

<b>PROGRAMA DE ASIGNATURA</b>	
<b>ASIGNATURA:</b> Métodos Matemáticos de la Física II	<b>AÑO:</b> 2025
<b>CARACTER:</b> Obligatoria	<b>UBICACIÓN EN LA CARRERA:</b> 3º año 1º cuatrimestre
<b>CARRERA:</b> Licenciatura en Astronomía, Licenciatura en Física	
<b>REGIMEN:</b> Cuatrimestral	<b>CARGA HORARIA:</b> 120 horas

### **FUNDAMENTACIÓN Y OBJETIVOS**

La materia Métodos Matemáticos de la Física II apunta a ampliar la formación matemática avanzada de los estudiantes de las Licenciaturas en Astronomía y en Física ya comenzada en Métodos Matemáticos de la Física I, proveyendo los recursos indispensables para desempeñarse eficazmente en las demás materias de 3º a 5º año de ambas carreras.

El objetivo es proveer al estudiante de los recursos conceptuales y operativos indispensables para abordar, con un razonable nivel de capacidad teórica y práctica, el estudio de situaciones que involucren:

- Espacios lineales de dimensión finita y de Hilbert, operadores lineales, vectores, formas y producto interno.
- Matrices, autovalores y autovectores y forma de Jordan.
- Coordenadas curvilíneas, tensores, métrica, integración y derivación covariante.
- Problemas de contorno en ecuaciones diferenciales, autofunciones, funciones especiales, distribuciones y transformadas integrales.
- Clasificación de ecuaciones diferenciales parciales, resolución por separación de variables y por transformadas integrales, y funciones de Green.

### **CONTENIDO**

#### **I – Algebra Lineal**

Espacios lineales: propiedades fundamentales; dimensión; bases; componentes de un vector; subespacios lineales.

Operadores lineales: componentes; operaciones elementales; commutatividad; inversa; funciones de operadores.

Transformaciones de coordenadas: transformaciones lineales; covariancia y contravariancia; componentes de un operador; transformaciones de semejanza.

Representación matricial de operadores y transformaciones: propiedades fundamentales; matrices notables; operación por bloques; funciones de matrices.

Formas: definición; espacio dual; base dual; componentes de una forma; transformaciones de coordenadas.

Producto interno: definición; métrica; norma; interpretación geométrica.

#### **II – Matrices**

Autovalores y autovectores: autovectores a derecha e izquierda; diagonalización; operadores Hermitianos; autovalores degenerados; diagonalización simultánea; operadores normales.

Forma de Jordan: ejemplos; descomposición primaria; reducción a la forma normal.

#### **III – Tensores**

Tensores: definición; espacio tensorial; producto tensorial; bases y componentes; cambio de base; contracción de índices; simetría; producto exterior; densidades tensoriales; tensor adjunto; ley del cociente.

Coordenadas curvilíneas: cambios de coordenadas locales; la base tangente; vectores covariantes y contravariantes; la base dual; tensores y densidades tensoriales en coordenadas curvilíneas; tensor métrico; ascenso y descenso de índices; producto escalar y norma.

Integración en coordenadas curvilineas: la integral de volumen; la integral de superficie; la integral de línea.

Derivación en coordenadas curvilineas: la conexión afín de Levi-Civita; derivación covariante; operadores diferenciales en coordenadas curvilineas; componentes físicas de vectores.

#### IV – Problemas de contorno

Problemas de contorno para EDOs lineales de segundo orden: autovalores y autofunciones; identidad de Lagrange y fórmula de Green.

Problemas de Sturm-Liouville: ortogonalidad y completitud de las autofunciones; desarrollo en autofunciones. Notación de Dirac.

#### V – Funciones especiales

El problema de Sturm-Liouville para la ecuación armónica: la serie de Fourier.

El problema de Sturm-Liouville para la ecuación de Legendre: funciones de Legendre de primera y segunda especie; fórmula de Rodrigues, representación integral, función generatriz y relaciones de recurrencia; funciones de Legendre asociadas, armónicos esféricos.

El problema de Sturm-Liouville para la ecuación de Bessel: funciones de Bessel cilíndricas de primera y segunda especie; relaciones de recurrencia, representaciones integrales y función generatriz; funciones de argumento imaginario, funciones de Hankel y funciones de Bessel esféricas.

