

Facultad de Ingeniería
Departamento de Ingeniería Industrial
Probabilidad e Inferencia Estadística
Parcial II

Nombre: _____ Cédula: _____

1. **(1 punto)** Una veterinaria ha realizado tres rescates de camadas de perritos recién nacidos que encontraron en la calle durante el último mes y a decidido darlos en adopción para que tengan una familia.

Suponga que la primera camada está compuesta por 4 Chihuahuas, 8 Dalmatas y 8 Labradores. Entonces si el día que abren las adopciones, han adoptado 3 perritos seleccionados aleatoriamente, se tendrá que la función de probabilidad para el número de Dalmatas que fueron adoptados ese día estará dada por

$$p(x) = \frac{\binom{8}{x} \binom{12}{3-x}}{\binom{20}{3}} \quad \text{para } 0 \leq x \leq 3$$

- a) **(0.5 puntos)** Construya la tabla de distribución $(x, p(x))$ para el número de Dalmatas que fueron adoptados ese día y con ésta calcule la función de distribución acumulada para el número de Dalmatas que fueron adoptados ese día.
- b) **(0.5 puntos)** Calcule la probabilidad de que el número de Dalmatas que fueron adoptados ese día sea menos de 1 Dalmata.

Recuerde que la combinatoria $\binom{A}{B} = {}_A C_B = \frac{A!}{B!(A-B)!}$.

2. **(1.5 puntos)** Suponga que una empresa que fabrica botellas ha comprado una nueva máquina para manufacturar botellas de plástico para luego venderlas alguna empresa de gaseosas.

Suponga que los fabricantes de la máquina le especificaron a la empresa de botellas, que la máquina tiene una ligera desviación y que la longitud de las botellas que producirá sigue una función de distribución continua dada por

$$f(x) = 1 - 16(x - 11)^2 \quad \text{para } 10.75 \leq x \leq 11.25$$

- a) **(0.5 puntos)** Encuentre el valor k que hace a la función de densidad estar bien definida, y calcule la función de distribución acumulada $F(X)$ de la longitud de las botellas que producirá la nueva máquina.
- b) **(0.5 puntos)** Calcule la probabilidad de que la longitud de las botellas que producirá la nueva máquina sea superior a 10.98 pero inferior a 11.03.
- c) **(0.5 puntos)** Calcule la longitud promedio de las botellas que produce la nueva máquina, junto con su desviación estándar.
3. **(1 punto)** Suponga que un inmunólogo Colombiano famoso logra crear su propia vacuna para hacerle frente al COVID-19, en donde espera dicha vacuna ofrezca una mayor protección que las de otras farmacéuticas, debido a que la fórmula creada por el inmunólogo Colombiano fue desarrollada muchos meses después de que salieran las primeras vacunas, y en consecuencia, se espera tenga una mayor eficiencia.

Dada la presión que recae sobre el médico inmunólogo, éste ha decidido realizar pruebas clandestinas en personas que aún no han sido inmunizadas con otras vacunas, para observar la eficiencia de su vacuna, antes de presentarsela al mundo.

Luego de los estudios realizados por el médico, suponga que éste encuentra que 8 de cada 12 personas que son inmunizadas con la nueva vacuna muestran tener inmunidad frente al virus que causa la enfermedad del COVID-19, además de mostrar inmunidad frente a otras enfermedades, tales como la malaria.

Dada la información anterior

- a)* **(0.5 puntos)** Cuál es la probabilidad de que a lo más 107 personas muestren inmunidad frente al virus, cuando se vacuna a un total de 168 personas?
 - b)* **(0.5 puntos)** Compare la probabilidad calculada en el punto anterior, respecto a la que se obtendría mediante una aproximación Poisson y una aproximación Normal, cuál de las dos aproximaciones presenta una probabilidad más cercana a la exacta?
4. **(1.5 puntos)** Cierta tienda de cadena, decide emprender una campaña en ciertas horas, que busca aumentar la compra de jugos naturales sin ningún tipo de conservantes, debido a que la rotación de los mismos debe ser rápida dentro de la tienda porque suelen tener fechas de vencimiento cortas.

Luego de varias semanas de campaña, se encuentra que por cada 4 horas de campaña realizada, se vende en promedio 112 botellas de jugo natural.

- a)* **(0.5 puntos)** Si un día cualquiera deciden realizar 3 horas de campaña, cuál es la probabilidad de que vendan al menos 78 botellas de jugo natural?
 - b)* **(0.5 puntos)** Si en un día cualquiera se decide realiza campaña para promocionar los jugos, cual es la probabilidad de que el próxima jugo vendido se realice en a lo más 1.3246 minutos.
 - c)* **(0.5 puntos)** Si en un día cualquiera se realizan 7.5 horas de campaña, y hasta el momento se han vendido 184 botellas de jugo, cuál es la probabilidad de que se vendan más de 230 botellas de jugo antes de que finalice el tiempo de la campaña.