

Chapter02

확률 변수와 확률 분포함수

이산 확률 III

M T W T F S S

2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	29
30	31					

FASTCAMPUS
ONLINE

금융공학/퀀트 I

강사. 장순용

I 키 포인트

- 푸아송 확률분포.
- 이항과 푸아송의 관계.

I 푸아송 확률분포 (Poisson)

- 푸아송 확률분포는 프랑스의 과학자 Simeon Poisson의 이름에서 유래.
- 일정 시간 또는 공간에서 발생하는 사건 (성공)의 횟수 (count)에 대한 이산 확률분포이다.

예). 시간당 수신하는 이메일의 개수.

특정 지역 (국가)의 연간 지진의 발생 횟수.

초콜렛 칩 쿠키에 박힌 초콜렛 조각의 개수.

• “확률변수 X 가 푸아송 확률분포를 따른다” $\Leftrightarrow X \sim \text{Pois}(\lambda)$

I 푸아송 확률 분포 (Poisson)

- 푸아송 확률 분포 함수:

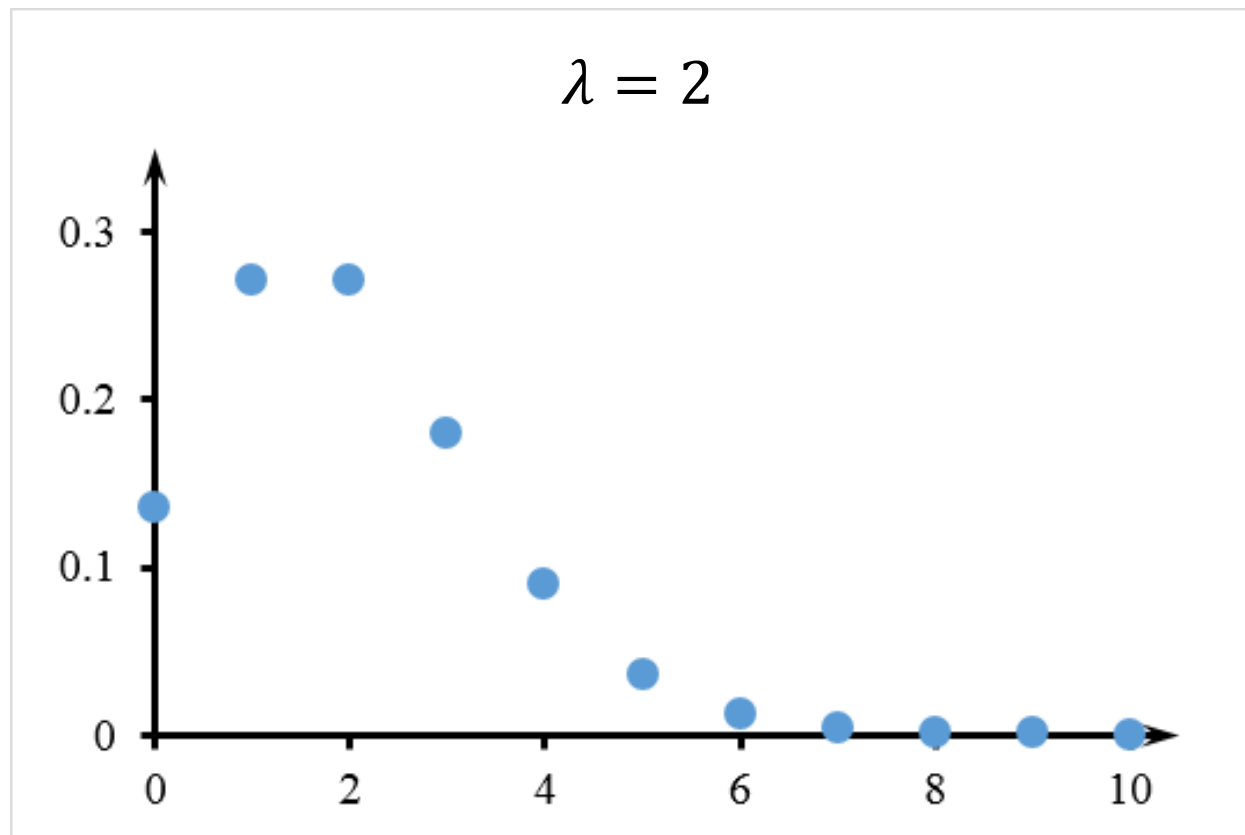
$$P(x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}$$

