

Chapter.03

시계열의 평활화

| 지수평활화 모형

FASTCAMPUS
ONLINE

금융공학/퀀트 I

강사. 장순용

I 키포인트

- 지수평활화 모형.
- 가법모형과 승법모형.
- 예측의 신뢰구간.
- 계절성 (주기성).
- Holt-Winters 승법 모형.

I 지수평활화 모형:

- 크게는 다음 두 가지 유형의 지수평활화 모형이 있다.

→ 가법모형 (Additive Model):

시계열 변동을 요인의 합으로 설명한다.

진폭이 일정할 때 적합하다.

→ 승법모형 (Multiplicative Model):

시계열 변동을 요인의 곱으로 설명한다.

진폭이 점정 증가/감소 할 때 적합하다.

I 지수평활화 가법모형 (Additive Model)

- 시계열 X_t 가 있을 때, 다음과 같은 관계를 가정한다:

$$X_t = \ell_{t-1} + b_{t-1} + \varepsilon_t$$

I 지수평활화 가법모형 (Additive Model)

- 시계열 X_t 가 있을 때, 다음과 같은 관계를 가정한다:

$$X_t = \ell_{t-1} + b_{t-1} + \varepsilon_t$$



전 스텝의 “level”.

I 지수평활화 가법모형 (Additive Model)

- 시계열 X_t 가 있을 때, 다음과 같은 관계를 가정한다:

$$X_t = \ell_{t-1} + b_{t-1} + \varepsilon_t$$

전 스텝의 “trend”.

I 지수평활화 가법모형 (Additive Model)

- 시계열 X_t 가 있을 때, 다음과 같은 관계를 가정한다:

$$X_t = \ell_{t-1} + b_{t-1} + \varepsilon_t$$

“불확실성”

평균(ε_t)=0

표준편차(ε_t)= σ_ε

I 지수평활화 가법모형 (Additive Model)

- 시계열 X_t 가 있을 때, 다음과 같은 관계를 가정한다:

$$X_t = \ell_{t-1} + b_{t-1} + \varepsilon_t$$

- “level”과 “trend” 사이에는 다음과 같은 관계를 가정한다:

$$\ell_t = \ell_{t-1} + b_{t-1} + \alpha \varepsilon_t$$

$$b_t = b_{t-1} + \beta \varepsilon_t$$

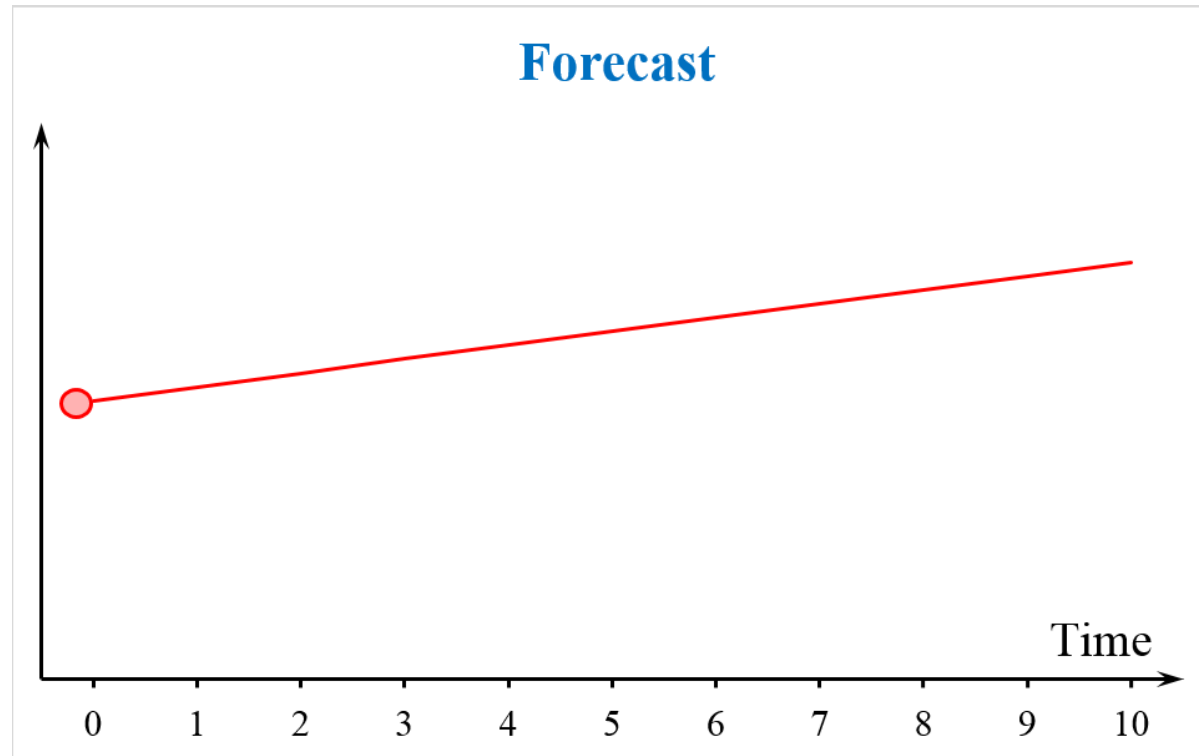
I 가법모형의 예측

- 스텝 t 까지 데이터가 있고 미래 h 스텝을 예측하고자 한다: $\hat{X}_{t+h|t}$
- 기대값으로 미래 예측을 하고자 한다. 이때 미래 ε_t 의 기대값은 0이다.
⇒ 미래의 평균 경로를 구하고자 한다.
- 다음과 같은 수식으로 구할 수 있다.

$$\hat{X}_{t+h|t} = \ell_t + hb_t$$

I 가법모형의 예측

- 미래의 평균 경로 예측은 다음과 같은 직선이다.

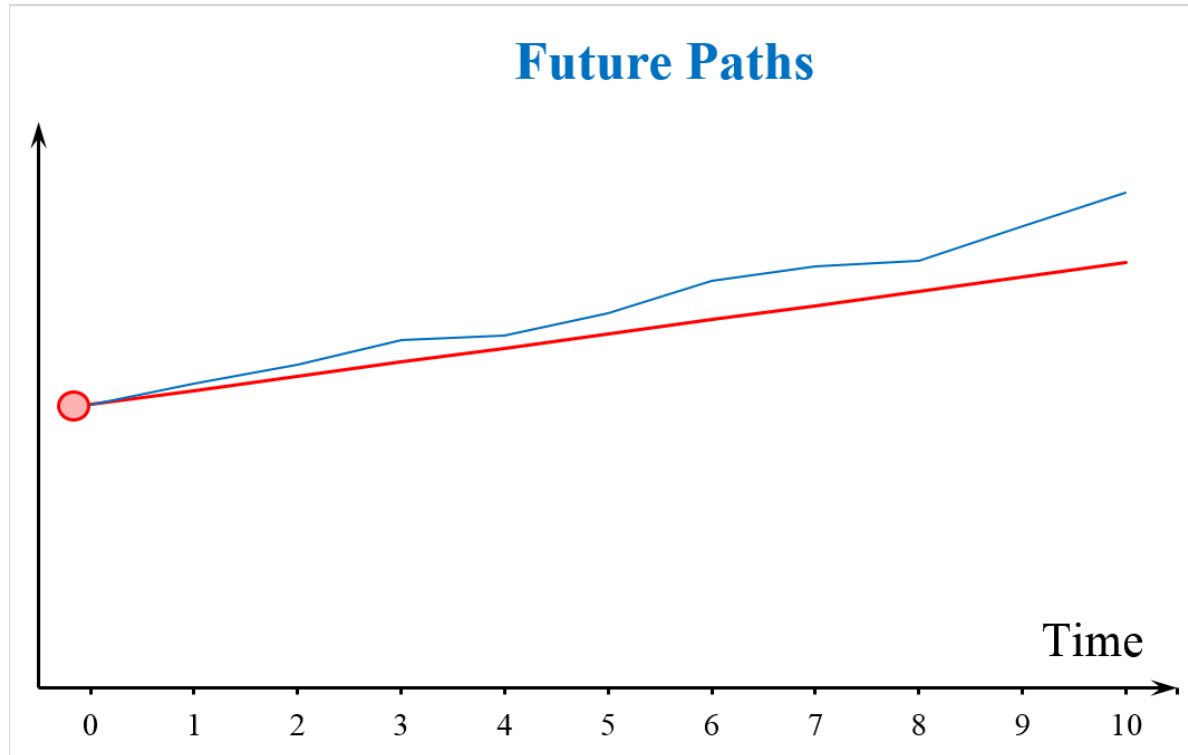


I 예측과 신뢰구간

- 평균 경로 뿐만이 아니라 신뢰구간을 계산하고자 한다.
 - 평균 경로 뿐만이 아니라 모든 가능한 경로를 고려해 본다.
 - 불확실성 ε_t 의 효과를 미래 경로 예측에 포함시킨다.
 - **시뮬레이션 방법**을 적용한다.

