## Homework 5 - size Jiří Klepl

Je jazyk Size =  $\{\langle M,k\rangle \mid |L(M)| \geq k\}$ rozhodnutelný? Je částečně rozhodnutelný?

## Částečná rozhodnutelnost

Pokud  $L(M) \ge k$ , pak určitě existuje slovo  $m \in L(M)$ , že:  $\{x \mid x \in L(M) : x \le m\} = k$ . Tedy stačí ověřit konečný počet slov, aby se potvrdilo, že  $\langle M, k \rangle \in$  Size, neboť existuje pouze konečně mnoho slov lexikograficky menších m.

Tedy existuje turingův stroj, který tato slova projde v konečném počtu kroků a rozhodne o přijetí. Jazyk je tedy (alespoň) **částečně rozhodnutelný**.

## Rozhodnutelnost

m-úplný jazyk **NE** (not empty), který rozhoduje neprázdnost jazyků turingových strojů, lze m-převést na jazyk Size (jednoduchým řetězením:  $f(M) = \langle M, \mathbf{1} \rangle$ ), tedy jazyk Size jistě není **rozhodnutelný**.