- λ 는 유일한 파라미터이고 양의 수치여야 한다. 한 단위 시간 또는 공간에서 발생하는 사건 (성공) 횟수의 평균. 발생률 또는 성공률이라고도 해석할 수 있다.
- x 는 0 이상의 숫자 이어야 한다: $0 \leq x$

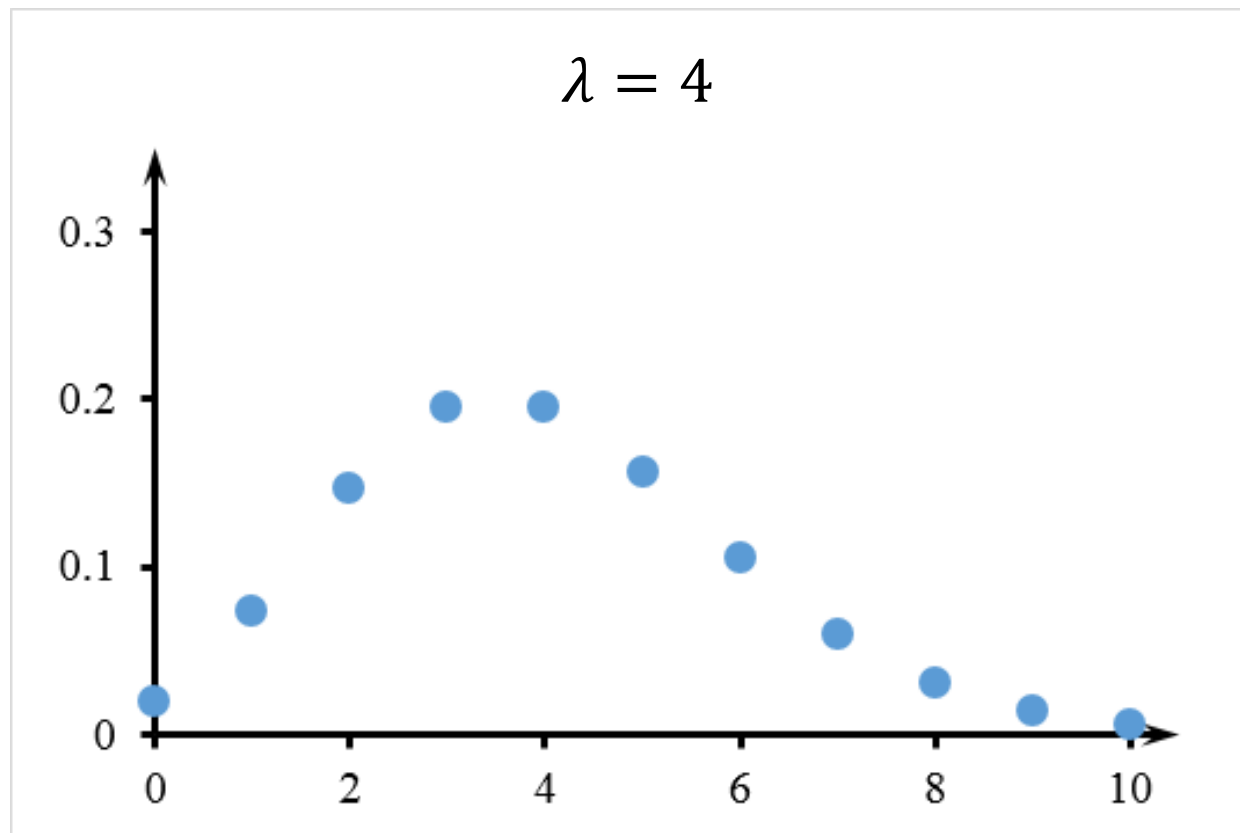
I 푸아송 확률분포 (Poisson)

- 푸아송 확률변수의 평균과 분산은 동일하다.
- 평균 $= E[X_{Pois}] = \lambda$
- 분산 $= Var(X_{Pois}) = \lambda$
- 표준편차 $= \sqrt{\lambda}$