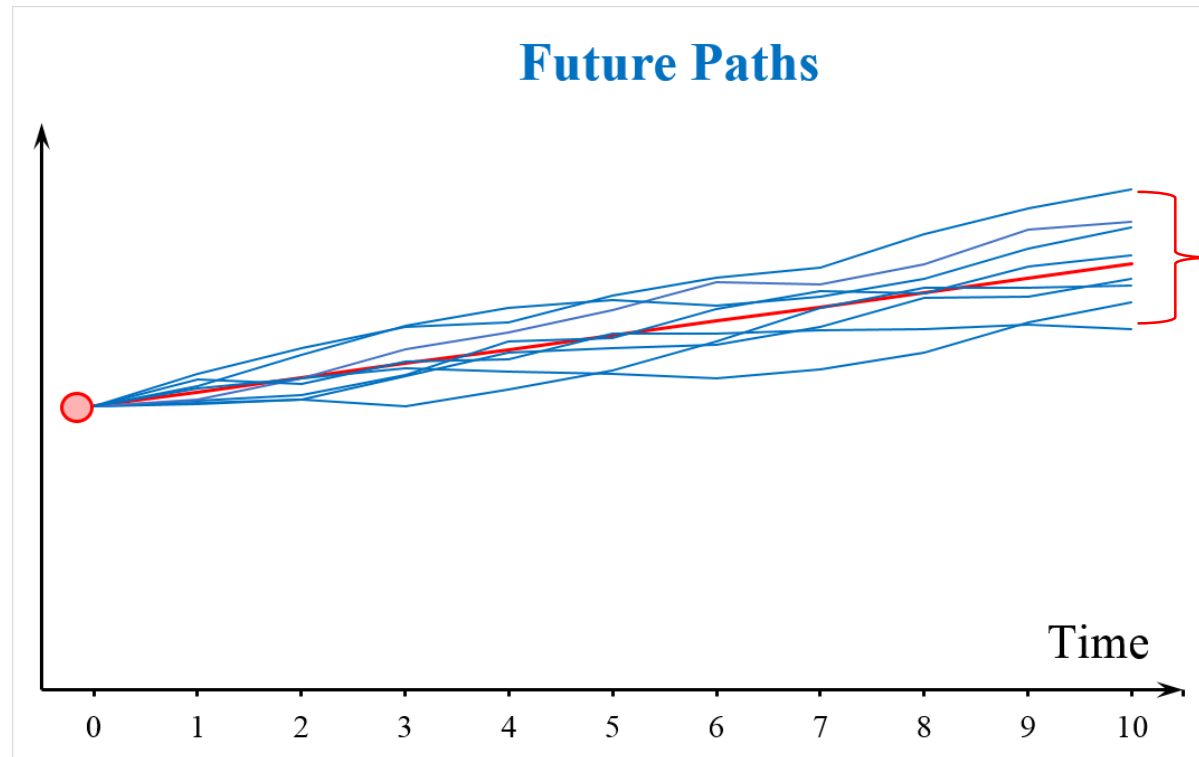
I 예측과 신뢰구간

- 시뮬레이션 방법으로 구한 **파란색** 경로는 불확실성을 포함한다.



I 예측과 신뢰구간

- 경로의 확률 분포를 사용해서 신뢰구간을 구한다.



I 계절성 (주기성)

- 일정 주기로 반복되는 패턴이 있다면 모델을 확장하여 추가할 수 있다.

⇒ Holt-Winters 승법모형: 계절성을 나타내는 s_t 를 승법으로 추가 (m =주기).

$$\ell_t = \ell_{t-1} + b_{t-1} + \alpha \frac{\varepsilon_t}{s_{t-m}}$$

$$b_t = b_{t-1} + \beta \frac{\varepsilon_t}{s_{t-m}}$$

$$s_t = s_{t-m} + \gamma \frac{\varepsilon_t}{\ell_{t-1} + b_{t-1}}$$

I 계절성 (주기성)

- 일정 주기로 반복되는 패턴이 있다면 모형을 확장하여 추가할 수 있다.

