Chapter01

확률 기초

| 베이즈 정리

FASTCAMPUS
ONLINE
금융공학/퀀트 |

강사. 장순용

I 키포인트

- 베이즈 정리 (베이즈 통계법).
- 조건부 확률.

ㅣ조건부 확률: 확률의 곱셈 법칙 적용

- 확률이 0이 아닌 사건 A와 B에 대해서 사건 A가 일어났다는 전제로 사건 B가 일어날 확률을 조건부 확률이라 하고 $P(B|A)$와 같이 표기한다.

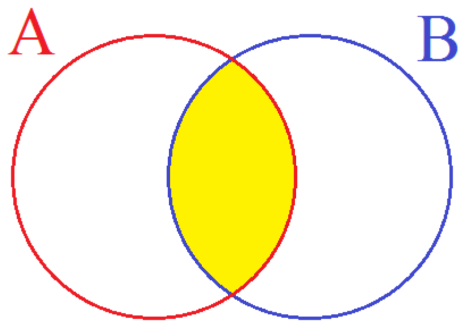
$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

I 조건부 확률: 확률의 곱셈 법칙 적용

- 이전 슬라이드의 수식을 정리하면 다음 관계가 성립된다.

$$P(A \cap B) = P(A|B)P(B)$$

$$= P(B|A)P(A)$$



I 베이즈 정리 (베이즈 통계법)

- 그리고 "베이즈 정리"를 도출해 낼 수 있다.

$$P(A \cap B) = P(A|B)P(B)$$

$$= P(B|A)P(A)$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{P(A|B)P(B) = P(B|A)P(A)}$$

"베이즈 정리"

I 베이즈 정리 (베이즈 통계법)

- 베이즈 정리를 다음과 같이 변형하여 사용할 수 있다.

$$P(A|B)P(B) = P(B|A)P(A)$$

$$\Downarrow$$

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$$

$$= \frac{P(B|A)P(A)}{P(B|A)P(A)+P(B|A^c)P(A^c)}$$

I 베이즈 정리 (베이즈 통계법)

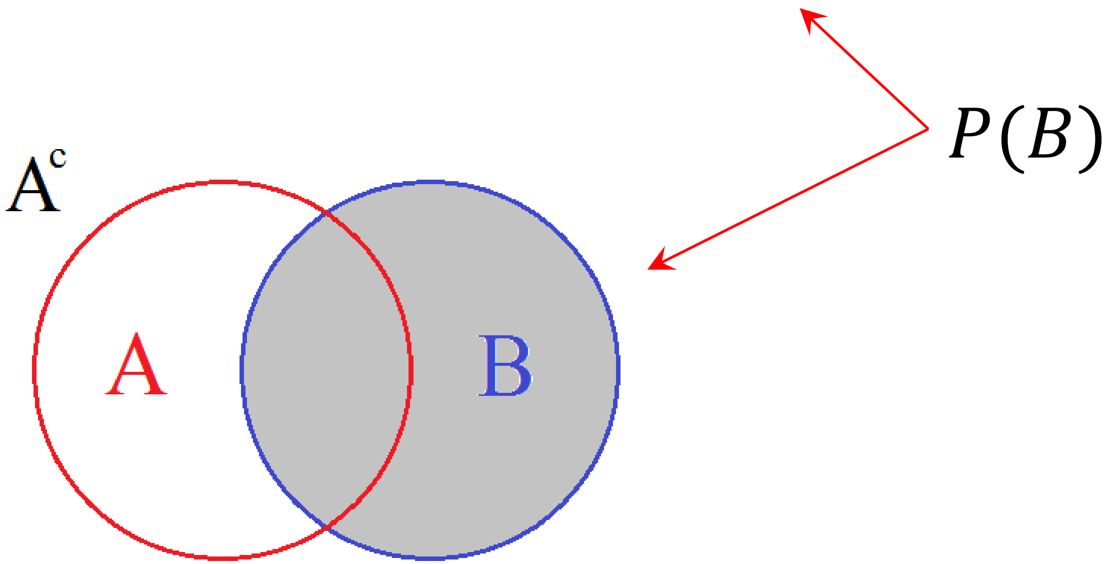
- 베이즈 정리를 다음과 같이 변형하여 사용할 수 있다.