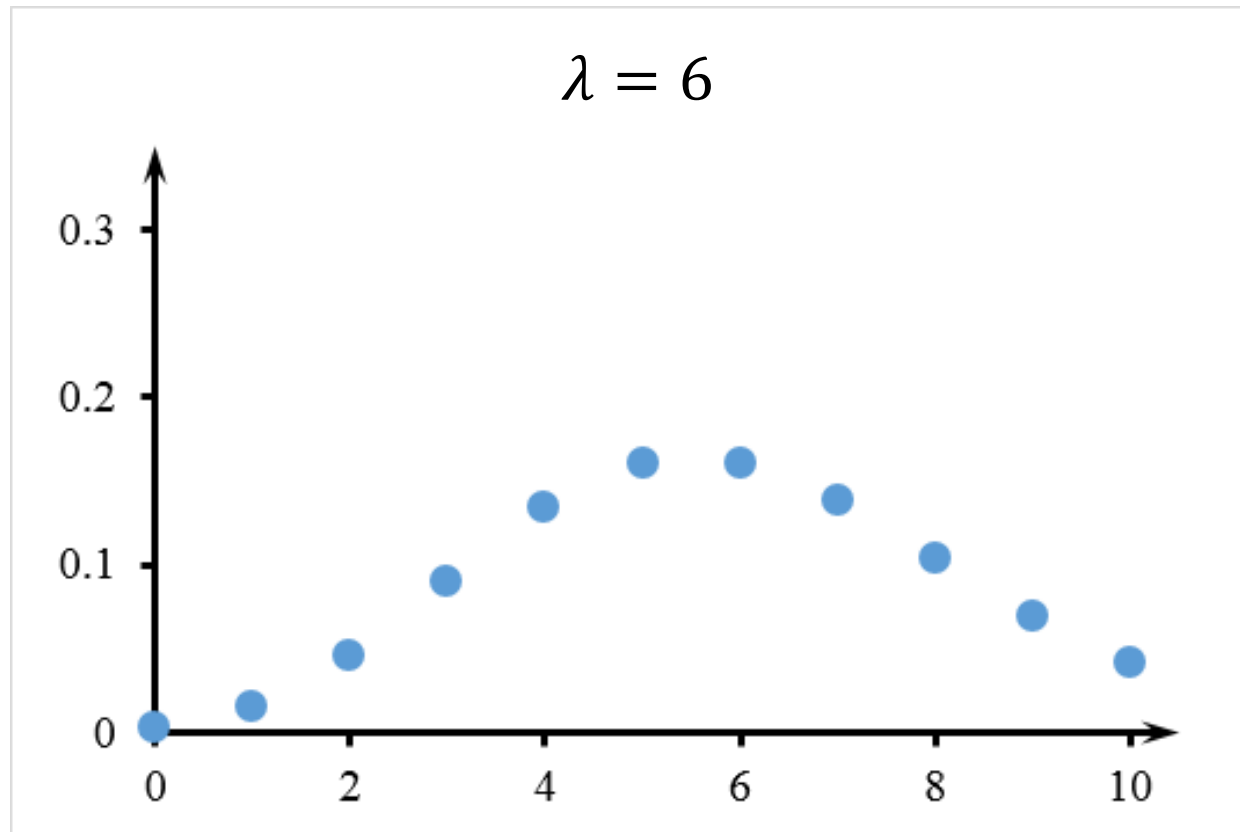
I 푸아송 확률분포 (Poisson)



I 푸아송 확률분포 (Poisson)




I 푸아송 확률분포 (Poisson)



