

Chapter.05
리스크 관리

| 현대 포트폴리오 이론 (MPT) I

FASTCAMPUS
ONLINE

금융공학/퀀트 I

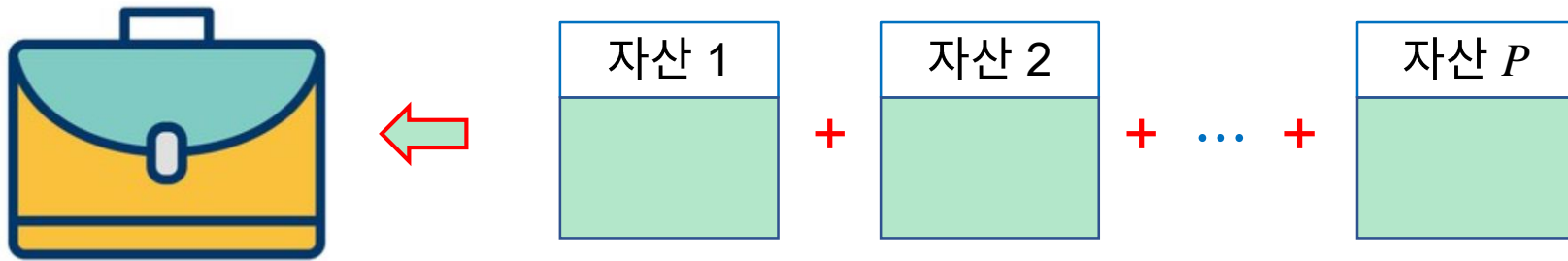
강사. 장순용

I 키포인트

- 현대 포트폴리오 이론 (MPT: Modern Portfolio Theory).
- 심슨의 역설 (Simpson's Paradox).

I 현대 포트폴리오 이론 (MPT: Modern Portfolio Theory)

- P 개의 자산으로 포트폴리오를 구성했다고 가정해 본다.
 - ⇒ 서브인덱스 $i = 1, 2, \dots, P$.
 - ⇒ 개개 자산의 비율은 w_i 이며 정규화 조건 충족 ($w_1 + w_2 + \dots + w_P = 1$).
 - ⇒ $w_i > 0$ 이면 Long 포지션이며 $w_i < 0$ 이면 Short 포지션이다.



I 현대 포트폴리오 이론 (MPT: Modern Portfolio Theory)

- 자산 수익률 사이의 공분산을 $\sigma_{ij} = Cov(r_i, r_j)$ 와 같이 표기하면 포트폴리오의 수익률과 리스크는 다음과 같다.

$$r_{port} = \sum_{i=1}^P w_i r_i$$

$$\sigma_{port} = \sqrt{\sum_{j=1}^P \sum_{i=1}^P \sigma_{ij} w_i w_j}$$

⇒ σ_{ii} 는 i 번째 자산의 분산과 같다: $\sigma_{ii} = \sigma_i^2 = Var(r_i)$.

I 현대 포트폴리오 이론 (MPT: Modern Portfolio Theory)

- 가중치와 수익률을 벡터로 표현하면 컴팩트하게 표현할 수 있다.

$$r_{port} = \overrightarrow{w} \cdot \overrightarrow{r}$$

$$\sigma_{port} = \sqrt{\overrightarrow{w} \tilde{\Sigma} \overrightarrow{w}^t}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{w} = (w_1, w_2, \dots, w_P)$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{r} = (r_1, r_2, \dots, r_P)$$

$$\Rightarrow \tilde{\Sigma} = \sigma_{ij} \text{를 원소로 하는 “분산 공분산 행렬”}.$$

I 심슨의 역설 (Simpson's Paradox)

질문

왜 포트폴리오를 만들 때 **가격**이 아닌 **수익률**을 사용하는가?

I 심슨의 역설 (Simpson's Paradox)

- 다음과 같은 **가상적** 상황을 생각해 본다.

⇒ 섹터별 주식 2 종목씩 선택하고 각각 포트폴리오 #1과 포트폴리오 #2로 보낸다.

⇒ 7월 초와 8월 초 가격을 기록한다.