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B|A)P(A) + P(B|A^c)P(A^c)}$$

I 베이즈 정리 (베이즈 통계법)

- 베이즈 정리를 다음과 같이 변형하여 사용할 수 있다.

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{\underbrace{P(B|A)P(A) + P(B|A^c)P(A^c)}_{P(B)}}$$

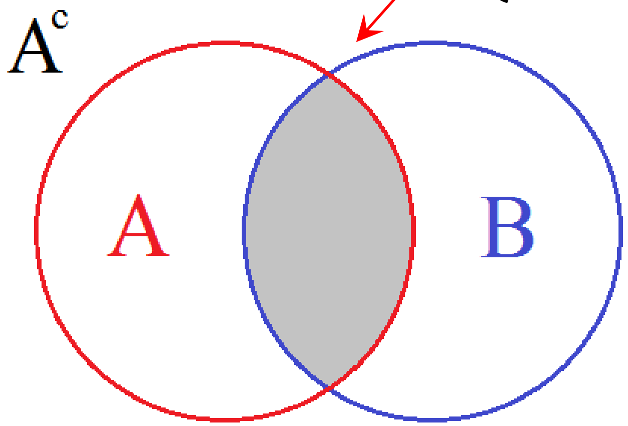


| 베이즈 정리 (베이즈 통계법)

- 베이즈 정리를 다음과 같이 변형하여 사용할 수 있다.

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{\boxed{P(B|A)P(A)} + P(B|A^c)P(A^c)}$$

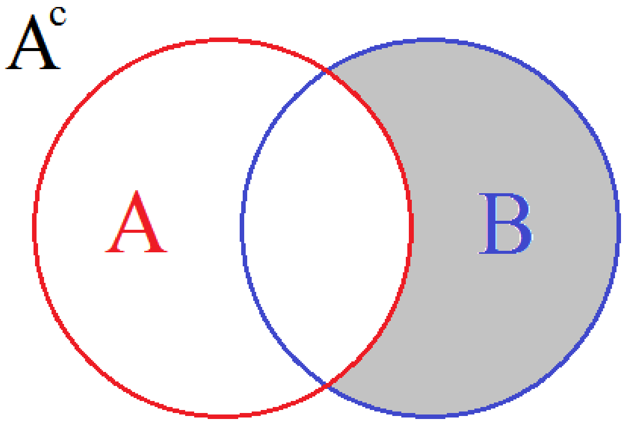
$P(B \cap A)$



I 베이즈 정리 (베이즈 통계법)

- 베이즈 정리를 다음과 같이 변형하여 사용할 수 있다.

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B|A)P(A) + \boxed{P(B|A^c)P(A^c)}}$$



$P(B \cap A^c)$

I 베이즈 정리 (베이즈 통계법)

문제: 1000개의 동전이 있다. 그중에서 1개의 동전은 양쪽이 앞면(H)이 "비정상" 동전이고 나머지 999개는 앞(H)/뒤(T) 면이 있는 "정상적"인 동전이다. 그런데, 임의의 동전 한 개를 뽑아서 10번 던져보니 항상 앞면만 나온다. 이 동전이 바로 양면이 H인 동전일 확률은?

I 베이즈 정리 (베이즈 통계법)

문제: 1000개의 동전이 있다. 그중에서 1개의 동전은 양쪽이 앞면(H)이 "비정상" 동전이고 나머지 999개는 앞(H)/뒤(T) 면이 있는 "정상적"인 동전이다. 그런데, 임의의 동전 한 개를 뽑아서 10번 던져보니 항상 앞면만 나온다. 이 동전이 바로 양면이 H인 동전일 확률은?

