Chapter. 01

시계열

시계열 모형의 활용

FASTCAMPUS
ONLINE
금융공학/퀀트

강사. 장순용

I 키포인트

- 정상 시계열 모형: AR, MA, ARMA.
- 비정상 시계열 모형: ARIMA.
- 차분 연산자.
- 시계열 모형의 선별.

I AR 시계열 모형 (Auto-Regressive Model)

- AR(1) 모형:

$$x_t = \phi_0 + \phi_1 x_{t-1} + \varepsilon_t$$

→ 현재의 값 x_t가 1스텝 이전의 값 x_{t-1}와 연관된다.

→ 불확실 요소 ε_t를 “impact” or “innovation” 이라고 부른다.

→ ε_t 는 정규확률분포를 따른다는 가정을 한다: $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$.

→ $|\phi_1| < 1$와 같으면 정상성이 유지된다.

→ ϕ_0 는 독립 parameter가 아니다: $\phi_0 = \bar{x}(1 - \phi_1)$.

I AR 시계열 모형 (Auto-Regressive Model)

- AR(p) 모형:

$$x_t = \phi_0 + \phi_1 x_{t-1} + \phi_2 x_{t-2} + \cdots + \phi_{\boldsymbol{p}} x_{t-\boldsymbol{p}} + \varepsilon_t$$

→ 현재의 값 x_t가 **p** 스텝 이전의 값 $x_{t-\boldsymbol{p}}$까지와 연관된다.

→ 정상성을 논하려면 특성근 (characteristic root)을 구해야 한다 → later.

→ ϕ_0 는 독립 parameter가 아니다: $\phi_0 = \bar{x}\left(1 - \phi_1 - \phi_2 - \cdots - \phi_p\right)$.

I MA 시계열 모형 (Moving Average Model)

- MA(q) 모형:

$$x_t = \varepsilon_t + \bar{x} + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \cdots + \theta_{\boldsymbol{q}} \varepsilon_{t-\boldsymbol{q}}$$

→ 현재의 값 x_t가 ***q*** 스텝 이전의 impact $\varepsilon_{t-\boldsymbol{q}}$까지와 연관된다.

→ θ_i가 모두 유한수(finite number)이면 MA 시계열 모형은 정상시계열에 해당한다.

→ “Square sumable”: $\sum_{i=0}^{q} \theta_i^2 < \infty$

ARMA 시계열 모형 (Auto-Regressive Moving Average Model)

- ARMA(p,q) 모형:

$$x_t = \varepsilon_t + \phi_0 + \phi_1 x_{t-1} + \phi_2 x_{t-2} + \cdots + \phi_p x_{t-p} + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \cdots + \theta_q \varepsilon_{t-q}$$

$\rightarrow$ AR모형과 MA모형의 결합이다.

$\rightarrow$ 정상성을 논하려면 AR의 모수 ϕ_i에 해당하는 특성근을 구해야 한다 $\rightarrow$ later.

$\rightarrow$ ϕ_0 는 독립 parameter가 아니다: $\phi_0 = \bar{x}\left(1 - \phi_1 - \phi_2 - \cdots - \phi_p\right)$

$\rightarrow$ ARMA(p,0) = AR(p)이며 ARMA(0,q) = MA(q)이다.

I ARIMA 시계열 모형 (Auto-Regressive Integrated Moving Average Model)

- 차분 연산자 D:

$$
\begin{array}{ll}
Dx_t & x_t - x_{t-1} \\
D^2 x_t & x_t - 2x_{t-1} + x_{t-2} \\
D^3 x_t & x_t - 3x_{t-1} + 3x_{t-2} - x_{t-3} \\
\vdots & \vdots
\end{array}
$$

ARIMA 시계열 모형 (Auto-Regressive Integrated Moving Average Model)

- 만약에 차분 연산자를 *d* 회 적용하여 정상화 할 수 있는 비정상 시계열이 있다면, ARIMA(p, d, q)로 모델링 할 수 있다.
- 그런데, 만약에 시계열이 등분산성 조건을 만족하지 않는다면 이것은 수학적 변환을 통해서 정상성을 확보해야 되는 경우이다.

