Departamento de Estadística y Matemáticas
Facultad de Ciencias Económicas
Estadística II
Parcial II

Nombre: ______________________________ Cédula:____________

1. **(2 puntos)** Suponga que luego de realizar ciertos estudios se ha encontrado que el tiempo que tarda un estudiante en realizar un parcial sobre demostraciones sigue una distribución de probabilidad acumulada $F(x)$ dada por

$$F(x) = \frac{x(2\theta - x)}{\theta^2} \quad \text{para } 0 < x < \theta; \theta > 0$$

Entonces, si se toma una muestra aleatoria X_1, X_2, ..., X_n *iid* del tiempo que tardan los estudiantes en completar la tarea de programación

   a) **(1 puntos)** Encuentre un estimador para θ usando el método de momentos.

   b) **(1 punto)** Encuentre un estimador para θ usando el método de máxima verosimilitud.

   c) **(1 punto)** Pruebe las dos condiciones que debe cumplir el estimador $\bar{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$, para ser un estimador consistente del parámetro θ.

2. **(2 puntos)** Suponga que luego de analizar el proceso de selección dentro de una entidad bancaria, un egresado de Administración de Empresas ha notado que el número de nuevos trabajadores que ingresan a la empresa en un día sigue una distribución binomial con parámetros $n = 78$ y p desconocido.

$$f(x) = \binom{78}{x} p^x (1-p)^{78-x} \quad \text{para } x = 0, 1, 2, \ldots, 78; 0 < p < 1$$

Entonces, sea X_1, X_2, ..., X_{78} una muestra aleatoria *iid* del número de nuevos trabajadores que ingresan a la empresa por día, demuestre cuál de los dos estimadores planteados para el parámetro poblacional p es más eficiente

$$\hat{p}_1 = \frac{X_{33} \times 2}{68}$$
$$\hat{p}_2 = \frac{20X_1 - 10X_{47}}{156}$$