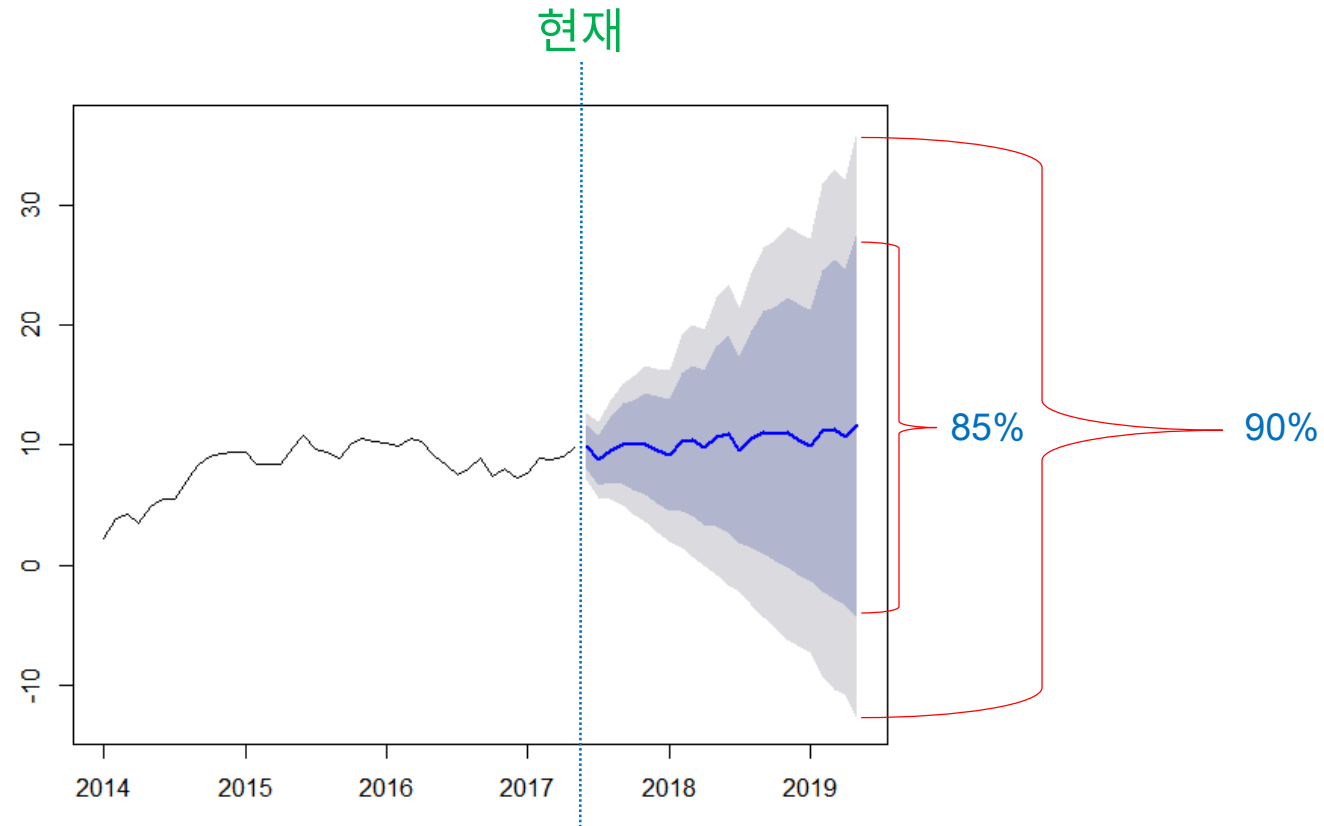
⇒ Holt-Winters 승법모형에 의한 h 스텝 미래 예측은 다음과 같다.

$$\hat{X}_{t+h|t} = (\ell_t + hb_t)s_{t-m+h_m^+}$$

여기에서 $h_m^+ = \text{mod}(h - 1, m) + 1$ 와 같다.

I 계절성 (주기성)

- Holt-Winters 승법모형을 활용한 1년단위 (12개월) 주기성 포함 예측의 예.



| 끝.

감사합니다.