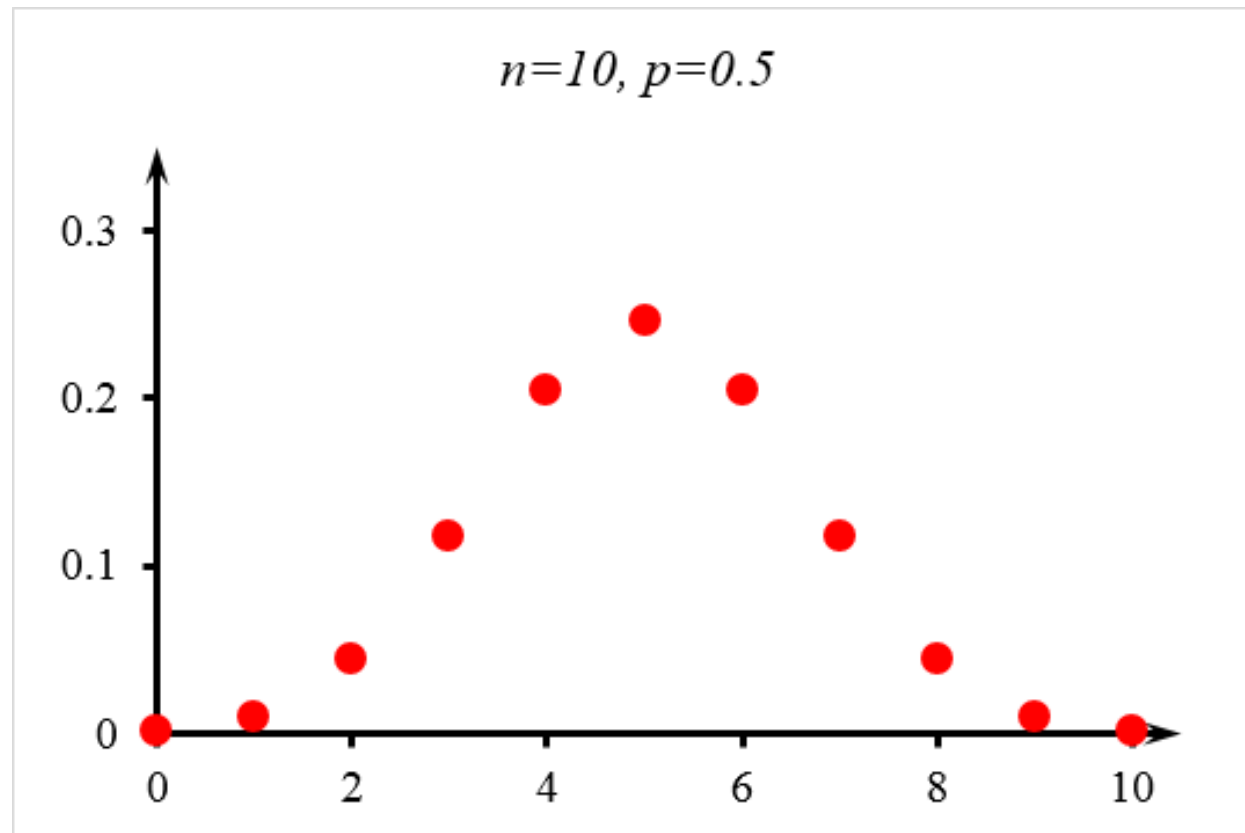
I 푸아송과 이항

- 푸아송과 이항은 이산확률을 나타낸다. 그리고,
 - 이항 확률변수의 평균 = np
 - 푸아송 확률변수의 평균 = λ
- 평균일치 ($np = \lambda$) 조건을 유지시키며 이항 확률의 n 을 키움과 동시에 p 를 줄이면, 이항 확률은 푸아송 확률에 수렴한다.

$\Leftrightarrow p = \frac{\lambda}{n}$ 과 같이 선택한다는 의미.

