

Departamento de Estadística y Matemáticas
Facultad de Ciencias Económicas
Estadística I
Parcial III

Nombre: _____ Cédula: _____

1. **(2 puntos)** Suponga que debido a la pandemia, un familiar perdió su trabajo y decidió comprar un vehículo de segunda para ponerlo a manejar en Uber, y así obtener un ingreso que le sirviera para sostenerse durante las cuarentenas y los meses de recuperación post-pandemia.

Debido a que la compra del vehículo se realizó durante los meses de encierro preventivo, su familiar no pudo ser rigurosos con la revisión técnico mecánica del vehículo, y resultó que a causa al uso excesivo el automóvil presentaba una serie de problemas a lo largo el mes, por lo cual el familiar debía llevar el vehículo a revisión con el mecánico varias veces en el mes para poder tener el vehículo en óptimas condiciones.

Si suponemos que la función de probabilidad del número de fallas que presenta el vehículo durante un mes X , y el número de meses que su familiar lo lleva al mecánico Y está dada por

$$p(x, y) = k(13x^2y + 17) \quad x = 1, 2, 3, 4, 5; y = 0, 1, 2, 3, 4; y \geq x$$

Entonces,

- a) **(1 punto)** Calcule el promedio y desviación estándar de los costos de reparación en que debe incurrir su familiar durante un mes, siendo la función de costos dada por $C = 199X^2 + 314Y^2$.
- b) **(1 punto)** Calcule e interprete en el contexto de los datos la correlación que existe entre $4X$ y $5Y$?

NOTA: Si construye la tabla de distribución conjunta, seguro le facilitaría la vida al momento de realizar los cálculos. Pílas con la restricción conjunta $y \geq x$.

2. **(2 puntos)** Suponga que una empresa embotelladora de agua con gas, adquirió recientemente una máquina que apoyaría el proceso de llenado de botellas, debido a que la actual no se encuentra dando abasto con la producción que se está generando.

Dado que la máquina es nueva, y que el proceso de llenado de las botellas de plástico con agua con gas suele ser tan delicado, se requiere de algún tiempo antes de que se pueda calibrar de forma adecuada la máquina, y hasta entonces la máquina generará un error en el llenado de las botellas, en mililitros, que podría modelarse mediante una función de densidad acumulada dada por

$$F(x) = \frac{x^3}{3} + 2x^2 + 4x + \frac{8}{3} \quad \text{para } -2 \leq x \leq 1$$

- a) **(1 punto)** Calcule el coeficiente de asimetría y de exceso de curtosis para el error de llenado de las botellas de agua con gas.
- b) **(1 punto)** Si sacar del mercado aquellas botellas que presentan un error de llenado genera un costo para la empresa de $C = 155 + 5X$ en miles de pesos, calcule el coeficiente de asimetría y el exceso de curtosis para los costos en que incurre la empresa para sacar del mercado aquellas botellas que no cumplen con el llenado que aparece en la etiqueta.

NOTA: Recuerden que para saber si una función acumulada está bien definida hay que evaluarla en el límite inferior y en el límite superior. Además recuerden que para pasar de una distribución acumulada a una distribución de probabilidad, en el caso continuo, hay que derivar la función.

3. **(1 punto)** Suponga que una empresa de neumáticos ha decidido lanzar al mercado un nuevo neumático que funciona sin aire, el cual se presume es inmune a los pinchazos debido a que su composición es de goma, aluminio y una resina insertada en fibra de carbono, que hace que el neumático sea más resistente al desgaste, brinde mayor seguridad ante pinchazos, reventones y otros factores que suelen afectar a los neumáticos comunes.

Debido a que el proceso de fabricación del neumático no está del todo perfeccionado, se encuentra en las pruebas que el número promedio de daños (malformación, desgaste, protuberancias, etc) que sufre un neumático en las pruebas de 4mil kilómetros es de 3 daños.

Dada la información anterior,

- a) **(0.5 puntos)** Cuál es la probabilidad de que al realizar pruebas de 9mil kilómetros a un neumático, se encuentren al finalizar a lo más 16 daños en el neumático.
- b) **(0.5 puntos)** Encuentre la probabilidad exacta y a través de la desigualdad de Chebyshev de que el número de daños que se evidencien en el neumático en pruebas de 16mil kilómetros se encuentre al menos a 2.1706 desviaciones estándar de su media.