

Chapter02

확률 변수와 확률 분포함수

이산 확률 II

M T W T F S S

FASTCAMPUS
ONLINE

금융공학/퀀트 I

강사. 장순용

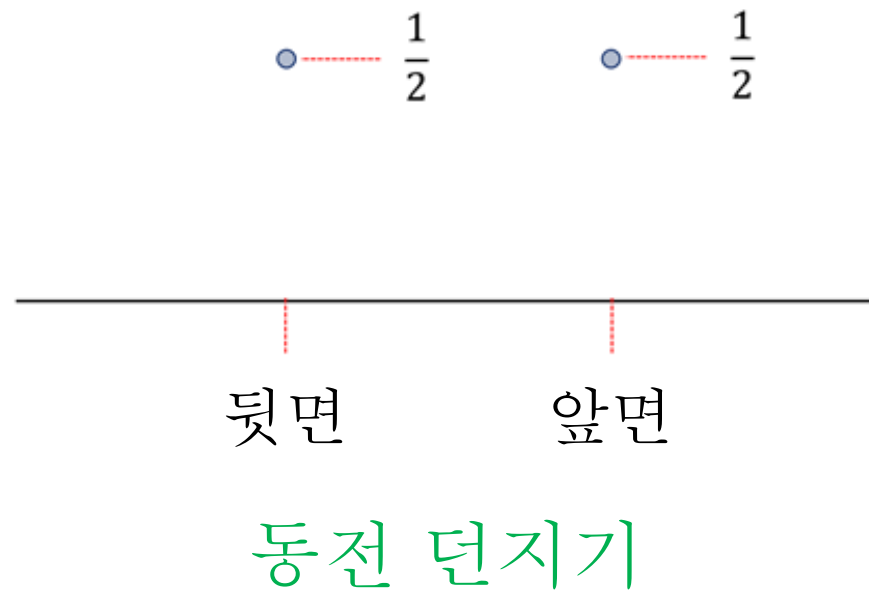
I 키 포인트

- 베르누이 확률분포.
- 이항 확률분포.

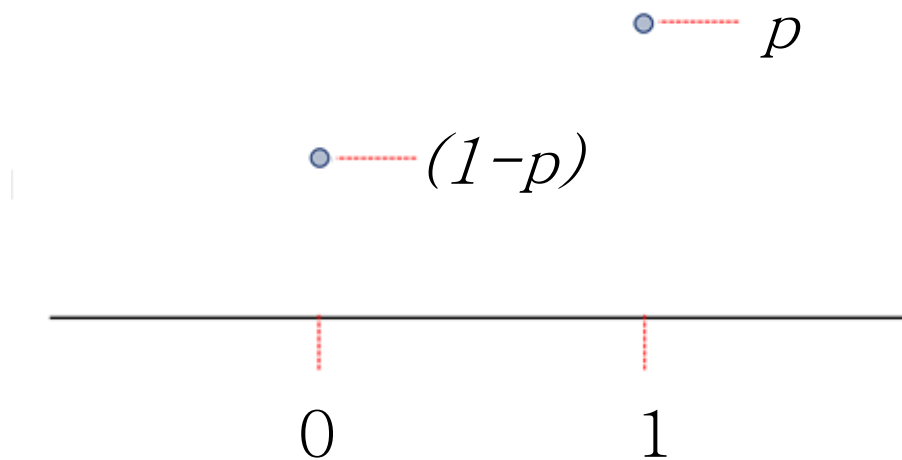
I 베르누이 확률분포 (Bernoulli)



I 베르누이 확률분포 (Bernoulli)



I 베르누이 확률분포 (Bernoulli)



p 는 0과 1 사이의 수
치.

베르누이 확률분포

I 베르누이 확률 분포 (Bernoulli)

- 베르누이 시행에는 두개의 가능한 값이 있음:
예). 1 또는 0, 동전의 앞면(H) 또는 뒷면(T), “성공” 또는 “실패”.
- 베르누이 시행에서 $P(X = 1) = p$ 이고 $P(X = 0) = (1 - p)$ 이다.
- 베르누이 확률 분포 함수는 함축적으로 다음과 같이 표현이 가능하다.

$$P(x) = p^x (1 - p)^{1-x}$$

I 베르누이 확률분포 (Bernoulli)

- 평균 $= 1 P(1) + 0 P(0) = P(1) = p$
- 분산 $= \{1^2 P(1) + 0^2 P(0)\} - p^2 = P(1) - p^2 = p - p^2 = p(1 - p)$
- 표준편차 $= \sqrt{p(1 - p)}$

I 이항 확률분포 (Binomial)



I 이항 확률 분포 (Binomial)

- 이항 확률 변수 X_{bin} 은 0 또는 1의 값을 갖는 n 개의 독립적인 베르누이 확률 변수 X_{Ber} 를 더한 것.

$$X_{bin} = X_{Ber} + X_{Ber} + \cdots + X_{Ber}$$



n 개



예). 동전 하나를 n 번 던져서 앞면(H)이 나온 횟수를 집계.

n 회 시행하여 “성공”한 횟수를 더한다.