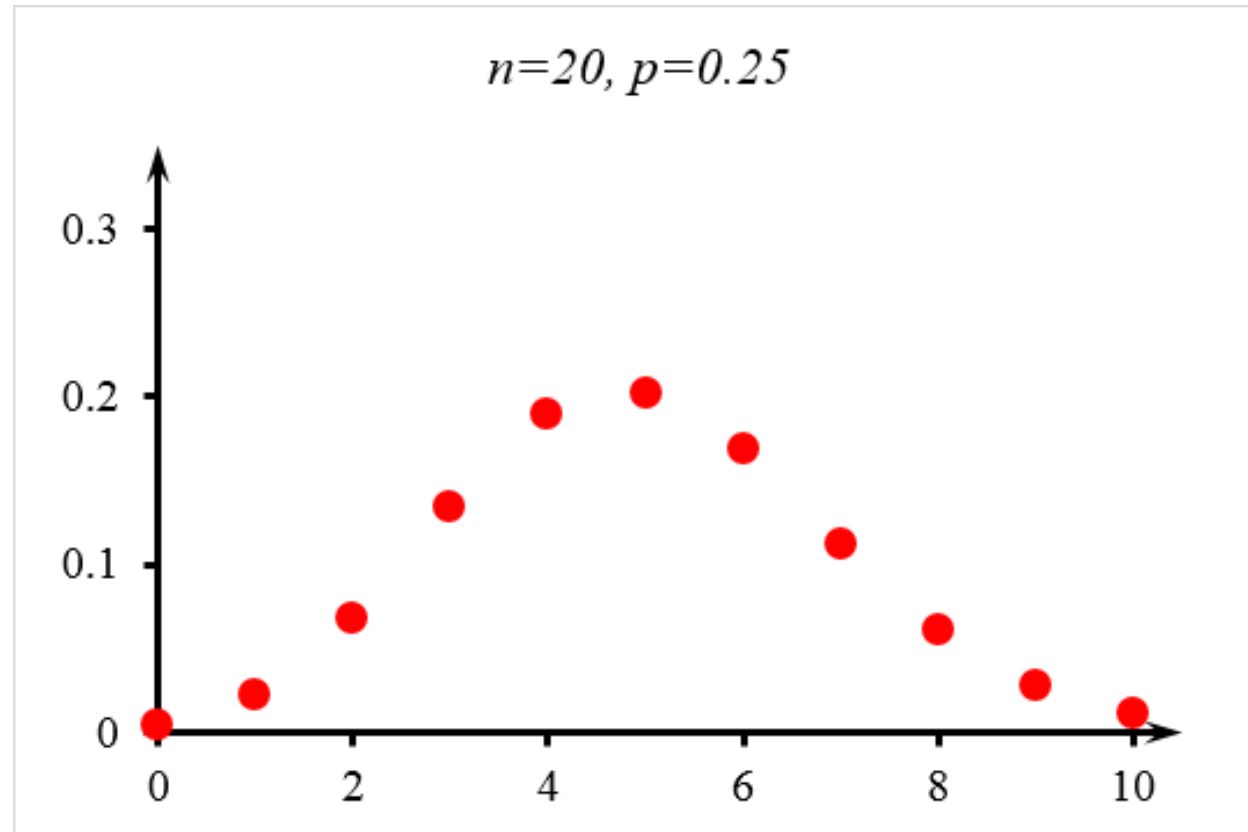
$$np = \lambda$$


I 푸아송과 이항



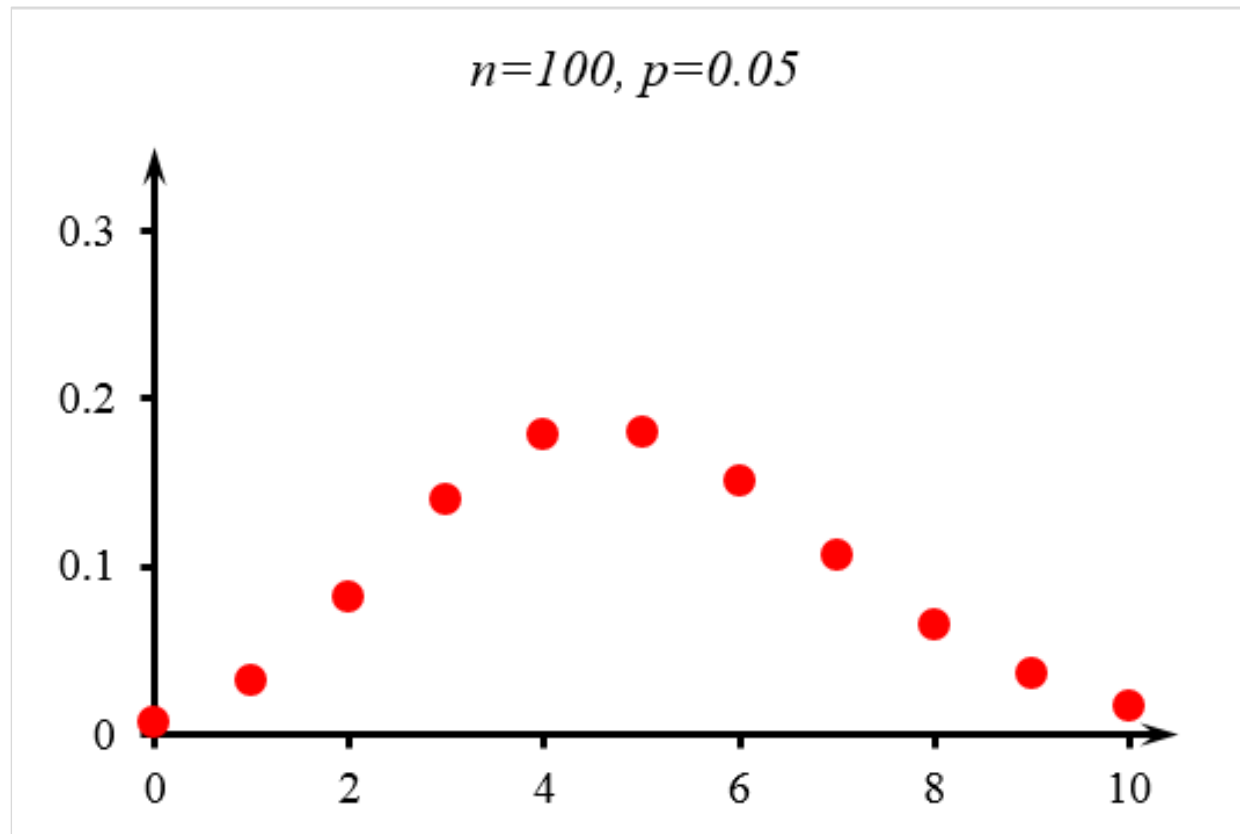
이항

