Departamento de Estadística y Matemáticas
Facultad de Ciencias Económicas
Estadística II
Parcial I

Nombre: ______________________________ Cédula:____________

1. **(1.5 punto)** Sea $X_1, X_2, \ldots, X_n$ una muestra aleatoria *iid* de una distribución de Wald con parámetro desconocido μ, función de probabilidad dada por

$$f(x) = \frac{\mu}{\sqrt{2\pi x^3}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2x}} \quad \text{para } x > 0; \mu > 0$$

y función generadora de momentos dada por

$$M_x(t) = e^{\mu\left(1-\sqrt{1-2t}\right)}$$

Demuestre cuál es el valor del primer momento asociado a la población y con éste, encuentre el estimador por el método de los momentos para el parámetro desconocido μ.

2. **(1.5 punto)** Sea $X_1, X_2, \ldots, X_n$ una muestra aleatoria *iid* de una distribución de Wald con parámetro desconocido μ y función de probabilidad dada por

$$f(x) = \frac{\mu}{\sqrt{2\pi x^3}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2x}} \quad \text{para } x > 0; \mu > 0$$

Encuentre el estimador por el método de máxima verosimilitud para el parámetro desconocido μ, y demuestre si este estimador maximiza efectivamente la función de verosimilitud.

3. **(1 punto)** Sea $X_1, X_2, \ldots, X_n$ una muestra aleatoria *iid* de una distribución de Pareto, con parámetro α conocido, parámetro β desconocido, función de distribución dada por

$$f(x) = \frac{\alpha\beta^\alpha}{x^{\alpha+1}} \qquad \text{para } \beta \leq x \leq \infty; \alpha > 2; \beta > 0$$

esperanza matemática y varianza dadas por

$$\mathbb{E}(X) = \frac{\alpha\beta}{\alpha - 1}$$
$$Var(X) = \frac{\alpha\beta^2}{(\alpha-1)^2(\alpha-2)}$$

Pruebe si el estimador

$$\hat{\beta} = \bar{X} - \frac{\bar{X}}{\alpha} - 5$$

Es un estimador consistente para el parámetor β.

4. **(1 punto)** Sea $X_1, X_2, \ldots, X_n$ una muestra aleatoria *iid* de una distribución de probabilidad, con media $\mathbb{E}(X) = \alpha$ y varianza $Var(X) = \alpha^3\beta^2$. Demuestre cuál de los dos estimadores planteados a continuación es más eficiente para el parámetro α, tal que

$$\hat{\mu}_1 = \frac{1}{n-2}\sum_{i=1}^{n-1}[x_i + 4]$$
$$\hat{\mu}_2 = \frac{1}{n-2}\sum_{i=1}^{n-3}[x_i + x_{i+1}]$$