Chapter.07

금융상품

옵션의 원리

FASTCAMPUS
ONLINE
금융공학/퀀트

강사. 장순용

l 키포인트

- 옵션.
- 콜옵션과 풋옵션.
- 옵션가격: 내재가치와 시간가치.
- 옵션가격의 원리.

Copyright FASTCAMPUS Corp. All Rights Reserved

I 옵션

- 옵션은 기초자산에 대한 계약이다.

→ 콜옵션 (call option): 기초 자산을 특정 조건에 매입할 수 있는 권리.

→ 풋옵션 (put option): 기초 자산을 특정 조건에 매도할 수 있는 권리.

- 옵션은 매수와 매도가 가능하다.

→ 매수 포지션 (long): 프리미엄을 지불하고 권리를 취득. 이익에는 한계가 없다 (콜).

→ 매도 포지션 (short): 프리미엄을 받고 의무를 짐. 손실에는 한계가 없다 (콜).

Copyright FASTCAMPUS Corp. All Rights Reserved

I 옵션의 종류

- 기초자산에 의한 분류:

→ 지수옵션, 개별주식옵션, 선물옵션, 등.

- 행사 방식에 의한 분류:

→ 유럽식 옵션 (European): 만기일에만 행사 가능. 예) KOSPI200 지수 옵션.

→ 미국식 옵션 (American): 만기 이전에도 행사 가능.

Copyright FASTCAMPUS Corp. All Rights Reserved

I 옵션가격

- 옵션가격 (프리미엄)은 내재가치와 시간가치의 합이다.

옵션가격 = 내재가치 + 시간가치

$\Leftarrow$ 내재가치는 현재의 기초자산 가격이 만기까지 유지된다는 가정하의 옵션가격.

(S = 기초자산의 가격, K = 행사가격, T =만기시점)

$$C(T) = Max(0, S - K)$$

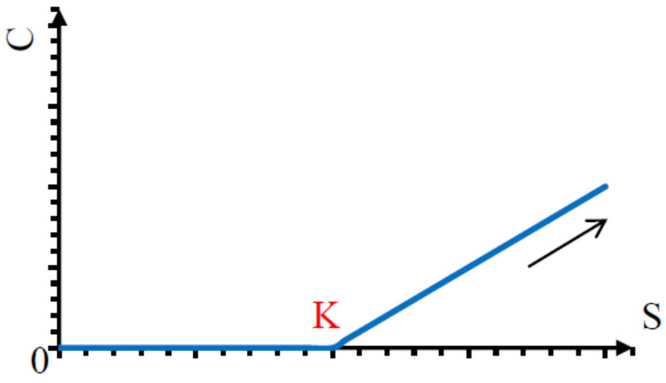
$$P(T) = Max(0, K - S)$$

$\Leftarrow$ 시간가치는 옵션 만기까지의 시간과 변동성 등에 의해서 정해진다.

Fast campus
Copyright FASTCAMPUS Corp. All Rights Reserved

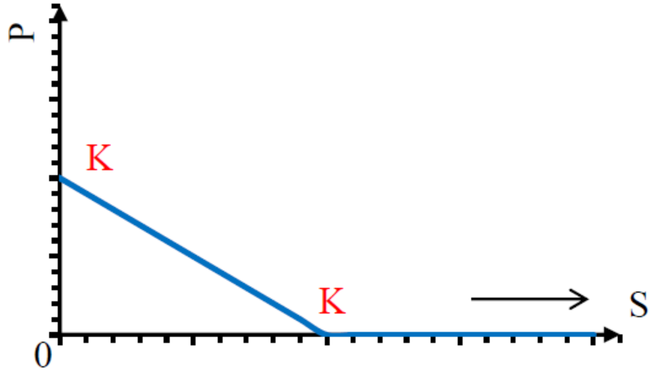
l 옵션가격: 내재가치

- 현재의 기초자산 가격이 만기까지 유지된다는 가정하의 옵션가격.



