Departamento de Estadística y Matemáticas
Facultad de Ciencias Económicas
Estadística II
Parcial II

Nombre: ______________________________ Cédula: ____________

1. **(3 puntos)** Suponga que luego de realizar ciertos estudios se ha encontrado que el tiempo que tarda un estudiante en completar una tarea de programación sigue una distribución Earlang con parámetro de forma α conocido, y parámetro de escala β desconocido, en donde la función de distribución de probabilidad está dada por

$$f(x) = \frac{x^{12}e^{-\frac{x}{\beta}}}{\beta^x(12)!} \text{ para } x > 0, \beta > 0$$

Entonces, si se toma una muestra aleatoria X_1, X_2, ..., X_n *iid* del tiempo que tardan los estudiantes en completar la tarea de programación

a) **(2 puntos)** Calcule el estimador de máxima verosimilitud para el parámetro β, y calcule su segunda derivada para probar que es un máximo.

b) **(1 punto)** Estime la Cota de Cramer-Rao para el parámetro β.

2. **(2 puntos)** Suponga que luego de realizar ciertos estudios se ha encontrado que el número de errores que puede tener un código de un estudiante de programación sigue una distribución de Borel. Dicha distribución de probabilidad discreta está dada por

$$p(x) = \frac{e^{-\theta x}(\theta x)^{x-1}}{x!} \text{ para } \quad x = 1, 2, 3, 4, \dots; 0 \leq \theta \leq 1$$

esperanza matemática y varianza dadas por

$$\mathbb{E}(X) = \frac{1}{1-\theta}$$
$$Var(X) = \frac{1}{(1-\theta)^3}$$

Entonces, si se toma una muestra aleatoria X_1, X_2, ..., X_n una muestra aleatoria *iid* de estudiantes de programación y se cuenta el número de errores en el código

a) **(1 punto)** Demuestre si el estimador $\bar{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$ es un estimador suficiente para el parámetro poblacional θ.

b) **(1 punto)** Demuestre si el estimador $\bar{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$ es un estimador consistente para el parámetro poblacional $\Theta = \frac{1}{1-\theta}$.