

Departamento de Estadística y Matemáticas  
Facultad de Ciencias Económicas  
Estadística I  
Parcial II

Nombre: \_\_\_\_\_ Cédula: \_\_\_\_\_

1. **(1 punto)** Una veterinaria ha realizado tres rescates de camadas de perritos recién nacidos que encontraron en la calle durante el último mes y a decidido darlos en adopción para que tengan una familia.

Suponga que la primera camada está compuesta por 4 Chihuahuas, 7 Dalmatas y 9 Labradores. Entonces si el día que abren las adopciones, han adoptado 3 perritos seleccionados aleatoriamente (es decir, no afectaron factores externos como las preferencias de las personas)

- a) **(0.5 punto)** Encuentre la función de probabilidad para el número de Dalmatas que fueron adoptados ese día.
- b) **(0.5 punto)** Encuentre la función de distribución acumulada para el número de Dalmatas que fueron adoptados ese día, y con ésta calcule la probabilidad de que se adoptaran a lo más 2 Dalmatas.
2. **(1 punto)** Suponga que una empresa que fabrica botellas ha comprado una nueva máquina para manufacturar botellas de plástico para luego venderlas alguna empresa de gaseosas. Suponga que los fabricantes de la máquina le especificaron a la empresa de botellas, que la máquina tiene una ligera desviación y que la longitud de las botellas que producirá sigue una función de distribución continua dada por

$$f(x) = 1 - 16(x - 11)^2 \quad \text{para } 10.75 \leq x \leq 11.25$$

- a) **(0.5 punto)** Encuentre el valor  $k$  que hace a la función de densidad estar bien definida, y calcule la función de distribución acumulada  $F(X)$  de la longitud de las botellas que producirá la nueva máquina.
- b) **(0.5 punto)** Calcule la probabilidad de que la longitud de las botellas que producirá la nueva máquina sea no menos de 10.75 pero máximo de 10.89.
3. **(1.5 puntos)** Una investigación realizada por el grupo de Medicina de la Universidad de Antioquia ha desarrollado un modelo de probabilidad que permite relacionar el grupo de edad de las personas, con el número de veces que van al hospital año.

Para ello suponen 4 grupos de edad para el estudio, el grupo 1 está conformado por personas con edades entre 0 y 14 años, el grupo 2 está conformado por personas con edades entre 15 y 29, el grupo 3 está conformado por personas con edades entre 30 y 44, mientras que el grupo 4 está conformado por personas de con edades de 45 o más años.

Los resultados presentados por el grupo de Medicina de la UdeA, se resumen en la siguiente tabla de distribución conjunta, donde  $X$  representa el grupo de edad y  $Y$  el número de veces que acude al hospital en el año.

| $p(x, y)$ |          | $X$      |          |          |          |
|-----------|----------|----------|----------|----------|----------|
|           |          | <b>1</b> | <b>2</b> | <b>3</b> | <b>4</b> |
| $Y$       | <b>0</b> | 172      | 319      | 200      | 178      |
|           | <b>1</b> | 398      | 243      | 241      | 231      |
|           | <b>2</b> | 100      | 381      | 311      | 138      |
|           | <b>3</b> | 220      | 115      | 301      | 495      |
|           | <b>4</b> | 97       | 91       | 91       | 274      |
|           | <b>5</b> | 92       | 98       | 237      | 590      |

- a) **(0.5 punto)** Calcule el valor  $k$  que hace que la función de probabilidad conjunta  $p(x, y)$  esté bien definida, y calcule las distribuciones marginales,  $g(x)$  y  $h(y)$ .
- b) **(0.5 punto)** Calcule la distribución condicional  $p(y|x = 2)$ .
- c) **(0.5 punto)** Pruebe si el grupo de edad es independiente del número de veces que se acude al hospital en el año.
4. **(1.5 puntos)** Bancolombia es una de las empresas que ha comprado vacunas para inmunizar a todo su personal. Dado que el personal que tienen es muy grande han decidido comprar tres tipos diferentes de vacunas, a saber, Pfizer, Jansen y Moderna.

Dada la cantidad de empleados que poseen, y las vacunas que finalmente le llegaron, suponga que la función de distribución de probabilidad conjunta para la proporción de empleados que serán inmunizados con cada una de las vacunas, está dada por

$$f(x) = 11xy + 18y \quad \text{para } 0 < x < 1; \quad 0 < y < 1; \quad x + y \leq 1$$

donde  $X$ : representa la proporción de empleados que son inmunizados con la vacuna de Pfizer, y  $Y$ : representa la proporción de empleados que son inmunizados con la vacuna de Jansen.

- a) **(0.5 punto)** Calcule es la probabilidad de que la proporción de empleados inmunizados con Pfizer sea menor a 14%, y la proporción de empleados inmunizados con Jansen sea no más de 8%.
- b) **(0.5 punto)** Calcule es la probabilidad de que la proporción de empleados inmunizados con Pfizer sea superior a 22%, y la proporción de empleados inmunizados con Jansen sea superior a 60%.
- c) **(0.5 puntos)** Calcule la distribución condicional de  $f(x|y < 0.54)$ .