콜옵션 Long 포지션의 내재가치.

$$C(T) = Max(0, S - K)$$



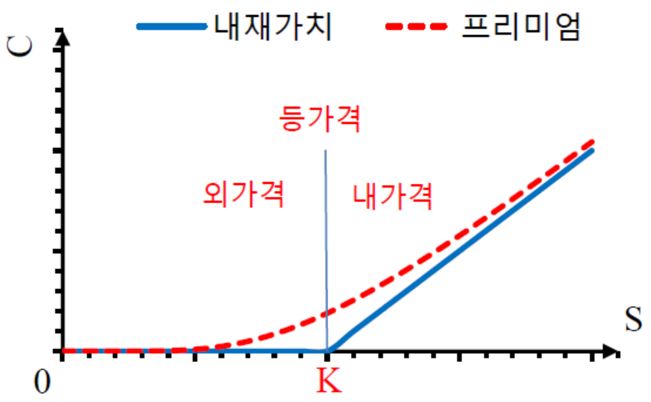
풋옵션 Long 포지션의 내재가치.

$$P(T) = Max(0, K - S)$$

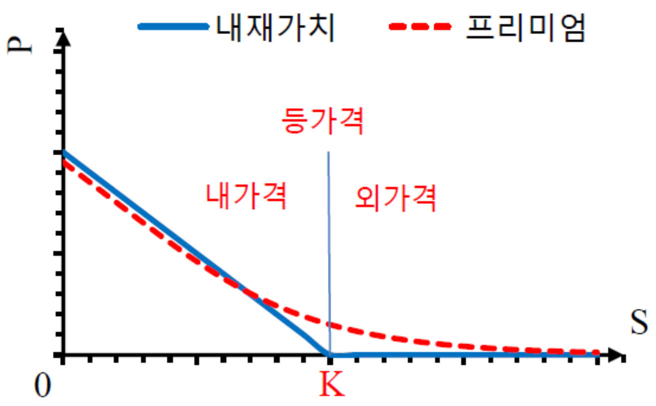
Copyright FASTCAMPUS Corp. All Rights Reserved

ㅣ옵션가격: 시간가치

- 내재가치 이외의 가치.



콜옵션 Long 포지션의 프리미엄.



풋옵션 Long 포지션의 프리미엄.

→ 외가격(外價格, OTM): 내재가치가 없이 시간가치만 있음.

→ 내가격(內價格, ITM): 시간가치와 내재가치 둘 다 있음.

→ 등가격(等價格, ATM): 기초자산의 현물가격이 행사가격과 동일한 경우.

Copyright FASTCAMPUS Corp. All Rights Reserved

I 옵션가격의 원리

- 옵션가격은 헤지 관계를 유지하는 가격이고, 미래의 예측, 확률, 기대값 등과는 무관하다. 다음과 같은 Toy 모형(*)을 콜옵션에 적용해 본다.

⇒ 무위험 이자율 r_0을 0이라 가정하고. 현재의 콜 옵션가격은 C라 표기한다.

현 시점에서의 적정 옵션가격 C를 계산하고자 한다.

(*) 단순화된 이항모형 (CRR) 이다.