I 시계열 모형의 선별

- AR(p) 모형의 길이는 PACF를 사용하여 선별한다.

  $\rightarrow$ PACF는 ACF와도 유사하게 현시점과 과거 시점 사이의 상관성을 의미한다.

  $\rightarrow$ PACF는 중간 시점의 기여를 제외한 ACF라고 해석할 수 있다.

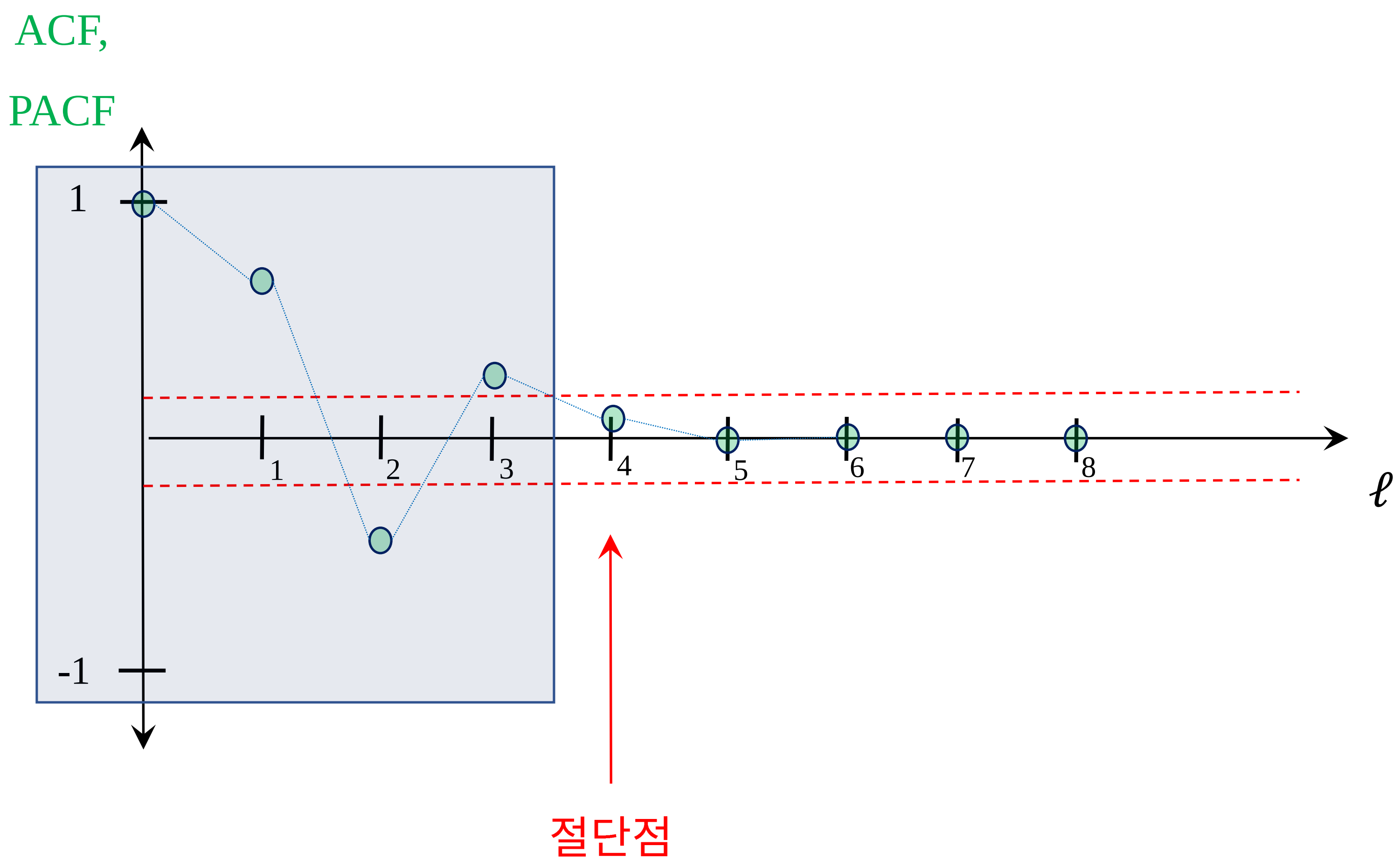
- MA(q) 모형의 길이는 ACF를 사용하여 선별한다.