I 푸아송과 이항



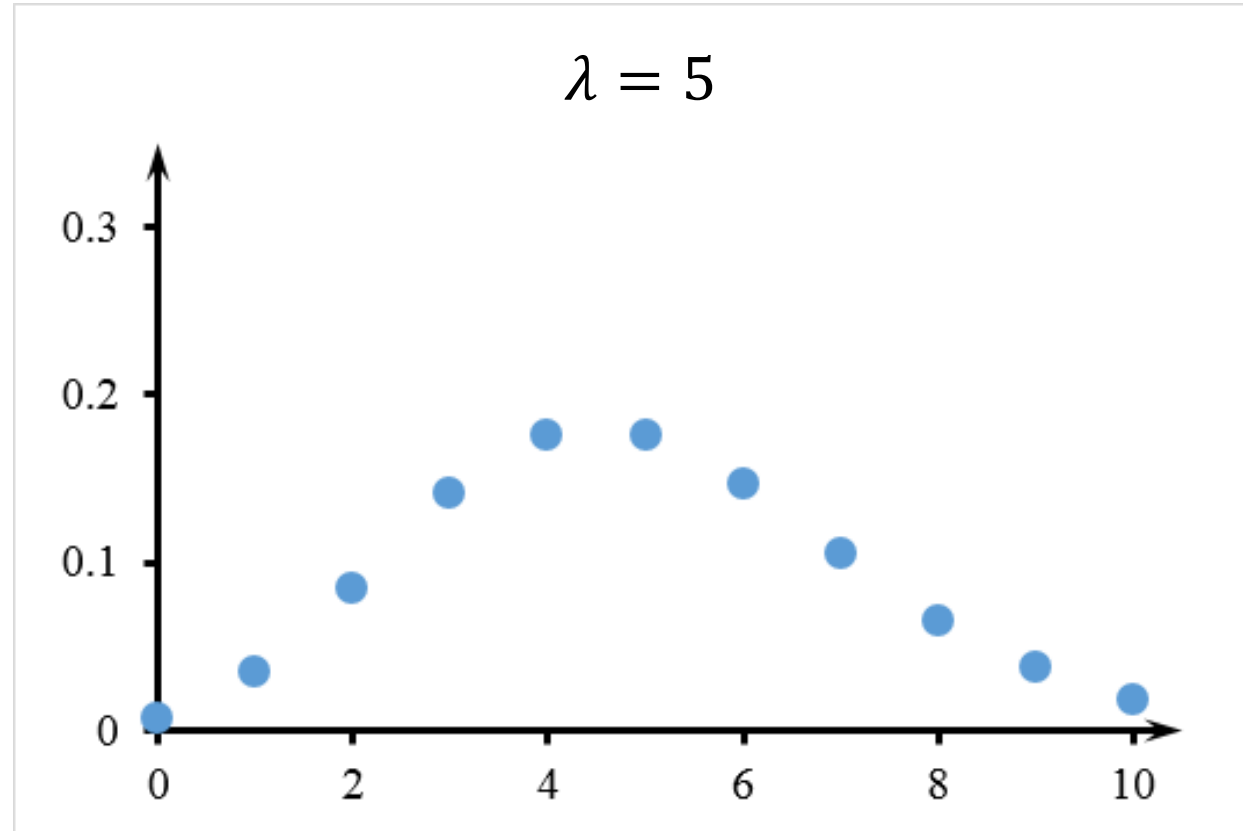
이항

I 푸아송과 이항



이항

I 푸아송과 이항



푸아송

I 푸아송 확률분포 (Poisson)