⇒ 기초자산의 가격이 $S \rightarrow S^{+}$로 상승하면 옵션가격은 C^{+}가 되고,

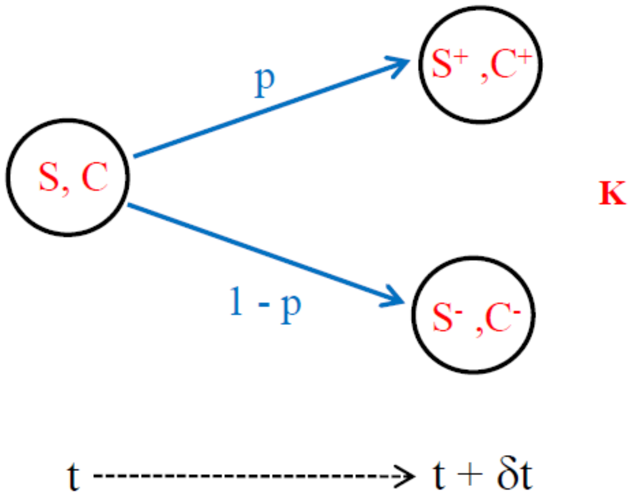
⇒ 기초자산의 가격이 $S \rightarrow S^{-}$로 하락하면 옵션가격은 C^{-}가 되는 모형을 가정한다.

⇒ 기초자산의 가격이 상승하는 확률 $= p$ 이며 하락하는 확률 $= 1 - p$이다.

Copyright FASTCAMPUS Corp. All Rights Reserved

I 옵션가격의 원리

- 옵션가격은 헤지 관계를 유지하는 가격이고, 미래의 예측, 확률, 기대값 등과는 무관하다. 다음과 같은 Toy 모형을 콜옵션에 적용해 본다.



현재와 미래(만기) 두개의 타임 스텝이 있고 행사값은 K이다.

$\Rightarrow$ 미래의 옵션가격은 $C^+ = Max(0, S^+ - K)$와 $C^- = Max(0, S^- - K)$이다.

$\Rightarrow$ 현 시점에서의 적정 옵션가격은?

Life Changing Education
fast campus
Copyright FASTCAMPUS Corp. All Rights Reserved

I 옵션가격의 원리

- 다음과 같이 콜옵션 – 기초자산으로 구성되는 헤지 포트폴리오 $\Pi(t)$를 가정한다.

$$\Pi(t) = C - \Delta \times S$$

⇒ 헤지 포트폴리오라는 것은 델타 Δ의 값을 정해서 $\Pi(t)$가 현금과 같이 불확실성 없는 가치를 나타내도록 할 수 있다는 의미이다. 즉,

$$\Pi(t) = \Pi^{+}(t + \delta t) = \Pi^{-}(t + \delta t)$$

⇒ 기초자산의 가격의 움직임과는 무관하다.

Copyright FASTCAMPUS Corp. All Rights Reserved

I 옵션가격의 원리

- 그러면 헤지 포트폴리오의 조건을 적용해서 다음 관계를 연결해 본다.

$$\Pi^{+}(t+\delta t) = C^{+} - \Delta \times S^{+}$$

$$\Pi^{-}(t+\delta t) = C^{-} - \Delta \times S^{-}$$

- $\Pi^{+}(t+\delta t) = \Pi^{-}(t+\delta t)$에서 Δ를 풀면 다음과 같다.

$$\Delta = \frac{C^{+} - C^{-}}{S^{+} - S^{-}}$$

Copyright FASTCAMPUS Corp. All Rights Reserved

I 옵션가격의 원리

- 이제는 Δ를 $\Pi(t) = \Pi^{+}(t+\delta t) = \Pi^{-}(t+\delta t)$에 대입하여 현재시점의 $C(t)$를 구할 수 있다.

$$C(t) = \Pi(t) + \Delta \times S$$

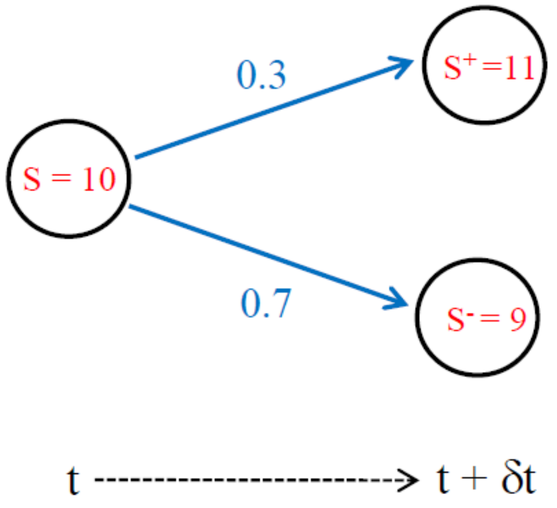
$\Rightarrow$ 콜옵션의 가격은 100% 헤지관계에 의해서 정해진다.

