第一部分：极限

引言：存在一个时间，若的你们之间的距离对于任意有在恒成立，则称之为信任。

极限是数学分析中的骨架，是描述自然界规律最有力的工具之一。当然，这么多东西不可能都写的，再说，我也不会写的。步入正题，求解极限的方法有哪些以及题型的技巧性。

方法：

1. 极限定义

利用极限定义一般是求解极限证明类问题，而且在验证所求极限是否正确中也是非常重要，也就是说：猜想加验证也不失为求解极限的一种方法。如拟合法。

* 1. 设时，.

证：。

1. 单调有界定理

单调有界必收敛是我们最熟悉的口诀了，这个就不用多说什么了，直接上例题。

例2.1 已知数列为

证数列极限存在并求。

1. 夹逼准则

当极限不易求出时，可以考虑将变量做适当的放大和缩小，成为易于求得的极限并且极限相等的形式。或许这个名词我们觉得只是做题，除了做题好像没有别的事情；但是不妨换一个思路，这个准则是不是也可验证一句俗语：物以类聚人以群分。或许这就是看你身边的朋友就能看到你的科学依据。

例3.1 

1. 定积分转化

当初牛顿和莱布尼兹创立微积分时，当时还没有极限的概念。那时人们的思想还是认为世界是连续的，这两位数学家也不例外；但偏偏在一个他们认为是连续的世界里，创立了离散的微积分，为后来连续和离散的辩证统一奠定基础。

当出现数列和求极限时我们常常可能想到夹逼准则；但是，有的时候我们不妨看看定积分的定义，用这个伟大的理论来解决本来就有这千丝万缕的数学问题。

例4.1 求

1. 柯西极限存在定理

数列收敛对于，对，当。

这是一个充要条件，对于判定数列敛散性非常实用。

例5.1 设；

证：收敛。

1. 洛必达法则

设

1. 当时，函数及都趋于零或趋于无穷；
2. 在点的某去心邻域内，及都存在且；★
3. 存在或为无穷大

则



说到洛必达法则，大家觉得非常简单，其实，真的是很简单实用，但为什么还要写一遍前提条件，因为真的有些人（一大部分人不会用）。

例6.1 已知；

求.

1. 等价无穷小

常用等价无穷小（当时）

，，，，，

，

例7.1 求

1. 拉格朗日中值定理

拉格朗日中值定理在应用于求极限时可以达到化繁为简的效果。

求.

1. Stolz定理

设数列单调增加并且.如果。存在或者，则：

.

Stolz定理被称为数列极限的洛必达法则。

例9.1 设，.证明：且

1. 级数思想

利用比值法或者根植法求出级数是否收敛，再根据敛散情况看。

例10.1求极限.

习题练习

1. 
2. 
3. 
4. ，（递推关系）
5. 