의

실제 거리 (R) = $N \times \lambda + \phi \times \lambda + \text{오차}$

여기서:

- R : 진짜 위성까지 거리 ($\sim 20,000\text{km}$)
- N : Integer Ambiguity (모르는 정수)
- λ : 파장 (19.03cm)
- ϕ : 측정된 위상 (0.3577 cycles)
- 오차: 측정 노이즈 ($\sim 1\text{-}2\text{cm}$)

문제: N 을 정확히 알아야 R 을 정확히 계산 가능!

3.2 Ambiguity 크기의 실감

GPS L1 (1575.42MHz , $\lambda=19.03\text{cm}$):

위성 고도 $20,200\text{km}$ 일 때

$N \approx 106,000,000 \text{ cycles!}$

1 cycle 오차 = 19cm 위치 오차

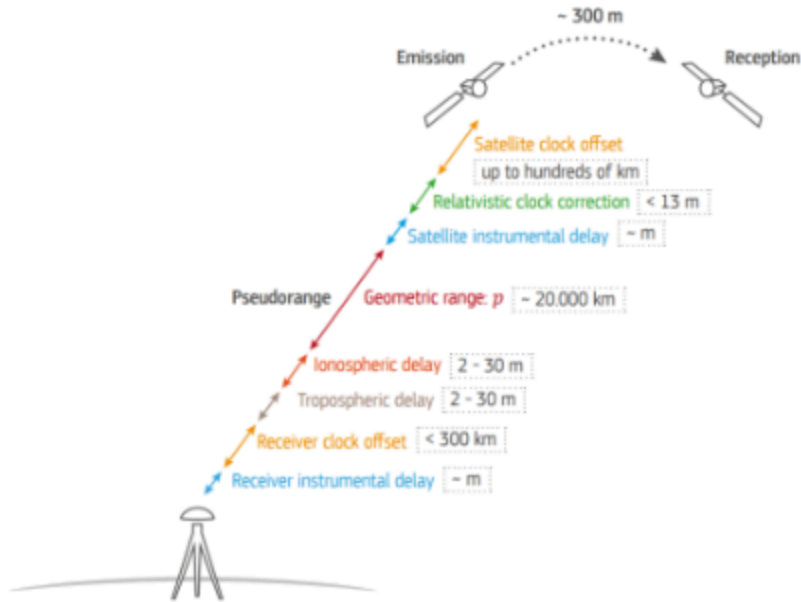
100 cycle 오차 = 19m 위치 오차

1000 cycle 오차 = 190m 위치 오차

✂ RTK의 목표: 1억 개가 넘는 파장 중에서
정확한 개수를 찾아내는 것!

4. RTK 이중차분: 오차 제거

4.1 개별 측정의 오차 구성



<pseudo range 오차 요소>

Pseudo-range 모델링

$$P_i = \rho_i + c \cdot (\delta t_r - \delta t_s) + T_i + I_i + M_i + \epsilon_p$$

- P_i : 수신기로부터 계산된 수신기와 위성 간의 측정된 거리 (pseudo-range)
- ρ_i : 수신기와 위성 간의 기하학적 거리 (true distance)
- c : 빛의 속도 ($3.0 \times 10^8 m/s$)
- δt_r : 수신기의 시계 오차 (clock bias)
- δt_s : 위성의 시계 오차 (satellite clock bias)
- T_i : 대류층 지연 (tropospheric delay)
 - 전리층과 대류층에 의한 신호 지연
- I_i : 전리층 지연 (ionospheric delay)
 - 전리층에서의 신호 지연
- M_i : 다중 경로 오차 (multipath error)
 - 신호가 반사되어 여러 경로로 도달하는 경우 발생하는 오류
- ϵ_p : 기타 노이즈 및 측정 오류

사내 항법 시스템 보고서

위성 j 에서 수신기 r 까지의 캐리어 페이즈:

$$\phi_r^j = \rho_r^j / \lambda + N_r^j + \delta t_r / \lambda - \delta t_j^j / \lambda + I_r^j / \lambda + T_r^j / \lambda + \epsilon_r^j$$

구성 요소:

- ρ_r^j/λ : 실제 기하학적 거리
- N_r^j : Integer Ambiguity (가장 큰 문제!)
- $\delta t_r/\lambda$: 수신기 시계 오차 (~3000 cycles)
- $\delta t^j/\lambda$: 위성 시계 오차 (~150,000 cycles)
- I_r^j/λ : 전리층 지연 (~80 cycles)
- T_r^j/λ : 대류층 지연 (~15 cycles)
- ε_r^j : 측정 노이즈 (~0.1 cycles)

$$\phi_r^j = \rho_r^j/\lambda + N_r^j + \delta t_r/\lambda - \delta t^j/\lambda + I_r^j/\lambda + T_r^j/\lambda + \varepsilon_r^j$$