FAST CAMPUS ONLINE • “확률 변수 X 가 이항 확률 분포를 따른다” $\Leftrightarrow X \sim \text{Bin}(n, p)$
장순용 강사.

I 이항 확률 분포 (Binomial)

- 이항 확률 확률 분포 함수:

$$P(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$$

- 소문자 p 는 개개 베르누이 확률 변수의 값이 1과 같을 확률.
- x 는 0과 n 사이의 숫자 이어야 한다.

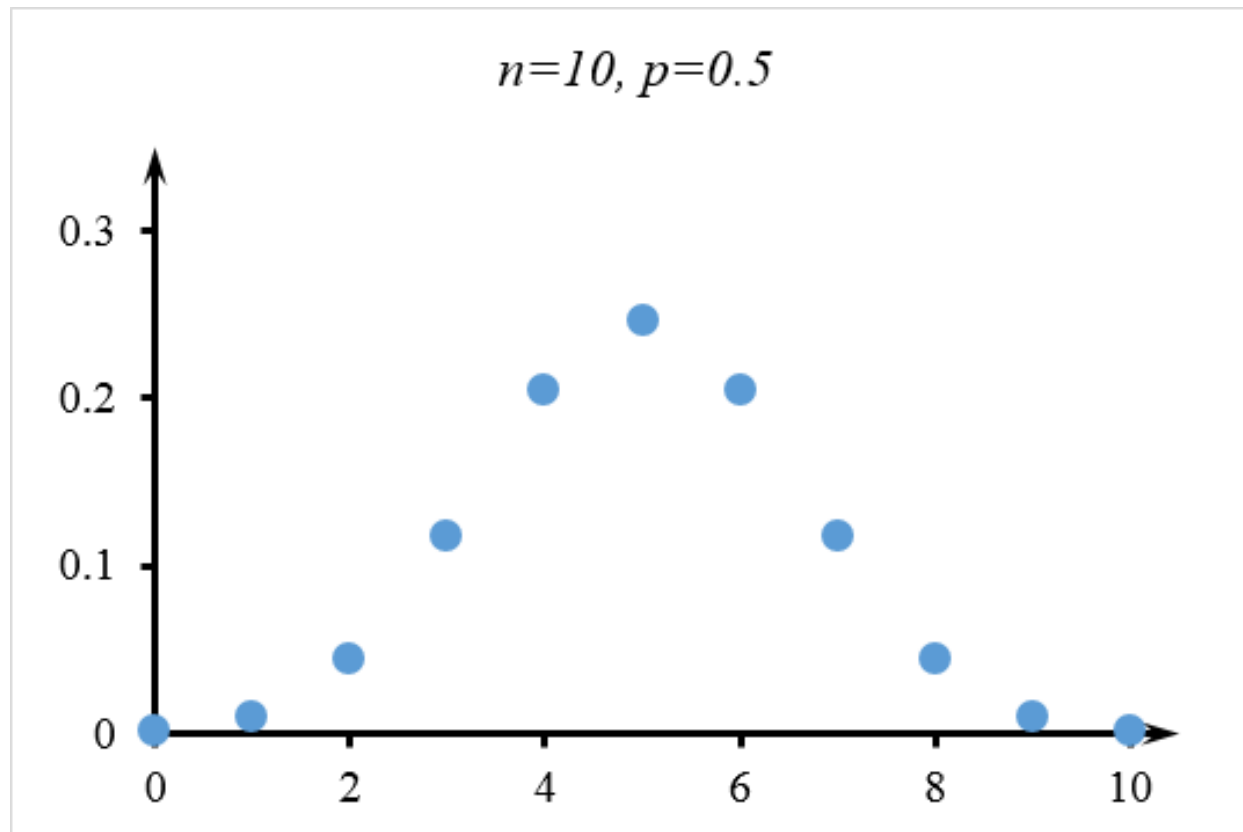
$$0 \leq x \leq n$$

- $\binom{n}{x}$ 는 조합을 나타내고 $\frac{n!}{x!(n-x)!}$ 와 같이 계산한다.