섹터	포트폴리오 #1			포트폴리오 #2		
	종목 이름	가격 7월 초	가격 8월 초	종목 이름	가격 7월 초	가격 8월 초
자동차	A1	23000	23500	A2	532000	531000
반도체	B1	98500	109000	B2	1450000	1550000
전자통신	C1	552000	560000	C2	493000	500000
건설	D1	37500	41000	D2	44000	43500
은행	E1	101000	103000	E2	245000	249000

I 심슨의 역설 (Simpson's Paradox)

- 다음과 같은 수식을 적용해서 수익률을 계산해 본다.

$$\Rightarrow \text{수익률} = (\text{8월 초 가격} - \text{7월 초 가격}) / \text{7월 초 가격}$$

섹터	포트폴리오 #1				포트폴리오 #2			
	종목 이름	가격 7월 초	가격 8월 초	수익률	종목 이름	가격 7월 초	가격 8월 초	수익률
자동차	A1	23000	23500	2.17%	A2	532000	531000	-0.19%
반도체	B1	98500	109000	10.66%	B2	1450000	1550000	6.90%
전자통신	C1	552000	560000	1.45%	C2	493000	500000	1.42%
건설	D1	37500	41000	9.33%	D2	44000	43500	-1.14%
은행	E1	101000	103000	1.98%	E2	245000	249000	1.63%
	합계	812000	836500	→ 3.02%	합계	2764000	2873500	→ 3.96%

I 심슨의 역설 (Simpson's Paradox)

- 수익률을 종목별 (섹터별)로 비교해 본다.

⇒ 포트폴리오 #1의 종목이 포트폴리오 #2의 것 보다 항상 우세.

섹터	포트폴리오 #1				포트폴리오 #2			
	종목 이름	가격 7월 초	가격 8월 초	수익률	종목 이름	가격 7월 초	가격 8월 초	수익률
자동차	A1	23000	23500	2.17%	A2	532000	531000	-0.19%
반도체	B1	98500	109000	10.66%	B2	1450000	1550000	6.90%
전자통신	C1	552000	560000	1.45%	C2	493000	500000	1.42%
건설	D1	37500	41000	9.33%	D2	44000	43500	-1.14%
은행	E1	101000	103000	1.98%	E2	245000	249000	1.63%
	합계	812000	836500	→ 3.02%	합계	2764000	2873500	→ 3.96%

I 심슨의 역설 (Simpson's Paradox)

- 포트폴리오의 전체 가치로 구한 수익률을 비교해 본다.

⇒ 포트폴리오 #2가 포트폴리오 #1보다 우세! 역설적 상황 발생!

섹터	포트폴리오 #1				포트폴리오 #2			
	종목 이름	가격 7월 초	가격 8월 초	수익률	종목 이름	가격 7월 초	가격 8월 초	수익률
자동차	A1	23000	23500	2.17%	A2	532000	531000	-0.19%
반도체	B1	98500	109000	10.66%	B2	1450000	1550000	6.90%
전자통신	C1	552000	560000	1.45%	C2	493000	500000	1.42%
건설	D1	37500	41000	9.33%	D2	44000	43500	-1.14%
은행	E1	101000	103000	1.98%	E2	245000	249000	1.63%
	합계	812000	836500	→ 3.02%	합계	2764000	2873500	→ 3.96%

I 심슨의 역설 (Simpson's Paradox)

- 역설의 원인은 바로 숨겨진 “**가중치**”에 있다.

⇒ #1에서 가장 높은 비중을 차지하는 **C1**과 #2에서 가장 높은 비중을 차지하는 **B2**.

섹터	포트폴리오 #1				포트폴리오 #2			
	종목 이름	가격 7월 초	가격 8월 초	수익률	종목 이름	가격 7월 초	가격 8월 초	수익률
자동차	A1	23000	23500	2.17%	A2	532000	531000	-0.19%
반도체	B1	98500	109000	10.66%	B2	1450000	1550000	6.90%
전자통신	C1	552000	560000	1.45%	C2	493000	500000	1.42%
건설	D1	37500	41000	9.33%	D2	44000	43500	-1.14%
은행	E1	101000	103000	1.98%	E2	245000	249000	1.63%
	합계	812000	836500	→ 3.02%	합계	2764000	2873500	→ 3.96%

I 심슨의 역설 (Simpson's Paradox)

결론

역설적 상황을 피하려고 가격 대신 수익률 기준으로 포트폴리오를 구성한다.

| 끝.

감사합니다.

