

Chapter 07
금융상품

| 채권의 특성

M T W T F S S

FASTCAMPUS
ONLINE

금융공학/퀀트 I

강사. 장순용

I 키포인트

- 채권가격과 채권수익률의 관계.
- 만기수익률 (YTM, Yield to Maturity).
- 채권의 가격탄력성 (Elasticity).
- 듀레이션 (Duration).
- 면역 (Immunization).

I 채권가격과 채권수익률의 관계

- 채권수익률 r 이 높을 수록 채권의 가격 B 는 낮아진다. (F = 액면가).

예). 액면가 10,000원, 만기 3년, 이자 $C = 10\%$ 이표채의 가격.

⇒ 채권수익률 r 이 8%인 경우: $r < C$ 이며 $B > F$ 이다 (at premium).

$$B = \frac{1000}{0.08} \left[\frac{(1+0.08)^3 - 1}{(1+0.08)^3} \right] + \frac{10000}{(1+0.08)^3} = 10515.4$$

⇒ 채권수익률 r 이 10%인 경우: $r = C$ 이며 $B = F$ 이다 (at par).

$$B = \frac{1000}{0.1} \left[\frac{(1+0.1)^3 - 1}{(1+0.1)^3} \right] + \frac{10000}{(1+0.1)^3} = 10000$$

I 채권가격과 채권수익률의 관계

- 채권수익률 r 이 높을 수록 채권의 가격 B 는 낮아진다. (F =액면가).

예). 액면가 10,000원, 만기 3년, 이자 $C = 10\%$ 이표채의 가격.

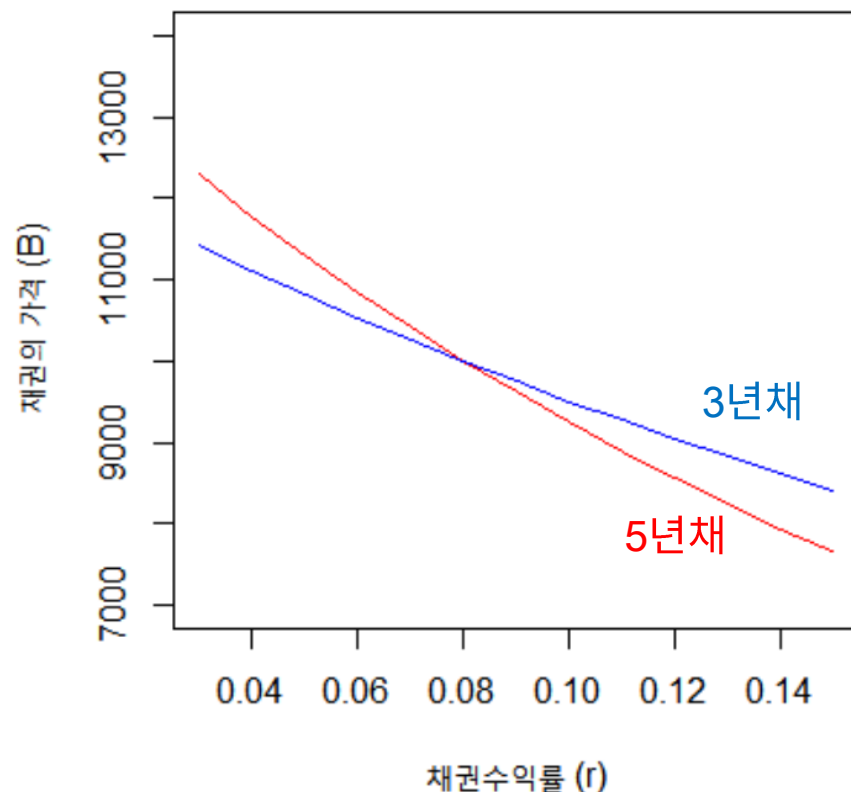
⇒ 채권수익률 r 이 12%인 경우: $r > C$ 이며 $B < F$ 이다 (at discount).

$$B = \frac{1000}{0.08} \left[\frac{(1+0.08)^3 - 1}{(1+0.08)^3} \right] + \frac{10000}{(1+0.08)^3} = 9619.63$$

I 채권가격과 채권수익률의 관계

- 채권수익률과 채권가격 사이의 그래프는 Convex한 형상을 보인다.