  $\rightarrow$ White noise의 표준오차는 $\sigma_{wn} = \frac{1}{\sqrt{n}}$. 그러므로 95% 신뢰구간은 다음과 같다:

$$[-1.96 \times \sigma_{wn}, +1.96 \times \sigma_{wn}]$$

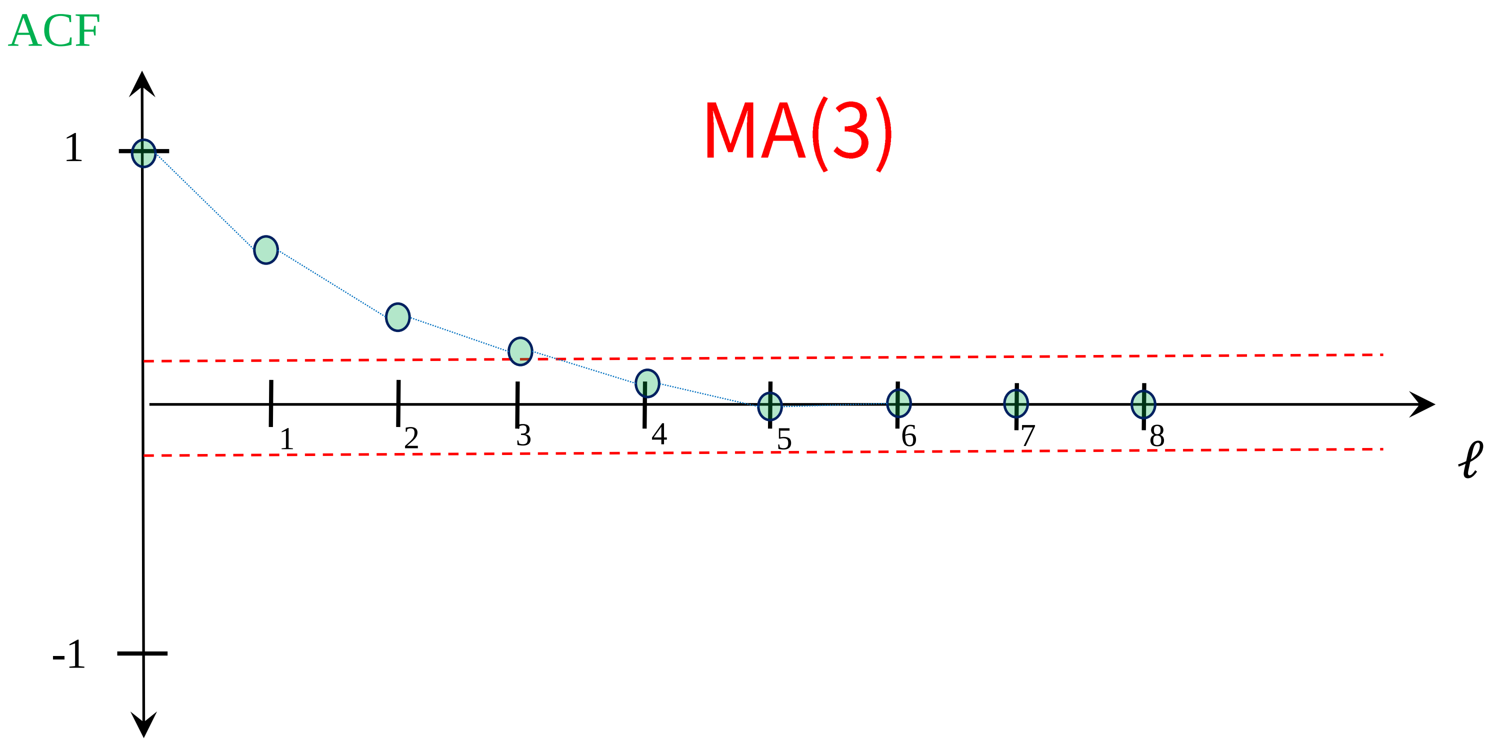
- 위 신뢰구간의 바깥에 있는 ACF 또는 PACF가 모형의 길이를 정한다. $\Rightarrow$ 절단점 확인!

