

Departamento de Estadística y Matemáticas
Facultad de Ciencias Económicas
Estadística I
Parcial IV

Nombre: _____ Cédula: _____

1. **(1 punto)** Los fallos en las máquinas textiles son un problema común en las empresas manufactureras, debido a la alta demanda de energía eléctrica que estas requieren para su funcionamiento, lo cual hace que los fusibles de las máquinas dejen de funcionar y deban ser reemplazados antes de poderlas poner en operación nuevamente.

Suponga que una empresa manufacturera adquiere un nuevo modelo de máquina textil, la cual está diseñada de tal forma que posee 5 fusibles, que se activarán en forma secuencial en caso de que uno de ellos falle.

Es decir, la energía normalmente circula por el primer fusible mientras los otros permanecen inactivos, en caso de que este falle por alguna razón, el flujo de energía pasa al segundo fusible para que la máquina no deje de funcionar mientras los demás permanecen apagados. Si el primero y el segundo fallan por alguna razón el flujo de energía pasa al tercero fusible y así sucesivamente. Si los 5 fusibles dejan de funcionar entonces la máquina se apagará hasta que cambien la totalidad de los fusibles.

La ventaja de esta nueva máquina sobre las versiones anteriores es que permite que ésta permanezca funcionando de forma continua un mayor tiempo sin ningún tipo de supervisión. Tanto así que los diseñadores de la máquina aseguran que el tiempo de funcionamiento de la máquina hasta que se apague posee una distribución Gamma con un tiempo promedio de 22.03 horas y una varianza de 97.06418 horas².

Basado en lo anterior,

- a) **(0.5 puntos)** Cuál es la probabilidad de que el tiempo de funcionamiento de la nueva máquina hasta que se apague (fallen los 5 fusibles) sea al menos de 10.2208_{horas}?
- b) **(0.5 puntos)** Si se pone a competir una máquina vieja con la máquina nueva para observar el rendimiento de los fusibles, y resulta que la máquina vieja falló a las 8.3499_{horas}, cuál es la probabilidad de que el tiempo de funcionamiento de la nueva máquina hasta que falle el próximo fusible sea menor a 8.3499_{horas}?, Puede realizarse alguna conclusión sobre la eficiencia de los fusibles de la nueva máquina?
2. **(1 punto)** Durante los últimos meses se ha visto en la capital Antioqueña y en el área metropolitana en general, que sus habitantes han perdido miedo por la pandemia, y han relajado sus medidas de Bioseguridad al asistir a eventos realizados por amigos o familiares, lo cual ha causado un aumento significativo en el número de contagios que se registran diariamente en esta zona del País.

Tanto así que expertos aseguran que actualmente el número de contagios por día en la capital Antioqueña y el área metropolitana posee una distribución de probabilidad discreta con función generadora de momentos dada por

$$M_x(t) = e^{329(e^t - 1)}$$

Basados en lo anterior

- a) **(0.5 puntos)** Calcule la probabilidad de que el número de personas que resulta contagiadas en un día cualquiera sea menor a 321 personas.

- b) **(0.5 puntos)** Calcule mediante una aproximación normal, la probabilidad de que el número de personas que resulta contagiadas en un día cualquiera sea menor a 321 personas y concluya si la aproximación es o no buena y por qué.
3. **(2 puntos)** Durante los últimos meses se ha visto en la capital Antioqueña y en el área metropolitana en general, que sus habitantes han perdido miedo por la pandemia, y han relajado sus medidas de Bioseguridad al asistir a eventos realizados por amigos o familiares, lo cual ha causado un aumento significativo en el número de contagios que registra diariamente en esta zona del País.

Tanto así que expertos aseguran que actualmente el número de contagios en la capital por día se ajusta a una distribución Poisson con parámetro $\lambda = 286$.

Basados en lo anterior,

- a) **(1 punto)** Demuestre que la función generadora de momentos del número de personas que resulta contagiadas en un día cualquiera es $M_x(t) = e^{286(e^t-1)}$.
- b) **(1 punto)** Demuestre mediante el cálculo de los dos primeros momentos alrededor del origen, que el segundo momento central del número de contagios en la capital por día es igual a $Var(X) = 286$.
4. **(1 punto)** Encuentre que la función generadora de momentos de una distribución uniforme continua en el intervalo $(-2.27, 1.82)$ está dada por

$$M_x(t) = \frac{e^{t(1.82)} - e^{t(-2.27)}}{t(4.09)}$$