Chapter. 01

확률 기초

확률의 곱셈 법칙

FASTCAMPUS
ONLINE
금융공학/퀀트

강사. 장순용

I 키포인트

- 확률의 곱셈.
- 조건부 확률.
- 독립사건, 종속사건, 배반사건 사이의 차이.

| 조건부 확률

- 확률이 0이 아닌 사건 A와 B에 대해서 사건 A가 일어났다는 전제로 사건 B가 일어날 확률을 조건부 확률이라 하고 $P(B|A)$와 같이 표기한다.

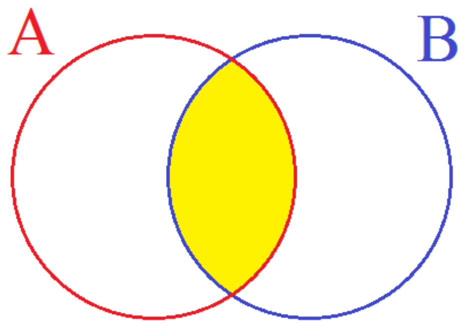
$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

I 조건부 확률

- 이전 슬라이드의 수식을 정리하면 다음 관계가 성립된다.

$$P(A \cap B) = P(A|B)P(B)$$

$$= P(B|A)P(A)$$



I 종속사건, 독립사건, 배반사건?

종속사건 (dependent events)?

독립사건 (independent events)?

배반사건 (mutually exclusive events)?

I 종속사건

- 사건 A와 B가 종속사건이라면:

$$P(A \cap B) \neq P(A)P(B)$$

$$P(A \cap B) = P(A|B)P(B)$$

$$= P(B|A)P(A)$$

I 종속사건

- 그리고,

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= P(A) + P(B) - P(A|B)P(B)$$

$$= P(A) + P(B) - P(B|A)P(A)$$

| 독립사건

- 사건 A와 B가 독립사건이라면:

$$P(A \cap B) = P(A)P(B)$$

- 그러면: $$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A)P(B)$$

- 또한: $$P(A|B) = P(A)$$

$$P(B|A) = P(B)$$

배반사건

- 사건 A와 B가 배반사건이라면, 동시에 일어날 수 없다는 의미:

$$P(A \cap B) = 0$$

- 그러므로, $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

- 또한: $P(A|B) = 0$

$$P(B|A) = 0$$

I 독립사건 ↔ 배반사건?

독립사건 (independent events) ⇔ 배반사건 (mutually exclusive events)

? ? ?

I 독립사건 ↔ 배반사건?

독립사건 (independent events) $\cancel{\leftrightarrow}$ 배반사건 (mutually exclusive events)

독립사건과 배반사건은 서로 무관의 다른 개념이다.

I 확률의 곱셈

문제: 다음은 A, B 두 반의 학생 120명을 남녀별로 구분한 표이다.

	남 (M)	여 (F)	계
A반	35	30	65
B반	32	23	55
계	67	53	120

1). 120명의 집합을 표본공간으로 하여 1명을 뽑을때 $P(\boldsymbol{M}|\boldsymbol{A})$와 $P(\boldsymbol{F}|\boldsymbol{A})$는?

I 확률의 곱셈

문제: 다음은 A, B 두 반의 학생 120명을 남녀별로 구분한 표이다.

	남 (M)	여 (F)	계
A반	35	30	65
B반	32	23	55
계	67	53	120

1). 120명의 집합을 표본공간으로 하여 1명을 뽑을때 $P(\boldsymbol{M}|\boldsymbol{A})$와 $P(\boldsymbol{F}|\boldsymbol{A})$는?

$P(A) = \frac{65}{120}$, $P(B) = \frac{55}{120}$, $P(M) = \frac{67}{120}$, $P(F) = \frac{53}{120}$이다. 또한 $P(M \cap A) = \frac{35}{120}$이고 $P(F \cap A) = \frac{30}{120}$이다. 그러므로 $P(M|A) = \frac{P(M\cap A)}{P(A)} = \frac{35}{120} \times \frac{120}{65} = \frac{35}{65}$ 이고 $P(F|A) = \frac{P(F\cap A)}{P(A)} = \frac{30}{120} \times \frac{120}{65} = \frac{30}{65}$이다.

I 확률의 곱셈

문제: 다음은 A, B 두 반의 학생 120명을 남녀별로 구분한 표이다.

	남 (M)	여 (F)	계
A반	35	30	65
B반	32	23	55
계	67	53	120

2). 120명의 집합을 표본공간으로 하여 1명을 뽑을때 $P(\boldsymbol{A}|\boldsymbol{M})$와 $P(\boldsymbol{B}|\boldsymbol{M})$는?

| 확률의 곱셈

문제: 다음은 A, B 두 반의 학생 120명을 남녀별로 구분한 표이다.

	남 (M)	여 (F)	계
A반	35	30	65
B반	32	23	55
계	67	53	120

2). 120명의 집합을 표본공간으로 하여 1명을 뽑을때 $P(\boldsymbol{A}|\boldsymbol{M})$와 $P(\boldsymbol{B}|\boldsymbol{M})$는?

$P(M \cap A) = \frac{35}{120}$ 이고 $P(M \cap B) = \frac{32}{120}$ 이다. 그러므로 $P(A|M) = \frac{P(M \cap A)}{P(M)} = \frac{35}{120} \times \frac{120}{67} = \frac{35}{67}$ 이고

$P(B|M) = \frac{P(M \cap B)}{P(M)} = \frac{32}{120} \times \frac{120}{67} = \frac{32}{67}$ 이다.

확률의 곱셈

문제: 주머니 속에 흰 공 4개, 붉은 공 6개가 들어있다. 공을 한 개씩 두 번 꺼낼 때, 다음 각 경우에 대하여 두 개가 모두 흰 공일 확률을 구하여라.

1). 처음에 꺼낸 공을 다시 넣지 않는 경우.

l 확률의 곱셈

문제: 주머니 속에 흰 공 4개, 붉은 공 6개가 들어있다. 공을 한 개씩 두 번 꺼낼 때, 다음 각 경우에 대하여 두 개가 모두 흰 공일 확률을 구하여라.

1). 처음에 꺼낸 공을 다시 넣지 않는 경우.

첫 번째, 두 번째에 흰 공이 나오는 사건을 각각 A, B라 부른다. 그러면, 구하고자 하는 확률은 $P(A \cap B)$이다. 확률의 곱셈 정리를 적용해 본다.

$$P(A \cap B) = P(B|A)P(A) = \frac{3}{9} \times \frac{4}{10} = \frac{2}{15}$$

I 확률의 곱셈

문제: 주머니 속에 흰 공 4개, 붉은 공 6개가 들어있다. 공을 한 개씩 두 번 꺼낼 때, 다음 각 경우에 대하여 두 개가 모두 흰 공일 확률을 구하여라.

2). 처음에 꺼낸 공을 다시 넣는 경우.

I 확률의 곱셈

문제: 주머니 속에 흰 공 4개, 붉은 공 6개가 들어있다. 공을 한 개씩 두 번 꺼낼 때, 다음 각 경우에 대하여 두 개가 모두 흰 공일 확률을 구하여라.

2). 처음에 꺼낸 공을 다시 넣는 경우.

이 경우에는 A와 B는 서로 독립사건이다. 그러므로

$$P(A \cap B) = P(B|A)P(A) = P(B)P(A) = \frac{4}{10} \times \frac{4}{10} = \frac{4}{25}$$

I 끝.

감사합니다.

FAST CAMPUS
ONLINE
장순용 강사.