A가 해당 동전이 양면이 H인 동전일 사건라면 A^c는 정상 동전일 사건이다.

B는 이 동전을 10번 던져보니 항상 앞면만 나온 사건이다.

$$P(B|A) = 1$$

$$P(B|A^c) = \left(\frac{1}{2}\right)^{10}$$

$$P(A) = 1/1000 \quad , \quad P(A^c) = 999/1000$$

ㅣ베이즈 정리 (베이즈 통계법)

문제: 1000개의 동전이 있다. 그중에서 1개의 동전은 양쪽이 앞면(H)이 "비정상" 동전이고 나머지 999개는 앞(H)/뒤(T) 면이 있는 "정상적"인 동전이다. 그런데, 임의의 동전 한 개를 뽑아서 10번 던져보니 항상 앞면만 나온다. 이 동전이 바로 양면이 H인 동전일 확률은?

A가 해당 동전이 양면이 H인 동전일 사건라면 A^c는 정상 동전일 사건이다.

B는 이 동전을 10번 던져보니 항상 앞면만 나온 사건이다.

그러면, 확률 $P(A|B)$을 계산한다.

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B|A)P(A)+P(B|A^c)P(A^c)} = \frac{1\times\frac{1}{1000}}{1\times\frac{1}{1000}+\left(\frac{1}{2}\right)^{10}\times\frac{999}{1000}} \cong \mathbf{0.506}$$

I 베이즈 정리 (베이즈 통계법)

문제: 변종 인플루엔자가 돌고있다. 전체 감염자의 확률은 3%라고 한다. 새로운 진단 방법이 개발 됐는데 실제 감염자 중에서 98%를 정확하게 양성(+)으로 진단하고 또한 실제 비감염자 중에서 95%를 정확하게 음성(-)으로 진단할 수 있다. 본인도 이 검사를 받아 보았는데 결과는 양성(+)으로 나왔다. 실제 이 변종 인플루엔자에 걸렸을 확률은?

I 베이즈 정리 (베이즈 통계법)

문제: 변종 인플루엔자가 돌고있다. 전체 감염자의 확률은 3%라고 한다. 새로운 진단 방법이 개발 됐는데 실제 감염자 중에서 98%를 정확하게 양성(+)으로 진단하고 또한 실제 비감염자 중에서 95%를 정확하게 음성(-)으로 진단할 수 있다. 본인도 이 검사를 받아 보았는데 결과는 양성(+)으로 나왔다. 실제 이 변종 인플루엔자에 걸렸을 확률은?

D가 변종 인플루엔자에 걸릴 사건라면 D^c는 변종 인플루엔자에 걸리지 않은 사건이다.

$P(+|D) = 0.98$ "민감도"

$P(-|D^c) = 0.95$ "특이도" $\Rightarrow$ $P(+|D^c) = 1 - P(-|D^c) = 0.05$

$P(D) = 0.03$ "발병률"

I 베이즈 정리 (베이즈 통계법)

문제: 변종 인플루엔자가 돌고있다. 전체 감염자의 확률은 3%라고 한다. 새로운 진단 방법이 개발 됐는데 실제 감염자 중에서 98%를 정확하게 양성(+)으로 진단하고 또한 실제 비감염자 중에서 95%를 정확하게 음성(-)으로 진단할 수 있다. 본인도 이 검사를 받아 보았는데 결과는 양성(+)으로 나왔다. 실제 이 변종 인플루엔자에 결렸을 확률은?

그러면, 우리가 원하는 확률은 $P(D|+)$이다.

$$P(D|+) = \frac{P(+|D)P(D)}{P(+|D)P(D)+P(+|D^c)P(D^c)} = \frac{0.98 \times 0.03}{0.98 \times 0.03 + 0.05 \times 0.97} \cong \mathbf{0.377}$$

I 끝.

Life Changing Education

감사합니다.

FAST CAMPUS
ONLINE
장순용 강사.