O kterých inkluzích mezi následujícími dvojicemi tříd jste schopni dokázat, že platí a o kterých, že neplatí. Za každý dokázaný vztah je jeden bod (do požadovaného počtu bodů započítáno za 3).

- 1.  $TIME(2^n)$   $NSPACE(\sqrt{n})$
- 2.  $NSPACE((\log n)^3)$  SPACE(n)
- 3.  $NTIME(n^3)$   $SPACE(n^6)$

## Příklad 1

Uvažujme problém rozhodnutelný  $M = (\Sigma, Q, q_0, \delta, F)$ , nedeterministickým TS, v prostoru  $NSPACE(\sqrt{n})$ . Takový má  $|\Sigma|^{\sqrt{n}} \cdot |Q| \cdot \sqrt{n}$  možných displayů, tuto množinu nazvěme D a definujme přestupy mezi displayi T podle  $\delta$ . Definujeme graf G = (D, T).

Potom úpravou  $|\Sigma|^{\sqrt{n}} \cdot |Q| \cdot \sqrt{n} \in 2^{O(\sqrt{n})} \subseteq O(2^n)$  a tedy graf G má  $O(2^n)$  vrcholů. Hledáme tedy za pomoci deterministického turingova stroje existenci sledu mezi iniciálním displayem a nějakým koncovým (BÚNO právě jediným koncovým), což jistě v čase  $TIME(2^n)$  stihneme.

Nemožnost rozhodnout libovolný problém  $Time(2^n)$  v prostoru  $NSPACE(\sqrt{n})$  je zřejmá. Platí tedy:

$$TIME(2^n) \supset NSPACE(\sqrt{n})$$

## Příklad 2

## Příklad 3

Uvažujme problém rozhodnutelný  $M = (\Sigma, Q, q_0, \delta, F)$ , nedeterministickým TS, v čase  $NTIME(n^3)$  (tedy i v prostoru  $NSPACE(n^3)$ ). Tedy v hloubce  $n^3$  alespoň jedna z větví výpočtu M přijme, každá dobře definovaná nějakým indexem z  $(|\Sigma| \cdot |Q| \cdot 3)^{n^3}$  (na základě jednotlivých rozhodnutí), což lze zapsat na vhodné abecedě  $\Sigma'$  za pomoci  $O(n^3)$  symbolů. Výpočet M lze odsimulovat deterministickým turingovým strojem v prostoru  $SPACE(n^3)$  za používání návodu na rozhodnutí použité větve iterovaném taktéž ve  $SPACE(n^3)$ .

Mějme pak problém výpočtu  $k^{n^6}$ , což je problém řešitelný ve  $SPACE(n^6)$ , ale jistě ne v $NTIME(n^3)$ , neboť  $NSPACE(n^3)$  není dostačující a využití pásky je dolním odhadem časové složitosti.

Platí tedy:

$$NTIME(n^3) \subset SPACE(n^6)$$