

## Chapter02

### 확률 변수와 확률 분포함수

# I연속 확률 IV

FASTCAMPUS  
ONLINE

금융공학/퀀트 I

강사. 장순용

# I 키 포인트

- 스튜던트 t 확률분포함수.
- F 확률분포함수.



## I 스튜던트 t 확률분포 (Student t)

- $Q \sim \chi^2(\nu)$ 이고  $Z \sim N(0,1)$ 일 때 스튜던트 t 확률변수  $T$ 는 다음과 같이 정의 된다.

$$T = \frac{Z}{\sqrt{Q/\nu}}$$

- 여기에서  $\nu$ 는 카이제곱 확률변수의 “자유도”이다. □
- “확률변수  $T$ 가 스튜던트 t 확률분포를 따른다”  $\Leftrightarrow T \sim t( )$
- 자유도  $\nu$ 가 커질수록 스튜던트 t는 표준정규분포로 수렴한다.

## I 스튜던트 t 확률 분포 (Student t)

- 스튜던트 t 확률 분포 함수는 구간  $(-\infty, +\infty)$ 에 대해서 정의되어 있다:

$$f(x) = \frac{\Gamma\left(\frac{\nu+1}{2}\right)}{\sqrt{\nu\pi}\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)} \left(1 + \frac{x^2}{\nu}\right)^{-\frac{\nu+1}{2}}$$

- 평균 = 0

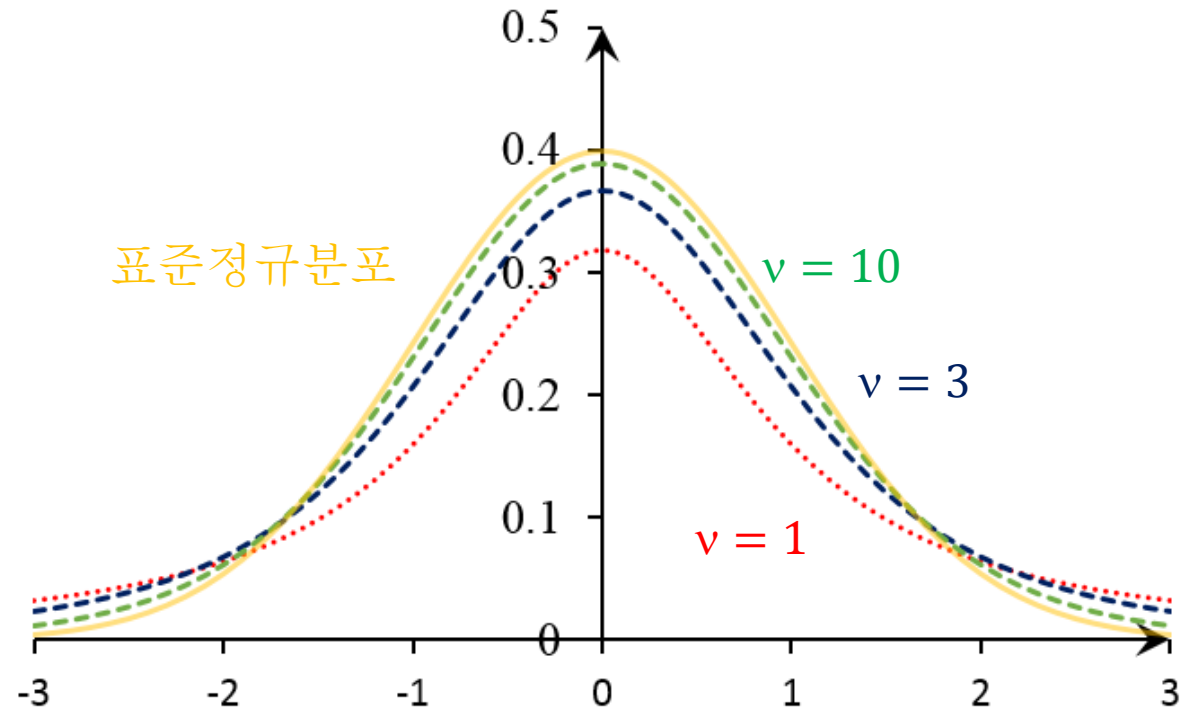
- 분산 =  $\frac{\nu}{\nu-2}$   $\Leftarrow \nu > 2$ 인 경우에만.

- 표준편차 =  $\sqrt{\frac{\nu}{\nu-2}}$   $\Leftarrow \nu > 2$ 인 경우에만.

## I 스튜던트 t 확률 분포 (Student t)

- 스튜던트 t 분포 함수는 통계에서 신뢰구간을 계산하는데 매우 중요한 역할을 함.
- 표본에서 추출한 분산이 모분산과 크게 다를때 (표본의 크기가 작을 때), 표준 정규분포의 분위수 대신에 스튜던트 t 분포의 분위수를 사용해서 신뢰구간의 하한과 상한을 계산한다.
- 표본의 크기가  $n$ 일때 자유도는  $\nu = n - 1$ 이다.
- 표본의 크기가 커진다는 것은 자유도가 증가한다는 것과 같은 의미이고, 이때 스튜던트 t는 표준정규분포에 수렴하게 되니 표준정규분포의 분위수나 스튜던트 t의 분위수 큰 차이가 없게 된다.

