

Departamento de Estadística y Matemáticas
Facultad de Ciencias Económicas
Estadística II
Parcial I

Nombre: _____ Cédula: _____

1. **(2 puntos)** Una empresa que fabrica componentes electrónicos (como transistores) sabe que estos no se desgastan, sino que fallan a una tasa constante. El tiempo hasta la falla (en miles de horas) de un componente, se modela con la clásica distribución Exponencial:

$$f(x) = \frac{1}{15} e^{-\frac{x}{15}} \quad \text{para } x > 0$$

Para establecer una política de garantía, el departamento de calidad necesita entender cuándo es probable que falle el primer componente de un lote. Analizan una muestra aleatoria de 43 componentes y se centran en la distribución del tiempo de vida útil mínimo.

- a) **(1 punto)** Calcule la función de densidad de probabilidad para este estadístico de orden.
- b) **(1 punto)** Usando la distribución que acaba de encontrar, calcule la probabilidad de que el primer componente del lote falle después de las 0.31 mil horas. Basado en este resultado, ¿sería financieramente arriesgado ofrecer una garantía que cubra ese período de tiempo?
2. **(2 puntos)** Un gerente de marketing de una empresa de comercio electrónico quiere determinar cuál de dos campañas publicitarias es más efectiva para generar ventas en millones de pesos. La Campaña A se basa en anuncios en redes sociales, mientras que la Campaña B utiliza marketing con influencers. Para evaluarlas, se asignan al azar a un grupo de mercados similares y se registran las ventas diarias en millones de pesos atribuibles a cada campaña durante un periodo de observación.

La dirección necesita decidir en qué campaña invertir un mayor presupuesto para el próximo trimestre, basándose no solo en el volumen de ventas promedio, sino también en la consistencia y predictibilidad de los resultados.

Campaña A: Redes Sociales

195.244	164.634	173.299	180.712	192.408	123.025	165.645	185.813	156.387	177.55
165.489	192.054	184.09	162.671	157.759	170.406	164.766	137.572	150.921	148.384
159.863	200.533	182.154	170.78	193.507					

Campaña B: Marketing con influencers

193.019	213.022	172.828	147.117	114.666	240.34	191.181	148.393	254.43	249.22
193.507	227.388	160.858	268.341	209.395	212.789	282.729	223.032	243.568	256.551
172.554	262.376	221.988	142.768	236.347	251.07	146.681	188.082	240.744	

Considerando los datos recolectados durante el periodo de prueba:

- a) **(1 punto)** Calcule la probabilidad de que la diferencia entre el promedio de ventas diarias de la Campaña A y el promedio de ventas diarias de la Campaña B sea al menos de 57.4 millones de pesos. ¿Qué campaña parece ser superior en términos de ventas promedio y qué recomendaría al equipo de marketing?
- b) **(1 punto)** Para entender mejor la capacidad de cada campaña de generar resultados sobresalientes, la dirección define un día de alto rendimiento como aquel en que las ventas superan los 195 millones de pesos. Calcule la probabilidad de que la diferencia entre la proporción de "días de alto rendimiento" de la Campaña B y la Campaña A sea mayor a por 0.15. ¿Qué podría concluir sobre la capacidad de la Campaña B para generar picos de ventas en comparación con la Campaña A?
3. **(1 punto)** La gerente de operaciones de un Centro de Atención al Cliente (CAC) está evaluando la eficiencia de su equipo. Históricamente, el tiempo de resolución para un ticket de soporte técnico (en minutos) sigue una distribución gamma con parámetro de forma $\alpha = 1$ y parámetro de escala $\beta = 3.37$, tal que

$$f(x) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)\beta^\alpha} x^{\alpha-1} e^{-\frac{x}{\beta}} \quad x > 0$$

Después de implementar un nuevo software de gestión de tickets, la gerente desea saber si la consistencia del tiempo de servicio ha cambiado. Para ello, toma una muestra aleatoria de 31 tickets resueltos con el nuevo sistema y obtiene que el tiempo promedio de resolución de tickets es de 3.4 minutos. Suponiendo que el nuevo software no ha alterado la distribución histórica, ¿cuál es la probabilidad de que la desviación estándar muestral del tiempo de resolución sea inferior a 3.33 minutos?