#### VI – Distribuciones

Funciones generalizadas: Funciones de prueba de soporte finito y de Schwartz.

Funcionales lineales: definición y propiedades.

Distribuciones: Convergencia de Schwartz. Ejemplos de distribuciones: delta de Dirac y sus derivadas, distribuciones de carga multipolares y de superficie. Sucesiones de distribuciones, convergencia. Distribuciones regulares y singulares. Derivación e integración de distribuciones.

#### VII – Transformadas integrales

Series de Fourier: convergencia, fenómeno de Gibbs; identidad de Parseval.

Transformada de Fourier: definición y propiedades elementales; teorema de inversión; teorema de Parseval; principio de incertidumbre.

Transformada de Laplace: definición y propiedades elementales; teorema de inversión.

Inversión de las transformadas elementales por integración en el plano complejo.

#### VIII – Ecuaciones Diferenciales Parciales

Clasificación.

EDP de segundo orden: curvas características y formas canónicas; ecuaciones elípticas, parabólicas e hiperbólicas.

Condiciones iniciales y de contorno: condiciones de Dirichlet, Neumann y Cauchy.

#### IX – Método de separación de variables

Ecuaciones de difusión y de ondas en una dimensión: base física y condiciones de contorno; solución por separación de variables.

Ecuaciones de ondas y de difusión en dos variables: la ecuación de Helmholtz; separación de variables en coordenadas polares.

Ecuaciones de ondas, de difusión, de Helmholtz y de Laplace en tres dimensiones: separación de variables en coordenadas cilíndricas y esféricas.

#### X – Método de transformadas integrales

Problemas en dominios no acotados: ecuaciones de ondas y de difusión. Problemas sin condiciones iniciales y estados de régimen.

#### XI – EDP inhomogéneas

Problemas de autovalores en varias dimensiones: espacios de Hilbert, operadores Hermitianos, propiedades; desarrollos en autofunciones, ortonormalidad y completitud.

Inhomogeneidad en la ecuación: problema homogéneo asociado; función de Green; ecuación diferencial para la función de Green. Expresiones para la función de Green: desarrollo en autofunciones, integración de la ecuación para la función de Green, solución fundamental.

Inhomogeneidad en las condiciones de contorno: homogeneización de las condiciones de contorno.

Funciones de Green para las ecuaciones de difusión, ondas y Laplace.

### BIBLIOGRAFÍA

#### BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

- 1) Material de estudio provisto por la cátedra.
- 2) Mattias Blennow, Mathematical Methods for Physics and Engineering. CRC Press, 2018
- 3) George B. Arfken Hans J. Weber & Frank E. Harris, Mathematical Methods for Physicists, 7th edition. Elsevier, 2005..

#### BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

- 1) L. Santaló, Vectores y Tensores. EUDEBA, Bs.As.
- 2) R. E. Williamson, R. E. Crowell y H. F. Trotter, Cálculo de Funciones Vectoriales. Prentice/Hall Internacional, 1973.
- 3) K. Hoffman y R. Kunze, Linear Algebra 2nd. ed. Prentice-Hall, 1971.
- 4) E. A. Coddington, An Introduction to Ordinary Differential Equations. Dover, 1989.
- 5) R. D. Richtmyer, Principles of advanced Mathematical Phisics, Vol. 1. Springer, 1978.
- 6) B. Davies, Integral Transforms and Their Applications. Springer-Verlag, 1982.
- 7) A. Tijonov y A. Samarsky, Ecuaciones de la Física Matemática. Editorial Mir, Moscú, 1972.

### EVALUACIÓN

#### FORMAS DE EVALUACIÓN

Habrá dos instancias de evaluación parcial y una de recuperación, escritas y de dos horas de duración. Con posterioridad a cada evaluación se hará una devolución a los estudiantes.

El examen final consistirá en una evaluación escrita teórico-práctica de cuatro horas de duración, y eventualmente una instancia oral a criterio del tribunal.

#### REGULARIDAD

Las condiciones de regularidad son las siguientes:

2. aprobar al menos dos evaluaciones parciales o sus correspondientes recuperatorios.

#### PROMOCIÓN

Esta materia no implementa el régimen de promoción.