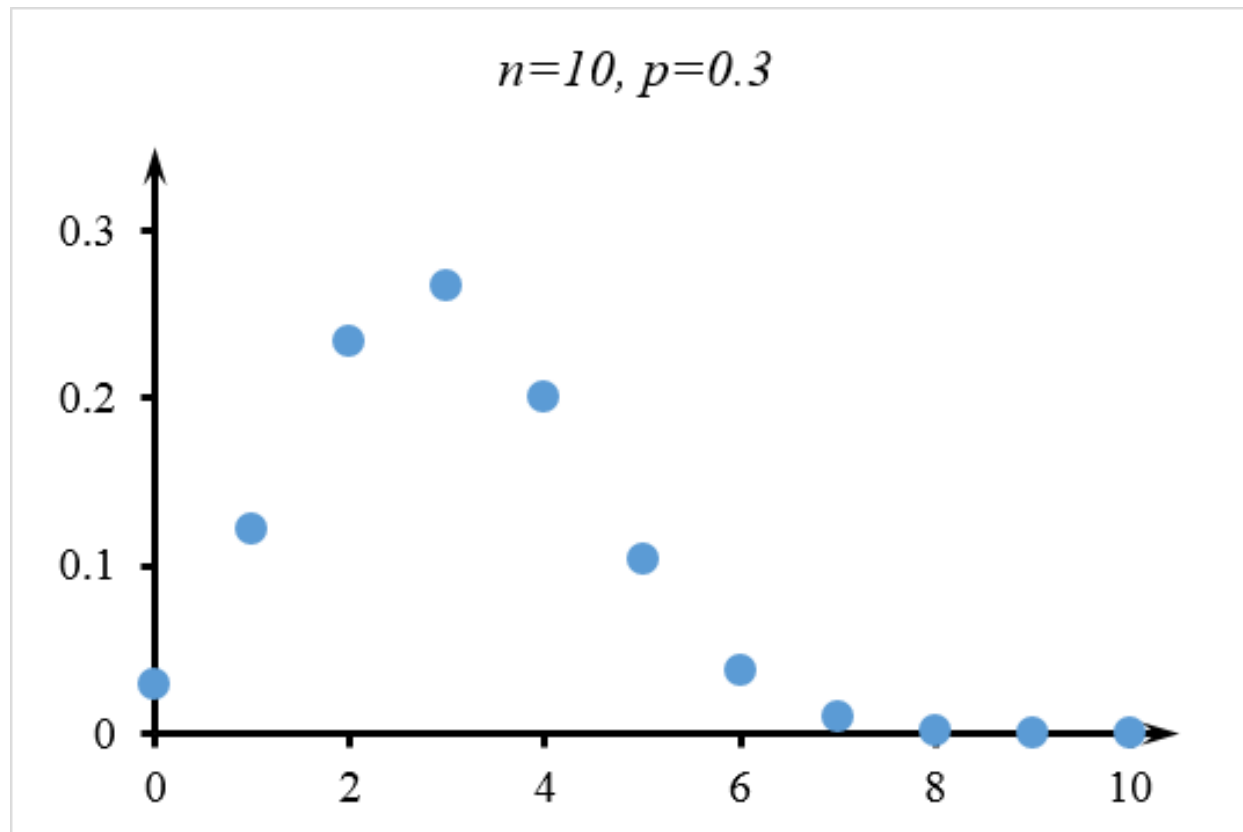
I 이항 확률 분포 (Binomial)

- 이항 확률 변수의 **정의**를 그대로 적용하여 평균, 분산, 표준편차를 구하는 것이 이항 확률 분포 함수를 사용해서 구하는 것보다 **쉽다**.
- 평균 $= E[X_{bin}] = E[X_{Ber}] + \dots + E[X_{Ber}] = nE[X_{Ber}] = np$
- 분산 $= Var(X_{bin}) = Var(X_{Ber}) + \dots + Var(X_{Ber})$ “서로 독립적”
 $= n Var(X_{Ber}) = np(1-p)$
- 표준편차 $= \sqrt{np(1-p)}$

