Chapter. 02

변동성 모형

# 변동성 모델링

FASTCAMPUS ONLINE

금융공학/퀀트 I

강사. 장순용

# I 키포인트



- 변동성.
- 변동성 모델링.
- Volatility clustering.
- ARCH 모형.
- GARCH 모형.

# I 변동성 모델링의 필요성



- 변동성은 시계열의 표준편차로 나타낸다.
- 지금까지는 시계열이 약정상 조건을 충족하고 분산 (또는 표준편차)가 일정하다는 가정을 하였다.

⇒ 변동성은 고정적이라는 가정과 같다.

⇒ 정교한 모델링이 필요 없는 상황을 전제하였다.

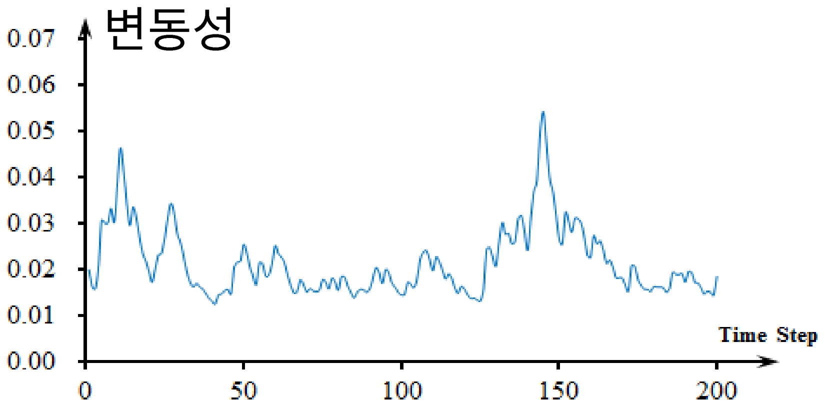
# ㅣ변동성 모델링의 필요성



- 하지만, 실제 상황에서는 변동성이 고정적이지 않을 수도 있다.

⇒ 변동성도 전/후 사이에 일종의 상관성이 있다는 것을 알수 있다.

"volatility clustering"




⇒ 옵션 파생상품에서는 변동성이 자산의 가격만큼 중요할 수 있다.

⇒ 그러므로 변동성의 정교한 모델링과 예측 방법이 필요하다.

# l 변동성 모델링 개요



- 지금까지는 impact가 $\varepsilon_t \sim N(0, \boldsymbol{\sigma_\varepsilon^2})$와 같이 고정적인 $\boldsymbol{\sigma_\varepsilon^2}$에 의해서 생성됨을 전제하였다.

- 이제는 impact가 시간에 따라서 변하는 $\boldsymbol{\sigma_t^2}$에 의해서 생성된다는 전제를 한다 $\Rightarrow \varepsilon_t \sim N(0, \boldsymbol{\sigma_t^2})$.

$\rightarrow$ 그리고 $\boldsymbol{\sigma_t^2}$의 시계열을 모형화 해본다!

# I ARCH 모형



- ARCH($p$)모형은 다음을 전제한다.

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2$$

→ ARCH($p$)모형에는 $p + 1$ 개의 모수(parameters) $\alpha_i$가 있다.

→ 다음과 같은 제약조건이 적용된다.

$$\alpha_0 > 0,\ \alpha_i \geq 0,\ \sum_{i=1}^{p} \alpha_i < 1$$

# I ARCH 모형

- ARCH($p$)모형은 다음을 전제한다.

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2$$

→ $\varepsilon_t^2$의 unconditional mean $\sigma^2$은 먼 미래의 $\sigma_t^2$예측과 같다.

$$E[\varepsilon_t^2] = \sigma^2 = \frac{\alpha_0}{1-\left(\sum_{i=1}^{p}\alpha_i\right)}$$

$< 1$

→ $\alpha_0 = \sigma^2\left[1-\boxed{\left(\sum_{i=1}^{p}\alpha_i\right)}\right]$와 같으니까 독립 모수의 갯수는 $p$ 이다.

# ARCH 모형

- GARCH(*p*,*q*)모형은 다음을 전제한다.

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{q} \beta_j \sigma_{t-j}^2$$

→ GARCH(*p*,*q*)모형에는 $p+1$ 개의 $\alpha_i$와 *q*개의 $\beta_i$ 가 있다.

→ 다음과 같은 제약조건이 적용된다.

$$\alpha_0 > 0,\ \alpha_i \geq 0,\ \beta_i \geq 0,\ \sum_{i=1}^{p} \alpha_i + \sum_{j=1}^{q} \beta_j < 1$$

# I ARCH 모형



- GARCH($p$,$q$)모형은 다음을 전제한다.

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{q} \beta_j \sigma_{t-j}^2$$

→ GARCH($p$,0)모형은 ARCH($p$)모형과 같다.

# ARCH 모형

- GARCH(*p*,*q*)모형은 다음을 전제한다.

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{q} \beta_j \sigma_{t-j}^2$$

→ $\varepsilon_t^2$의 unconditional mean $\sigma^2$은 먼 미래의 $\sigma_t^2$예측과 같다.

$$E[\varepsilon_t^2] = \sigma^2 = \frac{\alpha_0}{1-\left(\sum_{i=1}^{p}\alpha_i+\sum_{j=1}^{q}\beta_j\right)}$$

$< 1$

→ $\alpha_0 = \sigma^2\left[1 - \boxed{\left(\sum_{i=1}^{p}\alpha_i + \sum_{j=1}^{q}\beta_j\right)}\right]$와 같으니까 독립 모수의 갯수는 *p*+*q* 이다.

# l 끝.

# 감사합니다.