⇒ 만기가 길수록 채권수익률의 변동에 대한 채권가격의 변동폭이 크다.



⇐ 이 그래프는 $C = 8\%$ 의 경우이다. 그러므로 $r = 8\%$ 이면 만기와 무관하게 $B = F$ (at par)이다.

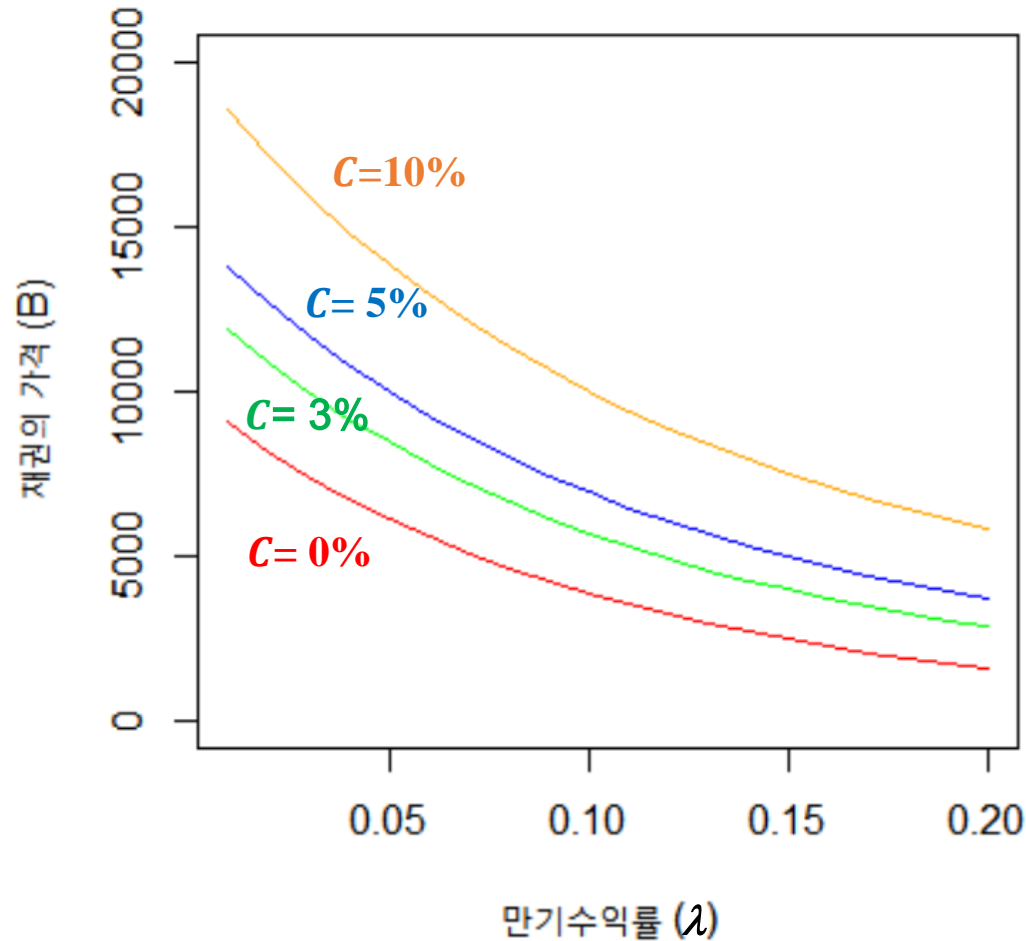
I 만기수익률 (YTM)

- 만기수익률 λ 는 채권의 시장가격에 내포되어 있는 수익률을 의미한다.
 - ⇒ 시장가격으로 매입하여 만기까지 보유한다는 전제.
 - ⇒ 단순한 수식으로 계산하기 어렵다. 컴퓨터를 사용하여 계산함.
 - ⇒ 만기수익률은 발행조건, 위험도, 만기 등의 요인으로 변동이 있을 수 있다.
- 회사채 같이 위험도가 비교적 높은 채권에 추가되는 수익률의 차이를 신용스프레드라고 부른다. 비교대상은 위험이 낮은 국고채가 될 수 있다.

$$\text{신용스프레드} = \text{채권의 수익률} - \text{무위험 채권의 수익률}$$

I 만기수익률 (YTM)

- 만기수익률 λ 는 채권의 시장가격에 내포되어 있는 수익률을 의미한다.