문제: 어느 원자력 발전소에서 최근 5년간 2회 shutdown급의 기술 문제가 있었다. 다음 물음에 답하십시오.

1). 앞으로 1년간 한번도 shutdown급의 기술 문제가 없을 확률은?

I 푸아송 확률분포 (Poisson)

문제: 어느 원자력 발전소에서 최근 5년간 2회 shutdown급의 기술 문제가 있었다. 다음 물음에 답하시오.

1). 앞으로 1년간 한번도 shutdown급의 기술 문제가 없을 확률은?

단위가 되는 시간의 구간을 1년으로 잡으면 $\lambda = \frac{2}{5} = 0.4$ 가 된다. 그러므로

$$P(0) = \frac{0.4^0 e^{-0.4}}{0!} = e^{-0.4} = 0.6703 \quad \Rightarrow \text{대략 67\%}$$

I 푸아송 확률분포 (Poisson)

문제: 어느 원자력 발전소에서 최근 5년간 2회 shutdown급의 기술 문제가 있었다. 다음 물음에 답하십시오.

2). 앞으로 1년간 한번 이상 shutdown급의 기술 문제가 발생할 확률은?

I 푸아송 확률분포 (Poisson)

문제: 어느 원자력 발전소에서 최근 5년간 2회 shutdown급의 기술 문제가 있었다. 다음 물음에 답하시오.

2). 앞으로 1년간 한번 이상 shutdown급의 기술 문제가 발생할 확률은?

$P(1) + P(2) + P(3) + \dots$?? 이 방법은 계산하기 어렵다.

그러므로, 여사건의 확률 $P(0)$ 을 사용해서 계산하면,

$$1 - P(0) = 1 - 0.6703 = 0.3297 \Rightarrow \text{대략 } 33\%$$

I 푸아송 확률분포 (Poisson)

문제: 어느 원자력 발전소에서 최근 5년간 2회 shutdown급의 기술 문제가 있었다. 다음 물음에 답하십시오.

3). 앞으로 3년간 한번도 shutdown급의 기술 문제가 없을 확률은?

I 푸아송 확률분포 (Poisson)

문제: 어느 원자력 발전소에서 최근 5년간 2회 shutdown급의 기술 문제가 있었다. 다음 물음에 답하시오.

3). 앞으로 3년간 한번도 shutdown급의 기술 문제가 없을 확률은?

λ 는 단위시간 안에 발생하는 사건의 평균 횟수임을 상기해 본다.

그러므로, 1년의 $\lambda = 0.4$ 이었고 시간이 3년으로 증가하면

$\lambda = 0.4 \times 3 = 1.2$ 를 적용한다.

$$P(0) = \frac{1.2^0 e^{-1.2}}{0!} = e^{-1.2} = 0.301 \Rightarrow \text{대략 30\%}$$

I 푸아송 확률분포 (Poisson)

문제: 어느 원자력 발전소에서 최근 5년간 2회 shutdown급의 기술 문제가 있었다. 다음 물음에 답하십시오.

4). 앞으로 3년간 1~2회 shutdown급의 기술 문제가 발생할 확률은?

I 푸아송 확률분포 (Poisson)

문제: 어느 원자력 발전소에서 최근 5년간 2회 shutdown급의 기술 문제가 있었다. 다음 물음에 답하십시오.

4). 앞으로 3년간 1~2회 shutdown급의 기술 문제가 발생할 확률은?

계속해서 $\lambda = 1.2$ 를 적용한다. 구하고자 하는 확률은 다음과 같다.

$$P(1 \leq X \leq 2) = P(1) + P(2) = \frac{1.2^1 e^{-1.2}}{1!} + \frac{1.2^2 e^{-1.2}}{2!} = 0.578 \Rightarrow \text{대략 } 57.8\%$$

I 끝.

감사합니다.