4.2 1차 차분: 수신기 간 차분

이동국(rover)과 기준국(base) 간 차분:

$$\begin{aligned}\Delta\phi^j &= \phi_r^j - \phi_b^j \\ &= (\rho_r^j - \rho_b^j)/\lambda + (N_r^j - N_b^j) + (\delta t_r - \delta t_b)/\lambda + \dots\end{aligned}$$

효과:

- ✓ 위성 시계 오차 제거: δt^j 항 소거
- ✓ 전리층/대류층 대부분 제거 (기준국이 가까우면)
- ⚠ 수신기 시계 오차 여전히 존재
- ⚠ Ambiguity 차이 여전히 미지수

$$\Delta\phi^j = \phi_r^j - \phi_b^j$$

$$= (\rho_r^j - \rho_b^j)/\lambda + (N_r^j - N_b^j) + (\delta t_r - \delta t_b)/\lambda + (I_r^j - I_b^j)/\lambda + (T_r^j - T_b^j)/\lambda + (\varepsilon_r^j - \varepsilon_b^j)$$

수신기 시계 오차 여전히 존재:

$$\delta t_r - \delta t_b$$

Ambiguity 차이 여전히 미지수:

$$N_r^j - N_b^j$$

4.3 2차 차분: 위성 간 차분

위성 j와 기준위성 k 간 차분:

$$\begin{aligned}\nabla\Delta\phi^{jk} &= \Delta\phi^j - \Delta\phi^k \\ &= (\rho_r^j - \rho_b^j - \rho_r^k + \rho_b^k)/\lambda + (\Delta N^j - \Delta N^k) + \text{잔여오차}\end{aligned}$$

효과:

- ✓ 수신기 시계 오차 완전 제거
- ✓ 위성 시계 오차 완전 제거
- ✓ 대기 오차 대부분 제거
- ✓ 하드웨어 지연 제거
- ⚠ Ambiguity 차이만 남음 (하지만 훨씬 작음)

결과: km급 오차 → cm급 정밀도!

$$\nabla\Delta\phi^{jk} = \Delta\phi^j - \Delta\phi^k$$

$$\nabla\Delta\phi^{jk} = \frac{(\rho_r^j - \rho_b^j - \rho_r^k + \rho_b^k)}{\lambda} + (N_r^j - N_b^j - N_r^k + N_b^k) + \text{잔여 오차}$$

수신기 시계 오차 완전 제거:

$$\delta t_r - \delta t_b$$

Ambiguity 차이만 남음:

$$(N_r^j - N_b^j - N_r^k + N_b^k)$$

5. NTRIP + 캐리어 페이즈 통합 이론




5.1 NTRIP의 역할

NTRIP이 제공하는 것:

1. 기준국 캐리어 페이즈 측정값 (ϕ_b^j)
2. 기준국 정밀 좌표
3. 대기 보정 모델
4. 위성 궤도/시계 보정

RTK 계산에 필요한 것:

- 이동국 ϕ_r^j : 내 폰에서 측정 ✓ (2247.3577 cycles)

- 기준국 ϕ_{β}^j : NTRIP에서 수신  (구현 완료)
- 위성 위치: 항법 데이터 + NTRIP 보정 
- 대기 모델: NTRIP 제공 

5.2 실시간 이중차분 계산

현재 데이터로 가능한 계산:

이동국 위성3: $\phi_r^3 = 2247.3577$ cycles

이동국 위성9: $\phi_r^9 = 1856.7234$ cycles (가정)

NTRIP 기준국 데이터:

기준국 위성3: $\phi_{\beta}^3 = 2247.1123$ cycles

기준국 위성9: $\phi_{\beta}^9 = 1856.4567$ cycles

1차 차분:

$\Delta\phi^3 = 2247.3577 - 2247.1123 = 0.2454$ cycles

$\Delta\phi^9 = 1856.7234 - 1856.4567 = 0.2667$ cycles

2차 차분:

$\nabla\Delta\phi^{3^9} = 0.2454 - 0.2667 = -0.0213$ cycles

거리 차이: $-0.0213 \times 19.03\text{cm} = -0.41\text{cm}$

이것이 바로 cm급 정밀도의 원천!

