

Departamento de Estadística y Matemáticas
Facultad de Ciencias Económicas
Estadística II
Parcial I

Nombre: _____ Cédula: _____

1. **(2 puntos)** Una empresa que fabrica componentes electrónicos (como transistores) sabe que estos no se desgastan, sino que fallan a una tasa constante. El tiempo hasta la falla (en miles de horas) de un componente, se modela con la clásica distribución Exponencial:

$$f(x) = \frac{1}{4}e^{-\frac{x}{4}} \quad \text{para } x > 0$$

Para establecer una política de garantía, el departamento de calidad necesita entender cuándo es probable que falle el último componente de un lote. Analizan una muestra aleatoria de 29 componentes y se centran en la distribución del tiempo de vida útil máximo.

- a) **(1 punto)** Calcule la función de densidad de probabilidad para este estadístico de orden.
- b) **(1 punto)** Usando la distribución que acaba de encontrar, calcule la probabilidad de que el último componente del lote falle antes de las 14.41 mil horas. Basado en este resultado, ¿sería financieramente arriesgado ofrecer una garantía que cubra ese período de tiempo?
2. **(2 puntos)** Un gerente de marketing de una empresa de comercio electrónico quiere determinar cuál de dos campañas publicitarias es más efectiva para generar ventas en millones de pesos. La Campaña A se basa en anuncios en redes sociales, mientras que la Campaña B utiliza marketing con influencers. Para evaluarlas, se asignan al azar a un grupo de mercados similares y se registran las ventas diarias en millones de pesos atribuibles a cada campaña durante un periodo de observación.

La dirección necesita decidir en qué campaña invertir un mayor presupuesto para el próximo trimestre, basándose no solo en el volumen de ventas promedio, sino también en la consistencia y predictibilidad de los resultados.

Campaña A: Redes Sociales

163.547	198.594	151.471	136.415	118.703	225.933	131.755	121.039	136.121	158.292
156.363	155.636	139.271	134.348	137.488					

Campaña B: Marketing con influencers

193.175	236.395	193.174	215.129	247.959	170.909	145.399	248.316	186.284	125.254
255.151	216.324	265.634	200.06	193.82	225.843	225.019	222.559	129.727	155.95
233.912									

Considerando los datos recolectados durante el periodo de prueba:

- a) **(1 punto)** Calcule la probabilidad de que la diferencia entre el promedio de ventas diarias de la Campaña A y el promedio de ventas diarias de la Campaña B sea al menos de 34.91 millones de pesos. ¿Qué campaña parece ser superior en términos de ventas promedio y qué recomendaría al equipo de marketing?

- b) **(1 punto)** Para entender mejor la capacidad de cada campaña de generar resultados sobresalientes, la dirección define un día de alto rendimiento como aquel en que las ventas superan los 175 millones de pesos. Calcule la probabilidad de que la diferencia entre la proporción de "días de alto rendimiento" de la Campaña B y la Campaña A sea mayor a por 0.05. ¿Qué podría concluir sobre la capacidad de la Campaña B para generar picos de ventas en comparación con la Campaña A?
3. **(1 punto)** La gerente de operaciones de un Centro de Atención al Cliente (CAC) está evaluando la eficiencia de su equipo. Históricamente, el tiempo de resolución para un ticket de soporte técnico (en minutos) sigue una distribución gamma con parámetro de forma $\alpha = 4$ y parámetro de escala $\beta = 4.4$, tal que

$$f(x) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)\beta^\alpha} x^{\alpha-1} e^{-\frac{x}{\beta}} \quad x > 0$$

Después de implementar un nuevo software de gestión de tickets, la gerente desea saber si la consistencia del tiempo de servicio ha cambiado. Para ello, toma una muestra aleatoria de 49 tickets resueltos con el nuevo sistema y obtiene que el tiempo promedio de resolución de tickets es de 17.68 minutos. Suponiendo que el nuevo software no ha alterado la distribución histórica, ¿cuál es la probabilidad de que la varianza muestral del tiempo de resolución sea superior a 77.44 minutos²?