

Departamento de Estadística y Matemáticas
Facultad de Ciencias Económicas
Estadística II
Parcial I

Nombre: _____ Cédula: _____

1. **(2 puntos)** Una empresa que fabrica componentes electrónicos (como transistores) sabe que estos no se desgastan, sino que fallan a una tasa constante. El tiempo hasta la falla (en miles de horas) de un componente, se modela con la clásica distribución Exponencial:

$$f(x) = \frac{1}{4}e^{-\frac{x}{4}} \quad \text{para } x > 0$$

Para establecer una política de garantía, el departamento de calidad necesita entender cuándo es probable que falle el último componente de un lote. Analizan una muestra aleatoria de 41 componentes y se centran en la distribución del tiempo de vida útil máximo.

- a) **(1 punto)** Calcule la función de densidad de probabilidad para este estadístico de orden.
- b) **(1 punto)** Usando la distribución que acaba de encontrar, calcule la probabilidad de que el último componente del lote falle después de las 10.16 mil horas. Basado en este resultado, ¿sería financieramente arriesgado ofrecer una garantía que cubra ese período de tiempo?
2. **(2 puntos)** Un analista financiero de una firma de gestión de activos está comparando el rendimiento de dos estrategias de inversión diferentes. La Estrategia Alfa consiste en un portafolio diversificado de acciones de bajo riesgo (blue-chip), mientras que la Estrategia Beta se enfoca en acciones de empresas tecnológicas de alto crecimiento. Para la evaluación, el analista recopila datos sobre los rendimientos mensuales de ambos portafolios durante los últimos años.

El objetivo es asesorar a un cliente sobre qué estrategia se alinea mejor con sus objetivos, considerando tanto el rendimiento esperado (rentabilidad) como el nivel de riesgo asociado (volatilidad).

Estrategia Alfa: Portafolio diversificado acciones bajo riesgo

0.853	0.605	1.002	1.556	4.022	1.759	0.817	-0.864	0.952	1.677
0.062	1.85	0.128	1.711	1.25	2.357				

Estrategia Beta: Acciones de empresas tecnológicas de alto crecimiento

-1.139	1.632	0.075	1.367	2.243	3	4.702	1.088	-4.654	5.036
5.811	0.082	0.279	6.256	4.924	0.239	2.524			

Considerando los datos históricos de rendimiento mensual:

- a) **(1 punto)** Calcule la probabilidad de que la diferencia absoluta entre el rendimiento mensual promedio de la Estrategia Alfa y el rendimiento mensual promedio de la Estrategia Beta sea al menos de 1.87 puntos porcentuales. ¿Qué estrategia ofrece, en promedio, una mayor rentabilidad según estos datos?

- b) **(1 punto)** Para evaluar el riesgo de forma más directa, el analista define un mes de pérdida como cualquier mes en el que el rendimiento es negativo. Calcule la probabilidad de que la diferencia entre la proporción de "meses de pérdida" de la Estrategia Beta y la de la Estrategia Alfa sea menor a por 0.13. ¿Qué podría concluir sobre el riesgo de incurrir en pérdidas de cada estrategia?
3. **(1 punto)** La gerente de operaciones de un Centro de Atención al Cliente (CAC) está evaluando la eficiencia de su equipo. Históricamente, el tiempo de resolución para un ticket de soporte técnico (en minutos) sigue una distribución gamma con parámetro de forma $\alpha = 3$ y parámetro de escala $\beta = 3.72$, tal que

$$f(x) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)\beta^\alpha} x^{\alpha-1} e^{-\frac{x}{\beta}} \quad x > 0$$

Después de implementar un nuevo software de gestión de tickets, la gerente desea saber si la consistencia del tiempo de servicio ha cambiado. Para ello, toma una muestra aleatoria de 33 tickets resueltos con el nuevo sistema y obtiene que la varianza del tiempo de resolución de tickets de 45.56 minutos². Suponiendo que el nuevo software no ha alterado la distribución histórica, ¿cuál es la probabilidad de que la media muestral del tiempo de resolución sea superior a 11.02 minutos?