I 시계열 모형의 선별



I 시계열 모형의 선별

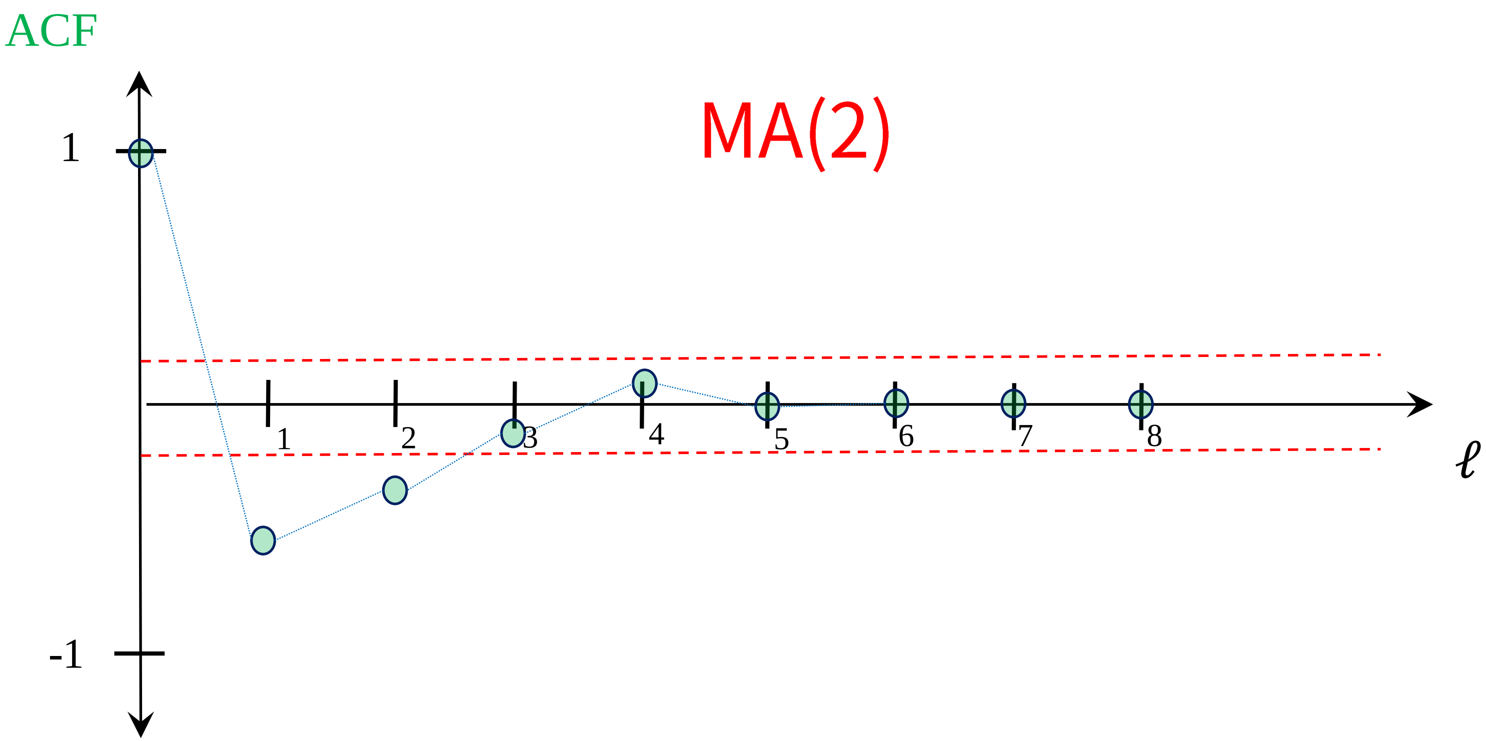
문제: 다음 분석 그래프에 적절한 시계열 모형은?



