

Departamento de Estadística y Matemáticas
Facultad de Ciencias Económicas
Estadística I
Parcial III

Nombre: _____ Cédula: _____

1. **(1.5 punto)** Suponga que un inmunólogo Colombiano famoso logra crear su propia vacuna para hacerle frente al COVID-19, en donde espera dicha vacuna ofrezca una mayor protección que las de otras farmacéuticas, debido a que la fórmula creada por el inmunólogo Colombiano fue desarrollada muchos meses después de que salieran las primeras vacunas, y en consecuencia, se espera tenga una mayor eficiencia.

Dada la presión que recae sobre el médico inmunólogo, éste ha decidido realizar pruebas clandestinas en personas que aún no han sido inmunizadas con otras vacunas, para observar la eficiencia de su vacuna, antes de presentarsela al mundo.

Luego de los estudios realizados por el médico, suponga que éste encuentra que 4 de cada 5 personas que son inmunizadas con la nueva vacuna muestran tener inmunidad frente al virus que causa la enfermedad del COVID-19, además de mostrar inmunidad frente a otras enfermedades, tales como la malaria.

Dada la información anterior

- a) **(0.5 punto)**Cuál es la probabilidad de que menos de 4 personas deban ser vacunadas, para encontrar la 3ª que muestre inmunidad frente al virus?
 - b) **(0.5 punto)**Cuál es la probabilidad de que al menos 213 personas muestren inmunidad frente al virus, cuando se vacuna a un total de 249 personas?
 - c) **(0.5 punto)** Si se vacuna a un total de 204 personas, cuál es la probabilidad de que a lo más 195 personas muestren inmunidad frente al virus, cuando se sabe que hasta el momento ya se ha verificado que 134 de ellas han mostrado inmunidad frente al virus?
2. **(1 punto)** Suponga que una empresa que fabrica botellas ha comprado una nueva máquina para hacer envases de plástico para luego venderlas alguna empresa de gaseosas.

Suponga que los fabricantes de la máquina le especificaron a la empresa de botellas, que la máquina tiene una ligera desviación y que la longitud de las botellas que producirá sigue una función de distribución continua dada por

$$f(x) = 3 - 48(x - 11)^2 \quad \text{para } 10.75 \leq x \leq 11.25$$

Dado lo anterior

- a) **(0.5 punto)** Calcule la longitud promedio de las botellas que produce la nueva máquina, junto con su desviación estándar.
- b) **(0.5 punto)** Calcule el coeficiente de asimetría y de exceso de curtosis para la longitud de las botellas producidas por la nueva máquina.

NOTA: Recuerde que la formula del coeficiente de asimetría en el ejercicio 7 de la Práctica 04 y la formula del coeficiente de curtosis en el ejercicio 10 de la Práctica 04.

3. **(1.5 puntos)** Una investigación realizada por el grupo de Medicina de la Universidad de Antioquia ha desarrollado un modelo de probabilidad que permite relacionar el grupo de edad de las personas, con el número de veces que van al hospital año.

Para ello suponen 4 grupos de edad para el estudio, el grupo 1 está conformado por personas con edades entre 0 y 14 años, el grupo 2 está conformado por personas con edades entre 15 y 29, el grupo 3 está conformado por personas con edades entre 30 y 44, mientras que el grupo 4 está conformado por personas de con edades de 45 o más años.

Los resultados presentados por el grupo de Medicina de la UdeA, se resumen en la siguiente tabla de distribución conjunta, donde X representa el grupo de edad y Y el número de veces que acude al hospital en el año.

| $p(x, y)$ | | X | | | | $h(y)$ |
|-----------|---|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | |
| Y | 0 | 406/5414 | 447/5414 | 224/5414 | 116/5414 | 1193/5414 |
| | 1 | 162/5414 | 126/5414 | 195/5414 | 122/5414 | 605/5414 |
| | 2 | 193/5414 | 168/5414 | 374/5414 | 271/5414 | 1006/5414 |
| | 3 | 178/5414 | 258/5414 | 344/5414 | 368/5414 | 1148/5414 |
| | 4 | 94/5414 | 133/5414 | 184/5414 | 390/5414 | 801/5414 |
| | 5 | 22/5414 | 80/5414 | 121/5414 | 438/5414 | 661/5414 |
| $g(x)$ | | 1055/5414 | 1212/5414 | 1442/5414 | 1705/5414 | |

- (0.5 punto)** Calcule el promedio y desviación estándar para los grupos de edad de los pacientes que acuden al hospital.
 - (0.5 punto)** Calcule el promedio y desviación estándar del número de veces que acuden los pacientes al año.
 - (0.5 punto)** Calcule la correlación que existe entre los grupos de edad de los pacientes y el número de veces que acuden al hospital al año.
4. **(1 punto)** Cierta tienda de cadena, decide emprender una campaña en ciertas horas, que busca aumentar la compra de jugos naturales sin ningún tipo de conservantes, debido a que la rotación de los mismos debe ser rápida dentro de la tienda porque suelen tener fechas de vencimiento cortas.

Luego de varias semanas de campaña, se encuentra que por cada hora de campaña realizada, se vende en promedio 102 botellas de jugo natural.

- (0.5 punto)** Si un día cualquiera deciden realizar 1.5 horas de campaña, cuál es la probabilidad de que vendan al menos 136 botellas de jugo natural?
- (0.5 punto)** Si un día cualquiera deciden realizar 4 horas de campaña, encuentre la probabilidad de que la cantidad de jugos naturales que se venda ese día se encuentre al menos a 1.5 desviaciones estándar de la cantidad real promedio, y compare este resultado mediante el que se obtendría con el teorema de Chebyshev.