

Departamento de Estadística y Matemáticas
Facultad de Ciencias Económicas
Estadística I
Parcial II

Nombre: _____ Cédula: _____

1. **(1 punto)** Suponga que se encuentra trabajando en una empresa de logística, la cual recibe diferente número de pedidos en el intervalo de 1 hora. Luego de realizar un estudio sobre el comportamiento del número de pedidos que llegan en 1 hora a la empresa, se encontró que éste posee una función de masa de probabilidad dada por

$$p(x) = -\frac{0.71^x}{x \ln(1 - 0.71)} \quad \text{para } x = 1, 2, 3, \dots$$

Basados en esta distribución

- a) **(0.5 punto)** Construya la tabla de probabilidad, $(x, p(x))$, para $x = 1, 2, 3, 4, 5$ y 6 o más.
- b) **(0.5 punto)** Encuentre la probabilidad de que el número de pedidos que llegan en 1 hora sea al menos de 4 pedidos.
2. **(1 punto)** Suponga un conocido establece un negocio de importación de cargadores portátiles para celular, traídos de China, para venderlos posteriormente de Mercado Libre. Suponga que en un lote específico compuesto por un total de 33 cargadores que compró en China, hay un total de 7 cargadores de carga lenta, 9 cargadores defectuosos, y 17 cargadores de carga rápida.

Suponga que un usuario le compra a su conocido un total de 3 cargadores por Mercado Libre, y su amigo selecciona los 3 cargadores de forma aleatoria del paquete de 33, sin probarlos previamente. Si X representa el número de cargadores de carga rápida, Y representa el número de cargadores de carga lenta, y la función de masa de probabilidad está dada por

$$p(x, y) = \frac{\binom{17}{x} \binom{7}{y} \binom{9}{3-x-y}}{\binom{33}{3}} \quad \text{para } x = 0, 1, 2, 3; \quad y = 0, 1, 2, 3; \quad x + y \leq 3$$

- a) **(0.5 punto)** Calcule la tabla para la distribución de masa de probabilidad conjunta, $p(x, y)$ y calcule las distribuciones marginales, $g(x)$ y $h(y)$.
- b) **(0.5 punto)** Si al recibir los 3 cargadores, el usuario prueba uno y resulta que es de carga rápida, cuál es la probabilidad de que uno de los otros dos cargadores sea de carga lenta.
3. **(1 punto)** Suponga que en un proceso de producción, se encontró que el error en el llenado de las botellas de gaseosa, en mililitros, es una variable aleatoria X que posee la siguiente función de densidad acumulada

$$F(x) = \frac{x^5}{5} - 2x^3 + 9x - \frac{36}{5} \quad \text{para } 1 \leq x \leq 3$$

- a) **(0.5 punto)** Verifique si la función de distribución acumulada está bien definida (de no estarlo, multiplique por una constante k , de tal forma que quede bien definida), y calcule la función de densidad de probabilidad del error de llenado de las botellas de gaseosa.

- b) **(0.5 punto)** Calcule la probabilidad de que el error de llenado de una botella sea mínimo de 1.1 pero menor a 1.19.
4. **(1 punto)** Debido a la contingencia actual causada por el COVID-19, algunos aeropuertos que continúan con su funcionamiento, han tenido que realizar cambios en su estructura de llegadas, provocando que el número de aviones que llegan a dichos aeropuertos se disminuya considerablemente. Tanto así, que luego de realizar un estudio, se encontró que la frecuencia de llegada de los aviones por hora se distribuye mediante la siguiente función de masa de probabilidad
- $$p(x) = \frac{e^{-3}3^x}{x!} \quad \text{para } x = 0, 1, \dots$$
- a) **(0.5 punto)** Calcular la probabilidad de que no menos de 1 avión lleguen en un periodo de una hora.
- b) **(0.5 punto)** Calcular la probabilidad de que lleguen al menos 1 pero como máximo 3 aviones, en el periodo de una hora.
5. **(1 punto)** La Decanatura de la Facultad de Ciencias Económicas posee dos líneas telefónicas, una que pasa a través de la secretaría del Decano y una que llega directamente a la oficina del Decano, en donde, estamos interesados en la proporción de llamadas externas a la universidad, que llegan a las dos líneas. Suponga que X : la proporción de llamadas que llegan a la línea de la secretaría, y Y : la proporción de llamadas que llegan a la línea directa. Si la función de densidad de probabilidad está dada por

$$f(x, y) = k \left(-\frac{y^5}{2} + \frac{x^5}{2} \right)^2 \quad \text{para } 0 < x < 1; \quad 0 < y < 1$$

- a) **(0.5 punto)** Calcule la probabilidad de que la proporción de llamadas que llegan a la línea de la secretaría sea menor a 69.99 %, y la proporción de llamadas que llegan a la línea directa sea inferior a 62.17 %.
- b) **(0.5 punto)** Pruebe si la proporción de llamadas que llegan a la línea de la secretaría es independiente, de la proporción de llamadas que llegan a la línea directa de la oficina del decano.