MA(3)

I 시계열 모형의 선별

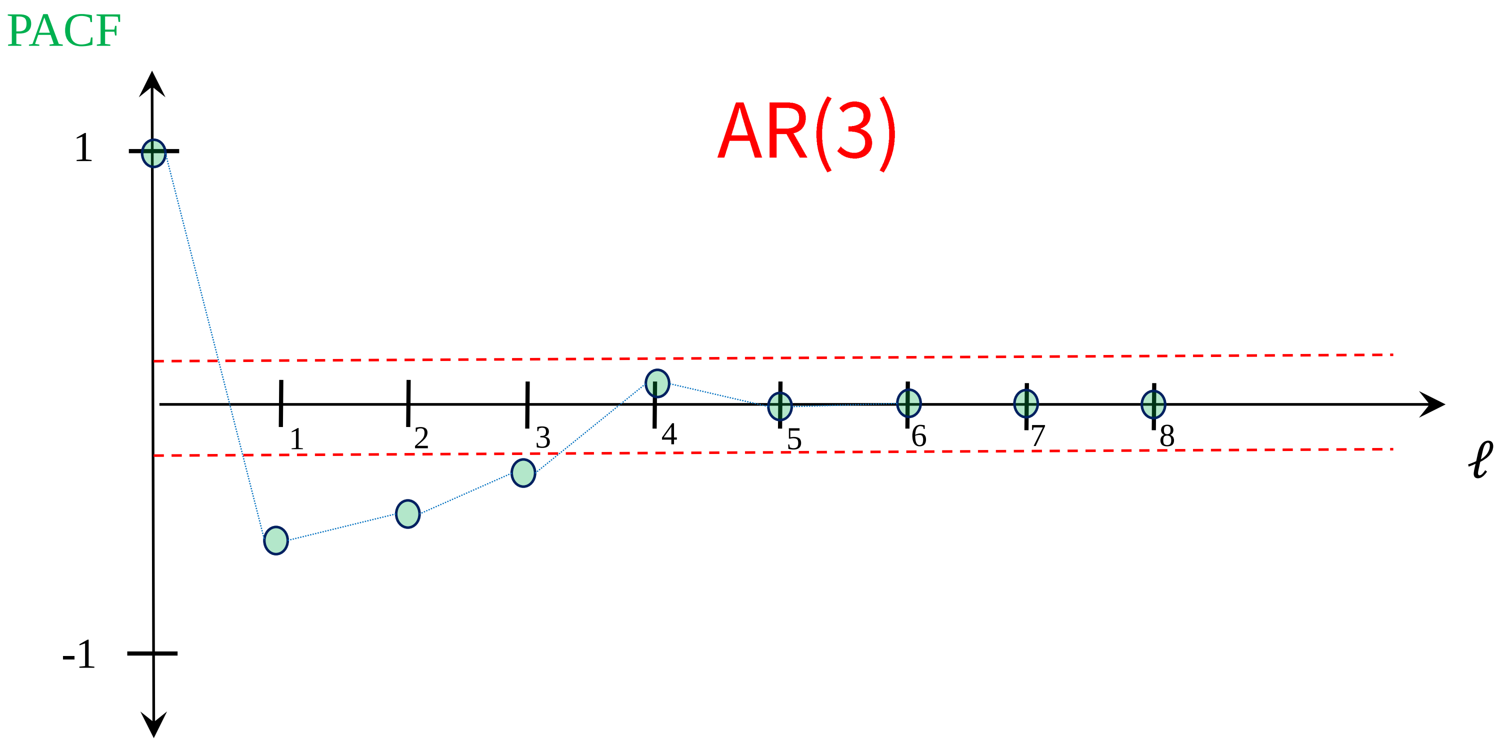
문제: 다음 분석 그래프에 적절한 시계열 모형은?



MA(2)

I 시계열 모형의 선별

문제: 다음 분석 그래프에 적절한 시계열 모형은?



AR(3)

| 끝.

감사합니다.