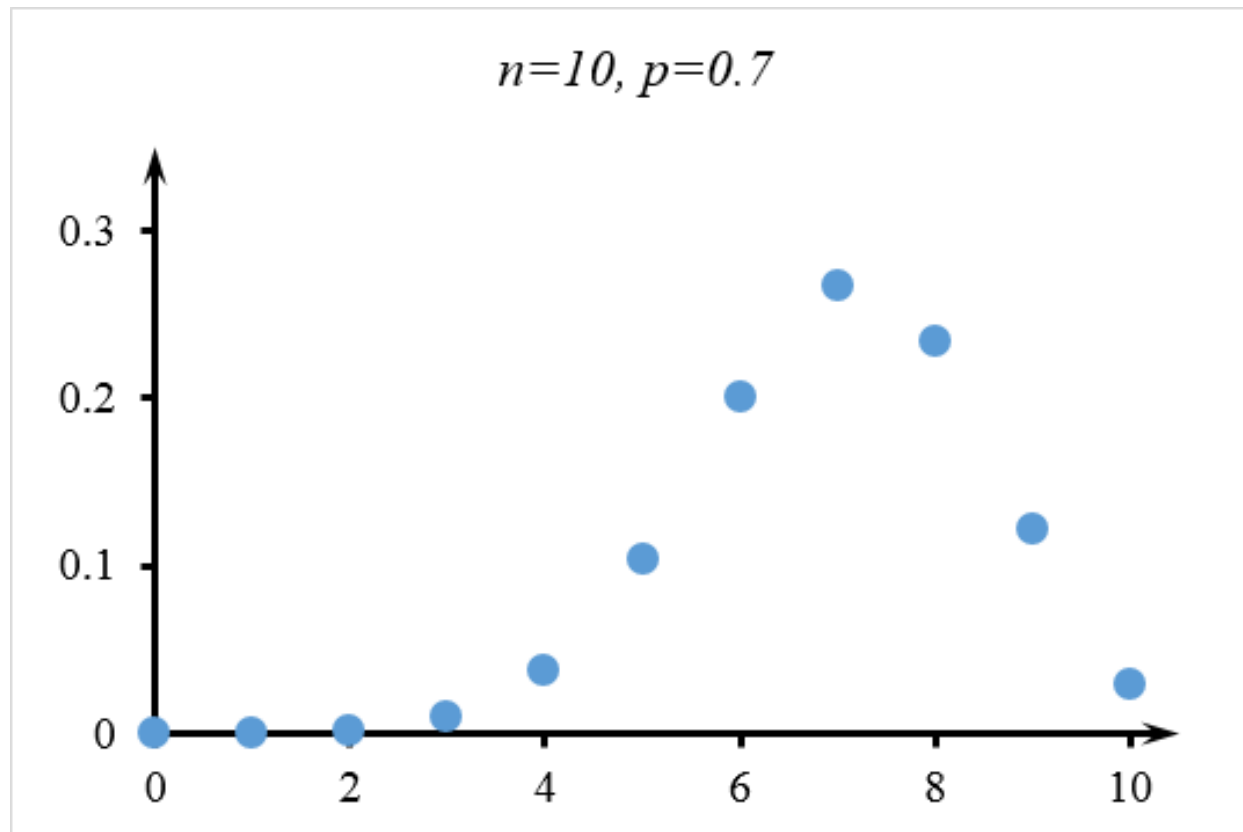
I 이항 확률분포 (Binomial)



I 이항 확률분포 (Binomial)



I 이항 확률분포 (Binomial)



10 이항 확률변수의 합

- 서로 독립적인 확률변수 X 와 Y 가 다음과 같이 이항 확률분포를 따를 때,

$$X \sim \text{Bin}(n, p)$$

$$Y \sim \text{Bin}(m, p)$$

$$\left. \begin{array}{l} X \sim \text{Bin}(n, p) \\ Y \sim \text{Bin}(m, p) \end{array} \right\} X + Y \sim \text{Bin}(n + m, p) \text{이다.}$$

- 증명은 다음과 같이 매우 간단하다.

$$X + Y = \{X_{Ber} + X_{Ber} + \cdots + X_{Ber}\} + \{X_{Ber} + \cdots + X_{Ber}\}$$

$$\leftarrow \quad n \text{ 개} \quad \rightarrow \quad \leftarrow \quad m \text{ 개}$$

I 01항 확률 분포 (Binomial)

문제: 장마 기간이 왔다. 일일 강우 확률은 30%라고 한다. 향후 5일간 날씨에 대한 질문에 답하시오.

1). 비가 한번도 오지 않을 확률은?

I 0 이항 확률 분포 (Binomial)

문제: 장마 기간이 왔다. 일일 강우확률은 30%라고 한다. 향후 5일간 날씨에 대한 질문에 답하시오.

1). 비가 한번도 오지 않을 확률은?

