

Departamento de Estadística y Matemáticas  
Facultad de Ciencias Económicas  
Estadística I  
Parcial III

Nombre: \_\_\_\_\_ Cédula: \_\_\_\_\_

1. **(2 puntos)** La plataforma de viajes DIDI ha decidido realizar un estudio sobre la nueva función que introdujo en la aplicación de celular recientemente, en donde al igual de Uber o Rappi, permite la petición de compra de comida o víveres, desde locales, restaurantes o supermercados.

Al ser nuevos, y tener una competencia tan dura debido a que Uber, Rappi y iFood ya se encuentra posicionadas en el mercado, DIDI ha decidido eliminar en el primer mes de lanzamiento los costos de envío de los domicilios, para incentivar a los usuarios de que cambien su aplicación habitual de domicilios y le den la oportunidad a DIDI.

Ahora, suponga que los desarrolladores de la aplicación quieren saber si mantener los costos de envío en cero es rentable para la organización, y basar su economía solo en las propinas que reciben de los usuarios por el servicio prestado, y por ello, ha decidido realizar un estudio estadístico en el cual compara el número de pedidos realizados por un solo repartidor en una hora y el número de propinas que recibe el mismo en la misma hora.

Entonces si definimos a la variables  $X$  como el número de pedidos realizados en una hora por un repartidor y  $Y$  como el número de propinas recibidas en el intervalo de una hora por el mismo repartidor, y encontramos que la función de masa de probabilidad conjunta está dada por

$$p(x, y) = k(8xy + 13y) \quad \text{para } x = 0, 1, 2, 3, 4; y = 0, 1, 2, 3, 4; x \geq y$$

- a) **(1 punto)** Calcule e interprete el número promedio y desviación estándar para el número de pedidos que realiza en una hora y para el número de propinas que recibe en una hora. Cree usted que la plataforma podría dejar los costos de envío en cero? Por qué?
- b) **(1 punto)** Calcule e interprete la correlación que existe entre  $5X$  y  $4Y$ ?

**NOTA:** Si construye la tabla de distribución conjunta, seguro le facilitaría la vida al momento de realizar los cálculos. Pílas con la restricción conjunta  $x \geq y$ .

2. **(2 puntos)** Acorde a los lineamientos dados por los directivos de la Universidad de Antioquia, la Facultad de Ciencias Económicas ha decidido retornar a la presencialidad, y por ello, decide comprar una fotocopidora de última generación para que sus docente puedan imprimir parciales u otros documentos de interés para eliminar el intermediario que existía antes en la Universidad para el proceso de impresión o copia de cualquier documento.

Suponga que dentro del manual de instrucciones y uso de la fotocopidora de última generación, se menciona que el tiempo de vida de la impresora en días de uso hasta necesitar una reparación está dada por una función densidad, dada por

$$f(x) = kx^4 e^{-\frac{x}{414}} \quad \text{para } 0 \leq x \leq \infty$$

- a) **(1 punto)** Calcule el coeficiente de asimetría y de exceso de curtosis para el tiempo de vida de la fotocopidora.
- b) **(1 punto)** Encuentre la probabilidad exacta y a través de la desigualdad de Chebyshev de que el tiempo de vida de la impresora que compró la Facultad de Ciencias Económicas se encuentre a lo más a 2.242 desviaciones estándar de su media.

**NOTA:** Recuerde que la formula del coeficiente de asimetría se encuentra en el ejercicio 7 de la Práctica 04 y la formula del coeficiente de curtosis en el ejercicio 10 de la Práctica 04. También recuerde que entre las notas de clase de la Práctica04-1.txt se explica su cálculo. Finalmente recuerde las formulas que les dí para el teorema de Chebyshev para cuando la desigualdad dentro de la probabilidad era  $\geq$  o  $\leq$  (parece una carita :v).

**NOTA:** Para facilitarse la vida, recuerde que puede usar la función Gamma  $\Gamma(\alpha) = \int_0^\infty t^{\alpha-1} e^{-t} dt$  para realizar el cálculo de la integral, ya que los límites van de 0 a  $\infty$ . Además recuerde que puede usar software para realizar todos los cálculos.

**NOTA:** Para facilitarse la vida, realice el cálculo de la esperanza de  $X$ ,  $X^2$ ,  $X^3$  y  $X^4$  de entrada, y ya conociendo esos valores, será cuestión de reemplazar en las fórmulas de la media, varianza, asimetría y el exceso de curtosis, que se requieren para resolver los dos incisos.

3. **(1 punto)** Siguiendo con el enunciado del punto anterior sobre la fotocopidora de última generación que compró la Facultad de Ciencias Económicas, suponga que puede ocurrir que en una hoja cualquiera salga con una pequeña raya de tinta que pasa a lo largo de la hoja debido a un coágulo de tinta en uno de los inyectores.

Dado que el Decano de la Facultad de Ciencias Económicas es Estadístico, le solicita a una de sus secretarias que esté pendiente del número de hojas que imprimen los docentes, y que registre cada cuantas hojas impresas ocurre tal suceso.

Luego de un mes, la secretaria le entrega la información recolectada al Decano, y éste concluye que en 1 de cada 20 hojas impresas con la nueva fotocopidora de la Facultad, aparece la raya del mal en el medio de una hoja.

Dada la información encontrada por el Decano,

- a) **(0.5 punto)** Si la secretaria decide seguir contando el número de hojas hasta que aparezca la raya del mal, para entregarle la nueva información al Decano, cuál es la probabilidad de que se deban imprimir más de 42 hojas para encontrar la 4ª hoja que posea la raya del mal.
- b) **(0.5 punto)** Si un docente decide realizar la impresión de 49 parciales de 2 hojas, cuál es la probabilidad de que aparezca la raya del mal en al menos 10 hojas impresas.

**NOTA:** No se deje enredar, cuente el número total de hojas que se van a imprimir.