



## 题目2：

### 计数

有一个整数 $a$  满足  $39_2 < a < 20 \cdot 39_2$  满足以下条件

当 $a$ 和  $a_3$  书写在39进制下时， $a_3$  的末尾和 $a$ 的最高位相同。

求有多少个满足条件的 $a$ 。

### solution2:

考察范围：同余方程+中国剩余定理

根据题意我们可以把 $a$ 表示成  $ABC_{(39)}$  因为立方的个位数仅被 $a$ 的个位数影响所以

我们可以得到  $C_3 \equiv A \pmod{39}$   $1 \leq A \leq 19$ ,然后根据中国剩余定理，我们可以得到

$$C_3 \equiv A \pmod{13} \text{ 和 } C_3 \equiv A \pmod{3}, 1 \leq A \leq 19$$

-从而可以得到以下几个结论 -1.首先任何 $A$ 取任何值，2式都有一个解。 -2.当且仅当  $A \equiv 1, 5, 8, 12 \pmod{13}$ 的时候1式有三个解 -3.当且仅当  $A \equiv 1, 5, 8, 12 \pmod{13}$ 的时候1式有一个解

而 $B$ 取任意值不影响结果，所以总共有  $39 \cdot (6 \cdot 3 + 1 \cdot 1) = 741$  个解。