X 가 강우 횟수를 나타내는 이항 확률변수라면 $P(X = 0)$ 이 원하는 답:

$$P(0) = \binom{5}{0} 0.3^0 (1 - 0.3)^{5-0}$$

$$= \frac{5!}{0! 5!} 0.7^5 = 0.7^5 = 0.168$$

⇒ 대략 16.8%

I 01항 확률분포 (Binomial)

문제: 장마 기간이 왔다. 일일 강우확률은 30%라고 한다. 향후 5일간 날씨에 대한 질문에 답하시오.

2). 비가 정확하게 2번 올 확률은?

I 이항 확률분포 (Binomial)

문제: 장마 기간이 왔다. 일일 강우확률은 30%라고 한다. 향후 5일간 날씨에 대한 질문에 답하시오.

2). 비가 정확하게 2번 올 확률은?

$$P(2) = \binom{5}{2} 0.3^2 (1 - 0.3)^{5-2}$$

$$= \frac{5!}{2!3!} 0.3^2 \times 0.7^3 = 10 \times 0.3^2 \times 0.7^3 = 0.309 \quad \Rightarrow \quad \text{대략}$$

30.9%

I 01항 확률분포 (Binomial)

문제: 장마 기간이 왔다. 일일 강우확률은 30%라고 한다. 향후 5일간 날씨에 대한 질문에 답하시오.

3). 비가 3회 이하 올 확률은?

I 0 이항 확률 분포 (Binomial)

문제: 장마 기간이 왔다. 일일 강우확률은 30%라고 한다. 향후 5일간 날씨에 대한 질문에 답하시오.

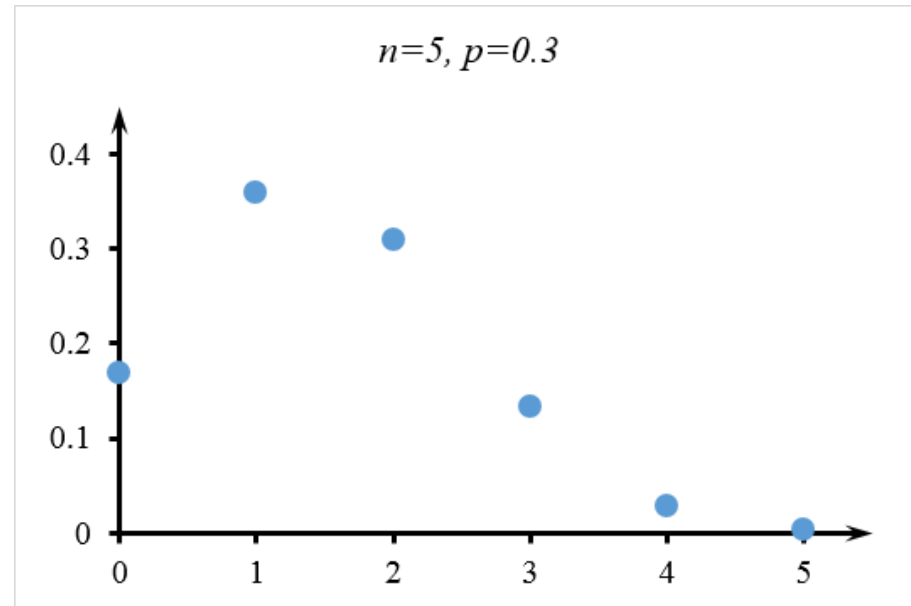
3). 비가 3회 이하 올 확률은?

$$\begin{aligned}
 P(X \leq 3) &= P(0) + P(1) + P(2) + P(3) \\
 &= \binom{5}{0} 0.3^0 (1 - 0.3)^{5-0} + \binom{5}{1} 0.3^1 (1 - 0.3)^{5-1} + \binom{5}{2} 0.3^2 (1 - 0.3)^{5-2} \\
 &\quad + \binom{5}{3} 0.3^3 (1 - 0.3)^{5-3} \\
 &= 1 \times 1 \times 0.7^5 + 5 \times 0.3 \times 0.7^4 + 10 \times 0.3^2 \times 0.7^3 + 10 \times 0.3^3 \times 0.7^2 \\
 &= 0.16807 + 0.36015 + 0.3087 + 0.1323 \\
 &= 0.96922 \quad \Rightarrow \quad \text{대략 96.9\%}
 \end{aligned}$$

I 01항 확률분포 (Binomial)

문제: 장마 기간이 왔다. 일일 강우확률은 30%라고 한다. 향후 5일간 날씨에 대한 질문에 답하시오.

3). 비가 3회 이하 올 확률은?



I 끝.

감사합니다.