6. Float vs Fixed RTK 이론

6.1 Float RTK: 실수해

목표: Integer Ambiguity를 실수로 추정

방법:

1. 코드 거리와 캐리어 거리 비교
2. 최소제곱법으로 실수 ambiguity 계산
3. 실수해 기반 위치 계산

정확도: 20-50cm (ambiguity 추정 오차 때문)

실제 계산:

코드 거리: ~20,000,427m

캐리어 거리: 427.73m

Float ambiguity: $(20,000,427 - 427.73) / 0.1903 = 105,061,945.23$

위치: ambiguity = 105,061,945.23으로 계산

6.2 Fixed RTK: 정수해

목표: Integer Ambiguity를 정확한 정수로 결정

방법 (LAMBDA 알고리즘):

1. Float 해에서 시작
2. 여러 정수 조합을 후보로 설정
3. 통계적 검정으로 최적 정수 선택
4. 선택된 정수로 정밀 위치 계산

정확도: 2-5cm (정수가 맞으면)

실제 과정:

Float: 105,061,945.23

후보1: 105,061,945 (residual: 0.23)

후보2: 105,061,946 (residual: 0.77)

→ 후보1 선택 (ratio test 통과시)

7. 현재 데이터 품질 분석

7.1 신호 품질 평가

C/N0: 31.0 dB-Hz

평가: 중간 수준

- RTK Fixed: 어려움 (>40 dB-Hz 권장)
- RTK Float: 가능 (>25 dB-Hz 필요)
- DGPS: 충분 (>20 dB-Hz 필요)

State: 17 (CODE_LOCK + MSEC_AMBIGUOUS)

평가: 불안정

- 밀리초 모호성으로 정밀 시간 동기화 어려움
- RTK Fixed 성공률 저하
- Float RTK는 시도 가능

7.2 캐리어 페이즈 연속성 문제

시간1: 2247.3577 cycles
 시간2: 366.591 cycles
 차이: -1880.77 cycles (감소)

분석:

1. Cycle Slip 발생 가능성
2. ADR 리셋 (State 17의 MSEC_AMBIGUOUS 영향)
3. 주파수 변경 또는 신호 손실

해결책:

- Cycle Slip 감지 알고리즘 필요
- 연속성 모니터링 강화
- 안정된 구간에서만 RTK 수행

8. 통합 시스템의 성능 예측

8.1 이론적 정확도 한계

오차 요소별 기여도:

1. 측정 노이즈: $\pm 1-2\text{cm}$
 - 열잡음, 다중경로, 양자화 오차
2. 모델링 오차: $\pm 1-3\text{cm}$
 - 잔여 대기 오차, 안테나 위상 중심
3. Integer Ambiguity: 0 또는 $\pm 19\text{cm}$
 - Fixed 성공시: 0cm
 - Fixed 실패시: $\pm 19\text{cm}$ (1 cycle 오차)
4. NTRIP 지연: $\pm 0.5-2\text{cm}$
 - 네트워크 지연, 기준국 거리

총 오차 (RMS):

- Fixed RTK: $\sqrt{(2^2 + 2^2 + 0^2 + 1^2)} = \pm 3\text{cm}$
- Float RTK: $\sqrt{(2^2 + 2^2 + 5^2 + 1^2)} = \pm 6\text{cm}$
- DGPS: $\sqrt{(30^2 + 10^2 + 0^2 + 5^2)} = \pm 32\text{cm}$

8.2 현실적 성능 기대치

기기별 예상 성능:

스마트폰 RTK (현재 구현 가능):

- Float RTK: 10-30cm (80% 확률)
- Fixed RTK: 5-15cm (20% 확률, 조건부)
- DGPS: 30-80cm (99% 확률)

측량급 수신기 (비교 기준):

- Fixed RTK: 1-3cm (95% 확률)
- Float RTK: 5-10cm (4% 확률)

성능 제한 요인:

1. 안테나 품질 (다중경로 억제력)
2. 신호 안정성 (Cycle Slip 빈도)
3. 환경 조건 (실내/도심/개활지)

9. 물리적 직관으로 이해하는 RTK

9.1 핵심

RTK가 강력한 이유:

1. 절대 정확도 → 상대 정확도
 - 20km 거리의 절대 오차 vs
 - 20km 차이의 상대 오차 (훨씬 작음)
2. 공통 오차 제거 효과
 - 위성 시계: 30km 오차 → 완전 제거
 - 대기 지연: 10m 오차 → 90% 제거
 - 수신기 오차: 1km 오차 → 완전 제거




3. 기하학적 제약 활용

- 4개 위성 = 4개 방정식
- 3개 위치 + 여러 ambiguity 계산
- 물리적으로 불가능한 해 자동 제거

결과: 19cm 파장에서 cm급 정확도 예측

10. 최종 성능 예측

현재 상황 (캐리어 페이즈 + NTRIP 확보):

-  핵심 데이터 모두 확보
-  이론적 RTK 구현 가능
-  신호 안정성이 관건

단계별 목표:

1. **DGPS 구현**: 3m → 0.5m (85% 향상, 확실)
2. **Float RTK**: 0.5m → 0.15m (70% 향상, 가능성 높음)
3. **Fixed RTK**: 0.15m → 0.05m (67% 향상, 조건부)

최종 기대 성능:

- **보수적 목표**: 15-30cm (Float RTK)
- **이상적 목표**: 5-10cm (Fixed RTK, 조건부)
- **현실적 평가**: 스마트폰 RTK 한계 내 최고 수준