

Departamento de Estadística y Matemáticas  
Facultad de Ciencias Económicas  
Estadística II  
Parcial II

Nombre: \_\_\_\_\_ Cédula: \_\_\_\_\_

1. **(2 puntos)** Suponga que luego de realizar ciertos estudios se ha encontrado que el tiempo que tarda un estudiante en realizar un parcial sobre demostraciones sigue una distribución de probabilidad acumulada  $F(x)$  dada por

$$F(x) = \left( \frac{1}{\theta^5} - \frac{1}{x^5} \right) \theta^5 \quad \text{para } x > \theta; \theta > 0$$

Entonces, si se toma una muestra aleatoria  $X_1, X_2, \dots, X_n$  *iid* del tiempo que tardan los estudiantes en completar la tarea de programación

- a) **(1 puntos)** Encuentre un estimador para  $\theta$  usando el método de momentos.
  - b) **(1 punto)** Encuentre un estimador para  $\theta$  usando el método de máxima verosimilitud.
  - c) **(1 punto)** Pruebe las dos condiciones que debe cumplir el estimador  $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ , para ser un estimador consistente del parámetro  $\theta$ .
2. **(2 puntos)** Suponga que luego de analizar el proceso de selección dentro de una entidad bancaria, un egresado de Administración de Empresas ha notado que el número de nuevos trabajadores que ingresan a la empresa en un día sigue una distribución binomial con parámetros  $n = 100$  y  $p$  desconocido.

$$f(x) = \binom{100}{x} p^x (1-p)^{100-x} \quad \text{para } x = 0, 1, 2, \dots, 100; 0 < p < 1$$

Entonces, sea  $X_1, X_2, \dots, X_{100}$  una muestra aleatoria *iid* del número de nuevos trabajadores que ingresan a la empresa por día, demuestre cuál de los dos estimadores planteados para el parámetro poblacional  $p$  es más eficiente

$$\hat{p}_1 = \frac{X_{33} \times 10}{92}$$
$$\hat{p}_2 = \frac{80X_1 - 8X_{47}}{200}$$