

Facultad de Ingeniería  
Departamento de Ingeniería Industrial  
Probabilidad e Inferencia Estadística  
Parcial II

Nombre: \_\_\_\_\_ Cédula: \_\_\_\_\_

1. **(1 punto)** Un estudiante que trabaja en una fotocopidora de la Universidad de Antioquia y decide encontrar una función de probabilidad que se ajuste al número de toner de tinta negra que gasta en un día una fotocopidora. Luego de recaudar información de varios meses, encuentra que la distribución que presenta un mejor ajuste al gasto de toner, posee una distribución de Yule truncada en 4, la cual está dada por

$$p(x) = k(\mu + 1) \frac{\Gamma(x+1)\Gamma(\mu+2)}{\Gamma(x+\mu+3)} \quad \text{para } x = 0, 1, 2, 3, 4$$

Entonces si el valor del parámetro  $\mu = 1.5$ ,

- a) **(0.5 punto)** Encuentre el valor  $k$  que hace que la función de probabilidad esté bien definida, y construya la tabla de probabilidad,  $(x, p(x))$ .
- b) **(0.5 punto)** Encuentre la probabilidad de que el número de toner que se gastan en un día en la fotocopidora sea no menos de 4 toners.
2. **(1 punto)** Dados los resultados que ha tenido la selección Colombia durante los últimos partidos para las eliminatorias al mundial y los partidos previos que ha tenido contra Brasil, un experto en estadística deportiva encuentra que de cada 7 remates al área que realiza la selección durante un partido, 3 de los remates termina en gol. Si se toma como cierto el hallazgo realizado por el experto.
- a) **(0.5 puntos)** Cuál es la probabilidad de que la selección anote menos de 2 goles, si realiza en el partido un total de 12 remates.
- b) **(0.5 puntos)** Cuál es la probabilidad de que la selección anote menos de 2 goles, si realiza en el partido un total de 12 remates, mediante la aproximación Poisson y la aproximación Normal, y concluya cuál presenta mejor aproximación y por qué.
3. **(1 punto)** Suponga que IMUSA decide hacer una prueba extensa a la nueva lavadora que pretende sacar al mercado, con el fin de determinar el tiempo de vida de una lavadora hasta que ésta requiera de una reparación mayor. Suponga que la función de distribución del tiempo de vida de las lavadoras está dado por

$$f(x) = x^4 - 6x^2 + 9 \quad \text{para } 1 \leq x \leq 3$$

- a) **(0.5 punto)** Verifique si la función de densidad de probabilidad está bien definida (de no estarlo, multiplique por una constante  $k$ , de tal forma que quede bien definida), y calcule la función de distribución acumulada del tiempo de vida de una lavadora hasta que requiera de una reparación mayor.
- b) **(0.5 punto)** Calcule la probabilidad de que el tiempo de vida de una lavadora hasta que requiera una reparación sea superior a 1.29 pero a lo más de 1.45.
4. **(1 punto)** Suponga que la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de Antioquia encabeza un estudio sobre el número meses de garantía que se ofrecen para diferentes marcas

de bicicletas en el país, y encuentra que la función de distribución acumulada  $F(X)$  del número de meses de garantía que las bicicletas está dada por

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 19 \\ 0.0067 & 19 \leq x < 23 \\ 0.0404 & 23 \leq x < 29 \\ 0.1246 & 29 \leq x < 38 \\ 0.265 & 38 \leq x < 42 \\ 0.4405 & 42 \leq x < 46 \\ 0.616 & 46 \leq x < 47 \\ 1 & x \geq 47 \end{cases}$$

- a) **(0.5 punto)** Construya la tabla de la función de masa de probabilidad  $(x, p(x))$  y con esta, Calcule la probabilidad de que el número de meses de garantía que tiene una bicicleta sea menor a 45, dado que se sabe que el número de meses de garantía es de mayor a 30 meses..
  - b) **(0.5 punto)** Calcule el promedio y desviación estándar del número de meses de garantía que poseen las bicicletas.
5. **(1 punto)** Debido a la contingencia causada por el Huracán Iota el número de vuelos aéreos que se realizan en la región de América central a disminuido considerablemente, tanto así que expertos estiman que en la actualidad, se están realizando en promedio 12.08 vuelos por día, en toda la región de América central. Basados en lo anterior,
  - a) **(0.5 punto)** Cuál es la probabilidad de que en medio día, se realicen en la región de América central entre 11 y 19 vuelos aéreos, inclusive.
  - b) **(0.5 punto)** Cuál es la probabilidad de que el tiempo que transcurra hasta que se realice el próximo vuelo en la región de América central sea a lo más de 4.96 horas.