

数学期末考前综合复习

立体几何

Pay Attention

1. 立体几何题，建系优先。
2. 务必先画底面（ $x-y$ 平面坐标系）。
3. 无需过多关注 Z 轴。
4. 还原到长方体很有用，有助于认识图形。
5. 注意建系技巧，运用下面提到的快速算法。

Basic Steps

1. 完整审题，包括题干及所有问题，这将影响建系。
2. 确定证明或求值需要使用建系法完成。
3. 若第二问求二面角，优先使坐标轴穿过二面角交线。
4. 计算顶点在底面的投影。
5. 计算法向量（使用 法向量快速算法）
6. 求角，作答。

法向量快速算法

情况 1：已知平面与 x, y, z 轴分别的截距为 a, b, c 。则该平面的法向量 $\mathbf{n} = (\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c})$ 。

情况 2：已知平面与 x 轴平行，与 y, z 轴截距分别为 b, c ，则该平面法向量 $\mathbf{n} = (0, \frac{1}{b}, \frac{1}{c})$ 。（注：与哪个轴平行，该轴坐标取 0，其余两个取截距倒数。）

情况 3（重要）：已知平面穿过 y 轴，平面上任意不在坐标轴上的点 $P(a, b, c)$ ，则该平面法向量 $\mathbf{n} = (-\frac{1}{a}, 0, \frac{1}{c})$ 。（注：穿过哪个轴，该轴坐标取 0，其余两个取截距倒数，并在两个中的任意一个前添加负号。）

Tips: 取倒数等价于交叉互换，例如 $\mathbf{n} = (-\frac{1}{a}, 0, \frac{1}{c}) = (-c, 0, a)$ 。

圆锥曲线

Pay Attention

1. 注意讨论特殊情况。例如直线的斜率 k 不存在等。
2. 写前多想，尽量选择计算量小的算法。
3. 避免讨论。
4. 最后的计算可以不必算完（若时间不够），根据特殊值猜答案即可，或者表示结论（不具体算）即可。
5. 注意计算准确性。

6. 使用部分快速公式。

快速计算公式

1. 对于圆锥曲线 $\frac{x^2}{m} + \frac{y^2}{n} = 1$ 来说，如果需要判断其与直线 $l: Ax + By + C = 0$ 的正负性，有 $\Delta' = mn(A^2m + B^2n - C^2)$
2. 若线段 AF 与椭圆相交于 A 点，其中 F 为椭圆的一个焦点，那么有 $|AF| = \frac{b^2}{a+c \cos \theta}$ ，其中 θ 为 AF 与 x 轴正方向的夹角。