⇐ 10년채. $F = 10000$.

I 가격탄력성

- 수익률의 변화에 따른 채권 가격변동의 민감도:

$$\text{채권의 가격탄력성} = \frac{\text{채권 가격의 변화률 (\%)}}{\text{수익률의 변화률 (\%)}} = \frac{\Delta B / B_0}{\Delta r / r_0} = \frac{dB}{dr} \times \frac{r_0}{B_0}$$

예). 액면가 10,000원, 만기 3년, 이자 $c = 12\%$ 이표채의 수익률이 10%에서 12%로 오르는 경우.

$$\left. \begin{aligned} B_0 &= \frac{1200}{0.1} \left[\frac{(1+0.1)^3 - 1}{(1+0.1)^3} \right] + \frac{10000}{(1+0.1)^3} = 10497.37 \\ B &= \frac{1200}{0.12} \left[\frac{(1+0.12)^3 - 1}{(1+0.12)^3} \right] + \frac{10000}{(1+0.12)^3} = 10000 \end{aligned} \right\} \text{가격탄력성} = \frac{-497.37/10497.37}{0.02/0.1} \cong -0.24$$

I 듀레이션

- F. R. Macauly가 개발한 개념으로 미래의 현금흐름의 현재가치와 채권가격 사이의 비율을 가중치로 사용하여 구한 “평균 만기”이다.

$$D = \sum_{t=1}^n t \times w_t$$

| t | 이표채 | 할인채 |
|--------------------|---------------------------------|-----------|
| $1, 2, \dots, n-1$ | $w_t = \frac{C}{(1+r)^t B_0}$ | $w_t = 0$ |
| n | $w_t = \frac{C+F}{(1+r)^n B_0}$ | $w_t = 1$ |
| 듀레이션 | n 보다 작다 | n |

I 듀레이션

- F. R. Macauly가 개발한 개념으로 미래의 현금흐름의 현재가치와 채권가격 사이의 비율을 가중치로 사용하여 구한 “평균 만기”이다.
 - ⇒ 듀레이션이 “평균 만기”란 의미는 투자금액이 상환되는 상환기간을 의미한다.
 - ⇒ 순수 할인채의 듀레이션은 만기와 같이 n 이다 (가중치가 n 에 다 몰려 있기 때문).
 - ⇒ 이표채의 듀레이션은 n 보다 작다. 이자 c 가 줄어들수록 듀레이션 증가.

I 가격탄력성과 듀레이션의 관계

- 미분을 적용하여 다음관계를 도출해 낼 수 있다.

$$\text{채권의 가격탄력성} = \frac{dB}{dr} \times \frac{r_o}{B_o} = -\frac{r_o}{1+r_o} \times D$$

⇒ 다음과 같은 유용한 관계를 도출해 낼 수 있다.

$$\Delta B = -\frac{\Delta r}{1+r_o} \times D \times B_o$$

예). 듀레이션 $D = 2.7$ 년인 채권에 1억을 투자했는데 수익률이 8%→10%로 증가.

$$\Delta B = -\frac{0.02}{1+0.08} \times 2.7 \times 1\text{억} \cong -500\text{만원}$$

I 면역

- 수익률 r 의 변동에 대비한 채권투자 전략을 의미한다.
- 듀레이션을 이용한 채권 면역전략을 적용할 수 있다.
 - ⇐ 목표 투자기간과 동일한 듀레이션을 가진 채권에 투자한다.
 - ⇐ 주기적으로 받는 이자 C 는 듀레이션까지 재투자 해두어서 수익률 만큼의 복리이자를 받는다는 전제를 한다(*).
 - ⇐ 듀레이션 시점에서 r 이 올라서 채권가격이 떨어지더라도 (*)이 이것을 상쇄한다.

| 끝.

감사합니다.