$\Rightarrow$ 어느 곳에도 확률 p의 개입여지가 없다.

Copyright FASTCAMPUS Corp. All Rights Reserved

I 옵션가격의 원리

예: 다음과 같은 Toy 모형을 가정해 본다.

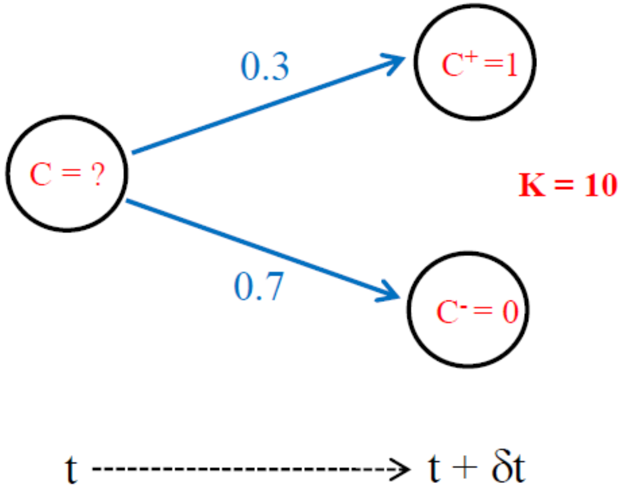


⇒ 기초 자산의 가격이 위/아래 한 스텝 움직일 수 있는 단순한 모형이다.

Copyright FASTCAMPUS Corp. All Rights Reserved

I 옵션가격의 원리

예: 이제는 행사가격 $K = 10$와 같은 콜옵션을 가정한다.



$\Rightarrow C^{+} = Max(0, S^{+} - K) = Max(0, 11 - 10) = 1$이고,

$\Rightarrow C^{-} = Max(0, S^{-} - K) = Max(0, 9 - 10) = 0$과 같다.

Copyright FASTCAMPUS Corp. All Rights Reserved

I 옵션가격의 원리

예: 이제는 행사가격 $K = 10$와 같은 콜옵션을 가정한다.

$\Rightarrow$ 그러면, 델타 Δ는 다음과 같다: $\Delta = \frac{C^+ - C^-}{S^+ - S^-} = \frac{1-0}{11-9} = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow$ 델타 $\Delta = \frac{1}{2}$ 을 대입하면 쉽게 $\Pi^+(t+\delta t) = -4.5$이고

$\Pi^-(t+\delta t) = -4.5$와 같음을 알수 있다.

또한, $\Pi(t) = -4.5$가 성립되어야 한다.

Copyright FASTCAMPUS Corp. All Rights Reserved

I 옵션가격의 원리

예: 이제는 행사가격 $K = 10$와 같은 콜옵션을 가정한다.

$\Rightarrow$ 그러므로 헤지 관계로 정해지는 옵션 프리미엄 $C(t)$는 다음과 같다.

$$\Pi(t) = C - \Delta \times S = C - \frac{1}{2} \times 10 = -4.5$$

$$\rightarrow \quad C(t) = 0.5$$

$\Rightarrow$ 확률적 기대값 $p \times C^{+} + (1-p) \times C^{-} = 0.3 \times 1 + 0.7 \times 0 = 0.3$과는 다르다!

Copyright FASTCAMPUS Corp. All Rights Reserved

I 끝.

Life Changing Education

감사합니다.

FAST CAMPUS
ONLINE
장순용 강사.

Copyright FASTCAMPUS Corp. All Rights Reserved