# I 스튜던트 t 확률분포: 자유도 $\nu$ 의 역할



## IF 확률분포

- $Q_1 \sim \chi^2(d_1)$ 이고  $Q_2 \sim \chi^2(d_2)$ 일 때 F 확률변수  $X$ 는 다음과 같이 정의 된다.

$$X = \frac{Q_1/d_1}{Q_2/d_2}$$

- 여기에서  $d_1$ 와  $d_2$ 는 카이제곱 확률변수의 “자유도”이다:
  - $d_1 =$  분자의 자유도
  - $d_2 =$  분모의 자유도

# IF 확률분포

- “확률변수  $X$ 가 F 확률분포를 따른다”  $\Leftrightarrow X \sim F(d_1, d_2)$
- F 검정, 분산분석 (ANOVA) 등 활용.
- 자유도  $d_2$ 가 커질수록 F분포는 카이제곱  $\chi^2/d_1$ 로 수렴한다.



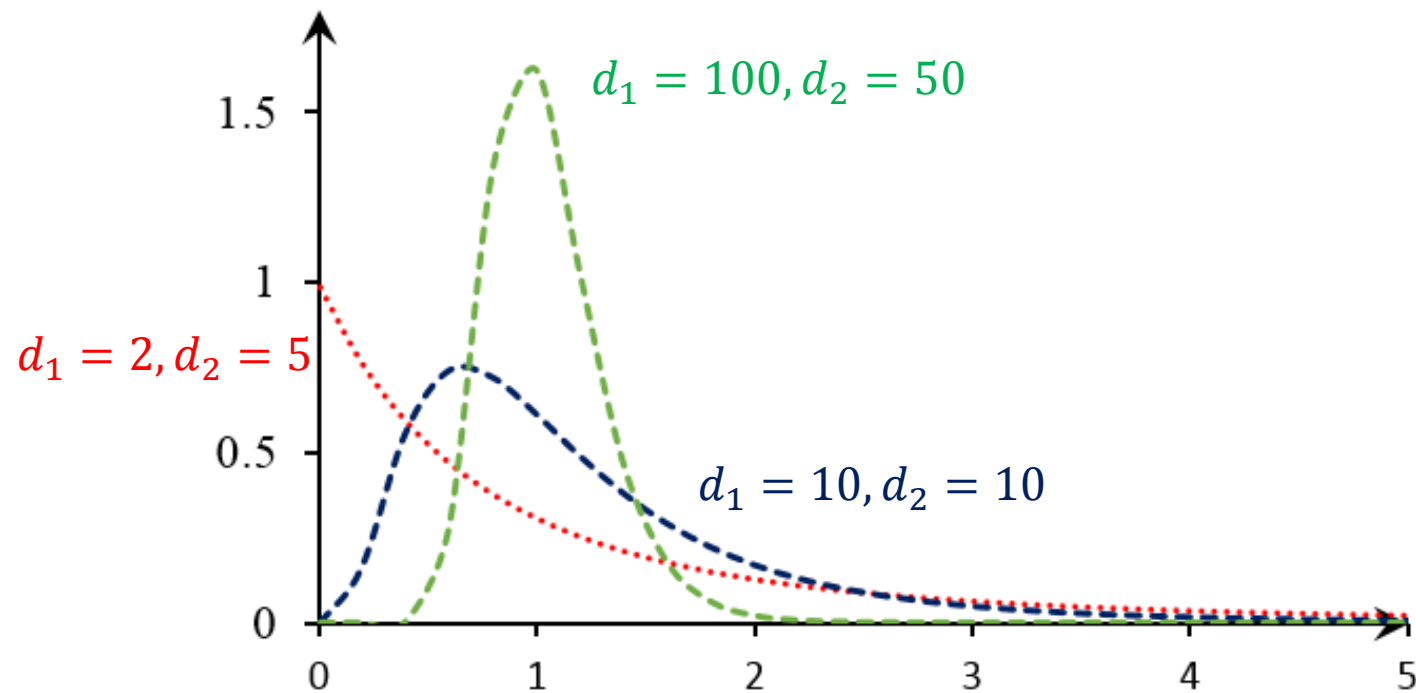
## IF 확률분포

- 평균  $= \frac{d_2}{d_2-2} \quad \Leftarrow d_2 > 2 \text{인 경우}$

- 분산  $= \frac{2d_2^2(d_1+d_2-2)}{d_1(d_2-4)(d_2-2)^2} \quad \Leftarrow d_2 > 4 \text{인 경우}$

- 최빈값 (mode)  $= \left(\frac{d_1-2}{d_1}\right) \left(\frac{d_2}{d_2+2}\right) \quad \Leftarrow d_1 > 2 \text{인 경우}$

# IF 확률분포



I 끝.

감사합니다.

